

ОЦЕНИВАНИЕ СПЕКТРА НЕГАУССОВА СИГНАЛА НА ФОНЕ ГАУССОВА БЕЛОГО ШУМА С ПОМОЩЬЮ КУМУЛЯНТНЫХ ФУНКЦИЙ

ТИХОНОВ В.А., НЕТРЕБЕНКО К.В.

Предлагаются уравнения обобщенной кумулянтной модели авторегрессии четвертого ранга. Описываются выражения для параметрического спектрального оценивания на основе кумулянтных ОАР моделей. Проверяется точность выборочных параметрических спектральных оценок негауссова процесса, полученных в присутствии аддитивного белого гауссова шума.

1. Введение

Модели линейного предсказания обладают рядом достоинств, широко применяются в параметрическом спектральном анализе [1], при синтезе систем обработки случайных процессов [2], подавлении помех [3], сжатии речевых сигналов [4] и в других приложениях.

Использование таких моделей ограничено рамками корреляционной теории, так как параметры моделей рассчитываются по значениям корреляционной функции с помощью систем линейных и нелинейных уравнений. Исследования негауссовых свойств случайных процессов [5-7] требуют построения соответствующих негауссовых моделей. Для решения ряда прикладных задач обработки негауссовых процессов актуальным является построение эффективных статистических моделей, учитывающих их негауссовы свойства.

В [8] предложены обобщенные авторегрессионные (ОАР) модели линейного предсказания, параметры которых рассчитываются по моментным функциям негауссова процесса. Использование моментных функций для построения моделей было связано с простотой расчета статических средних случайных процессов. Однако некоторые авторы [5, 9-11] отмечают, что для анализа негауссовых свойств случайных процессов предпочтительнее использовать кумулянтные функции. Это связано в основном с тем, что у гауссова процесса все кумулянтные функции порядка больше двух равны нулю. Различия в кумулянтных и моментных функциях четвертого порядка и выше должны приводить к определенным отличиям в соответствующих моделях линейного предсказания и параметрических спектрах высших порядков.

Введем понятия “корреляционной модели линейного предсказания”, “моментной модели линейного предсказания” и “кумулянтной модели линейного предсказания”. Эти определения моделей будут употребляться в зависимости от того, по каким функциям рассчитываются параметры модели линейного предсказания.

Целью работы является исследование параметрических оценок спектра четвертого порядка, полученных по кумулянтным функциям последнего, при наличии аддитивного гауссова белого шума.

Для этого необходимо решить следующие задачи: найти разностные уравнения кумулянтных моделей линейного предсказания ОАР, вывести уравнения для расчета параметров кумулянтной модели ОАР, найти выражения для параметрических оценок спектра четвертого порядка, полученных по кумулянтным функциям последнего, получить негауссовы процессы с заданными параметрами спектра, провести анализ точности оценок параметрического спектра при наличии аддитивного гауссова белого шума.

Модели линейного предсказания, параметры которых определяются моментными или кумулянтными функциями порядка больше двух, названы “обобщенными моделями линейного предсказания”. Если параметры моделей рассчитываются по моментным или кумулянтным функциям r -го порядка, их будем называть обобщенными моделями линейного предсказания r -го ранга. Ранг модели линейного предсказания равен порядку кумулянтных или моментных функций, по которым оцениваются параметры моделей.

2. Постановка задачи и способ ее решения

Достаточно точная оценка СПМ анализируемого полезного сигнала на фоне белого шума при малых отношениях сигнал/шум (ОСШ) является сложной задачей. При оценивании СПМ сигнала наличие сильного шума может привести к маскированию СПМ полезного сигнала, смещению на оси частот его центральной частоты или пиков спектра, уширению полосы спектра сигнала.

