УДК 510.62

В. П. КОЛЬЦОВ, канд. техн. наук,
Ю. П. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО, д-р техн. наук

О СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ АЛГЕБРЫ ИДЕЙ

В этой статье рассматриваются содержательные интерпретации алгебры идей. Первую из них назовем смысловой интерпретацией алгебры идей. В ней элементы множества S_n интерпретируем как мысли или идеи, возникающие в уме данного человека. Именно этой интерпретации алгебра идей обязана своим названием. Конкретного человека, интеллектуальная деятельность которого подвергается изучению, будем называть испытуемым. Того, кто производит опыты над испытуемым, называем исследователем. Множество S_n интерпретируем как совокупность всевозможных мыслей, которые исследователь может возбудить в уме испытуемого. Желаемую мысль исследователь может возбудить в сознании испытуемого, предъявляя ему специально подобранный текст. Мысль, возникающую в уме испытуемого в результате понимания предъявленного ему текста, назовем смыслом этого текста.

Каждый текст, используемый исследователем, должен быть понятным испытуемому, т. е. должен вызывать в его уме вполне определенную мысль. Это требование назовем условием смысловой определенности текста. Оно может не выполниться, если предъявить испытуемому невнятно произнесенные фразы, неразборчиво написанные тексты, тексты на незнакомом языке, тексты с неизвестными знаками, словами и словесными оборотами, тексты с неправильной или непонятной испытуемому грамматической структурой. Исследователь не должен допускать, чтобы испытуемый был вынужден гадать, что же именно означает предъявленный ему текст. Однако тексты, имеющие несколько различных смысловых значений, допускаются. В этом случае под смыслом текста понимается совокупность всех возможных его смысловых значений. Примером двусмысленного текста может служить фраза «Дочь бранит мать».

Каждая мысль, возбуждаемая исследователем в уме испытуемого, должна однозначно определяться порождающим ее текстом. Это требование назовем условием смысловой однозначности текста. Оно означает, что при повторном предъявлении текста в уме испытуемого должна возникать та же самая мысль. Этого можно достичь, если каждый текст, предъявленный испытуемому, будет восприниматься им как изолированный. Такой текст не должен связываться испытуемым с каким бы то ни было контекстом, вообще — с какой-либо информацией, которая могла бы изменить его смысл. Невыполнение указанных условий приводит к потере исследователем контроля над мыслями испытуемого. В этом случае эффективное изучение механизма мыслительной деятельности человека становится невозможным.

Отношение равенства, заданное на множестве S_n, интерпретируем как способность испытуемого устанавливать совпадение или различие любых мыслей, возникающих в его уме. Пользуясь этой способностью испытуемого, исследователь всегда может проверить выполнение условий смысловой определенности и однозначности текста. Эти условия будут выполняться, если любые две мысли, возбуждаемые одним и тем же текстом в уме испытуемого, всегда воспринимаются им как идентичные. Существуют различные тексты, обладающие одним и тем же смыслом. Тексты, имеющие один и тот же смысл, будем называть тождественными. Примером текстов с одинаковым смыслом могут служить предложения «Идет дождь или светит солнце» и «Светит солнце или идет дождь». Вместе с тем существуют тексты, имеющие разные смыслы. Например, для любого человека, владеющего русским языком, фразы «Идет дождь» и «Светит солнце» имеют различный смысл.

Возьмем предложение A «Идет дождь» и предложение B «Светит солнце» и образуем из них предложение C «Идет дождь или светит солнце». Смысл последнего предложения представляет собой множество трех смысловых значений, выражаемых фразами «Идет дождь», «Светит солнце» и «Идет дождь и светит солнце». Продемонстрированный на этом примере способ образования мысли C, заданной текстом C, из произвольно взятых мыслей a и b, заданных текстами A и B, рассматриваем как операцию дизъюнкции $c=a\vee b$ алгебры идей. Смысл предложения C просматриваем как логическую сумму смыслов предложений A и B. Нетрудно убедиться в том, что так заданная операция дизъюнкции мыслей подчиняется аксиомам идемпотентности, коммутативности и ассоциативности. Союз *или* рассматриваем как имя операции дизъюнкции мыслей. Смысл любого противоречивого текста, например, фразы «Идет дождь, и не идет дождь», рассматриваем как нулевую идею. Такой смысл, как нетрудно убедиться, удовлетворяет аксиоме нуля. Смысл любого бессодержательного текста, например, фразы «Идет дождь, или не идет дождь», рассматриваем как единичную идею. Такой смысл подчиняется закону единицы.

