УДК 519.65

АБДЕРРАЗИК МОХАМЕД, Д. Л. ЛЫСЕНКО

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ФУНКЦИИ АППРОКСИМАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В различных областях радиотехники и электроники широко используются различные нелинейные элементы. В их качестве обычно применяют магнитные, сегнетоэлектрические, полупроводниковые и другие элементы. Характеристики этих элементов в большинстве случаев хорошо известны и исследованы. Для расширения функциональных возможностей существующих нелинейных элементов можно использовать многозначные элементы, которые имеют несколько устойчивых состояний. Преимуществами использования многозначных элементов являются более простая реализация разнообразных логических схем, сокращение числа функциональных элементов, а, следовательно, повышение надежности. Нелинейная характеристика многозначного элемента отличается от характеристики обычного элемента наличием более сложной зависимости. Наглядно это можно продемонстрировать на примере кривой намагничивания нелинейных магнитных элементов, как показано на рис. 1.

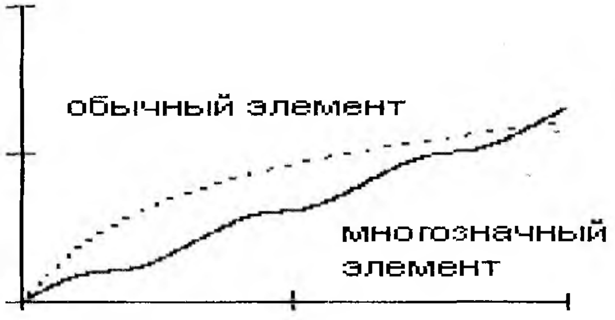


Рис. 1

При описании процессов, происходящих в нелинейном элементе при воздействии ЭМП, необходимо аппроксимировать его нелинейную характеристику. Математический аппарат аппроксимаций характеристики обычных нелинейных магнитных элементов хорошо разработан, но он не может быть применен для многозначных элементов, т.к. известные функции не позволяют получить характеристику, аналогичную показанной на рис. 1.

Статья посвящена построению функции, которая позволяла бы описывать характеристику нелинейного многозначного элемента с учетом скачкообразного характера поведения. При аппроксимации нелинейную характеристику представляют аналитическим выражением, графически или в виде таблицы, при этом каждый из способов имеет свои преимущества. Обычно предпочитают задавать нелинейную характеристику аналитическим выражением вида $Y = f(x, a_1, a_2, \dots a_n)$. Аппроксимирующая функция должна адекватно описывать поведение нелинейной характеристики, быть компактной, и ее решение не должно быть сложным. Приближенный характер зависимости может быть предварительно известен либо из физических закономерностей, описывающих явление, либо на основе проведенного эксперимента и предварительного анализа данных. Коэффициенты аппроксимации обычно получают на основе экспериментальных данных.

Выделяют два основных метода получения аппроксимирующей функции какой-либо экспериментальной характеристики:

1) метод кусочной аппроксимации;

2) замена всей характеристики либо ее характерных участков одним аналитическим выражением.

Рассмотрим использование обоих методов для построения кривой характеристики нелинейного элемента, подобной изображенной на рис. 1. При кусочной аппроксимации возникает необходимость разбиения полученной экспериментальной кривой на отдельные участки. Каждый участок представляет собой независимую кривую намагничивания отдельного элемента. На каждом из выбранных участков возможен выбор своей функции, причем в общем случае функции $f_1, f_2, \dots f_n$ могут быть различными. В конечном итоге аппроксимирующая функция на всем интервале изменения характеристики будет выглядеть следующим образом:

$$F(H)=\begin{cases} f_1(H,a_1,a_2...a_n), \text{ при } H_1 < H < H_2, \\ f_2(H,b_1,b_2...b_n), \text{ при } H_2 < H < H_3, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_x(H,z_1,z_{2...z_n}), \text{ при } H_{k-1} < H < H_k. \end{cases} \tag{1}$$

Преимуществом подобного метода является возможность точного подбора аппроксимирующей функции на каком-либо одном участке характеристики либо одновременно на всех. Каждая из вводимых функций $f_1 \ldots f_n$ может принадлежать к одной из известных групп: кусочно-линейной аппроксимации, дробно-линейной, арктангенсной, экспоненциальной, логарифмической, аппроксимации степенными полиномами, гиперболической, степенной, смешанной. В каждой из групп существует множество функций аппроксимации обычной нелинейной характеристики. К недостаткам кусочной аппроксимации необходимо отнести необходимость довольно точного определения участков разбиения. Увеличение таких участков влечет за собой сложность и громоздкость расчетов. Применение кусочной аппроксимации нелинейной характеристики многозначного элемента может быть оправдано при различных величинах отдельных участков или при необходимости точной аппроксимации на отдельно взятом, как правило, линейном, небольшом участке функции.

