

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Електронної та біомедичної інженерії  
(повна назва)

Кафедра Мікроелектроніки, електронних приладів та пристроїв  
(повна назва)

## АТЕСТАЦІЙНА РОБОТА

### Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Використання нетрадиційних методів спектрального аналізу  
в обробці відеоінформації  
(тема)

Виконав:  
студент 2 курсу, групи МНПм-18-1  
Кураксін М.І.  
(прізвище, ініціали)

Спеціальність 153 «Мікро- та наносистемна  
техніка»

Тип програми освітньо-професійна

Освітня програма «Мікро- та наноелектронні  
прилади і пристрої»

Керівник проф. Грицунов О.В.  
(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри \_\_\_\_\_ Бондаренко І.М.  
(підпис) (прізвище, ініціали)

2019 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Електронної та біомедичної інженерії \_\_\_\_\_

Кафедра Мікроелектроніки, електронних приладів та пристроїв \_\_\_\_\_

Рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ другий (магістерський) \_\_\_\_\_

Спеціальність \_\_\_\_\_ 153 «Мікро- та наносистемна техніка» \_\_\_\_\_

Тип програми \_\_\_\_\_ освітньо-професійна \_\_\_\_\_

Освітня програма \_\_\_\_\_ «Мікро- та наноелектронні прилади і пристрої» \_\_\_\_\_

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри

\_\_\_\_\_ І.М.Бондаренко

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2019р.

### **ЗАВДАННЯ**

#### **НА АТЕСТАЦІЙНУ РОБОТУ**

студентові \_\_\_\_\_ Кураксін Микита Ігорович \_\_\_\_\_  
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Використання нетрадиційних методів спектрального аналізу в обробці відеоінформації \_\_\_\_\_

затверджена наказом по університету від 04.11.2019 р. № 1636 Ст \_\_\_\_\_

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 10. 12. 2019 р.

3. Вихідні дані до роботи: виконати обробку відеокадрів з використанням нетрадиційних методів спектрального аналізу з такими параметрами: \_\_\_\_\_

- роздільна здатність зображення 640x480 px; \_\_\_\_\_

- колірність зображення RGB 24 бі; \_\_\_\_\_

- вид обробки: низькочастотна фільтрація у частотній області; \_\_\_\_\_

- алгоритм фільтрації: гармонійний аналіз методом Проні. \_\_\_\_\_

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі \_\_\_\_\_

4.1 Огляд літератури; \_\_\_\_\_

4.2 Вибір віконного фільтра; \_\_\_\_\_

4.3 Вибір алгоритму гармонійного аналізу; \_\_\_\_\_

4.4 Тестова обробка зображень; \_\_\_\_\_

4.5 Аналіз отриманих результатів. \_\_\_\_\_

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій (слайдів) слайди презентації 20 штук

---

---

---

---

### КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Отримання завдання на атестаційну роботу	4.11.2019	
2	Огляд інформаційних джерел за темою роботи	5.11 – 15.11	
3	Вибір та обґрунтування методу дослідження	16.11 – 30.11	
4	Складання і опрацювання математичної моделі досліджуваних процесів	01.12 – 05.12	
5	Опрацювання результатів дослідження та оформлення пояснювальної записки	06.12 – 13.12	
6	Подання роботи на кафедру	16.12.2019	

Дата видачі завдання 04.11.2019 р.

Студент \_\_\_\_\_  
(підпис)

Керівник роботи \_\_\_\_\_ проф. Грицунов О.В.  
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка містить: 55 с., 24 рис., 20 джерел, 3 додатки.

ЗОБРАЖЕННЯ, ЧІТКІСТЬ, ПЕРЕТВОРЕННЯ СИГНАЛІВ,  
ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є, ВИСОКОЧАСТОТНИЙ ФІЛЬТР.

Об'єкт дослідження – зображення натуральних об'єктів з обмеженою роздільною здатністю.

Мета роботи – розробка математичної моделі для поліпшення якості відеозображень.

Метод дослідження – числове моделювання на ЕОМ.

Розроблено методику числового моделювання цифрової фільтрації дискретних сигналів, призначену для збільшення розбірливості зображень з недостатньою роздільною здатністю. Запропоновано алгоритм фільтрації вхідного сигналу в частотній області з використанням віконних фільтрів. Написано програму, що реалізує даний алгоритм. Програма може використовуватись в мережі дистанційної освіти ХНУРЕ та інших вищих навчальних закладів електронного профілю.

## ABSTRACT

Explanatory note contains: 55 p., 24 figures, 20 sources, 3 supplements.

IMAGES, CLARITY, SIGNAL TRANSFORMATION, FOURIER  
CONVERSION, HIGH-FREQUENCY FILTER.

Object of study – images of natural objects with limited resolution.

The purpose of the work is to develop a mathematical model to improve the quality of video images.

The research method is numerical simulation on a computer.

A technique for numerical simulation of digital filtering of discrete signals, designed to increase the legibility of low-resolution images, has been developed. An algorithm for filtering the input signal in the frequency domain using window filters is proposed. A program that implements this algorithm is written. The program can be used in the KNURE distance education network and other electronic higher education institutions.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ.....	6
ВСТУП.....	7
1 АЛГОРИТМ ЦИФРОВИЙ ФІЛЬТРАЦІЇ СИГНАЛІВ .....	9
1.1 Основні рівняння алгоритму .....	9
1.2 Вибір мови програмування.....	12
1.3 Алгоритм фільтрації.....	13
1.4 Приклади цифрової фільтрації сигналів .....	14
2 НЕТРАДИЦІЙНІ МЕТОДИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ .....	24
2.1 Методи Проні.....	24
2.2 Метод гармонійної інтерполяції .....	28
2.3 Метод найменших квадратів .....	36
3 ПРИКЛАДИ ОБРОБКИ ВІДЕОЗОБРАЖЕНЬ ОБМЕЖЕНОЇ ЧІТКОСТІ .....	41
3.1 Вибір математичного методу розв'язання задачі .....	41
3.2 Алгоритмічна реалізація фільтрації зображень.....	44
3.3 Основна програма.....	45
3.4 Підпрограми.....	46
3.5 Результати моделювання обробки зображень .....	48
3.6 Двовимірна фільтрація гаусовим вікном .....	50
ВИСНОВКИ .....	53
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ .....	54

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ВЧ– висока частота;

ДПФ– дискретне перетворення Фур'є;

ЕОМ– електронна обчислювальна машина;

НВЧ– надвисока частота;

ФНЧ– фільтр нижніх частот.

