УДК 004.942, 004.891.2

МЕТОДИ ФРАКТАЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ТА НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ, ЯК ОСНОВА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ ОРГАНІЗАЦІЇ ТУРИСТИЧНИХ ПОСЕЛЕНЬ

Я.І. Виклюк

НУ «Львівська політехніка», м.Львів, Україна, vyklyuk@ukr.net

Проведено аналіз досліджень у сфері фрактального моделювання урбанізованих територій. Розроблена методика моделювання форми та структури туристичних поселень на основі самоафінних фракталів у нечіткому імовірнісному полі.

САМОАФІННИЙ ФРАКТАЛ, НЕЧІТКА ЛОГІКА, РЕКУРСІЯ, ФРАКТАЛЬНА РОЗМІРНІСТЬ, УРБАНІЗАЦІЯ, ГІС

Вступ

Стрімкий розвиток туристичної галузі вимагає використання швидких, кількісних, адекватних математичних методів та методик при прийнятті рішень. Одною з найбільш актуальних задач туристичної галузі є прогноз структури та форми туристичних поселень та урбанізованих територій. Низький рівень адекватності класичних математичних моделей ставить перед науковцями питання про розробку та впровадження сучасних методів математичного моделювання, таких як SoftComputing та фрактальна геометрія.

1. Аналіз дослідження у сфері моделювання просторової організації міст

Метою наукових досліджень просторової організації було вивести ідеалізовану теорію розбудови міст у рамках жорстких обмежень. Довгий час просторова організація міст описувалась за допомогою геометрії Евкліда. Однак ідеалізовані міста були далекі від реально існуючих. Основною проблемою була саме неможливість застосування класичної математики до реальних об’єктів. За допомогою геометрії Евкліда можна виміряти такі фундаментальні величини, як довжина, площа, тощо. Однак в реальних містах базовою «цеглиною» у більшості випадків є одиночний будинок. Будинки в свою чергу утворюють квартали. Квартали складаються з будинків, які впорядковані за певними законами самоподібності та обмежені дорогами, що відділяють квартали один від одного. Квартали утворюють самоподібну структуру, що залежить від спеціалізації атракторів, навколо яких ведеться забудова міста. У якості атракторів може виступати завод, розважальний центр, церква, ринкова площа міста, тощо [1].

Згідно з геометрією Евкліда ідеальні міста мають характеризуватись регулярністю. В той самий час, переважна більшість міст є нерегулярною та може бути описана геометрією Мандельброта [2]. У першому випадку міста мають мати сферичну форму. Насправді на форму міст впливають транспортні шляхи, що деформують сферу вздовж транспортних артерій [3]. Класично міста представляються у вигляді абсолютної регулярної дискретної сітки основних типів поселення, що систематично урбанізовані та утворюють міста, села та регіони. Насправді поселення характеризуються неперервною структурою та можуть займати нецілу кількість клітинок або розташовуватись на гранях сітки. Аналогічно виникає проблема з визначенням периметру населеного пункту. При будь-якому збільшенні масштабу вимірювання з’являються нові нерівності в структурі. У граничному випадку периметр буде прямувати до безмежності. Як було показано в роботі [4], такі структури володіють нецілою розмірністю Хаусдорфа-Базікевича, а самі системи можуть бути змодельовані за допомогою фрактальної геометрії. Нормою в містобудівних системах є представлення міста у вигляді вулиць та будинків. Часто при будівництві нових житлових масивів приймається рішення про будівництво паралельних та прямих вулиць. Міста, які мають багатовікову історію та розвивались без генерального планування, не містять паралельних вулиць, чистої симетрії і на перший погляд володіють хаотичною структурою. Однак ця хаотична та самоподібна структура утворює гармонійне місто. Можна зробити висновок, що нерегулярність та нерівномірність форм сучасного міста є нормою, а не винятком.

Для застосування фрактальної геометрії введемо поняття населений пункт: це множина різних базових елементів та об’єднання їх у підсистеми, що відображають базові форми на різних рівнях ієрархії. Дана множина організована таким чином, що в будь-яких просторових вимірах є повторенням базових елементів у різних масштабах. Дане формулювання дає підстави стверджувати, що міста мають фрактальну форму. Отже, моделювання міст необхідно проводити за принципом ієрархій. А форма міст визначається зовнішніми чинниками, що виступають у ролі обмежень (водойма, аграрні землі, залізниця, кордон, тощо) або у ролі поля імовірності урбанізації.

Моделювання периферії населених пунктів, як правило, проводиться методами дифузно-обмеженої агрегації, або клітинними апаратами. Достатньо відомим методом моделювання урбанізації території є модель клітинної урбанізації (Cellular Urban Model)[5]. Для визначення імовірнісних правил неперервної дифузії частинок використовуються навчальні множини, отримані за допомогою гео-інформаційних систем (ГІС). Врахування нелінійності проводиться за допомогою методу опорних векторів. Запропонований підхід був апробований при моделюванні розвитку міста Шензен, Китай, та показав високу точність. В праці [6] проводиться розрахунок імовірнісного поля за допомогою математичних методів, що застосовуються при обробці зображень. Моделі були апробовані при моделюванні розвитку гірського містечка Iwaki Newtown та показали високий рівень адекватності. Використання Cellular Urban Model до моделювання двох різних столичних районів у Португалії [7] дозволило провести порівняльний аналіз динаміки розвитку досліджуваних регіонів. В статті [8] вдосконалюється апарат Cellular Urban Model в рамках формалізму ГЕО-алгебри та представлений механізм інтеграції між даними ГІС та традиційними класами міських і регіональних моделей. Детальний опис математичного апарату Cellular Urban Model наводиться в дослідженні [9]. Тут же приводиться моделювання розвитку міста Сага, Японія.

Дані підходи дозволяють отримати непогане узгодження форми периферії з експериментом, однак втрачається інформація про внутрішню структуру міста.

Метою даної роботи є розробка методики моделювання форми населених пунктів, що спеціалізуються на туристичних послугах, методами математичних самоафінних фракталів. Це дозволить без втрати інформації про внутрішню структуру за короткий час комплексно змоделювати структуру міста.

2. Самоафінні фрактали, як основа моделювання внутрішньої структури міст

В роботі [10] доводиться, що міста мають деревовидну ієрархічну структуру. Це можна продемонструвати на розвитку містечка Savannah, Georgia (рис.1). Це рідкий випадок, коли на ріст населеного пункту впливає мало збурень, що приводить до симетричного розвитку останнього вздовж річки.

