ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ НАСТРОЕК РЕАЛЬНЫХ ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИХ БЛОКОВ И ЗВЕНЬЕВ, ВВОДИМЫХ В ОДНОКОНТУРНУЮ САР С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ

В. З. Магергут

Новомосковск

Предлагаемый ниже метод рассматривается для дифференцирующих (*Д*, *У*) звеньев*, вводимых в одноконтурную САР с запаздыванием по одной из перечисленных ниже (или сводящихся к ним) схем (рис. 1): *1* — производная от ошибки; *2* — между звеньями; *3* — производная от выходной величины; *4* — охват всей системы стабилизирующим устройством; *5* — прямая связь с усилительным звеном; *6* — в рассечку схемы.

Настройки регуляторов с введением первой или второй производных рассчитываются данным методом, если они образованы по одной из перечисленных выше схем, часто применяемых на практике.

Метод также полностью применим в процессе расчета высокоточных САР [1], образованных за счет введения дифференцирующих звеньев. Он основывается на результатах исследований М. В. Меерова, касающихся определения основных свойств САР из кривой *Д*-разбиения [1]. Работой М. В. Меерова [1] доказывается, что существенное улучшение

* Здесь и далее $Д_1$-звеньями названы дифференцирующие звенья первого порядка (первая производная); *У*-звеньями — звенья второго порядка (вторая производная).

качественных показателей (увеличение быстродействия, запаса по модулю и фазе, уменьшение статической ошибки и др.) для рассматриваемых схем включения первой и второй производных может быть достигнуто при условии увеличения критического коэффициента усиления системы, т. е. увеличение критического коэффициента усиления системы ($K_{кр_c}$) является наиболее существенным критерием улучшения качества регулирования при введении воздействия по производным.

Поэтому в дальнейшем под оптимальными значениями параметров *Д* (*У*)-блока (звена) будем понимать значения параметров, дающих максимальный критический коэффициент усиления системы.

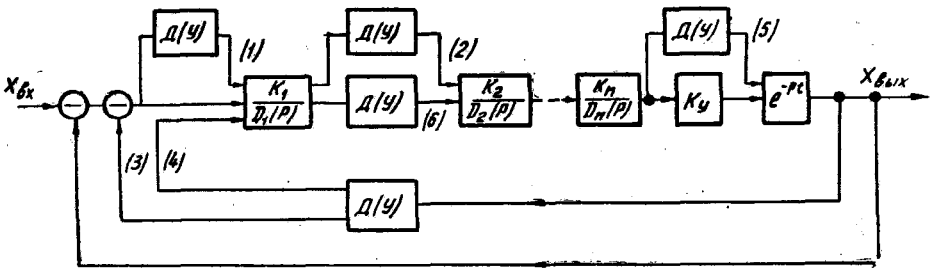


Рис. 1. Рассматриваемые способы включения производных (нумерация способов дана в скобках).

Определение оптимальных настроек следует проводить в том случае, если значения параметров дифференцирующих блоков (звеньев) не превосходят критические [2].

Ниже описывается метод определения оптимальных настроек, а доказательство его дано в приложении. Метод рассмотрен параллельно для первой и второй производных.

Для расчета настроек АФХ *Д*-блока (звена) аппроксимируется АФХ реальной положительной первой производной с передаточной функцией первого вида $W_1(p) = \frac{m\tau p}{1+\tau p}$ $(m > 0)$ или второго — $W_2(p) = K\frac{Tp+1}{\tau p+1} \times$ $\times (T > \tau)$. АФХ *У*-блока (звена) аппроксимируется АФХ звена, передаточная функция которого представляет собой квадрат передаточной функции названной выше производной.

На комплексной плоскости (см. рис. 2—4) строится годограф Михайлова разомкнутой САР, взятый с обратным знаком $\left[-D(i\omega) = -\prod_{i=1}^{n} D_i(i\omega)\right]$, а затем поворачивается каждый вектор частоты ωi на угол ωit против часовой стрелки (t — время запаздывания); таким образом получается годограф для САР с запаздыванием $[-D(i\omega)e^{i\omega t}]$.

Далее возможны два варианта решения:

1) отыскивается оптимальное значение постоянной времени ($\tau_{опт}$) звена производной при заданном значении m;

2) отыскивается оптимальное значение коэффициента передачи ($m_{опт}$) или постоянной времени ($T_{опт}$) при заданном значении τ.