## ВСТУП

За своїм завданням обробка сигналів відноситься до теоретичного розділу електроніки і має на меті ефективну розробку таких пристроїв, як вокодер (мовні вихідні пристрої) в телефонному зв'язку, пристрої обробки радарних сигналів, пристрої обробки звукових сигналів і т. п. Обробка сигналів пов'язана з розробкою спеціального обладнання для вивчення електричних сигналів.

Методи аналізу часових рядів широко використовуються в різних областях науки і техніки. Їх можна застосовувати при аналізі великих обсягів даних, одержуваних в процесі вібраційних випробувань або витягають із зведень таких економічних даних, як поточна біржова інформація.

Основна відмінність полягає в тому, що обробка сигналів пов'язана з деталями таких алгоритмів, як алгоритми цифрової фільтрації і перетворення Фур'є, в той час як аналіз часових рядів - з їх застосуванням в задачах аналізу даних.

Використання цифрової обробки сигналів як важливої наукової дисципліни почалося з середини 1960-х років, коли швидкодіючі цифрові електронні обчислювальні машини (ЕОМ) стали широко використовуватися для наукових і проектних робіт. Багато положень, що утворюють теоретичну базу цифрової обробки сигналів, такі як z-перетворення і перетворення Фур'є, були відомі інженерам і раніше. Однак в наступні роки вони отримали значний розвиток, і цей розвиток безпосередньо пов'язано з успіхами обчислювальної техніки.

Впродовж останнього десятиріччя ознаменувалося значним прогресом у вдосконаленні ЕОМ. З кожним кроком у своєму розвитку ЕОМ вирішували все нові і більш складні завдання, тим самим відкриваючи для себе нові можливі застосування і породжуючи зростаючі вимоги до своїми технічними характеристиками. Удосконалення ЕОМ позитивно відбилося на розвитку майже

всіх наукових дисциплін, успіхи яких позначилися на становленні цифрової обробки сигналів.

При цифровій обробці сигналів використовуються сигнали і системи, які є дискретними прототипами більш відомих безперервних систем. Можна виділити дві перетинають області їх застосування: цифрову фільтрацію і спектральний аналіз. Цифрові фільтри виконують ті ж функції, що і аналогові фільтри, і використовуються в тих випадках, коли аналоговий підхід важко або взагалі непрактичний. Застосування цифрових фільтрів забезпечує ряд безсумнівних технічних переваг, таких як хороша відтворюваність, надійне функціонування, легку перебудову характеристик, здатність використання однієї апаратною реалізації в режимі поділу часу для фільтрації багатьох сигналів. Уже ці переваги в багатьох випадках визначають кращий вибір цифрової фільтрації замість аналогової. Однак є й інші важливі переваги цифрової обробки сигналів: можливість її апаратною реалізації на базі великих інтегральних схем (ВІС). Цифровий спектральний аналіз отримав помітний розвиток після введення ШПФ. Алгоритми ШПФ знайшли широке застосування в різних наукових дисциплінах, забезпечуючи точність і роздільну здатність при спектральному аналізі, немислиму при аналоговій реалізації.

Розвиток цифрової обробки сигналів можна проілюструвати на прикладах з біомедичних застосувань, сейсмічних і геофізичних досліджень, обробки зображень і розпізнавання образів, радіолокаційного та ультразвукового виявлення, акустичних досліджень і досліджень мови, управління і передачі даних і ін. У багатьох з цих застосувань потрібні процесори для обробки сигналів з великою швидкістю або для обробки в реальному масштабі часу. У той же час ці процесори повинні бути економічно порівнянні з процесорами, широко вживаними на практиці.

Метою данної атестаційної роботи є розробка методики поліпшення якості відеозображень отриманих в несприятливих умовах, зокрема з недостатньою роздільною здатністю.

# 1 АЛГОРИТМ ЦИФРОВИЙ ФІЛЬТРАЦІЇ СИГНАЛІВ

## 1.1 Основні рівняння алгоритму

З математичної точки зору алгоритм цифрової фільтрації сигналів у часовій області є досить простим і складається з двох основних дій. Перший етап - це зворотне перетворення Фур'є заданої частотної характеристики фільтра  $k(\omega)$ . Для перерахунку її в імпульсну характеристику фільтра  $h(t)$ :

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} k(\omega) \exp(i\omega t) d\omega. \quad (1.1)$$

Як відомо [1], частотна характеристика фільтра - це залежність коефіцієнта передачі гармонійних складових  $U(\omega)$  Вхідного сигналу  $u(t)$  до відповідних (з тієї ж частотою) гармонійні складові  $V(\omega)$  Вихідного сигналу  $v(t)$  від значення частоти  $\omega$ :

$$k(\omega) = \frac{V(\omega)}{U(\omega)}. \quad (1.2)$$

Частотна характеристика фільтра є вихідними даними в лабораторній роботі. Залежно від типу і конструкції фільтра, вона може приймати різну форму (наприклад, прямокутну, гауссову і т.п.).

Імпульсна характеристика фільтра - це залежність від часу сигналу на виході фільтра за умови, що на вхід його подана дельта-функція (функція Дірака)  $\delta(t)$ . Імпульсна характеристика не задається, а перераховується з заданої частотної характеристики фільтра за формулою (1.1).

Другим етапом алгоритму є згортка отриманої імпульсної характеристики  $h(t)$  з заданим сигналом на вході фільтра  $u(t)$ . В результаті відразу виходить шуканий сигнал на виході фільтра  $v(t)$ :

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(\tau)h(t-\tau)d\tau. \quad (1.3)$$

Отриманий вихідний сигнал відображається на екрані монітора у вигляді графіка тимчасової залежності.

Незважаючи на гадану простоту, існує ряд проблем, які необхідно подолати в ході постановки віртуальної лабораторної роботи. Однією з них є те, що всі обчислення здійснюються в дискретному вигляді. Тому вирази (1.1) і (1.3) безпосередньо не можуть бути використані. Замість формули (1.1) необхідно застосовувати аналогічну за змістом залежність, записану у вигляді дискретного зворотного перетворення Фур'є:

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{m=-N/2+1}^{+N/2} k(m) \exp\left(\frac{2\pi imn}{N}\right), \quad (1.4)$$

де  $n$  - цілочисленна змінна (номер відліку за часом), відповідна тимчасовій координаті  $t$ ;

$m$  - цілочисленна змінна (номер відліку по частоті) відповідна частоті  $\omega$ ;

$N$  - число відліків по частоті і по часу.

Замість формули (1.3) використовується згортка в дискретній формі:

$$v(n) = \sum_{m=-N/2+1}^{+N/2} u(m)h(n-m), \quad (1.5)$$

де обидві цілочисельні змінні  $n$  і  $m$  відповідають тимчасовій координаті.