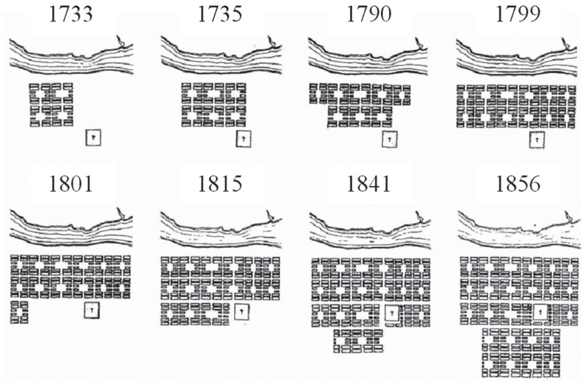


Рис. 1. Регулярний клітинний ріст населеного пункту Savannah, Georgia 1733 – 1856 рр. [10]

Особливості зростання такого типу містечок можуть бути змодельовані процесом фрактального росту, зображеного на рис. 2 [11]. Алгоритм побудови наступний. Спочатку задається ініціатор $\vec{V}(z_1, z_2)$, що представляє пряму лінію. Ініціатор це геометрична фігура, що є аналогом затравки у фізичних кристалах. Тобто об'єкт, навколо якого буде зростати фрактал. Аплікуючи на населені пункти, ініціатор це дорога, навколо якої розбудовується населений пункт. В якості координат вектора зручно використати комплексні числа, дійсна та уявна частина яких визначає географічну довготу та широту точки $z_i = x_i + iy_i$. На другому кроці алгоритма створюються дві копії ініціатора $\left(\vec{V}_1^1, \vec{V}_1^2\right)$ з масштабом S, над якими проводять наступні афінні перетворення: кожна з копій розвертається на кут $\pi/2$ та зміщується вздовж базового ініціатора на відстань $l = \frac{1}{2}(z_1 + z_2)$ в напрямку z_1 та z_2 відповідно. Математично дані афінні перетворення можна представити у вигляді [12]:

$$\vec{V}_1^1 = S \cdot e^{i \cdot \pi/2} \cdot \left(\vec{V}_0 - \frac{1}{2}(z_1 + z_2)\right) + z_1; \tag{1}$$

$$\vec{V}_1^2 = S \cdot e^{i \cdot \pi/2} \cdot \left(\vec{V}_0 - \frac{1}{2}(z_1 + z_2)\right) + z_2. \tag{2}$$

На третьому кроці кожний з отриманих векторів $\vec{V}_1^1, \vec{V}_1^2$ виступає в ролі ініціатора, і над ними проводяться аналогічні операції копіювання та афінні перетворення (1)-(2).

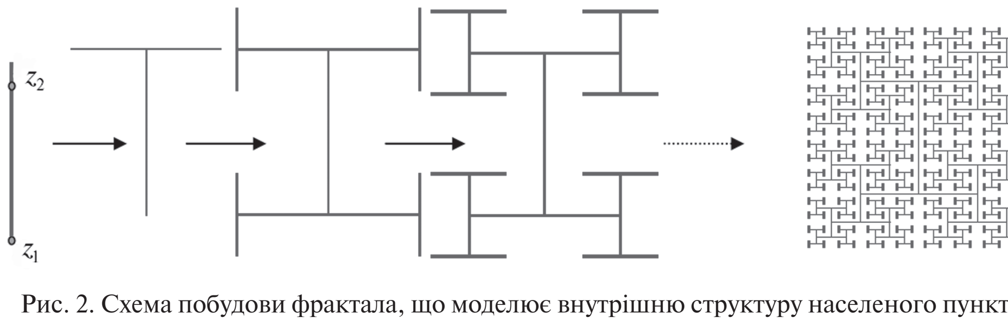


Рис. 2. Схема побудови фрактала, що моделює внутрішню структуру населеного пункту

Вектори останнього кроку рекурсії інтерпретуються як будинки, а попередніх – дороги. Дана рекурсія проводиться визначену парну кількість разів, так щоб фізичний розмір будинків був співрозмірним із середнім розміром будівель реального населеного пункту.

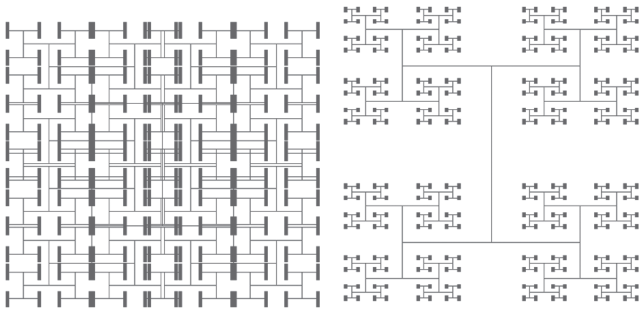
Необхідною умовою рівномірного заповнення площини будинками є рівність довжини векторів, отриманих на другому кроці ітерації (l_2), половині довжини ініціатора $l_0 = |\vec{V}|$. В ході афінних перетворень над ініціатором двічі здійснюється операція масштабування з масштабним множником S. Отже довжина l_2 визначається як :

$$l_2 = S^2 \cdot l_0 ; \qquad (3)$$

тоді

$$S^2 \cdot l_0 = \frac{1}{2} l_0 \Rightarrow S = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}71 . \qquad (4)$$

Якщо $S > 0{,}71$ лінії, що утворюють фрактал, перекриватимуться. При $S < 0{,}71$ фрактал почне групуватись у кластери («квартали») (рис. 3.).



а *б*

Рис. 3. Вигляд фракталу при $S = 0{,}78$, $D = 2{,}8$ (*а*) та $S = 0{,}64$, $D = 1{,}55$ (*б*)

Фрактальна розмірність такого самоафінного фракталу визначається так: на кожній наступній ітерації ініціатор ділиться на дві частини $N = 2$, з масштабним коефіцієнтом $S = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Тоді фрактальна розмірність складає: $D = -\ln(N)/\ln(S) = 2$. Дійсно, при збільшенні ітерацій до безмежності такий самоафінний фрактал рівномірно заповнює квадратну область.