Переходим к рассмотрению второй содержательной интерпретации алгебры идей, называемой нами ситуационно-предикатной. Будем формально представлять испытуемого в виде полного конечного автомата [1, с. 58], задаваемого функцией переходов

$$U(t) = G(U(t-1),\ V(t-1)) \tag{1}$$

и функцией выходов

$$V(t) = H(U(t-1),\ V(t-1)). \tag{2}$$

Здесь t — текущее значение дискретного времени, т. е. тот момент, в который исследователь производит очередной опыт над испытуемым. Моменты дискретного времени, следующие непосредственно друг за другом, обозначаем числами натурального ряда 0, 1, 2, ..., m. Момент 0 называем начальным, момент m — конечным. В роли m принимаем достаточно большое натуральное число. Переменная t определена на множестве $\{0, 1, 2, ..., m\}$. Число $t—1$ обозначает момент дискретного времени, непосредственно предшествовавший моменту t. В роли такта времени, т. е интервала физического времени между соседними моментами дискретного времени, принимаем достаточно малую величину.

Символом $U(t)$ обозначаем состояние памяти испытуемого в текущий момент дискретного времени. Символ $V(t)$ обозначает состояние физического мира, окружающего испытуемого, в текущий момент. Выражения $U(t—1)$ и $V(t—1)$ обозначают состояние памяти испытуемого и состояние физического мира в момент дискретного времени, непосредственно предшествовавший текущему моменту. Функция переходов G описывает закон, по которому память испытуемого переходит из состояния $U(t—1)$ в состояние $U(t)$ в результате действия на испытуемого физического мира, находившегося в состоянии $U(t—1)$. Функция выходов H описывает закон, по которому физический мир переходит из состояния $V(t—1)$ в состояние $V(t)$ в результате действий испытуемого, обусловленных состоянием его памяти $U(t—1)$.

Состояние $U(t)$ памяти испытуемого в заданный момент дискретного времени t будем характеризовать с помощью некоторого слова [1, с. 75] $T = y_1 y_2 \dots y_r$, представляющего собой последовательность букв $y_1, y_2, ..., y_r$, взятых из достаточно обширного алфавита R. Полагаем, что длина r слова T достаточно велика и не меняется с течением времени. Каждое слово будем формально представлять в виде бинарного предиката $T(x, y)$, где x — номер [1, с. 115] буквы y в слове $T(x \in \{1, 2, ..., r\})$; y — буква, стоящая на x-м месте в слове $T(x \in R)$.

Полагаем, что предикат T удовлетворяет условию определенности

$$\forall x \exists y\, T(x, y) = 1 \tag{3}$$

и условию однозначности [1, с. 121]

$$\forall x \forall y' \forall y'' (T(x, y^{\circ}) \wedge T(x, y'') \supset (y' = y'')) = 1. \qquad (4)$$

Встречающийся в выражении (4) символ = обозначает предикат равенства букв [2, с. 130], заданный на декартовом квадрате $R \times R$. Содержательно условия (3) и (4) означают, что на каждом месте в слое T стоит единственная буква.

Предикат T можно выразить следующей формулой алгебры конечных предикатов [1, с. 113]:

$$T(x, y) \equiv x^1 (y = y_1) \vee x^2 (y = y_2) \vee \ldots \vee x^r (y = y_r). \qquad (5)$$

Будем считать, что на части мест в слове T стоят незначащие буквы [1, с. 118], которые с течением времени могут замещаться значащими буквами по мере поступления в память испытуемого новой информации и запоминания ее. Полагаем, что кроме запоминания возможен и обратный процесс забывания (уничтожения [1, с. 110]) информации, когда по прошествии определенного времени некоторые значащие буквы замещаются незначащими. Мы считаем также возможной замену [1, с. 109] во времени одних значающих букв другими.