В якості вхідних сигналів  $u(t)$  найчастіше використовується прямокутний імпульс і гаусів (колоколообразний) імпульс, описуваний залежністю:

$$u(t) = u_m \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right), \quad (1.6)$$

де  $u_m$  - амплітуда імпульсу (зазвичай  $u_m = 1$ );

$\tau$  - коефіцієнт тривалості імпульсу.

При великому коефіцієнті  $\tau$  експонента у формулі (1.6) загасає повільно, і імпульс виходить широким. при малому  $\tau$  імпульс стає вузьким, а спектр його розширюється.

Реалізовані за допомогою формули (1.5) фільтри можуть бути каузальними або некаузальними. Каузальність фільтра означає, що він задовольняє принципу причинності. Очевидно, що в такому фільтрі вихідний сигнал не може з'явитися раніше вхідного сигналу. Тому імпульсна характеристика каузального фільтра  $h(t)$  має відмінні від нуля значення тільки при  $t > 0$  (рис. 1.1, а). До моменту надходження  $\delta$ -функції на вхід фільтра (при  $t < 0$ ) функція  $h(t)$  повинна бути тотожно рівній нулю. Очевидно, що все фізично реалізовані (наприклад, за допомогою коливальних контурів) фільтри є каузальними.

Некаузальний фільтр не підкоряється принципу причинності, тобто сигнал на його виході може з'явитися раніше вхідного сигналу. Імпульсна характеристика такого фільтра має відмінні від нуля значення при  $t < 0$  (рис. 1.1, б). Очевидно, що такий фільтр не може бути реалізований фізично. Однак при цифровій обробці сигналів він цілком можливий, оскільки значення вхідного сигналу попередньо накопичуються в пам'яті ЕОМ.

У роботі можуть досліджуватися як каузальні, так і некаузальні фільтри.

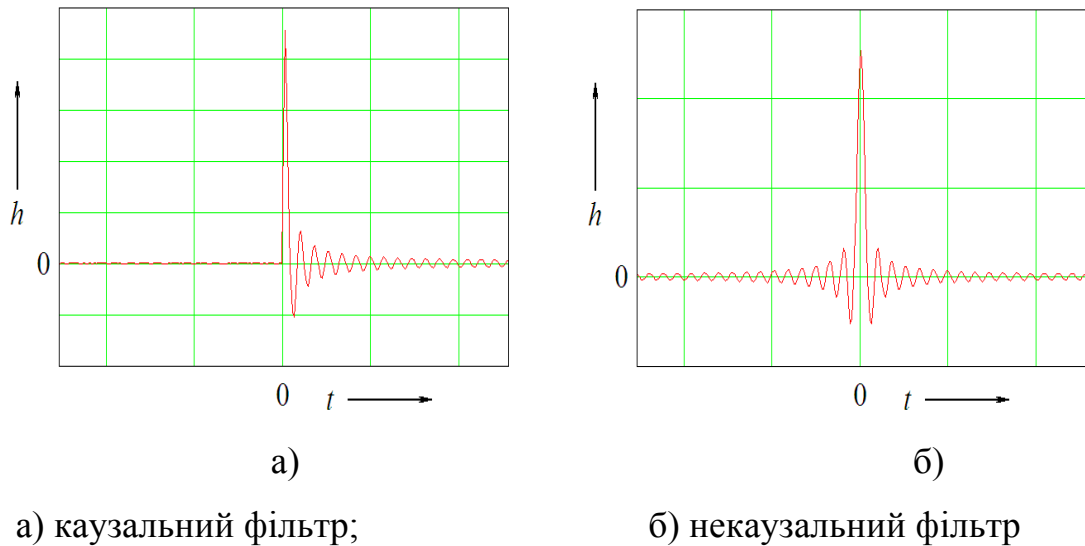


Рисунок 1.1 - Імпульсні характеристики каузального і некаузального фільтрів

## 1.2 Вибір мови програмування

При розробці програмного забезпечення для моделювання фільтрації сигналів в лабораторній роботі використовувався алгоритмічний мову високого рівня Fortran-90 [17]. Для налагодження програм використовувався персональний комп'ютер Pentium III.

Застосування мови програмування Fortran не випадково. Ця мова вже тривалий час використовується для програмування різних чисельних завдань. Тому методика програмування на Fortran добре налагоджена і вивчена, що дозволяє значно скоротити процес складання і час налагодження програм. Головним фактором, який сприяв вибору даного мови, стало те, що ця мова дозволяє працювати з комплексними числами, а також має ряд функцій, що дозволяють робити математичні дії над комплексними числами.

Структура мови Fortran дозволяє створювати розгалужену систему підпрограм, оформлених як окремі файли. Це дає можливість розбивати основну решаемую завдання на окремі підзадачі і вирішувати їх незалежними частинами. Така організація має ряд переваг: по-перше, в процесі налагодження набагато легше і простіше працювати з невеликою програмою, так як невеликі програми

найбільш наочно сприймаються користувачем. По-друге, можлива налагодження і запуск однієї підпрограми, не зачіпаючи інші програми, що дає можливість організації тестування результатів виконання програми на різних етапах її рішення. Кожне завдання можна вирішити, використовуючи різні методи. При налагодженні або тестуванні, використовуючи архітектуру мови Fortran, можна швидко змінювати склад пакета і його структуру.

На жаль, слід зазначити, що стандартна мова Fortran має досить істотний недолік - повна відсутність графічних засобів. Для усунення його розробники трансляторів, зокрема, фірма Microsoft, розширили стандарт мови шляхом додавання графічних функцій (примітивів) з бібліотеки мови C++. В результаті з'явилася можливість використовувати апаратні графічні засоби персональної ЕОМ з IBM-сумісної архітектурою, але мова перестала бути машинно-незалежним. З двох можливостей (або машинна незалежність, або графіка) в даній дипломній роботі була обрана графіка, так як вищевказані ЕОМ в даний час найбільш поширені, а графічна форма виведення інформації істотно покращує її сприйняття.

### 1.3 Алгоритм фільтрації

Відповідно до вищесказаного, завдання моделювання фільтрації сигналів для зручності її рішення розбита на невеликі функціональні підзадачі. Рішення кожної підзадачі здійснюється за допомогою окремої підпрограми. І хоча кожна така підпрограма вирішує свою, локальну задачу, на певному етапі сукупність рішень всіх підзадач дає рішення основного завдання. Тому всі ці окремі програмні одиниці можна об'єднати в єдиний програмний пакет.

До складу даного пакету входить основна програма IMAGE і підпрограма CFFT для швидкого дискретного перетворення Фур'є. Розглянемо алгоритми функціонування перерахованих програмних компонент окремо (рис. 1.2).