В некоторых интересных с практической точки зрения случаях можно существенно повысить точность оценки СПМ негауссова сигнала при наличии сильных шумов, если использовать спектры высших порядков. Например, для гауссова белого шума четвертый кумулянт и кумулянтная функция четвертого порядка равны нулю. Поэтому при выборочной оценке кумулянтной функции смеси негауссова сигнала и гауссова белого шума влияние последнего на оценку кумулянтной функции значительно ослаблено. Такое отличие статистических характеристик сигнала и шума предлагается использовать для нахождения спектров высших порядков на фоне сильных шумов с нулевыми кумулянтами и кумулянтными функциями.

Негауссовы процессы могут быть получены, как правило, либо линейным или нелинейным преобразованием порождающего негауссова белого шума, либо нелинейным преобразованием порождающего гауссова белого шума. Если негауссов процесс был получен линейным преобразованием негауссова белого шума, например с помощью авторегрессионного формирующего фильтра, то его сечения многомерных спектров высших порядков могут совпадать со спектром второго порядка. Поэтому у

многих реальных негауссовых процессов сечения спектров высших порядков незначительно отличаются от спектров второго порядка. Таким образом, оценивая спектры высших порядков на фоне гауссовых шумов, можно получить также значительную информацию о спектре второго порядка.

3. Линейные преобразования кумулянтных функций

Рассмотрим модели линейного предсказания четвертого ранга негауссовых процессов с нулевым средним и ненулевыми кумулянтными и моментными функциями четвертого порядка. Для получения уравнений кумулянтной модели ОАР используются свойства симметрии, линейности и статистической независимости моментных и кумулянтных функций. Чтобы перейти от уравнений преобразования в линейных системах негауссовых случайных процессов к кумулянтным или моментным разностным уравнениям, удобно воспользоваться кумулянтными и моментными скобками. Этот формальный аппарат применяется при кумулянтном анализе негауссовых случайных процессов [7]. Дискретные моментные и кумулянтные функции можно формально определить следующим образом:

$$m[t_1, t_2, \dots, t_n] = \langle x[t_1]x[t_2] \dots x[t_n] \rangle, \quad (1a)$$

$$\chi[t_1, t_2, \dots, t_n] = \langle x[t_1], x[t_2], \dots, x[t_n] \rangle, \quad (1b)$$

где n — порядок кумулянтной или моментной функции. Здесь выражение $\langle x[t_1]x[t_2] \dots x[t_n] \rangle$ в (1a) обозначает среднее от произведения $x[t_1]x[t_2] \dots x[t_n]$, а кумулянтная скобка (1b) указывает, по какой комбинации отсчетов процесса была получена данная кумулянтная функция. Используя моментные и кумулянтные скобки, довольно просто описать свойства кумулянтных и моментных функций.

Моментные и кумулянтные функции обладают следующими свойствами [7]:

1) $\langle x[t_1]x[t_2] \dots x[t_n] \rangle$ и $\langle x[t_1], x[t_2] \dots x[t_n] \rangle$ — симметрические функции своих аргументов;

$$2) \quad \langle \lambda_1 x[t_1] \lambda_2 x[t_2] \dots \lambda_n x[t_n] \rangle = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n \langle x[t_1]x[t_2] \dots x[t_n] \rangle; \quad (2a)$$

$$\langle \lambda_1 x[t_1], \lambda_2 x[t_2], \dots, \lambda_n x[t_n] \rangle = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n \langle x[t_1], x[t_2], \dots, x[t_n] \rangle; \quad (2b)$$

$$3) \quad \langle x[t_1](x[t_2] + x[t_2']) \dots x[t_n] \rangle = \langle x[t_1]x[t_2] \dots x[t_n] \rangle + \langle x[t_1]x[t_2'] \dots x[t_n] \rangle; \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} & \langle x[t_1], x[t_2] + x[t_2'], \dots, x[t_n] \rangle = \\ & = \langle x[t_1], x[t_2], \dots, x[t_n] \rangle + \\ & + \langle x[t_1], x[t_2'], \dots, x[t_n] \rangle; \end{aligned} \quad (3b)$$

$$4) \quad \langle x[t_1]x[t_2] \dots x[t_n]a[t_i] \rangle = 0, \\ \langle x[t_1], x[t_2], \dots, x[t_n], a[t_i] \rangle = 0,$$