Іншим підходом до моделювання внутрішньої структури населених пунктів є фрактал дерева Піфагора, або модель людських легень, запропонована Мандельбротом [11]. Ініціатором даного самоафінного фрактала є три вектори, що визначають стебло дерева та дві гілки. Координати векторів зручно представити у вигляді масива $V = (z_1, z_2, z_3, z_4)$. Де z_i – координати вершин векторів (рис. 4.): $\vec{V}_t(z_1, z_2)$ – стовбур ініціатора, $\vec{V}_l(z_2, z_3)$ – гілка ліворуч, $\vec{V}_r(z_2, z_4)$ – гілка праворуч. На першому кроці ітерації з кожного закінчення гілки колінеарно (паралельно та антипаралельно) ініціатору будуються по дві копії ініціатора в масштабі S. Дані афінні перетворення задаються виразами:

$$V_1^1 = S \cdot e^{i \cdot \xi} \cdot (V - z_1) + z_3 , \qquad (5)$$

$$V_2^1 = S \cdot e^{i \cdot (\pi - \xi)} \cdot (V - z_1) + z_3 , \qquad (6)$$

$$V_3^1 = S \cdot e^{i \cdot (\pi + \xi)} \cdot (V - z_1) + z_4 , \qquad (7)$$

$$V_4^1 = S \cdot e^{-i \cdot \xi} \cdot (V - z_1) + z_4 , \qquad (8)$$

де ξ – збурення, що дозволяє моделювати деформацію фракталу.

Аналогічні ітерації повторюються задану кількість разів. Гілки останньої ітерації розглядаються як будинки.

Для рівномірного заповнення площини фракталом гілки на першій ітерації мають бути вдвічі меншими від гілок ініціатора, отже масштабний множник в афінних перетвореннях $S = 0{,}5$. Фрактальна розмірність такого фракталу складає: $D = -\ln(4)/\ln(0{,}5) = 2$. Це підтверджує тезу, що даний фрактал рівномірно заповнює площину в граничному випадку, коли кількість рекурсій прямує до безмежності.

У випадку моделювання внутрішньої структури населеного пункту, що складається із сітки доріг, необхідно поділити вектори доріг на ініціатори та обмеження. В ролі ініціаторів виступають основні дороги, навколо яких історично почалась забудова. Обмеженнями слугують дороги, що обмежують квартали. Для кожного з ініціаторів будується самоафінний фрактал (1)-(2), ріст якого обмежується векторами доріг-обмежень.

Дещо інший підхід представлено в роботі [13]. Сітка доріг населеного пункту представляється як самоподібна деревовидна структура. Гілки остан-

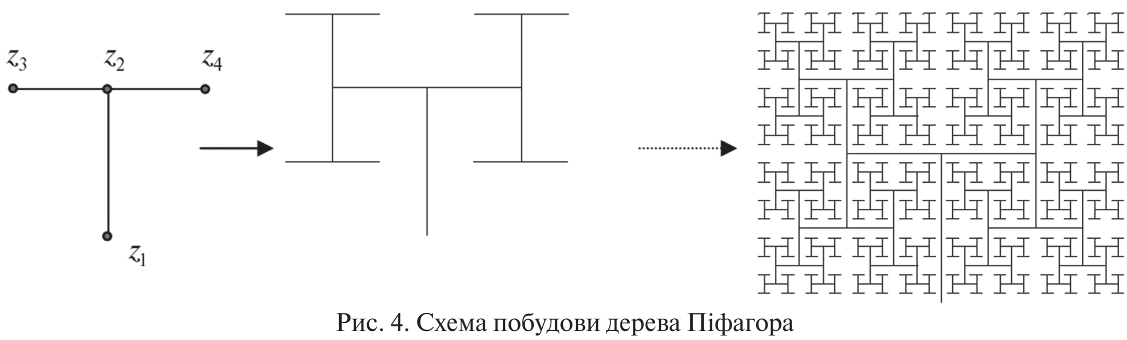


Рис. 4. Схема побудови дерева Піфагора

нього рівня слугують ініціаторами, а гілки верхніх рівнів – обмеженнями (рис. 5). В такому представленні для моделювання внутрішньої структури використовується фрактал дерева Піфагора.

Дані підходи дозволяють моделювати внутрішню структуру населеного пункту. Для моделювання форми периферії необхідно ввести поле, що визначає імовірність урбанізації тієї чи іншої території.

3. Метод побудови поля імовірності урбанізації

При моделюванні просторового розвитку невеликих туристичних містечок необхідно виділити особливості їх розвитку, що стануть основою для вибору методу та алгоритму моделювання.

Перш за все форма периферії таких утворень розвивається самостійно, без генерального планування. Під формою будемо розуміти просторову структуру елементів, з яких складаються міста, до яких можна віднести інфраструктурні мережі, будівлі, урбанізовані території, що визначається через її геометрію виключно у двох, а не трьох вимірах. Відсутність генерального планування означає відсутність чітких границь населеного пункту. Адже периферію забудовує або місцеве населення, або малий та середній бізнес, що власноруч приймає рішення про викуп землі та розбудову. Тобто наявність чи відсутність забудови можна визначити, ввівши імовірність урбанізації.

По-друге, туристичні містечка орієнтовані на пішоходів. Це накладає обмеження на просторовий розмір населених пунктів. Адже розбудова таких поселень пов’язана з наданням послуг з проживання туристів, що приїхали заради відпочинку на атракторах до яких можна дістатись пішки. Збільшення розмірів поселень призводить до необхідності введення міського транспортного сполучення. Що вимагає використання інших підходів та моделей.

По-третє, на відміну від великих міст, що містять декілька атракторів з різною спеціалізацією, туристичні містечка орієнтовані на надання однотипних послуг, перелік яких диктуються рекреаційним атрактором. Тому в останніх відсутня яскраво виражена сегментація на зони спеціалізації.

По-четверте, внутрішня структура туристичних містечок в основному зумовлена під’їзними шляхами, якими рухаються туристичні потоки. А дороги-обмеження кварталів містечок не варто брати у розрахунок, у зв’язку з тим, що це, як правило, грунтові дороги і вони можуть бути легко змінені за напрямком при умові розбудови. Тому при моделюванні треба враховувати не дороги-обмеження, а сфери впливу доріг ініціаторів.

Можна прийти до висновку, що основними факторами, які визначають привабливість території до забудови, є координати атракторів, відстань до останніх по основним транспортним шляхам та відстань по грунтовій дорозі до траси. Такі величини, як водойми, річки, залізниця, тощо виступають у ролі обмежень. Вищевказані вхідні параметри та обмеження можна отримати з ГІС систем. Більшість з них містяться в даних системах явно, а деякі потребують додаткових розрахунків. Зокрема для визначення віддалі дорогою до атрактора та відстані до траси необхідно здійснити наступні перетворення.