На початку основної програми IMAGE задаються значення математичних констант і визначаються параметри моделі (розмір і вид вхідний функції,

частотна характеристика і ширина фільтра і т.п.). Проводиться відкриття файлів вихідних даних, в яких накопичуватимуться результати.

Після закінчення описаних підготовчих дій починається власне фільтрація вхідних сигналів за формулою (1.5). Синтезовані після фільтрації розподілу виводяться в файли вихідних даних. Обробка триває в циклі до тих пір, поки не будуть перебрані всі задані вхідні функції і характеристики фільтрів. Потім, після закриття файлів вихідних даних, виконання основної програми закінчується.

Підпрограми реалізують більш-менш автономні алгоритми, які недоцільно включати в основну програму, щоб уникнути її надмірного ускладнення. До одного з таких алгоритмів відноситься швидке дискретне перетворення Фур'є, що використовується при перерахунку частотної характеристики фільтра в його імпульсну характеристику за формулою (1.4). Ця функція реалізується підпрограмою CFFT.

Основна ідея швидкого перетворення Фур'є полягає в перетворенні одновимірного масиву чисел в двовимірний [18]. Це дозволяє скоротити число арифметичних дій у багато разів і навіть на кілька порядків.

#### 1.4 Приклади цифрової фільтрації сигналів

Ідеальний (некаузальний) фільтр нижніх частот. Частотна характеристика даного фільтра є прямокутною функцією (рис. 1.3). Після перетворення її в імпульсну характеристику (рис. 1.4) видно, що цей фільтр не задовольняє принципу причинності. Однак він дуже важливий як з точки зору теорії, так і з точки зору комп'ютерної обробки цифрових сигналів.