где $a[t_i]$ — статически не связанная со всеми функциями; $x[t_i]$ — случайная функция; λ_i — детерминированные величины. Если случайная функция $a[t_i]$ статически связана с некоторыми или со всеми $x[t_i]$, то кумулянтная скобка равна взаимной кумулянтной функции.

Из совпадения первых трех свойств моментных и кумулянтных скобок следует, что любые операции или уравнения, использующие только свойства (2-3), справедливы для моментных функций, верны также и для кумулянтных функций.

Операция дифференцирования есть линейная операция, так же как и эквивалентная ей в дискретной области операция сдвига. Это свойство приводит, в частности, к коммутативности операторов сдвига и усреднения или кумулянтной скобки для дискретных процессов:

$$\begin{aligned} & \langle \hat{z}_1 \hat{z}_2 \dots \hat{z}_n x[t_1]x[t_2] \dots x[t_n] \rangle = \\ & = \hat{z}_1 \hat{z}_2 \dots \hat{z}_n \langle x[t_1]x[t_2] \dots x[t_n] \rangle, \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} & \langle \hat{z}_1 \hat{z}_2 \dots \hat{z}_n [x[t_1], x[t_2], \dots, x[t_n]] \rangle = \\ & = \hat{z}_1 \hat{z}_2 \dots \hat{z}_n \langle x[t_1], x[t_2], \dots, x[t_n] \rangle, \end{aligned} \quad (4b)$$

где действие оператора сдвига \hat{z}_n на $x[t_n]$ определяется следующим образом: $\hat{z}_n^{\pm i} x[t_n] = x[t_n \pm i]$. Очевидно, что свойствами (4a), (4b) обладают также и стационарные процессы.

Кумулянтные функции нельзя оценивать методом статистического усреднения, как это делается для вычисления оценок моментных функций. Однако они связаны простыми соотношениями с моментными функциями [7], оценки которых находятся с помощью статистического усреднения. Используя эти соотношения, можно без значительного увеличения вычислительных затрат рассчитать необходимые значения кумулянтных функций по значениям моментных функций.

4. Обобщенная кумулянтная модель авторегрессии четвертого ранга

Будем полагать, что кумулянтная модель ОАР негауссова стационарного случайного процесса с нулевым средним описывается разностным уравнением, аналогичным уравнению корреляционной модели авторегрессии (АР) [1]. Уравнение кумулянтной модели ОАР четвертого ранга имеет вид [8]

$$x[t] = \sum_{i=1}^p \Phi_4^x[i] x[t-i] + a_4[t], \quad (5)$$

где параметры модели $\Phi_4^\chi[i]$ и p определяются кумулянтными функциями четвертого порядка; $a_4[t]$ — негауссова ошибка предсказания, имеющая нулевую кумулянтную функцию четвертого порядка $\langle a_4[t], a_4[t-j], a_4[t-l], a_4[t-k] \rangle = 0$, $j > 0, l \geq 0, k \geq 0$.

Чтобы получить уравнения, по которым можно было бы вычислять коэффициенты $\Phi_4^\chi[i]$, необходимо для левой и правой частей (5) взять кумулянтные скобки с $x[t-j], x[t-l], x[t-k]$;

$$\langle x[t] = \sum_{i=1}^p \Phi_4^\chi[i] x[t-i] + a_4[t], x[t-j], x[t-l], x[t-k] \rangle. \quad (6)$$

После преобразования (6) уравнение для расчета коэффициентов ОАР четвертого ранга принимает вид

$$\chi_4[j, j-l, j-k] = \sum_{i=1}^p \Phi_4^\chi[i] \chi_4[j-i, j-l, j-k], \quad (7)$$