Для решения первой задачи в первом квадранте строится: для *Д*-блока (звена) — полуокружность диаметром m с центром на положительном направлении действительной оси на расстоянии $L_1 = K_1 + \frac{m}{2}$ от начала координат (рис. 2); для *У*-блока (звена) — кривая, эквива-

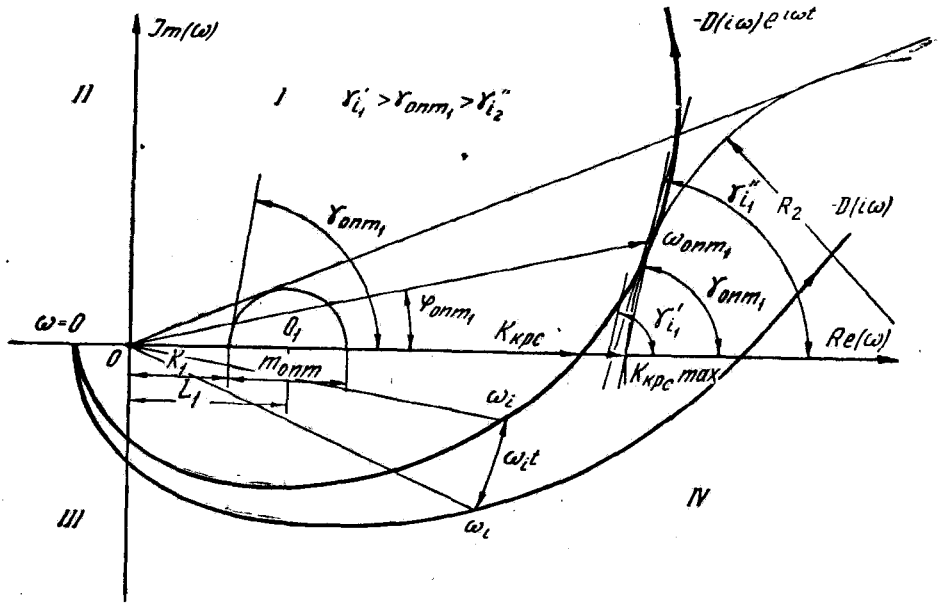


Рис. 2. Графический метод определения оптимальных настроек блоков и звеньев первой производной.

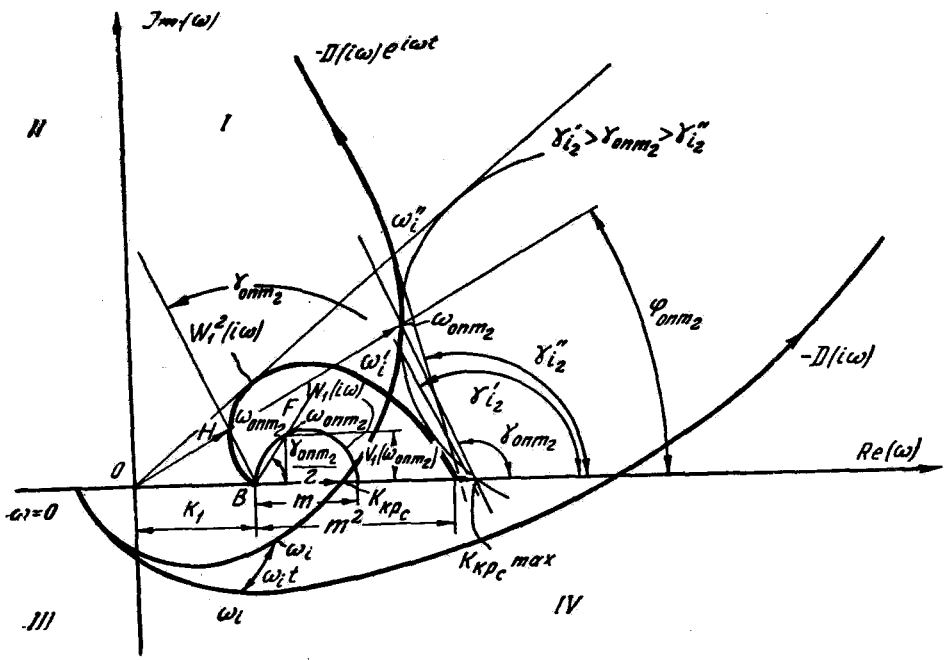


Рис. 3. Графический метод определения оптимальных настроек блоков и звеньев второй производной с $W(p) = W_1^2(p)$.