Нехай дороги досліджуваної території задані масивом:

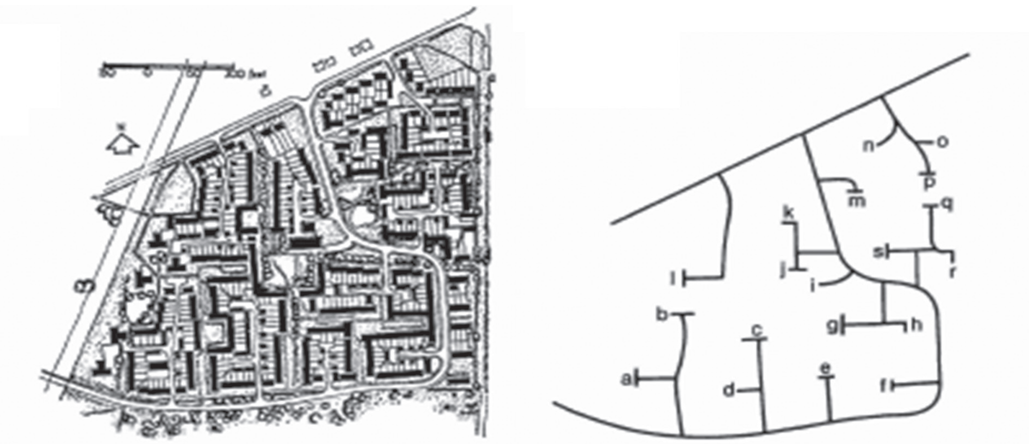
$$w_f\left(x_{f1},y_{f1},x_{f2},y_{f2}\right),\ f=\overline{1,n}, \qquad (9)$$

де n – кількість векторів доріг на досліджуваній території; $x_{f1},y_{f1},x_{f2},y_{f2}$ – координати вектора дороги.

Тоді, віддаль h точки з координатами x,y до найближчої дороги визначається згідно з наступними міркуваннями: розглянемо трикутник з вершинами $A(x,y),B\left(x_{f1},y_{f1}\right),C\left(x_{f2,}y_{f2}\right)$ (рис. 6), довжина сторін якого визначається як:

$$a=\sqrt{\left(x_{f1}-x_{f2}\right)^2-\left(y_{f1}-y_{f2}\right)^2}, \qquad (10)$$

$$b=\sqrt{\left(x_{f1}-x\right)^2-\left(y_{f1}-y\right)^2}, \qquad (11)$$



а б

Рис. 5. Зображення міста Coventry [13] (*а*), та спрощений план дорожньої системи (*б*)

$$c = \sqrt{\left(x - x_{f2}\right)^2 - \left(y - y_{f2}\right)^2} \,. \qquad (12)$$

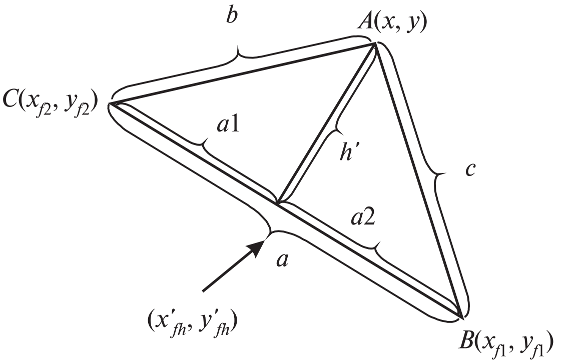


Рис. 6. Координати трикутника для визначення висоти h' та координат базиса висоти $\left(x'_{fh}, y'_{fh}\right)$

Висота трикутника на пряму, якій належить сторона *а* (відрізок дороги):

$$h'_f = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a}, \qquad (13)$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}. \qquad (14)$$

Відрізки a_1 та a_2, що визначають віддаль між основою висоти до вершин B та C відповідно, та координати основи висоти $\left(x'_h, y'_h\right)$ визначаються наступним чином:

$$a_1 = \sqrt{b^2 - h_f'^2}\,, \qquad (15)$$

$$a_2 = \sqrt{c^2 - h_f'^2}\,, \qquad (16)$$

$$x'_{fh} = x_{f1} - \left(x_{f1} - x_{f2}\right)\frac{a_1}{a}, \qquad (17)$$

$$y'_{fh} = y_{f1} - \left(y_{f1} - y_{f2}\right)\frac{a_1}{a}. \qquad (18)$$

Висота (13) є найкоротшою віддаллю до дороги у випадку, якщо точка $\left(x'_{fh}, y'_{fh}\right)$ лежить на відрізку дороги f. В іншому випадку, найкоротша віддаль до дороги визначатиметься:

$$h_f = \begin{cases} a_1 + a_2 = a, \ h'_f \\ a_1 + a_2 > a \ and \ b < c, \ b \\ a_1 + a_2 > a \ and \ b > c, \ c \end{cases} \qquad (20)$$

Координати точки перетину відповідно:

$$\left(x_{fh}, y_{fh}\right) = \begin{cases} a_1 + a_2 = a, \ \left(x'_{fh}, y'_{fh}\right) \\ a_1 + a_2 > a \ and \ b < c, \ \left(x_1, y_1\right) \\ a_1 + a_2 > a \ and \ b > c, \ \left(x_2, y_2\right) \end{cases} \qquad (21)$$

Тоді відстань до найближчої дороги визначається як:

$$h = \min_{f=1,n}\left(h_f\right). \qquad (22)$$

Розрахунок довжини оптимального шляху від точки $\left(x_{fh}, y_{fh}\right)$ до найближчого атрактору визначається шляхом розв'язання наступної оптимізаційної задачі лінійного програмування. Спочатку масив w_f необхідно перетворити в масив, що містить всі можливі географічні координати масиву w_f: $v = \left\{x_j, y_j\right\}, j = \overline{1, m+2}$, де $\left(x_1, y_1\right) = \left(x_{fh}, y_{fh}\right)$, $\left(x_{m+2}, y_{m+2}\right) = \left(x_{att}, y_{att}\right)$, $\left(x_{att}, y_{att}\right)$ — координати найближчого атрактора, x_j, y_j — географічні координати із масиву w_f, m — кількість різних географічних координат, які містить масив w_f.