$0 < j \leq p, l \geq 0, k \geq 0$, где учтена статистическая независимость третьего порядка ошибки предсказания случайного процесса при $j > 0, l \geq 0, k \geq 0$:

$$\langle a_4[t], x[t-j], x[t-l], x[t-k] \rangle = 0.$$

При j, l, k , равных нулю, из уравнения (7) получаем

$$\chi_4 = \sum_{i=1}^p \Phi_4^\chi[i] \chi_4[i, i, i] + \chi_{4a},$$

где $\chi_4 = \langle x[t], x[t], x[t], x[t] \rangle$, $\chi_{4a} = \langle a_4[t], a_4[t], a_4[t], a_4[t] \rangle$ — четвертые кумулянты случайного процесса $x[t]$ и ошибки предсказания $a_4[t]$ соответственно. Порядок модели ОАР определяют по близости к нулю кумулянтной функции ошибки предсказания четвертого порядка. Рекуррентное уравнение (7) показывает, что кумулянтная функция процесса ОАР может быть получена взвешенным суммированием p ее предыдущих значений.

Полученные модели могут быть полезны при нахождении параметрических оценок спектров высоких порядков, при построении формирующих и анализирующих фильтров, для выделения дополнительной информации из негауссовых случайных процессов.

5. Параметрические спектры четвертого порядка кумулянтной обобщенной модели авторегрессии

Используя выражения преобразования кумулянтного спектра четвертого порядка входного процесса типа негауссова белого шума с кумулянтной функцией $\chi_{4a}[0, p, n, g] = \chi_{4a} \delta[p] \delta[n] \delta[g]$ линейной системой, описываемой моделью ОАР четвертого ранга, можно найти формулу для параметрической

спектральной оценки спектра четвертого порядка. Кумулянтный спектр четвертого порядка негауссова процесса на выходе линейной системы с импульсной характеристикой h_1 , на вход которой подается негауссов белый шум, описывается соотношением

$$\begin{aligned} P_4(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= \\ &= \sum_{i, n, g=-\infty}^{\infty} \chi_{4a}[0, i, n, g] e^{-j\omega_1 T i - j\omega_2 T n - j\omega_3 T g} \times \\ &\times \sum_{l=0}^{\infty} h_l e^{-j\omega_1 T l} \sum_{u=0}^{\infty} h_u e^{-j\omega_2 T u} \sum_{v=0}^{\infty} h_v e^{-j\omega_3 T v} \times \\ &\times \sum_{k=0}^{\infty} h_k e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) T k} = \\ &= \chi_{4a} H(\omega_1) H(\omega_2) H(\omega_3) H(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3). \end{aligned} \quad (8)$$

Частотная характеристика системы, описываемой разностным уравнением (5), имеет вид

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \sum_{k=1}^p \Phi_4^\chi[k] e^{-j\omega T k}}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в выражение (8), можно получить формулу для параметрической спектральной оценки четвертого порядка:

$$\begin{aligned} P_4(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= \\ &= \chi_{4a} \left/ \left(1 - \sum_{k=1}^p \Phi_4^\chi[k] e^{-j\omega_1 T k} \right) \left(1 - \sum_{k=1}^p \Phi_4^\chi[k] e^{-j\omega_2 T k} \right) \right. \times \\ &\times \left. \left(1 - \sum_{k=1}^p \Phi_4^\chi[k] e^{-j\omega_3 T k} \right) \left(1 - \sum_{k=1}^p \Phi_4^\chi[k] e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) T k} \right) \right. \end{aligned} \quad (10)$$

Как видно из полученного соотношения (10), параметрическая спектральная оценка четвертого порядка комплексная. В отличие от СПМ второго порядка, спектры высших порядков характеризуются не только абсолютной величиной, но и фазой, что важно при решении некоторых задач.