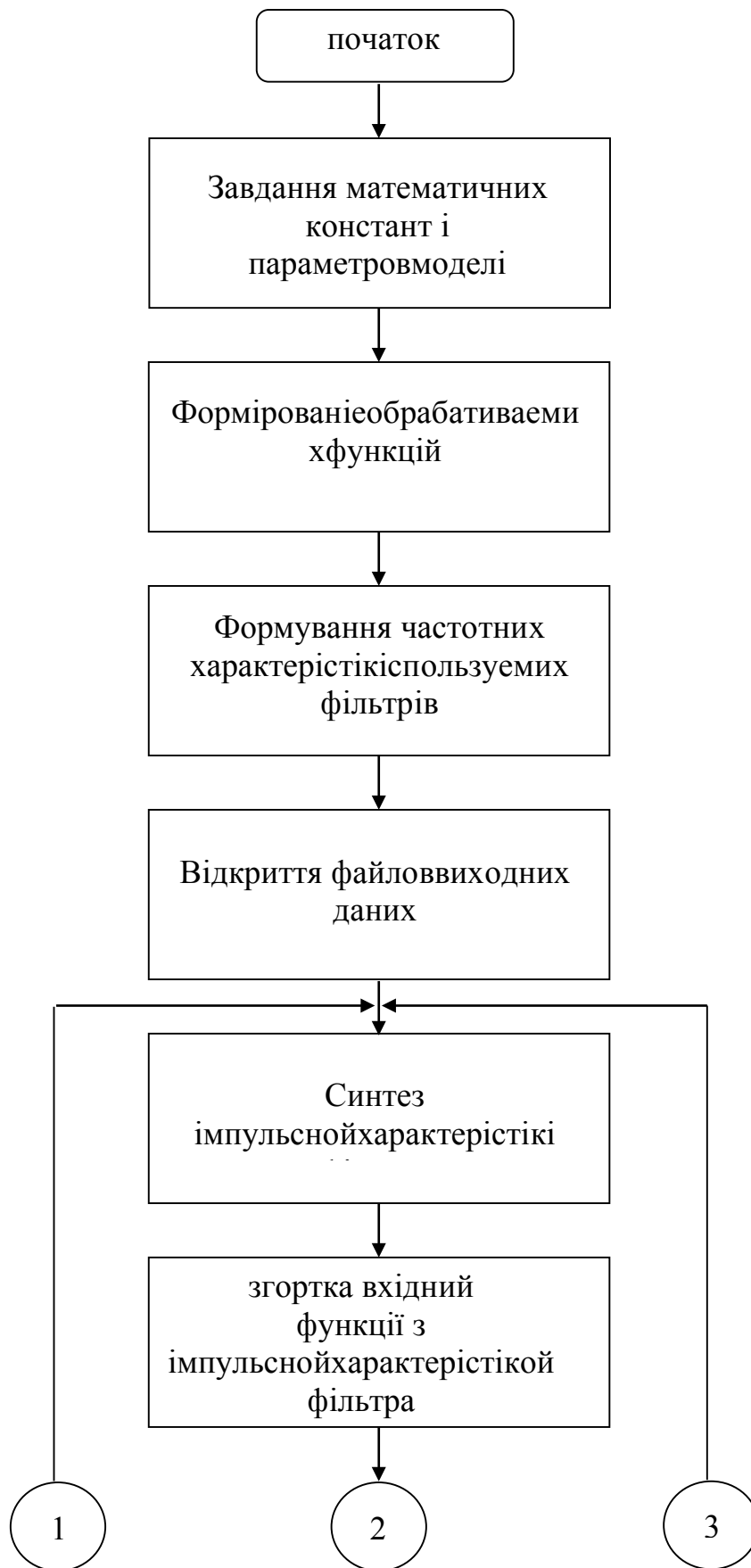


Рисунок 1.2 - Алгоритм цифрової фільтрації сигналів

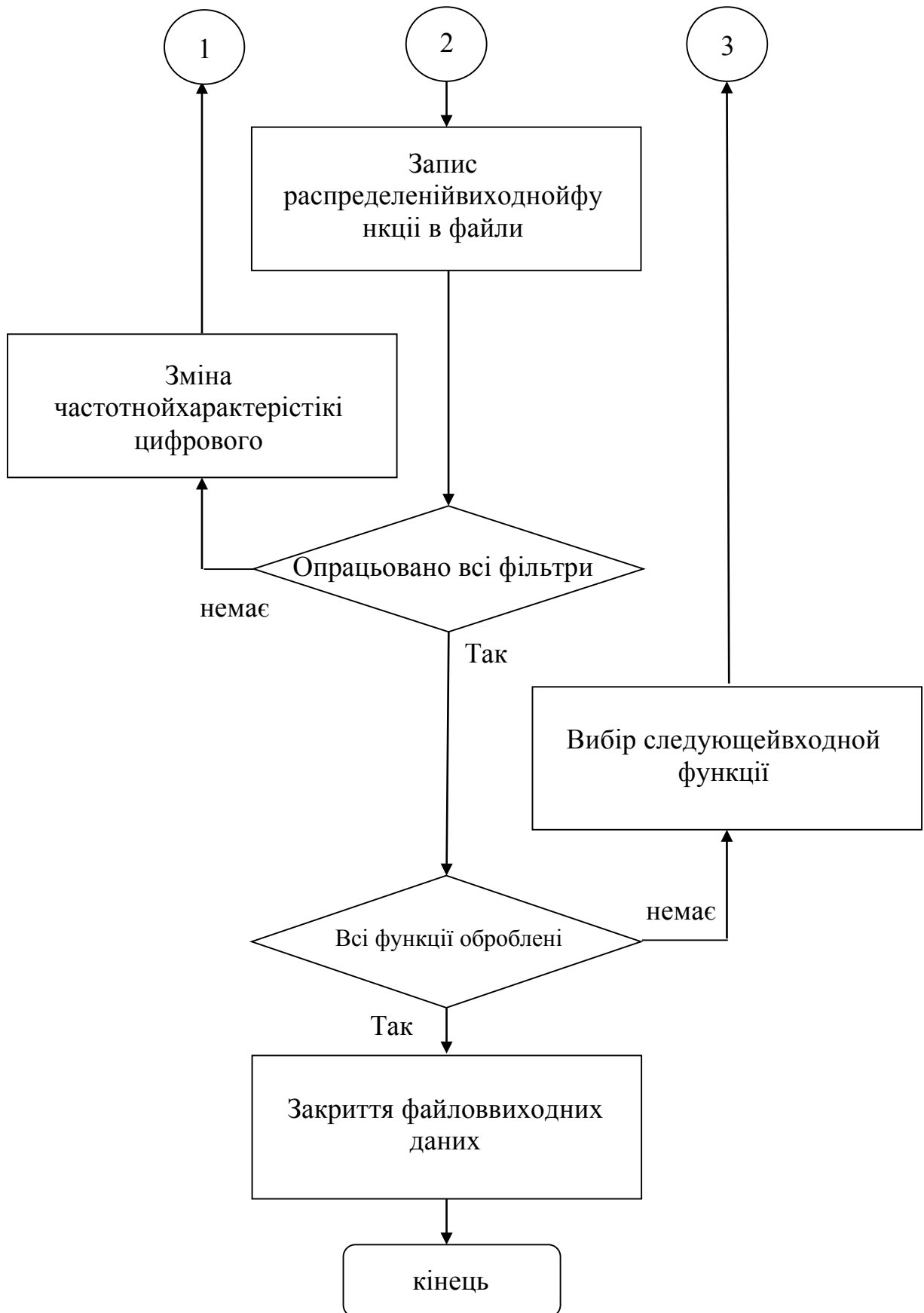


Рисунок 1.2 - продовження

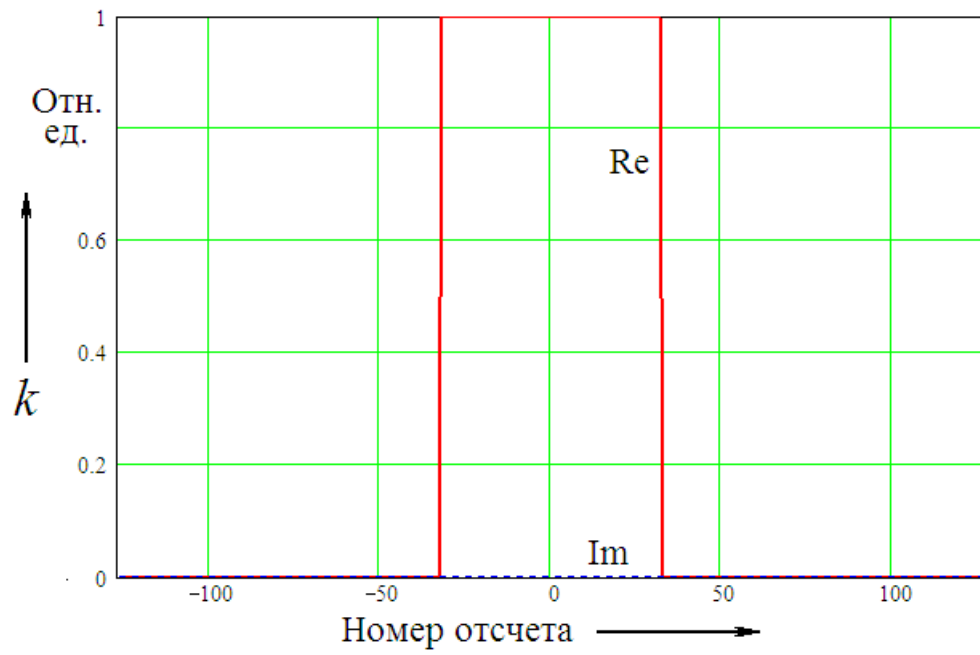


Рисунок 1.3 - Частотний діапазон ідеального ФНЧ

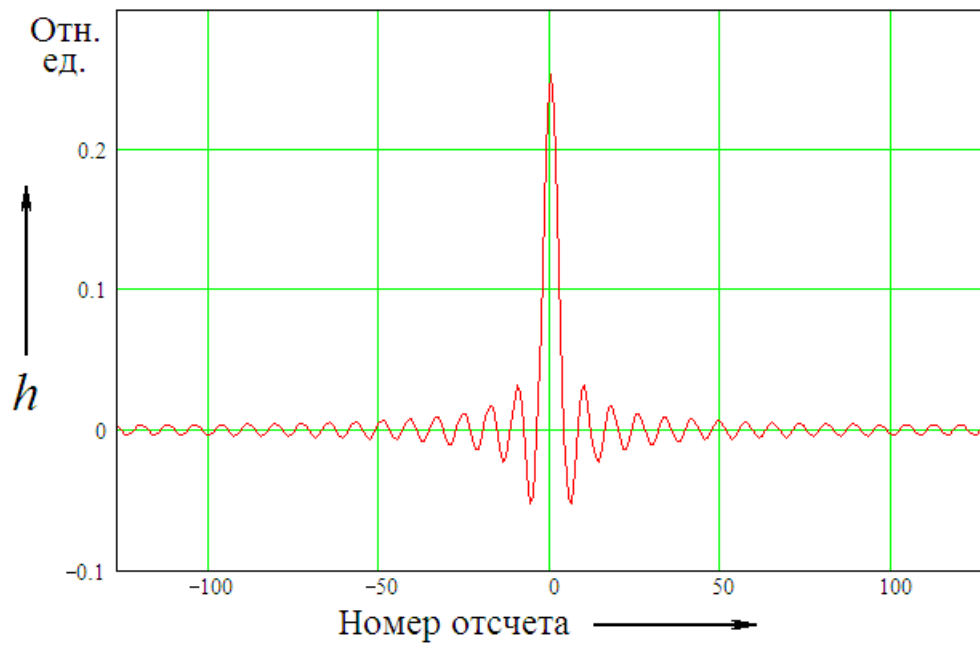


Рисунок 1.4 - Імпульсна характеристика ідеального ФНЧ

Фільтр не задовольняє принципу причинності. Однак він дуже важливий як з точки зору теорії, так і з точки зору комп'ютерної обробки цифрових сигналів.