На основі масиву v створюється симетрична матриця відстаней $A = \left\{a_{ij}\right\}, \ i, j = \overline{1, m+2}$, колонки та рядки якої відповідають географічним координатам із масиву v, a_{ij} дорівнює довжині вектора між відповідними координатами у випадку наявності прямого транспортного сполучення між ними и 0 в протилежному випадку:

$$a_{ij} = \begin{cases} \sqrt{\left(v[i,1] - v[j,1]\right)^2 + \left(v[i,2] - v[j,2]\right)^2}, \\ \quad \left\{v[i,1], v[i,2], v[j,1], v[j,2]\right\} \in w \\ 0, \\ \quad \left\{v[i,1], v[i,2], v[j,1], v[j,2]\right\} \notin w \end{cases} \qquad (23)$$

У якості змінних рішення виступає двійкова матриця $B = \left\{b_{ij}\right\}, \ i, j = \overline{1, m+2}$, b_{ij} дорівнює 1 у випадку проїзду по відповідному маршруту, та 0 в протилежному випадку. Тоді $b_j^{out} = \sum_{i=1}^{m+2} b_{ij}$ — кількість виїздів з точки, географічні координати якої рівні $v[j,1], v[j,2]$, відповідно $b_i^{in} = \sum_{j=1}^{m+2} b_{ij}$ — кількість прибуттів до точки $v[i,1], v[i,2]$. Тоді задача оптимізації приймає вигляд:

$$\begin{cases} l = \sum_{i,j=1}^{m+2} a_{ij} b_{ij} \to \min \\ b_i^{in} - b_i^{out} = 0, \ i = \overline{2, m+1} \\ b_1^{in} - b_1^{out} = -1 \\ b_{m+2}^{in} - b_{m+2}^{out} = 1 \end{cases} \qquad (24)$$

Як було показано автором [14], поле імовірності урбанізації зручно описати за допомогою апарату нечіткої логіки [15].

У загальному випадку імовірність P записуємо у вигляді

$$P = F(h, \ l), \qquad (25)$$

де h, l — вхідні параметри, які визначаються згідно з (22) та (24) відповідно.

Як показали попередні дослідження [16, 17], найкращий рівень точності показав алгоритм нечіткого виведення Сугено [15]. За Сугено необхідно побудувати нечітку базу знань, кортежі якої матимуть вигляд:

$$\left(h = \tilde{a}_{1j} \ \Theta_j \ l = \tilde{a}_{2j}\right) \to y_j = b_{j0} + b_{j1}h + b_{j2}l, \ j = \overline{1, m}, \qquad (26)$$

де $\tilde{a}_{ij}$ — нечіткий терм, яким оцінюється змінні h, l в j-му правилі; Θ_j — логічна операція, що пов'язує фрагменти антецедента j-го правила; $\to$ — нечітка імплікація; b_{j0}, b_{j1}, b_{j2} — деякі дійсні числа, що формують висновки j-го правила y_j; m — кількість елементів нечіткої бази знань.

Ступінь належності вхідного вектора $X^* = \left(h^*, l^*\right)$ до висновків нечіткої бази знань y_j визначають таким чином:

$$\mu_{y_j}\left(X^*\right) = \mu_j\left(h^*\right) \chi_j \; \mu_j\left(l^*\right), \; j = \overline{1,m} \; , \qquad (27)$$

де $\mu_j(x)$ — функція належності входу x нечіткому терму $\tilde{a}_{ij}$; $\mu_{y_j}\left(\mathbf{X}^*\right)$ — функція належності виходу y_j; χ_j — t-норма.

У результаті нечіткого виведення для вхідного вектора $\mathbf{X}^*$ розраховуємо нечітку множину

$$\tilde{y} = \left(\frac{\mu_{d1}\left(\mathbf{X}^*\right)}{d_1}, \frac{\mu_{d2}\left(\mathbf{X}^*\right)}{d_2}, \ldots, \frac{\mu_{dm}\left(\mathbf{X}^*\right)}{d_m} \right), \qquad (28)$$

де множина нечітких термів $\left\{d_1, d_2, \ldots, d_m\right\}$ — носій нечіткої множини $\tilde{y}$.

Вихідне значення y отримують у процесі дефазифікації $\tilde{y}$. За алгоритм дефазифікації в роботі використано зрівноважену суму [15]

$$y = \sum_{j=1}^{m} \mu_{y_j}\left(\mathbf{X}^*\right) y_j \; , \qquad (29)$$

де y — нечіткий висновок.

Для розрахунку форми поля імовірності урбанізації можна скористатися методом побудови карт рекреаційних потенціалів [16]. Для цього карта території T покривається прямокутником $\Pi = [a,b] \times [c,d]$. Очевидно, що прямокутник Π містить множину (територію) T ($T \subset \Pi$). Прямокутник Π розбивається сіткою $\Delta = \Delta_x \times \Delta_y$, де

$$\Delta_x = \bigcup_{k=0}^{N} \left\{x_k\right\}, \qquad (30)$$

$$\Delta_y = \bigcup_{l=0}^{M} \left\{y_l\right\}, \qquad (31)$$

$$x_k = x_o + k h_x, \; k = \overline{0,N} \; , \qquad (32)$$

$$y_l = y_0 + l h_y, \; l = \overline{0,M} \; , \qquad (33)$$

$$h_x = \frac{b-a}{N}, \qquad (34)$$

$$h_y = \frac{d-c}{M} \; , \qquad (35)$$

де $(a,c),(b,d)$ — координати протилежних вершин прямокутника Π; Δ_x, Δ_y — величина граней сітки; $\left\{x_k\right\},\left\{y_l\right\}$ — координати вузлів сітки; N, M — кількість частин, на яку розбивається грань $[a,b]$ та $[c,d]$ прямокутника Π відповідно.

Для кожного вузла сітки визначаються значення вхідних параметрів. Отримані матриці є вхідними параметрами нечіткої функції поля імовірності урбанізації (1). Результатом розрахунку є матриця, яка визначає форму імовірності урбанізації Т.

Отримане поле імовірності та обмеження враховуються на останніх кроках рекурсії побудови афінних фракталів, тобто в момент розрахунку координат будинку. Якщо географічні координати будинку знаходяться в околі обмежень, будинок не ініціалізується. В іншому випадку визначається імовірність побудови будинку $p(x,y)$ з заданими географічними координатами x,y з матриці T. Визначається з рівномірного розподілу випадкове число $r \in [0;1)$. Якщо $r < p(x,y)$, будинок ініціалізується, в іншому випадку – ні. В результаті такого підходу будується стохастичний фрактал з розмірністю $1 < D < 2$. Положення будинків задається на останньому кроці рекурсії алгоритму у вигляді векторів $\vec{V}_h^i\left(z_{h1}^i, z_{h2}^i\right)$, $i = 1,m$, де m – кількість будинків.