Из выражения (10) следует, что вся информация о многомерном параметрическом спектре содержится только в p коэффициентах ОАР. Многомерный спектр обладает существенной избыточностью, которая определяется свойствами симметрии спектров высших порядков [7]. Поэтому иногда удобно вместо трехмерной спектральной плотности $P_4(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ воспользоваться одномерным нулевым сечением $P_4(\omega_1, 0, 0) = P_4(\omega)$. Тогда выражение (10) упрощается:

$$\begin{aligned} P_4(\omega) &= \frac{\chi_{4a} K_4}{\left| 1 - \sum_{k=1}^p \Phi_4^\chi[k] e^{-j\omega T k} \right|^2}, \\ K_4 &= \frac{1}{\left| 1 - \sum_{k=1}^p \Phi_4^\chi[k] \right|^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Оценки спектров четвертого порядка, рассчитанные согласно (11), будут использованы ниже при экспериментальных исследованиях. Их легко сравнить с СПМ, полученными с помощью корреляционных моделей АР. Если полагать одну из частот постоянной величиной, то можно двумерный спектр исследовать с помощью набора одномерных спектров.

Подобная процедура нахождения выражений для параметрических спектральных оценок позволяет найти формулы для оценок спектра любого порядка.

6. Оценка СПМ негауссова процесса на фоне гауссова белого шума

Рассмотрим пример параметрической спектральной оценки негауссова процесса, полученной на основе кумулянтной ОАР модели четвертого ранга, на фоне некоррелированного гауссова шума.

Реализации негауссовых процессов (далее сигналов) получены с помощью формирующего авторегрессионного фильтра второго порядка с коэффициентами $\Phi_1 = 0,5282$, $\Phi_2 = -0,73$. Коэффициенты авторегрессии для заданных параметров СПМ рассчитаны по методу, описанному в [12]. Центральная частота спектра сигнала выбиралась $f = 0,2$, а ширина спектральной моды $\Delta f = 0,05$ в относительных единицах. Порождающим процессом был негауссов белый шум с одномерным распределением Парето с параметром формы $c = 2$. АР спектральная оценка сигнала, рассчитанная по полученным коэффициентам АР, представлена на рис. 1.

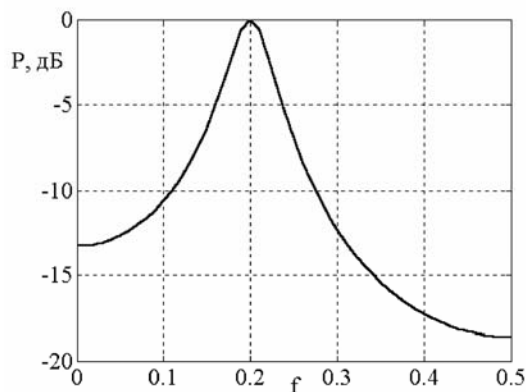


Рис. 1. Выборочная АР(2) оценка СПМ сигнала

Так как сформированный негауссов сигнал является процессом авторегрессии, полученным с помощью линейного формирующего фильтра, то его спектры высших порядков (11) будут иметь вид, соответствующий спектру второго порядка, представленного на рис. 1. Это объясняется тем, что АЧХ второго и высших порядков при $\omega_2 = \omega_3 = 0$ определяются параметрами линейного формирующего фильтра, которые были равны коэффициентам веса фильтра.