лентная АФХ звена второй производной с основанием m^2 для $W_1(p)$ (рис. 3); основанием (m^2+2mk) для $W_2(p)$ (рис. 4) и началом на расстоянии $L_2 = K_1$ от начала координат. Значение m выбирается исходя из наилучшего совпадения с АФХ $Д(У)$-звена или берется ряд значений m_i в соответствии с возможными изменениями АФХ $Д(У)$-блока. Начальные точки АФХ $Д(У)$-блока (звена) и полуокружности (кривой)

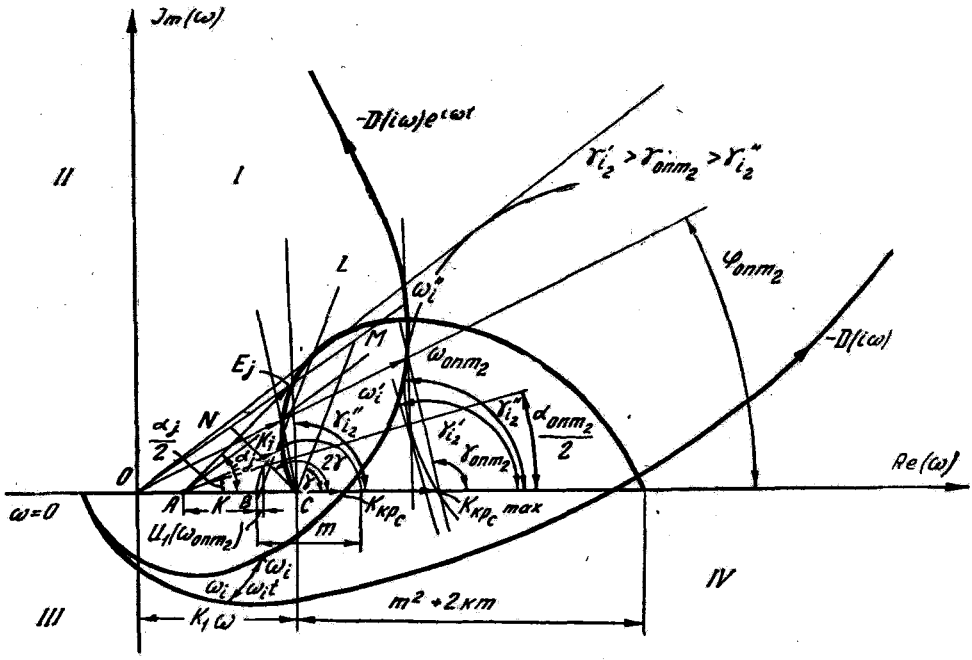


Рис. 4. Графический метод определения оптимальных настроек блоков и звеньев второй производной с $W(p) = W_2^2(p)$.

должны совпадать. Величина K_1 выбирается в зависимости от схемы включения, передаточной функции аппроксимирующего звена и порядка звена, согласно данным таблицы.

Номер схемы	Первая производная	Первая и вторая производные	Вторая производная
	$W_2(p)$	$W_1(p)$	$W_2(p)$
1, 2, 3, 4	$K_1 = 1 + k$	$K_1 = 1$	$K_1 = 1 + k^2$
5	$K_1 = k_y + k$	$K_1 = k_y$	$K_1 = k_y + k^2$
6	$K_1 = k$	$K_1 = 0$	$K_1 = k^2$

Из начала координат проводится касательная к полуокружности (кривой), а затем — вторая полуокружность (кривая), подобная данной и касающаяся годографа и касательной САР с запаздыванием. Точка касания с годографом определяет оптимальную частоту $\omega_{опт_1}$ (соответственно $\omega_{опт_2}$) и углы $\gamma_{опт_1}$, $\varphi_{опт_1}$, $\gamma_{опт_2}$ и $\varphi_{опт_2}$, по которым на основании приводимых ниже формул находят $\tau_{опт}$ и $T_{опт}$:
для первой производной

$$\tau_{опт_1} = \frac{1}{\omega_{опт_1} \operatorname{tg} \gamma_{опт_1}}; \qquad (1)$$

$$T_{\text{опт}_1} = \frac{(m+k)}{k}\tau_{\text{опт}_1}; \tag{2}$$

для второй производной с $W(p) = W_1^2(p)$ (рис. 3)

$$\tau_{\text{опт}_2} = \frac{1}{\omega_{\text{опт}_2}\operatorname{tg}\frac{\gamma_{\text{опт}_2}}{2}} \tag{3}$$