На рис. 1.5 і 1.6 показані відповідно вхідний сигнал у вигляді прямокутного імпульсу і вихідний сигнал некаузального фільтра нижніх частот. Видно, що пульсації імпульсу, викликані видаленням вищих гармонійних складових, починаються задовго до його фактичного початку.

Аналогічна ситуація має місце для гауссова імпульсу, вхідний і вихідний сигнали якого показані на рис. 1.7 і 1.8 відповідно. Тут картина спотворень менше виразна, оскільки спектр гауссова імпульсу містить менше високочастотних складових, ніж спектр прямокутного імпульсу.

Реальний (каузальний) фільтр нижніх частот. Матеріальна і уявна частини частотної характеристики даного фільтра показані на рис. 1.9. Видно, що речова частина є прямокутною функцією, як і в ідеальному фільтрі, проте уявна частина має кінцевий коефіцієнт передачі за межами смуги пропускання. Але після перетворення частотної характеристики в імпульсну характеристику (рис. 1.10) очевидно, що остання вже задовольняє принципу причинності.

На рис. 1.11 і 1.12 показані відповідно вхідний сигнал у вигляді прямокутного імпульсу і вихідний сигнал каузального фільтра нижніх частот. Видно, що пульсації імпульсу, викликані видаленням вищих гармонійних складових, починаються лише після фактичного початку даного імпульсу, що відповідає реальній ситуації.

Аналогічна картина спостерігається і для гауссова імпульсу, вхідний і вихідний сигнали якого показані на рис. 1.13 і 1.14 відповідно. Спотворення і раніше менш виразні, ніж у випадку прямокутного імпульсу, однак добре видно, що вони з'являються лише слідом за основним сигналом, а не передують йому, як на рис. 1.8. Таким чином, даний фільтр може бути реалізований фізично.