В результате статистического моделирования были получены аддитивные смеси сигнала и шума для различных ОСШ. При добавлении гауссова белого шума значительно изменялась степень негауссовости полученной смеси, которая оценивалась по значениям кумулянта четвертого порядка. Для получения устойчивых оценок спектров высших порядков негауссова процесса в аддитивной смеси с гауссовой помехой необходимо, чтобы распределение этой смеси оставалось негауссовым. Если уровень гауссовой помехи в смеси слишком велик, может оказаться, что смесь также будет иметь гауссово распределение или, по крайней мере, близкую к нулю кумулянтную функцию четвертого порядка. В таких случаях, очевидно, удовлетворительных спектральных оценок сигнала получить нельзя. Присутствие в смеси мощной помехи приводит к искажениям спектральных оценок: расширению полосы спектра сигнала, смещению центральной частоты спектра. С увеличением уровня помехи (или при уменьшении длины реализации смеси) наблюдается более значительное искажение спектральных оценок.

На рис. 2, 3 представлены графики оценок сечения спектра четвертого порядка, полученные по кумулянтной модели ОАР при $p = 2$ для разных ОСШ и длин выборок N . Сдвиги кумулянтной функции смеси составляли $l = 1, k = 1$.

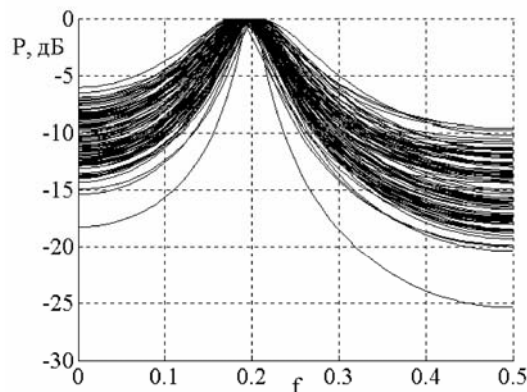


Рис. 2. Оценки СПМ смеси, полученные для 100 реализаций ($p = 3, l = 1, k = 1, \text{ОСШ} = 0\text{дБ}, N = 1000$)

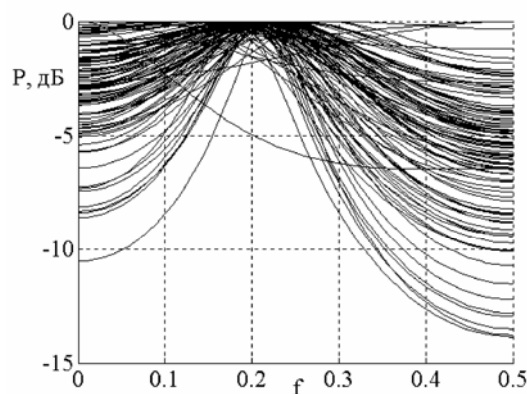


Рис. 3. Оценки СПМ смеси, полученные для 100 реализаций ($p = 2, l = 1, k = 1, \text{ОСШ} = -3\text{дБ}, N = 500$)

В таблице приведены значения центральных частот (курсивом) и их среднеквадратических отклонений оценок ОАР спектра сигнала в зависимости от длины реализации смеси и ОСШ. Данные получены усреднением значений центральной частоты по 100 реализациям.

N ОСШ	1000	500	300	200
	0 дБ	0,63 <i>19,96</i>	1,16 <i>19,81</i>	2,16 <i>19,68</i>
- 3 дБ	2,23 <i>19,93</i>	6,93 <i>19,9</i>	9,09 <i>19,16</i>	10,61 <i>19,47</i>
- 6 дБ	14,08 <i>21,31</i>	16,09 <i>24,0</i>	—	—

7. Заключение

Предложенный в статье метод оценки спектра негауссова сигнала при наличии некоррелированного гауссова шума с малым отношением сигнал/шум основан на использовании различий их кумулянтных функций четвертого порядка. Методом статистического моделирования показано, что параметрические оценки спектров высших порядков улучшают точность спектральной оценки негауссова сигнала при наличии аддитивного белого шума. Таким образом, доказано, что использование более полной информации о негауссовом процессе, содержащейся в кумулянтных функциях, позволяет успешно решать задачи, которые невозможно решить в рамках корреляционной теории.