или

$$\tau_{\text{опт}_2} = \frac{1+\cos\gamma_{\text{опт}_2}}{\omega_{\text{опт}_2}\sin\gamma_{\text{опт}_2}}. \tag{4}$$

Для второй производной с $W(p) = W_2^2(p)$ (рис. 4)

$$\tau_{\text{опт}_2} = \frac{1}{\omega_{\text{опт}_2}\operatorname{tg}\gamma_{\text{опт}_2}} \cdot \frac{1}{1-a}, \tag{5}$$

где

$$a = \frac{m}{2[k+U_1(\omega_{\text{опт}_2})]}. \tag{5а}$$

В свою очередь, $U_1(\omega_{\text{опт}_2})$ — действительная часть звена $\frac{m\tau p}{1+\tau p}$ при $\omega_{\text{опт}_2}$ (рис. 4), определяемая величиной отрезка действительной оси между началом полуокружности (точка B для $W_2(p)$, отстоящая на расстояние K_1 от начала координат, где K_1 — величина из первого столбца таблицы) и точкой, отсекаемой перпендикуляром, который опущен на действительную ось из точки пересечения данной полуокружности с лучом, проводимым под углом $\frac{\alpha_{\text{опт}_2}}{2}$ из точки B действительной оси, отстоящей от начала координат на величину $(K_1 - k)$ (K_1 — величина из первого столбца таблицы).

Значение $T_{\text{опт}_2}$ определяется формулой

$$T_{\text{опт}_2} = \frac{(m+k)}{k}\tau_{\text{опт}_2}. \tag{6}$$

Для проверки, а в ряде случаев и для более точного расчета, $\tau_{\text{опт}}$ рассчитывается через $\operatorname{tg}\varphi_{\text{опт}}$ по формулам:

для первой производной

$$\tau_{\text{опт}_1} = \frac{m - \sqrt{m^2 - 4K_1(m+K_1)\operatorname{tg}^2\alpha_{\text{опт}_1}}}{2(m+K_1)\operatorname{tg}\varphi_{\text{опт}_1}\omega_{\text{опт}_1}}; \tag{7}$$

для второй производной с $W(p) = W_1^2(p)$

$$\tau_{\text{опт}_2} = \frac{V_1(\omega_{\text{опт}_2})\sqrt{V_1^2(\omega_{\text{опт}_2}) - \left[K_1\operatorname{tg}\varphi_{\text{опт}_2} - V_1^2(\omega_{\text{опт}_2})\operatorname{tg}\varphi_{\text{опт}_2}\right]}}{\omega_{\text{опт}_2}\operatorname{tg}\varphi_{\text{опт}_2}V_1(\omega_{\text{опт}_2})}, \tag{8}$$

где $V_1(\omega_{\text{опт}_2})$ — мнимая часть звена $\frac{m\tau p}{1+\tau p}$ при $\omega_{\text{опт}_2}$ (рис. 3), которая определяется длиной перпендикуляра, опущенного на действительную ось из точки пересечения данной полуокружности с лучом, проводимым под углом $\frac{\gamma_{\text{опт}_2}}{2}$ из точки $(K_1, 0)$;

для второй производной с $W(p) = W_2^2(p)$

$$\tau_{\text{опт}_2}^2 = \frac{1}{\omega_{\text{опт}_2}^2}\left\{\frac{2[k+U_1(\omega_{\text{опт}_2})]}{(K_1+U_1(\omega_{\text{опт}_2})\{2[k+U_1(\omega_{\text{опт}_2})]-m\})\operatorname{tg}\varphi_{\text{опт}_2}} - 1\right\}, \tag{9}$$

где $U_1(\omega_{\text{опт}_2})$ определяется так же, как для формулы (5а).

Вторая подобная полуокружность (кривая) отсекает на положительном направлении действительной оси отрезок, равный максимальному

критическому коэффициенту усиления системы — $K_{кр_{c}max}$, получаемого при оптимальных настройках. Его же можно получить, проводя из точки годографа с частотой $\omega = \omega_{опт}$ секущую под углом $\gamma = \gamma_{опт}$, взятого в соответствии с вводимым в САР звеном.

Для ряда значений m_i принимается настройка, которая дает наибольший максимальный критический коэффициент усиления системы и наилучшую аппроксимацию АФХ $Д(У)$-блока.