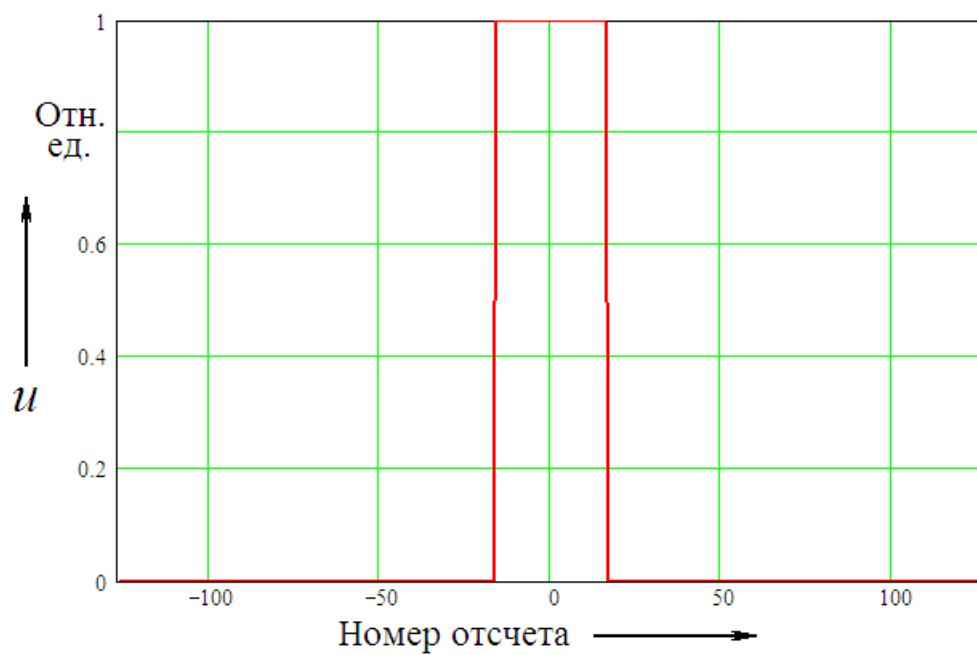


Рисунок 1.5 - Прямокутний імпульс на вході ідеального ФНЧ

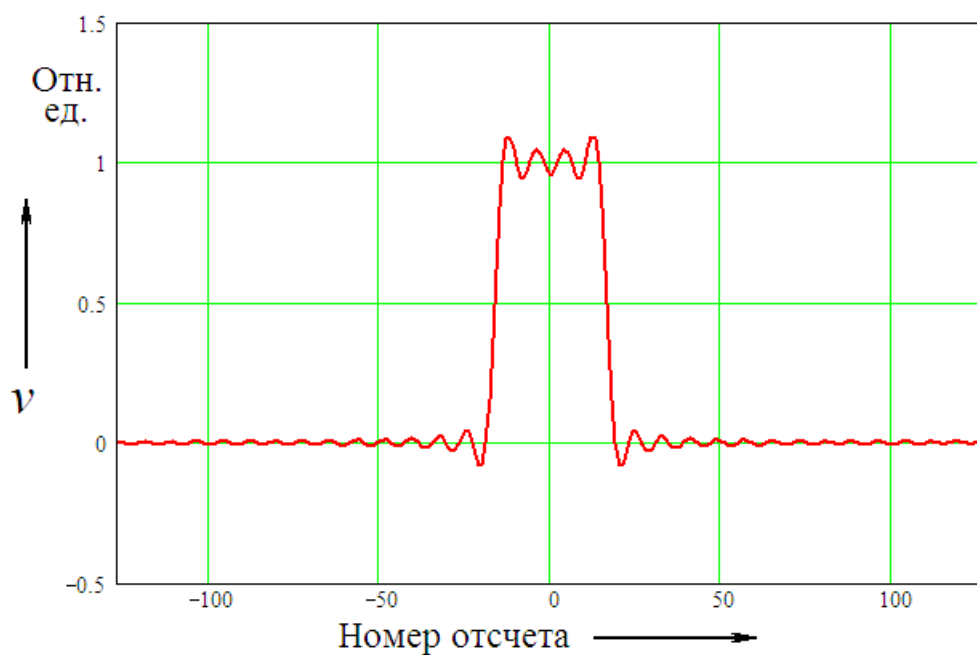


Рисунок 1.6 - Прямокутний імпульс на виході ідеального ФНЧ

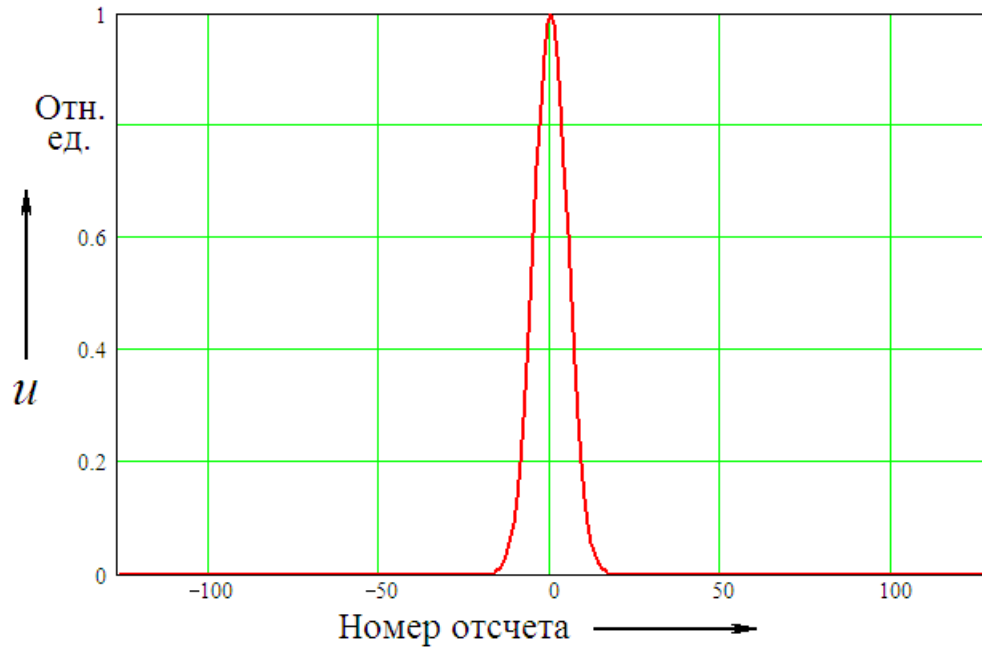


Рисунок 1.7 - Гаусів імпульс на вході ідеального ФНЧ

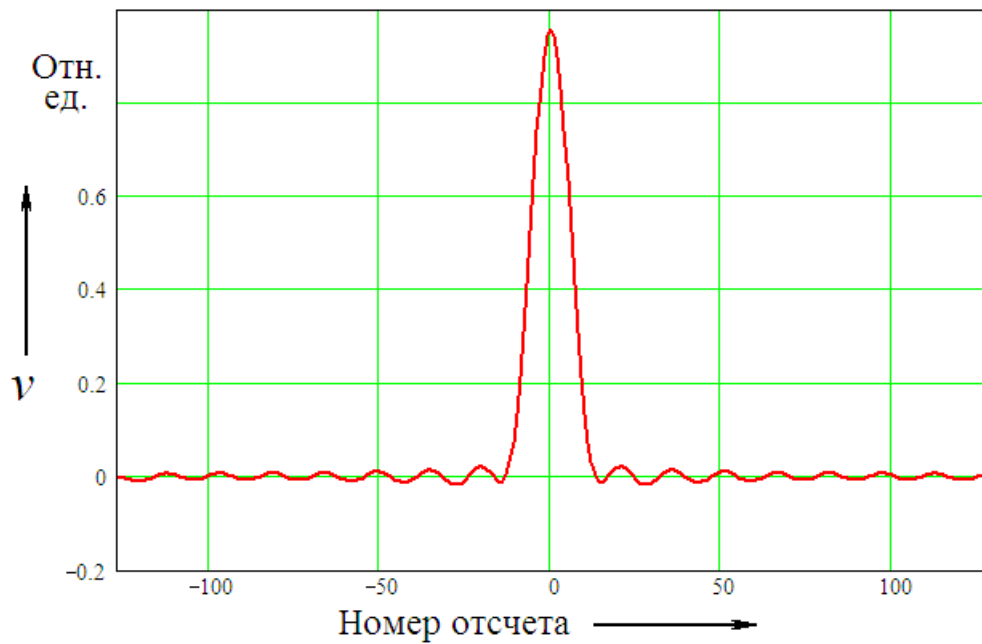


Рисунок 1.8 - Гаусів імпульс на виході ідеального ФНЧ