В ході побудови фракталів на основі різних ініціаторів будинки можуть перекриватись. Тоді необхідно вилучити один з них у залежності від сфери впливу ініціатора. Перевагою підходу побудови форми населеного пункту на основі самоафінних фракталів є те, що з'являється можливість не тільки визначити координати будинків, але і їх орієнтацію. Тому в центрі міста, де спостерігається значне перекриття сфер впливу доріг, будинки можуть орієнтуватись вздовж різних ініціаторів. Це, на перший погляд, складає враження хаотичності в розбудові.

Нехай h_1 та h_2 відстані до першого та другого ініціатора від даних будинків, визначені на основі (20). Для вибору будинку, що вилучається, необхідно розрахувати нормовані відстані:

$$\overline{h}_i = \frac{h_i}{h_1 + h_2}, \; i = 1,2 \, . \qquad (37)$$

Визначається з рівномірного розподілу випадкове число $r \in [0;1)$. Якщо $r < h_1$ вилучається другий будинок. Тобто залишається будинок, орієнтований паралельно першому ініціатору. В іншому випадку вилучається перший будинок.

Для подальшого аналізу координати будинків зручно розташувати у матриці, аналогічно до поля імовірності. В загальному випадку дійсні та уявні частини вершин даних векторів не являються цілими числами. Зведення їх до цілочисельних індексів матриці призведе до втрати інформації про реальні напрямки будинків у просторі. Виходом з цієї ситуації є покриття досліджуваної території сіткою, якій відповідає комплексна матриця H. Комірки матриці заповнюються згідно з такими міркуваннями: якщо вершина вектора будинку належить комірці матриці, даній комірці присвоюються координати другої вершини вектора будинку. Всім порожнім коміркам присвоюється нульове значення. Тобто в усіх ненульових комірках вказуються реальні координати будинків:

$$\begin{aligned} &H\left(\mathrm{int}\left(\mathrm{Re}\left(z_{h1}^{i}\right)\right),\mathrm{int}\left(\mathrm{Im}\left(z_{h1}^{i}\right)\right)\right)=z_{h2}^{i},\\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad i=1,m \\ &H\left(\mathrm{int}\left(\mathrm{Re}\left(z_{h2}^{i}\right)\right),\mathrm{int}\left(\mathrm{Im}\left(z_{h2}^{i}\right)\right)\right)=z_{h1}^{i}, \end{aligned} \qquad (36)$$

де z_{h1}^{i}, z_{h2}^{i} – комплексні координати векторів будинків; $\mathrm{Re}(\ ), \mathrm{Im}(\ )$ – дійсна та уявна частина комплексного аргументу; $\mathrm{int}(\ )$ – функція округлення до цілого.

Якщо фрактал представлений у вигляді такої матриці, тоді фрактальну розмірність Хаусдорфа-Базікевича можна легко розрахувати згідно з [18]:

$$D(R)=2+\frac{\log(n_h/N)}{\log(R)}, \qquad (37)$$

де R – радіус (лінійний розмір) досліджуваної частини матриці H; N – кількість комірок, що містить досліджувана область; n_h – кількість непорожніх клітинок в досліджуваній області матриці H.

4. Алгоритм моделювання

Отже, запропоновано моделювати просторову форму туристичних поселень згідно з наступним алгоритмом (рис. 7).

Крок 1. *Створення нечіткої бази знань.*

Використовуючи ГІС системи, формується нечітка база знань (26). Для побудови навчальної множини згідно з (22) та (24) розраховуються значення h та l для випадкових географічних координат в околі реально існуючих туристичних поселень. В якості нечіткого висновку вказується рівень урбанізації території для вибраної точки. В результаті навчання формуються нечіткі терми та подукційні правила.

Крок 2. *Формування масиву ініціаторів.*

Використовуючи ГІС системи, формується масив векторів основних доріг населеного пункту. Визначається оптимальний розмір ініціатора у залежності від масштабу досліджуваної території. Кожен вектор дороги масштабується до розміру ініціатора за допомогою наступного афінного перетворення:

$$\vec{V}' = \frac{R}{|\vec{V}|}\cdot\left(\vec{V}-\frac{z_1+z_2}{2}\right)+\frac{z_1+z_2}{2}, \qquad (38)$$

де z_1, z_2 – координати вектора дороги $\vec{V}$ в комплексному вигляді; R – розмір ініціатора.

Крок 3. *Розрахунок поля імовірності урбанізації та обмежень.*

Використовуючи отриману нечітку базу знань, отриману на кроці 1, згідно з (29)-(35) розрахо-