Кривая аппроксимирующей функции должна максимально точно описывать нелинейный характер исследуемой характеристики, т. е. получаемые результаты должны совпадать с результатами проведенного эксперимента на требуемом участке. Очевидно, что для характеристики многозначного элемента определить аппроксимирующую функцию достаточно трудно. В работе [1] представлена характеристика, имеющая сходство с требуемой (рис. 1.), которая аппроксимируется сложной интегральной функцией вида:

$$Y(x)=x\cdot\frac{\int_0^x\left(\frac{\sin a}{a}\right)^2 da}{[Si(x)]^2}. \tag{2}$$

Математический анализ такой функции для инженерных расчетов не применим.

Анализируя характер поведения кривой, представленной на рис. 1, было сделано предположение о возможности нахождения производной от нелинейной характеристики намагничивания и ее использовании для построения самой аппроксимирующей функции кривой намагничивания. Функция намагничивания имеет повторяющиеся участки, следовательно, ее первая производная должна быть периодической. Функция намагничивания имеет возрастающий характер, следовательно, ее первая производная должна быть неотрицательной. Наиболее просто в качестве первой производной использовать периодические тригонометрические функции $f(x)=\cos(x)$ либо $f(x)=\sin(x)$. Для выполнения требования неотрицательности необходимо взять абсолютное значение функции первой производной. Кривая намагничивания, как характеристика нелинейного многозначного элемента, образуется путем интегрирования функции первой производной в пределах $[0\ldots \mathrm{i}]$. Пределы интегрирования представляют собой изменения параметра на экспериментально полученной нелинейной характеристике. Полученная таким образом аналитическая кривая будет отображать экспериментальную характеристику в диапазоне изменения параметра $[0\ldots \mathrm{i}]$. Взаимосвязь полученной аналитической кривой и ее первой производной показаны на рис. 2.

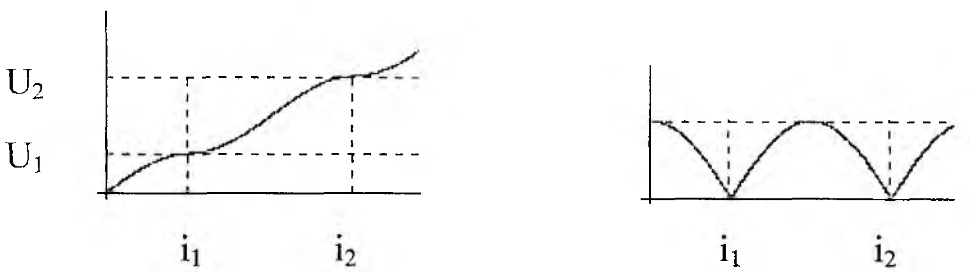


Рис. 2

Для соответствия экспериментальной кривой намагничивания $U(i)$ и аппроксимирующей функции $F(i)$ необходимо введение масштабного коэффициента α:

$$\alpha = \frac{U(i_1)}{F(i_1)}. \tag{3}$$

Согласование периодов изменения экспериментальной кривой и теоретической функции проведем путем введения параметра τ. Выбирая в качестве функции первой производной $f(x)$ функцию $\sin(x)$ и учитывая масштабный коэффициент α и параметр τ, получим следующий вид аппроксимирующей функции:

$$F(i) = \alpha \cdot \int_0^i \left| \sin\left(\pi \cdot \frac{x}{\tau} \right) \right| dx. \tag{4а}$$

Если в качестве первой производной $f(x)$ выбрать функцию $\cos(x)$, то аппроксимирующая функция будет выглядеть следующим образом:

$$F(i) = \alpha \cdot \int_0^i \left| \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{\tau} \right) \right| dx. \tag{4б}$$

Вид аппроксимирующих функций на начальном участке намагничивания показан на рис. 3, а и 3, б соответственно.

Рис. 3

В общем случае характер поведения основной кривой однозначно определяет поведение ее первой производной. При выполнении требований периодичности и неотрицательности на всем диапазоне изменения переменной, после интегрирования функции первой производной должна получаться кривая, аналогичная изображенной на рис. 1. В качестве первой производной может представлять интерес выбор других периодических неотрицательных функций, например, таких, как циклоида или циклоида с вершиной в начале.