Практическая ценность работы заключается в повышении точности спектрального анализа зашумленных негауссовых процессов. *Научная новизна* состоит в создании метода параметрической оценки спектра на основе кумулянтной модели авторегрессии третьего ранга. В отличие от других работ для уменьшения влияния шумов на точность спектральных оценок предложено использовать спектры высших порядков. Такие спектры менее чувстви-

тельны к гауссовым помехам. Применяя описанный в статье метод, можно также находить оценки спектра негауссова сигнала на фоне более широкого класса помех с различными распределениями.

Литература: 1. *Марпл - мл. С. Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с. 2. *Курешви Ш.У.Х.* Адаптивная коррекция // ТИИЭР, 1985. Т. 73, №9. С. 5-49. 3. *Haykin S.* Radar signal processing // IEEE ASSP Magazine 1985. Vol. 2. P. 2-18. 4. *Коротаев Г.А.* Эффективный алгоритм кодирования речевого сигнала на скорости 4,8 кбит/с и ниже // Зарубежная радиоэлектроника, 1996. №3. С. 57-68. 5. *Кунченко Ю.П.* Нелинейная оценка параметров негауссовских радиотехнических сигналов. К.: Выща школа, 1987. 191с. 6. *Валеев В.Г., Данилов В.А.* Оптимальное обнаружение сигналов на фоне негауссовских коррелированных радиопомех // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1991. №7. С. 30-34. 7. *Малахов А.Н.* Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М.: Сов. радио, 1978. 376 с. 8. *Тихонов В.А.* Обобщенная модель авторегрессии негауссовых процессов // Радиотехника. 2003. № 132. С.78-82. 9. *Журбенко И.Г.* Анализ стационарных и однородных случайных систем. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987. 240 с. 10. *Бриллинджер Д.Р.* Временные ряды. Обработка данных и теория. М.: Мир, 1980. 536 с. 11. *Шелухин О.И., Беляев И.В.* Негауссовские процессы. СПб.: Политехника, 1992. 312 с. 12. *Тихонов В.А., Русановский Д.Е., Тихонов Д.В.* Генерация узкополосных имитационных случайных процессов // Радиоэлектроника и информатика. 1999. №4. С. 83-85.

Поступила в редколлегию 24.04.2004

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Лучанинов А.И.

Тихонов Вячеслав Анатольевич, канд. техн. наук, доцент кафедры РЭС ХНУРЭ. Научные интересы: теория линейного предсказания, негауссовы процессы, распознавание и кодирование речи, экономическая статистика. Адрес: Украина, 61736, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-15-87.

Нетребенко Константин Владимирович, аспирант кафедры РЭС ХНУРЭ. Научные интересы: распознавание и кодирование речи, негауссовы процессы, теория линейного предсказания. Адрес: Украина, 61736, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-15-87.

УДК 621.372.832

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ РЕЗОНАТОРНО-ЩЕЛЕВЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

КАТРИЧ В.А.

Методом наведенных магнитодвижущих сил решается задача о распределении магнитных токов в резонаторно-щелевой структуре: “щели связи в стенке бесконечного прямоугольного волновода - прямоугольный объемный резонатор - излучающая щель в бесконечном экране”. Выполняются численные расчеты и приводятся графики энергетических характеристик таких систем.

1. Введение

В настоящее время в технике СВЧ широко используются волноводно-щелевые излучатели в качестве элементов синфазных и сканирующих антенных решеток, облучателей остронаправленных зеркальных и линзовых антенн, а также устройств связи электродинамических объемов [1-4]. Одиночные щелевые излучатели характеризуются существенной широкополосностью, что в условиях, например, сложной электромагнитной обстановки может привести к нарушению работы радиоэлектронных систем (РЭС). В связи с этим задачи анализа, синтеза и управления диапазонными характеристиками щелевых антенн представляют несомненный интерес для практики, в частности, с точки зрения обеспечения электромагнитной совместимости различных компонентов РЭС.