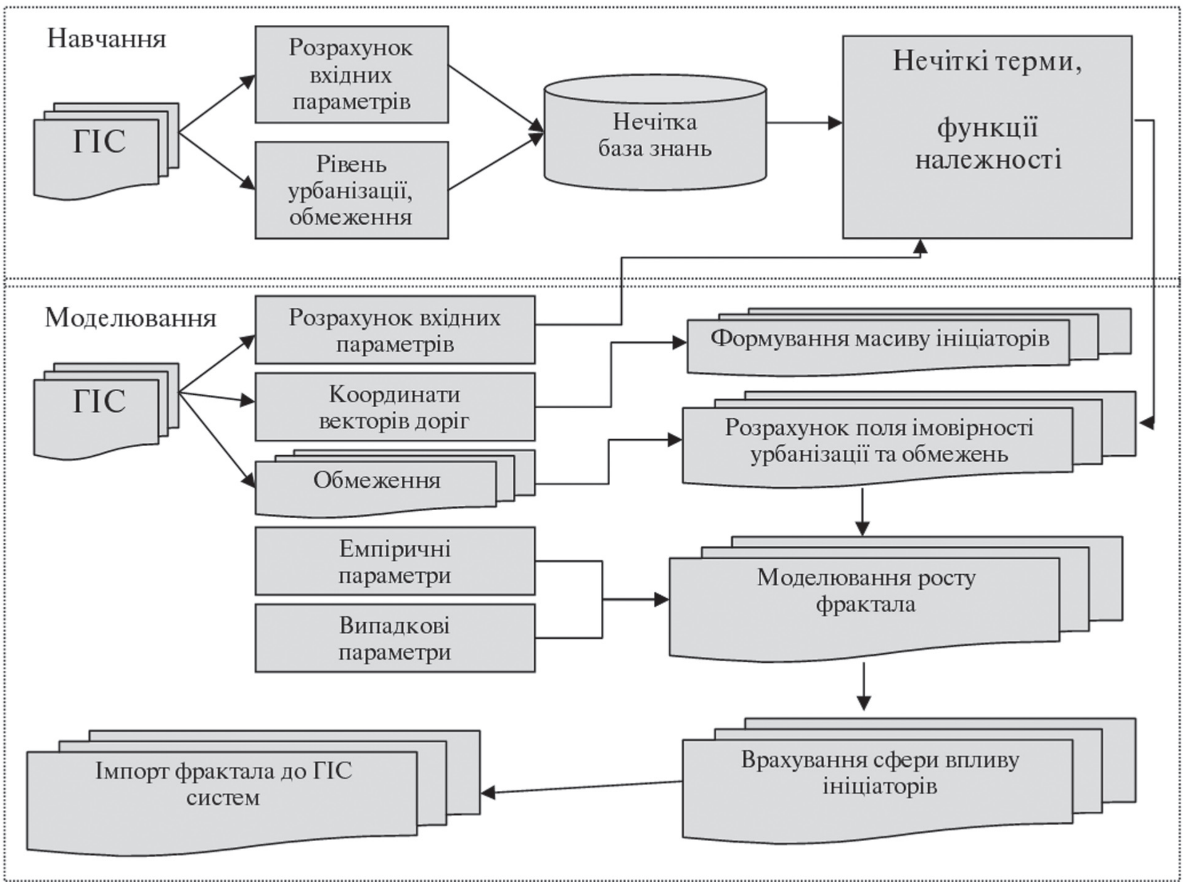


Рис. 7. Структурна схема алгоритму моделювання фрактальної структури туристичних поселень

вується матриця поля імовірності. За допомогою ГІС системи формуються матриці обмежень.

Крок 4. *Моделювання фракталу.*

За допомогою рекурсивних самоафінних фракталів (1)-(2), або (5)-(8) для кожного ініціатора будується фрактал з врахуванням поля імовірності та обмежень.

Крок 5. *Врахування сфери впливу ініціаторів.*

Згідно з вищенаведеним алгоритмом вилучаються близько розташовані будинки та будинки, що перетинаються, тобто ті, які потрапили у сферу впливу декількох ініціаторів.

Крок 6. *Представлення результату.*

Отриманий фрактал імпортується у ГІС системи у вигляді окремого прошарку.

5. Комп'ютерний експеримент

Для апробації моделі ми вибрали відоме курортне містечко українських Карпат — Ворохту (рис. 8, *б*). Як перше наближення під час розрахунку потенціального поля за вхідні параметри нечіткої моделі, основаної на алгоритмі нечіткого виводу Сугено, було вибрано координати гірськолижних витягів, віддалі до доріг і шлях дорогою до найближчого атрактора. Особливості рельєфу не враховували. Для формування продукційних правил нечіткої моделі використовувались ландшафтні дані урбанізованих територій Карпатського регіону, отримані за допомогою ГІС систем. Всього навчальна множина містила близько 1000 записів.

Розраховане навченою мережею нечітке імовірнісне поле представлено на рис. 8, *а*. З рисунку видно, що дане поле нагадує за формою урбанізовані території. В зоні максимальних забудов імовірність близька до 1. З віддаленням від центру міста імовірність спадає до 0. З рисунку видно, що градієнт спадання поля максимальний перпендикулярно до дороги. А вздовж доріг імовірність забудови спадає повільніше, що підтверджують висновки роботи [3].

В розрахунках використовувався алгоритм побудови самоафінного фракталу (1)-(2). Рівень рекурсії складав 14. Довжина ініціатора складала $l = 1000\,\text{м}$. Отже величина ініціатора 14-го рівня (тобто будинку) становить $l_{14} = S^{14} \cdot l_0 \approx 8\,\text{м}$. Час, затрачений на розрахунок становив $\sim 1\text{с}$ при частоті процесора Intel Core Duo 2000MHz. Отриманий після п'ятого кроку алгоритму фрактал наведений на рис. 8, *в*.

З порівняння отриманого фракталу та реального населеного пункту можна прийти до висновку, що фрактал повторює основні особливості форми Ворохти. На під'їздах до містечка будинки розташовуються вздовж доріг, а в центрі спостерігається складна структура кварталів, зумовлена перекриттям зон впливу декількох ініціаторів.

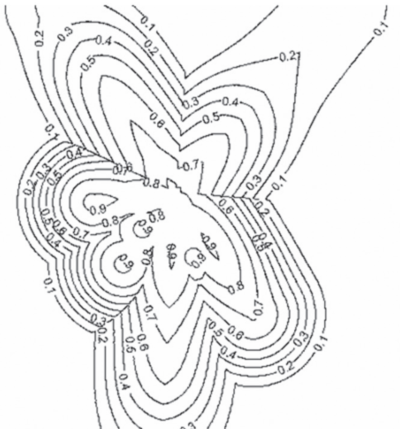
Критерієм ступеня схожості форми стохастичного фракталу до модельованого об'єкту виступає співвідношення, запропоноване Мандельбротом [18]:

$$\rho = \frac{P^{1/D}}{S^{1/2}}, \qquad (39)$$

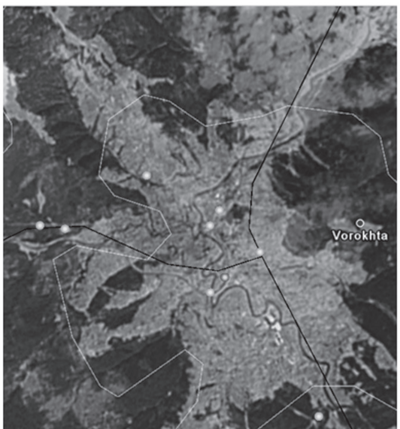
де P — периметр багатогранника; D — фрактальна розмірність; S — площа багатогранника.

Якщо багатогранники подібні, то дане співвідношення для розрахованого фракталу (ρ_F) та населеного пункту (ρ_S) мають бути близькими.

Розрахована фрактальна розмірність отриманого стохастичного фракталу згідно з (37) становить $D \approx 1{,}384$. Для розрахунку фрактальної розмірності Ворохти територія покривалась сіткою, якій ставилась у відповідність матриця H'. Коміркам таблиці, яким відповідала урбанізована територія, присвоювалось значення 1, для неосвоєних територій — 0. Аналогічно розрахована фрактальна розмірність Ворохти становить $D \approx 1{,}273$. Близькість до одиниці фрактальної розмірності свідчить про



а



б

в

Рис. 8. Ворохта: *а* — нечітке поле імовірності урбанізації; *б* — світлина з космосу; *в* — розрахований фрактал те, що структура міста ближче до лінійної, ніж до сферичної.