Предложенной методике аппроксимации нелинейной характеристики многозначного элемента присущ следующий недостаток. Функции (4а) и (4б) при увеличении параметра i неограниченно возрастают. Нелинейная характеристика реального многозначного элемента $U(i)$ имеет какой-то предел, соответствующий насыщению магнитного материала. В формулах (3а) и (3б) это обстоятельство не учитывается. Для преодоления этого недостатка проанализируем, как должна вести себя функция первой производной. При наступлении насыщения кривая намагничивания перестает изменяться $\Delta F = 0$, следовательно, первая производная должна обращаться в нуль. Если значение параметра i меньше величины, соответствующей насыщению, то функция первой производной должна изменяться по установленному закону. Для реализации требуемого условия необходимо ввести ограничение для функции первой производной так, чтобы выполнялись условия:

$$f(x) = \begin{cases} \left| \sin\left(\pi \cdot \dfrac{x}{\tau} \right) \right|, \text{при } x < x_{\max}; \\ 0, \text{при } x > x_{\max}. \end{cases} \tag{5}$$

Выполнение этих условий наиболее просто реализовать путем введения функции Хевисайда, принимающей значение 1, если требуемый параметр меньше порогового значения, и принимающей значение 0, если параметр превышает пороговое значение. В этом случае конечный вид первой производной аппроксимирующей функции выглядит следующим образом:

$$f(x) = \alpha \cdot \left[\sigma(x) - \sigma(x - i_{\max})\right] \cdot \left|\sin\left(\pi \cdot \frac{x}{\tau}\right)\right|, \tag{6}$$

где α – масштабный коэффициент амплитуды; τ – масштабный коэффициент периода; i_{max} – значение тока на экспериментальной кривой, соответствующее режиму насыщения; $\sigma(i)$ – функция Хевисайда.

Интегрируя первую производную в пределах изменения параметра $i \in (0, i)$, получим искомое выражение для функции аппроксимации нелинейной характеристики многозначного элемента:

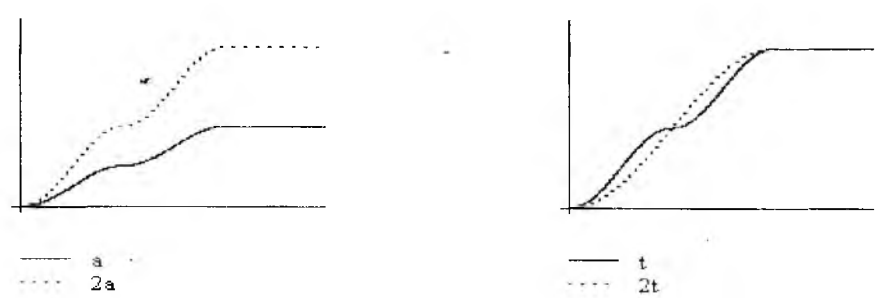
$$F(i) = \int_0^i f(x)dx. \tag{7}$$

На рис. 4 показан характер поведения функции намагничивания магнитного материала и ее первой производной при выполнении условия ограничения кривой первой производной функцией Хевисайда.

а) б)

Рис. 4

Рассмотрим поведение функции (7) при изменении ее периода и значения масштабного коэффициента α. Изменение функции $F(i)$ при изменении масштабного коэффициента амплитуды α изображено на рис. 5а. Увеличение этого коэффициента вызывает "растягивание" кривой $F(i)$ вдоль оси U, не изменяя при этом периода колебаний первой производной $f(x)$. При увеличении параметра периода τ происходит "растягивание" кривой $F(i)$ вдоль оси i, как показано на рис. 5, б.



а) б)

Рис. 5

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что сложную нелинейную характеристику со ступенчатым изменением получают путем интегрирования в требуемых пределах периодической неотрицательной функции. В работе в качестве такой функции предложено использовать тригонометрические функции f(x)=sin(x) и f(x)=cos(x). Период изменения функции первой производной зависит от выбора параметра τ. Амплитуда функции аппроксимации зависит от масштабного коэффициента α. Выбирая значения α и τ, соответствующие аналогичным параметрам экспериментальной кривой, можно получить требуемое приближение аппроксимирующей к реальной.

В статье рассмотрена методика построения аппроксимации функции нелинейной характеристики с несколькими устойчивыми состояниями на основе анализа ее первой производной. Такой подход может быть полезен при математическом моделировании, анализе и синтезе систем на основе многозначных элементов. Экспериментальное применение полученного аналитического выражения при соответствующем выборе параметров α и τ дает возможность оценить поведение мультистабильной характеристики нелинейного элемента. Предлагаемая методика позволяет довольно просто решать подобные задачи с помощью ЭВМ. Авторы выражают П. И. Чередникову свою признательность за помощь, оказанную при исследованиях.

Список литературы: *Л. М. Краснов.* О линейном кодировании радиоимпульсных сигналов // Радиотехника. 1971. № 19. С. 45.

Харьковский технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 12.12.2000