Поскольку буквы $y_1, y_2, \ldots, y_r$ могут меняться во времени, будем записывать их в случае необходимости в виде $y_1(t), y_2(t), \ldots, \ldots, y_2(t)$, подчеркивая этим тот факт, что они являются функциями времени. Так как предикат T зависит от букв $y_1, y_2, \ldots, y_r$, то и он меняется во времени. Желая отметить это обстоятельство, будем записывать предикат T в виде T_t. С учетом изменившейся символики формулу (5) можем переписать в виде

$$T_t(x, y) \equiv x^1 (y = y_1) \vee x^2 (y = y_2) \vee \ldots \vee x^r (y = y_r). \qquad (6)$$

Человек не может одновременно осознавать сразу всю информацию, хранящуюся в его памяти. В каждый момент времени ему доступна лишь некоторая часть содержимого памяти. В соответствии с этим введем предикат $Q_t(x)$, который выделяет [1, с. 107] в слове $T_t(x, y)$ часть мест, осознаваемых испытуемым в момент времени t. Воспринимаемая сознанием испытуемого часть [1, с. 121] $P_t(x, y)$ слова $T_t(x, y)$, стоящая на этих местах, определяется формулой [1, с. 123]

$$P_t(x, y) \equiv Q_t(x) \wedge T_t(x, y). \qquad (7)$$

Выделение части слова можно представить в виде процедуры, выполняемой с помощью регулируемого селектора [1, с. 105]. Воспринимаемую сознанием испытуемого часть $P_t(x, y)$ содержимого его памяти будем называть ситуацией. Задание испытуемому на восприятие им той или иной ситуации дает исследователь. Например, исследователь может предложить испытуемому посмотреть в окно на открывающийся вид на улицу, вспомнить одно из вчерашних событий или мотив какой-нибудь песни, обратить внимание на свое самочувствие или настроение. Мы полагаем, что образы предметов внешнего мира, формулируемые органами чувств, непосредственно сознанием, не воспринимаются. Они сначала запоминаются и лишь после этого могут осознаваться.

Образуем множество всевозможных ситуаций N и введем переменную X на этом множестве. Буквой Y будем обозначать идеи из множества S_n. Предположим, что исследователь предъявляет испытуемому ситуацию X и идею Y и предлагает ему определить реализуется ли в ситуации X идея S. Например, исследователь просит испытуемого взглянуть в окно на улицу и ответить на вопрос, идет ли там дождь. Если дождь действительно идет, то испытуемый должен отреагировать ответом «да», в противном случае — ответом «нет». Своим поведением испытуемый реализует некоторый предикат $Z=L(X, Y)$, заданный на декартовом произведении $N\times S_n$. В нашем примере в роли ситуации X выступает восприятие испытуемым улицы, роль идеи Y играет смысл фразы «Идет дождь». В роли нулевого значения $Z=0$ предиката L выступает ответ испытуемого «нет», в роли единичного значения $Z=1$ — ответ «да». Значение Z предиката L примем за истинностное значение высказывания, задающего идею Y. В нашем примере в роли такого высказывания выступает предложение «Идет дождь». Если $Z=1$, то высказывание, задающее идею Y считаем истинным для ситуации X, если же $Z=0$, то — ложным. Предикат L называем ситуационно-смысловым.