Периметри і площі побудованого фракталу та населеного пункту розраховувались шляхом підрахунку ненульових клітинок матриць H та H'. В результаті відхилення ρ_F від ρ_S становить 86%, що є підтвердженням адекватності та точності запропонованої моделі.

Висновки

У роботі наведено огляд можливих підходів до моделювання форм населених пунктів за допомогою самоафінних фракталів. Обґрунтовано математичні підходи до моделювання даних об'єктів. Представлено математичний вигляд афінних перетвореннь в комплексній формі. Наведено особливості розвитку та внутрішньої структури невеликих туристичних поселень.

Структурно представлено алгоритм моделювання фрактального росту поселень в нечіткому імовірнісному полі.

Обґрунтовано та наведено алгоритм розрахунку вхідних параметрів моделі. Представлено алгоритм побудови нечіткої бази знань та поля імовірності на основі нечіткого виводу Сугено. Запропоновано метод врахування імовірності забудови при рості самоафінного фракталу. Запропоновано метод врахування зони впливу декількох ініціаторів при моделюванні фрактального росту.

Розроблена методика моделювання фрактального росту населених пунктів представлена у вигляді покрокового алгоритму та структурної схеми.

Апробація алгоритму проводилась на туристичному курорті Українських Карпат – м.Ворохта. Отриманий фрактал за формою, розмірністю та ступенем схожості показав достатній рівень точності. Це підтверджує адекватність моделі.

До переваг такого підходу можна віднести можливість моделювання як форми, так і внутрішньої структури містечка за короткий проміжок часу. В той самий час, недоліком даного підходу є неможливість без додаткових наближень змоделювати динаміку зростання населеного пункту у часі.

Список літератури: 1. *Alexander, C.* A city is not a tree *// Architectural Forum,* 1965 – 122 (1) – с. 58-61 and (2) – с. 58-62. **2.** *Mandelbrot, B. B.* Stochastic models for the earth's relief, the hape and fractal dimension of coastlines and the number-area rule for islands // Proceedings of the National Academy of Sciences USA, 1975 – 72 – с. 3825-3828. **3.** *Doxiadis, C. A.* Ekistics: An Introduction to the Science of Human Settlements, Hutchinson, London, 1968. **4.** *Mandelbrot, B. B.* Fractals - a geometry of nature // New Scientist, 1990 – 127 – с. 38-43. **5.** *Qingsheng Yanga, Xia Lia, Xun Shi* Cellular automata for simulating land use changes based on support vector machines // Computers & Geosciences, 2008. – 34 – с. 592-602. **6.** *Teknomo K., Gerilla G.P., Hokao K.* Cellular Urban Descriptors of Lowland Urban Model // Proceedings of International Symposium of Lowland Technology, Bangkok, September 2004, с. 297-302. **7.** *Elisabete S., Keith C.* Complexity, emergence and cellular urban models: lessons learned from applying SLEUTH to two Portuguese metropolitan areas // European Planning Studies. 2005, – 13,1 – с. 93-115. **8.** *Couclelis H.* From cellular automata to urban models: new principles for model development and implementation // Environment and Planning B: Planning and Design. 1997, – 24(2) – с. 165-174. **9.** *Teknomo K., Gerilla G. P. and Hokao K.* Stochastic cellular model for lowland urban development // Lowland Technology Information Journal. 2006. – 8, 1 – с. 1-10. **10.** *Reps, J. W,* The Making of Urban America: A History of City Planning in the United States, Princeton University Press, Princeton, NJ. 1965. **11.** *M. Batty, P. Longley* Fractal cities, Academic Press, London and San Diego, 1996, 394 p. **12.** *Кроновер Р.М.* Фракталы и хаос в динамических системах / Р.М. Кронове. – Москва: Техносфера, 2006, 488 с. **13.** *Keeble, L.* Principles and Practice of Town and Country Planning, The Estates Gazette, London. 1959. **14.** *Виклюк, Я. І.* Методи побудови густини потенціального поля рекреаційної привабливості території [Текст] / Я.І. Віклюк // Штучний Інтелект. — 2009. — № 2. — С. 151-160. **15.** *Заде Л.А.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений [Текст] / Л.А. Заде. – Москва: Мир, 1976. – 165 с. **16.** *Виклюк, Я. І.* Моделювання флуктуацій росту та сегментації соціально-економічних об'єктів у процесі фрактального росту в нечіткому потенціальному полі [Текст] / Я.І. Віклюк // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. — 2009. — № 1. — С. 23-32. **17.** *Виклюк, Я. І.* Методологія прогнозування соціально-економічних процесів методами фрактального росту кристалів у нечіткому потенціальному полі [Текст] / Я.І. Віклюк // Вісник Тернопільського держ. техн. ун-ту. — 2008. — № 2. — С. 153-162. **18.** *Федер, Е.* Фракталы [Текст] / Е. Федер; пер.с англ. –М.:Мир, 1991, 254 с.

Надійшла до редколегії 12.04.2010 р.

УДК 004.942, 004.891.2

Методы фрактальной геометрии и нечеткой логики, как основа методики моделирования пространственной организации туристических поселений / Я.І. Виклюк // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. – 2010. – №1 (72). – С. 109–117.

В статье предложена методика моделирования пространственной организации туристических поселений. Основой методики являются самоафинные стохастические фракталы и вероятностное поле на основе нечеткой логики. В работе проводится обзор основных работ зарубежных авторов и представлен весь необходимый для моделирования математический аппарат. Разработанная методика приводится в виде вербального и структурного алгоритма. Апробация модели при моделировании пространственной структуры г.Ворохта показала высокий уровень адекватности и точности.

Ил. 8. Библиогр.: 18 назв.

UDK 004.942, 004.891.2

Methods of fractal geometry and fuzzy logic as basis of modeling methodology of tourist settlements spatial arrangement. / Ya. Vyklyuk // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. – 2010. – № 1 (72). – P. 109–117.

In this paper we represented methodology of tourist settelments spatial arrangement moddeling. Basis of the methodology are selfeinsteinium stochastic fractals and stochastic field on the fuzzy logic basis. There are overviews of main papers of foreign authors and whole mathematical apparatus needed for modeling. Methodology was presented as verbal and structural algorithms. Model approbation on city Vorohta showed high level of adequacy and accuracy.

Fig. 8. Ref.: 18 items.