

**ПОБУДОВА МЕТОДОМ КВАЗІФУНКЦІЙ ГРІНА-РВАЧОВА
ДВОБІЧНИХ НАБЛИЖЕНЬ ДО ДОДАТНОГО РОЗВ'ЯЗКУ
НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ НАВ'Є**

Гибкіна Н.В., Сидоров М.В.

*Харківський національний університет радіоелектроніки,
м. Харків*

У роботі розглядається однорідна задача Нав'є для напівлінійного рівняння четвертого порядку:

$$\Delta^2 u = f(\mathbf{x}, u, -\Delta u), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad (1)$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \Delta u|_{\partial\Omega} = 0, \quad (2)$$

де Ω – обмежена область з \square^2 з кусково-гладкою межею $\partial\Omega$ ($\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$); $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$; Δ – оператор Лапласа; Δ^2 – бігармонічний оператор, функція $f(\mathbf{x}, u, v)$ неперервна і додатна при $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$, $u, v > 0$.

Задача (1), (2) виникає, наприклад, при математичному моделюванні різних процесів теорії пружності.

Задачу (1), (2) замінимо еквівалентною системою напівлінійних еліптичних рівнянь. Для цього покладемо $u_1 = u$, $u_2 = -\Delta u$. Тоді отримаємо задачу

$$-\Delta u_1 = u_2, \quad -\Delta u_2 = f(\mathbf{x}, u_1, u_2), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad (3)$$

$$u_1|_{\partial\Omega} = 0, \quad u_2|_{\partial\Omega} = 0. \quad (4)$$

До розв'язання задачі (3), (4) застосовано метод двобічних наближень на основі використання квазіфункції Гріна-Рвачова [1]. Припустимо, що функція $f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = f(\mathbf{x}, u_1, u_2)$ дозволяє діагональне подання $f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{u})$, де неперервна за сукупністю змінних \mathbf{x} , \mathbf{v} , \mathbf{w} функція $\hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{w}) = \hat{f}(\mathbf{x}, v_1, v_2, w_1, w_2)$ монотонно зростає за v_1, v_2 і монотонно спадає за w_1, w_2 для всіх $\mathbf{x} \in \Omega$. Тоді задача (3), (4) еквівалентна інтегральному рівнянню Урисона з гетеротонним оператором. Розв'язком (узагальненим) задачі (3), (4) (а отже, і вихідної задачі (1), (2)) вважатимемо неперервний і додатний розв'язок еквівалентного інтегрального рівняння. Якщо гетеротонний оператор у рівняння Урисона має сильно інваріантний конусний відрізок, то, взявши кінці цього відрізка за початкові наближення, можна побудувати двобічний ітераційний процес знаходження наближеного розв'язку задачі.

Роботу запропонованого методу двобічних наближень розв'язання задачі Нав'є продемонстровано на тестовому прикладі задачі з експоненціальною нелінійністю.

Література:

1. Sidorov M.V. Method of two-sided approximations for finding positive solutions of boundary value problems for semilinear elliptic systems: the use of the Green-Rvachev's quasi-function // Journal of Numerical & Applied Mathematics. 2018. № 2 (128). P. 96-113.