При фиксированной идее $Y=A$ бинарный предикат $L(X, Y)$ превращается в унарный. Обозначим этот предикат символом

$$L_A(X) \equiv L(X, A), \tag{8}$$

называя его ситуационным предикатом, соответствующим идее A. Очевидно, что разным идеям $A\neq B$ соответствуют различные предикаты L_A и L_B, $L_A(X) \neq L_B(X)$. Действительно, всегда можно подобрать такую ситуацию $X=C$, в которой идея A реализуется, а идея B — нет, т. е. $L_A(C)\neq L_B(C)$. Вместе с тем реакции испытуемого на любую ситуацию X, соответствующие тождественным текстам, имеющим один и тот же смысл A, очевидно, всегда будут одинаковыми. Это означает, что между любой идеей $A\in S_n$ и соответствующим этой идее ситуационным предикатом $L_A(X)$ существует взаимно однозначное соответствие. Таким образом, предикат $L_A(X)$ может выступать в роли полной характеристики идеи A. Описанную интерпретацию алгебры идей назовем ситуационно-предикатной.

Мы получили вторую интерпретацию алгебры идей, тесно связанную с ранее рассмотренной смысловой интерпретацией. Теперь в роли множества S_n выступает множество всевозможных предикатов $L_A(X)$, причем каждой идее A взаимно однозначно соответствует ситуационный предикат $L_A(X)$. Так как множество всех ситуаций конечно, то множество S_n всех ситуационных предикатов $L_A(X)$ конечно. Это означает, что число всех идей, которыми может оперировать испытуемый, конечно. Операции дизъюнкции $A\vee B$ идей A и B соответствует дизъюнкция $L_A(X)\vee L_B(X)$ ситуационных предикатов L_A и L_B. Очевидно, что операция дизъюнкции ситуационных предикатов идемпотентна, коммутативна и ассоциативна, так что в ситуационно-предикатной интерпретации аксиомы идемпотентности, коммутативности и ассоциативности алгебры идей выполняются. Нулевой идее 0 соответствует тождественно ложный ситуационный предикат $L_0(X) \equiv 0$, единичной идее 1 соответствует тождественно истинный ситуационный предикат $L_1(X) \equiv 1$. Ясно, что аксиома нуля и закон единицы в ситуационно-предикатной интерпретации алгебры идей выполняются.

Если две идеи A и B находятся в отношении частичного порядка

$$A \leqslant B, \tag{9}$$

то соответствующие им ситуационные предикаты удовлетворяют условию

$$\forall X\, (L_A(X) \supset L_B(X)) = 1. \tag{10}$$

Обратно, если выполнено условие (10), то будет также выполняться условие (9). Таким образом, отношение частичного порядка $A \leqslant B$ идей A и B интерпретируется как отношение включения $L_A \subseteq L_B$ соответствующих им ситуационных предикатов. Каждой нулевой минимальной идее соответствует ситуационный предикат, обращающийся в единицу только на одной единственной ситуации.

Таким образом, каждой базисной идее A соответствует ситуационный предикат $L_A(X)$, удовлетворяющий условию

$$\exists! X L_A(X) = 1. \tag{11}$$

Ситуационный предикат L_A, удовлетворяющий условию (1), будем называть базисным. Очевидно, что дизъюнкция всех базисных ситуационных предикатов равна тождественно истинному ситуационному предикату, так что закон истинности в ситуационно-предикатной интерпретации выполняется. Число n интерпретируем как число всех ситуаций, содержащихся в множестве N. Число всех ситуационных предикатов, заданных на множестве N, равно 2^n, что согласуется с соответствующим требованием в определении алгебры идей. Очевидно, что любой предикат $L_A(X)$ можно представить в виде дизъюнкции некоторых базисных предикатов, так что аксиома n-мерности выполняется.

Перейдем теперь к рассмотрению третьей содержательной интерпретации, которую назовем ситуационно-множественной. В этой интерпретации в роли элемента множества S_n, соответствующего идее A, принимаем множество M_A всех ситуаций, удовлетворяющих условию

$$L_A(X) = 1. \tag{12}$$

Дизъюнкции $A \vee B$ идей A и B в данной интерпретации соответствует объединение $M_A \cup M_B$ множеств M_A и M_B. Нулевой идее соответствует пустое множество ситуаций, единичной идее соответствует множество N всевозможных ситуаций. Отношению частичного порядка $A \leqslant B$ идей A и B соответствует отношение включения $M_A \subset M_B$ множеств M_A и M_B. Множество всех идей S_n интерпретируем как систему всех подмножеств множества N. Базисным элементам множества S_n соответствуют множества, состоящие из единственной ситуации.