Для решения второй задачи через точки годографа САР с запаздыванием со значением частот ω_i проводятся секущие под углом к действительной оси, определяемым из следующих фазовых соотношений:

для звена первой производной

$$\operatorname{tg}\gamma_i = \frac{1}{\tau\omega_i}, \tag{10}$$

для звена второй производной с $W(p) = W_1^2(p)$

$$\operatorname{tg}\gamma_{i_2} = \frac{2\tau\omega_i}{\tau^2\omega_i^2 - 1} \tag{11}$$

или из соотношения $\gamma_{i_2} = 2\gamma_{i_1}$, где γ_{i_1} — угол, определяемый из (10).

Для звена второй производной с $W(p) = W_2^2(p)$ построение угла γ_{i_2} производится следующим образом (рис. 4). На годографе для САР с запаздыванием выбирается точка с частотой ω_i и соединяется с началом координат. Из точки C проводятся два луча CM и CN под углами γ и 2γ к оси абсцисс, а из точки B — луч BL под углом γ. Последний определяется равенством

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{1}{\tau\omega_i}. \tag{12}$$

Проводится луч AE_j (точка E_j лежит на прямой MN), а угол α_j делится лучом AK_j пополам. Точка E_j подбирается таким образом, чтобы выполнялось равенство

$$|AK_j|^2 = |AE_j|. \tag{13}$$

При этом луч CE_j, проведенный через точки C и E_j, определяет искомый угол γ_{i_2}.

По секущей, которая дает максимальный критический коэффициент усиления системы, определяется $\omega_{опт}$ на годографе и $\gamma_{опт}$, а в результате проведения полуокружности с центром на оси абсцисс через точки B и K_j для данного случая получается $m_{опт}$.

Для остальных случаев в зависимости от схемы включения и передаточной функции $Д(У)$-блока по таблице выбирается значение K_1; затем проводится линия, соединяющая начало координат с точкой $\omega_{опт}$ на годографе, и линия под углом $\gamma_{опт}$ из точки с координатами $(K_1, 0)$. При этом получается точка пересечения линий и $\varphi_{опт}$.

Через полученную точку пересечения и точку $(K_1, 0)$ проводится полуокружность (для случая введения $Д$-блока (звена)) с центром на положительном направлении действительной оси или кривая, подобная АФХ звена второй производной (для случая введения $У$-блока (звена), лежащая в первом квадранте, и получаются при этом соответственно значения $m = m_{опт}$ и $m^2 = m^2_{опт_2}$. Значение $m_{опт_2}$ при $W(p) = W_1^2(p)$ можно определить другим путем.

Под углом $\gamma_{опт_2}$ к оси абсцисс проводится луч и на нем откладывается отрезок

$$BF = \sqrt{BH}. \tag{14}$$

Через точки B и F проводится полуокружность с центром на оси абсцисс. Диаметр полуокружности определяет $m = m_{опт_2}$.

Для $W_2(p)$ дополнительно находится $T_{опт}$ по формулам (2) или (6) при подстановке $m = m_{опт}$ и заданного значения τ.

Для случая $K_1 = 0$ при $W_1(p)$ вторая подобная полуокружность обращается в прямую (полуокружность бесконечно большого радиуса), а настройка $\tau_{опт} \to 0$, что сводится к идеальному дифференцированию и, следовательно, значение $m_{опт}$ практически получить нельзя. Для существующих $Д(У)$-блоков случай $K_1 = 0$ не встречается.

Наконец, возможен третий вариант решения задачи, применение которого может оказаться желательным при синтезе САР.

Выбирается желаемое значение $K_{кр с max}$ (но не более получаемого при идеальном дифференцировании [3]) и проводится секущая под углом γ через точку с $K_{кр с max}$ (угол γ также не должен превышать угла, получаемого при идеальном дифференцировании, т. е. $\gamma < \frac{\pi}{2}$ для первой производной и $\gamma < \pi$ — для второй).

Из формул (1) при введении первой производной или (3) и (4) при введении второй с $W(p) = W_1^2(p)$ определяется значение τ, необходимое для получения $K_{кр с max}$. Далее задача решается по второму варианту, т. е. определение $m_{опт}$ при найденном τ; затем по найденным $\tau_{опт}$ и $m_{опт}$ подбирается реальный $Д(У)$-блок (звено).