Последней рассмотрим ситуационно-кодовую интерпретацию алгебры идей. Пронумеруем в каком-нибудь порядке все ситуации множества N. Получаем ряд ситуаций $X_0, X_1, ..., X_{2^n-1}$. Составим n-компонентный двоичный набор $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$, соответствующий идее A, по следующему правилу: если $X_i \in M_A$ $(i \in \{0, 1, ..., 2^n-1\}$, то принимаем $\alpha_i = 1$, если же $X_i \bar{\in} M_A$, то принимаем $\alpha_i = 0$. Так, составленный двоичный набор назовем кодом идеи A. Множество всех таких двоичных наборов обозначаем буквой K. Очевидно, что между двоичными наборами множества K и идеями множества S_n существует взаимно однозначное соответствие. Дизъюнкции идей соответствует поразрядная дизъюнкция двоичных наборов. Нулевой идее соответствует двоичный набор, составленный из одних нулей, единичной идее соответствует двоичный набор, составленный из одних единиц. Базисным идеям соответствуют двоичные наборы, в состав которых входит одна единица.

Итак, мы видим, что мысли испытуемого поддаются математическому описанию и притом даже многими способами. При этом в сферу формального описания попадает также и процесс мышления, представляющий собой ряд операций над мыслями. Мысли можно описывать абстрактно как элементы некоторого множества, на котором заданы отношение равенства и одна базисная бинарная операция, называемая дизъюнкцией идей и удовлетворяющая аксиомам идемпотентности, коммутативности, ассоциативности, нуля и n-мерности. Существуют, кроме того, три равносильных друг другу способа конструктивного формального описания идей в виде предикатов, множеств или двоичных наборов. Базисная операция над мыслями в этих описаниях представлена соответственно дизъюнкцией предикатов, объединением множеств и поразрядной дизъюнкцией двоичных наборов.

Осталось еще проинтерпретировать формулы алгебры идей. Содержательно формулы алгебры идей интерпретируем как тексты, предъявляемые исследователем испытуемому. Каждая формула алгебры идей обозначает некоторый элемент множества S_n. Соответственно этому каждый текст имеет свой смысл, выражает некоторую мысль. Понятию тождественности формул соответствует смысловая тождественность текстов. Знаку дизъюнкции, фигурирующему в формулах алгебры идей, соответствует союз «или», встречающийся в текстах. На этом, однако, возможности интерпретации формул алгебры идей исчерпываются. Для базисных символов, входящих в формулы алгебры идей, не удается найти аналога в текстах естественного языка. Вместе с тем, обращаясь к реальным текстам, используемым при общении между людьми, например, к предложениям, записанным на русском языке, мы обнаруживаем в них множество таких деталей, для которых нет прототипов в формулах алгебры идей.

Означает ли это, что структура текстов естественного языка не поддается формализации в терминах алгебры идей? Мы полагаем, что делать такой вывод было бы преждевременно. Дело в том, что базис алгебры идей, состоящий из базисных элементов $e_1, e_2, \ldots, e_n$ и базисной операции $\vee$ дизъюнкции идей, был нами выбран совершенно случайно и без учета особенностей структуры текстов естественного языка. Очевидно, что возможны многие различные варианты определений, задающих равносильные друг другу алгебры идей, основанных на иных базисных элементах и базисных операциях. Вероятность того, что в текстах естественного языка фактически реализовано именно то определение алгебры идей, которое было выбрано нами, весьма невелика. В свете сказанного представляется целесообразным проанализировать структуру текстов естественного языка на предмет выяснения того, какой конкретно набор базисных элементов и операций фактически в них используется. Если это удастся сделать, то можно будет в соответствии с полученными результатами разработать другой, равносильный исходному, вариант определения алгебры идей, допускающий более глубокую ее содержательную интерпретацию.

Список литературы: 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта: Технические средства. Х., 1986. 133. с. 2. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта: Математические средства. Х., 1984. 144 с.

Поступила в редколлегию 06.02.89