Для случая введения второй производной с $W(p) = W_2^2(p)$ значение τ определяется из (5) и (5а) с использованием (13) и построений, обратных описанным выше для второго варианта решения задачи с $W(p) = W_2^2(p)$, т. е. построение начинается при условии, если известен угол $\gamma_{опт}$, и отыскиваются значения γ и 2γ с использованием (13), а затем — τ по первому варианту при найденном m.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство первого варианта решения задачи применительно к первой производной с $W(p) = W_1(p)$, данное в работе [1], основывается на свойствах подобия фигур.

Доказательство для звена второго вида $W_2(p)$ может быть проведено подобно доказательству для звена первого вида, поскольку звено с $W_2(p)$ можно представить как прямую связь усилительного (с коэффициентом усиления k) и дифференцирующего звеньев с передаточной функцией первого вида при m, взятом по равенству

$$m = k\left(\frac{T-\tau}{\tau}\right). \qquad (1п)$$

Для второй производной доказательство можно провести по аналогии.

Таблица получается при рассмотрении $Д$-разбиения по коэффициенту усиления системы, получаемого из характеристического уравнения замкнутой САР для рассматриваемых схем включения.

При этом уравнения кривой $Д$-разбиения по коэффициенту усиления для одноконтурной САР с запаздыванием при сведении $W_2(p)$ к $W_1(p)$ имеют вид:

для первой производной

$$\overline{K} = -\frac{D(i\omega)\, e^{i\omega t}}{K_1 + \frac{m\tau i\omega}{1+\tau i\omega}}; \qquad (2п)$$

для второй производной с $W_1^2(p)$

$$\overline{K} = -\frac{D(i\omega)\,e^{i\omega t}}{K_1 + \left(\frac{m\tau i\omega}{1+\tau i\omega}\right)^2}; \qquad (3п)$$

для второй производной с $W_2^2(p)$

$$\overline{K} = -\frac{D(i\omega)\,e^{i\omega t}}{K_1 + \frac{2km\,\tau i\omega}{1+\tau i\omega} + \left(\frac{m\tau i\omega}{1+\tau i\omega}\right)^2}, \qquad (4п)$$

где $D(i\omega)$ — годограф Михайлова для разомкнутой САР.
Из (2п) — (4п) становится понятной необходимость поворота годографа Михайлова.

Формулы (1) — (9) получаются при рассмотрении фазовых и числовых соотношений АФХ звеньев первой и второй производных с передаточными функциями $W_1(p)$ и $W_2(p)$. Частный случай формулы (7) при $m = 1$ и $K_1 = 1$ описан в работе [1].

Доказательство второго варианта может основываться на свойствах подобных треугольников, получаемых при проведении секущей через ω_i, линии, соединяющей начало координат с ω_i, и линии, проводимой параллельно секущей из точки с координатами $(K_1; 0)$, с учетом доказательств первого варианта и формул (2п) — (4п). Формулы (10) — (14) также получаются из фазовых и числовых соотношений названных выше звеньев.

Геометрические построения получаются при геометрической интерпретации выражений (2п) — (4п) с учетом получаемых формул (1) — (14).

Доказательство третьего варианта вытекает из двух первых.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. В. Мееров. Синтез структур системы автоматического регулирования высокой точности. Изд-во «Наука», М., 1967.

2. В. З. Магергут, М. Б. Карцынель. Определение критических параметров звеньев реальных положительных первой и второй производных. Сб. «Приборы и системы автоматики», вып. 11. Изд-во ХГУ, 1970.

3. М. А. Айзерман. Об увеличении критического значения коэффициента усиления одноконтурной системы автоматического регулирования введением воздействия по производным. «Автоматика и телемеханика», 12, 2 (1951).

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ РАБОТЫ ТРАНЗИСТОРНОГО КЛЮЧА В РЕЖИМЕ ПРЕДЕЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ

Л. А. Полосухина

Харьков

В различных устройствах автоматики и вычислительной техники иногда требуется коммутация постоянного напряжения с частотой до сотен килогерц и минимальными остаточными напряжениями на коммутируемых элементах. Для этих целей наиболее пригодны диффузионные транзисторы, в которых, по справочным данным, время включения и выключения лежит в пределах 1—2 *мксек*, а остаточные напряжения можно свести к нулю. Однако на практике из-за больших сопротивлений нагрузки сказывается влияние разрядной и диффузионной составляющих емкости переходов и поэтому паспортные данные транзисторов по быстродействию без принятия специальных мер реализовать не удается.