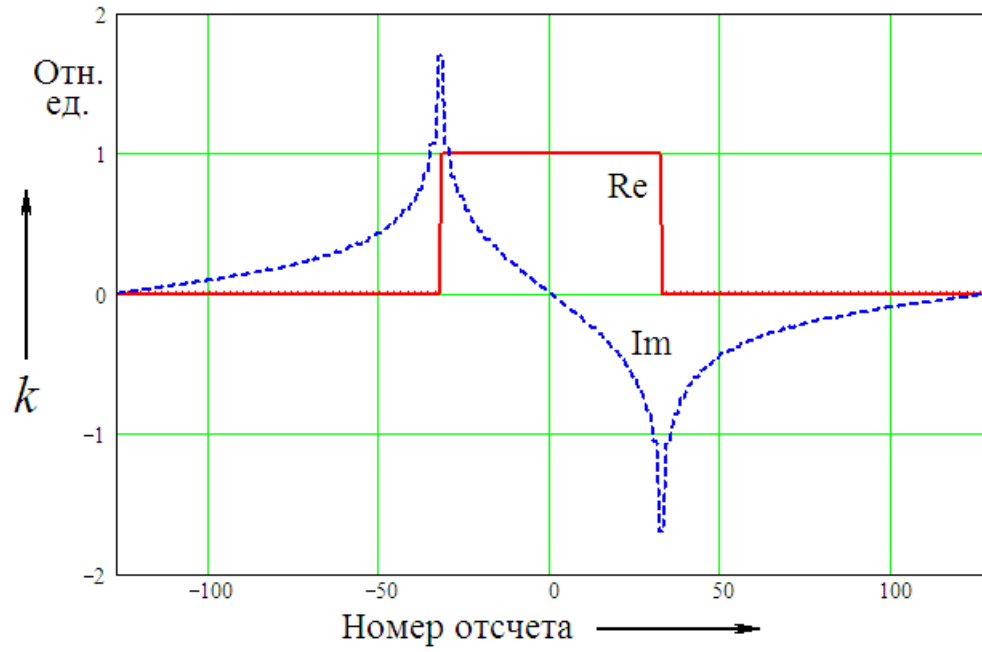


Рисунок 1.9 - Частотний діапазон реального ФНЧ

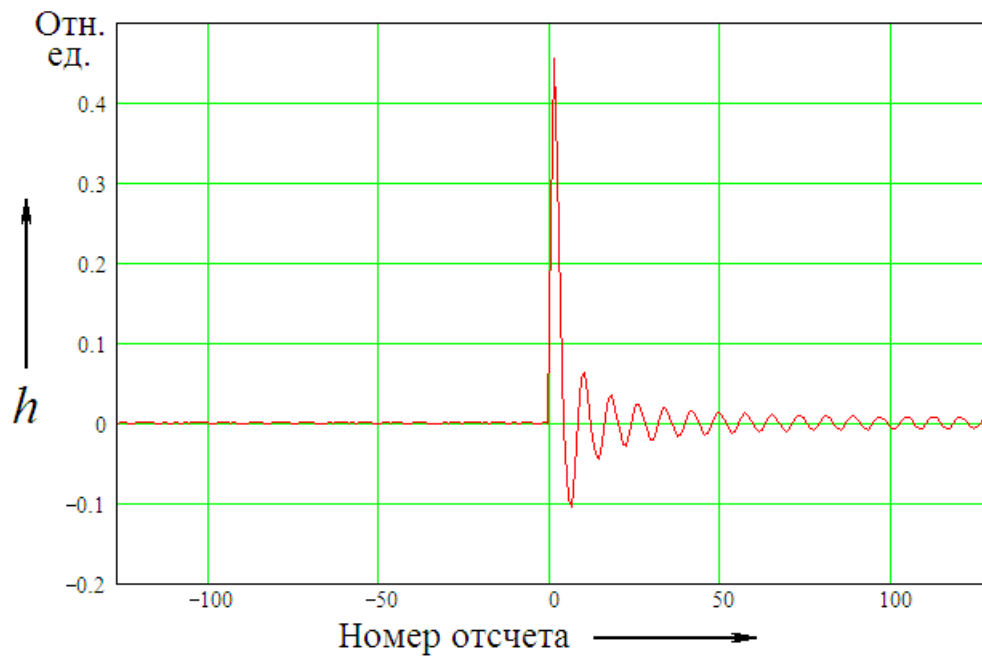


Рисунок 1.10 - Імпульсна характеристика реального ФНЧ

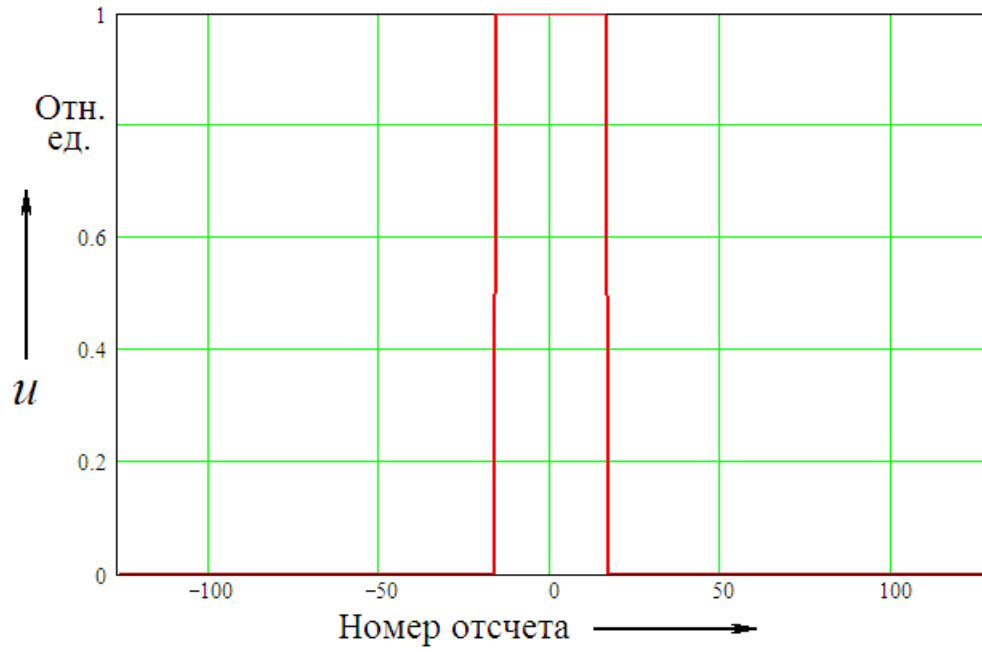


Рисунок 1.11 - Прямокутний імпульс на вході реального ФНЧ

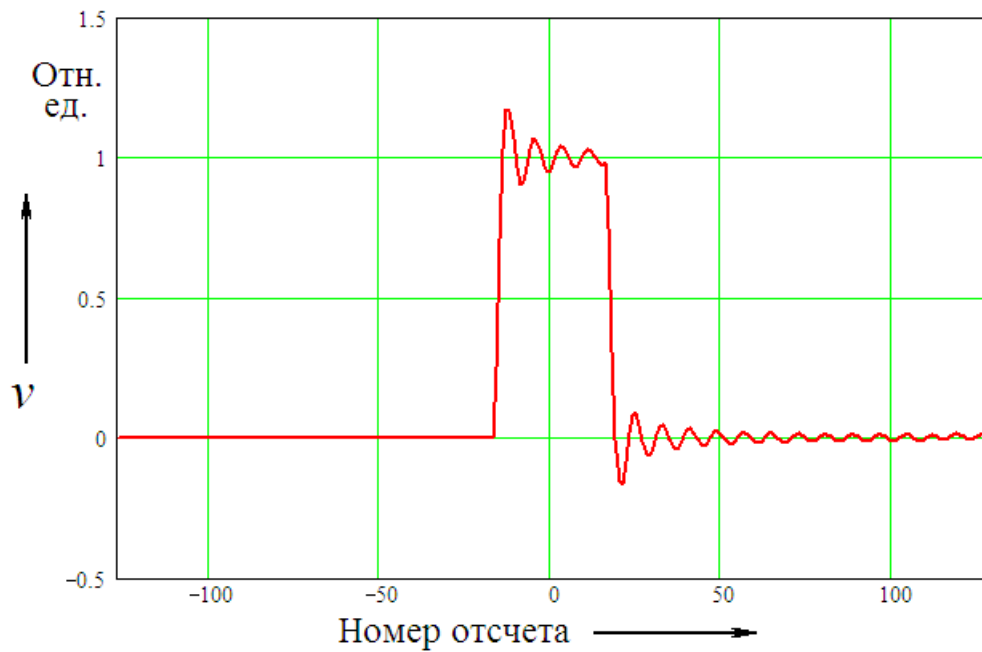


Рисунок 1.12 - Прямокутний імпульс на виході реального ФНЧ

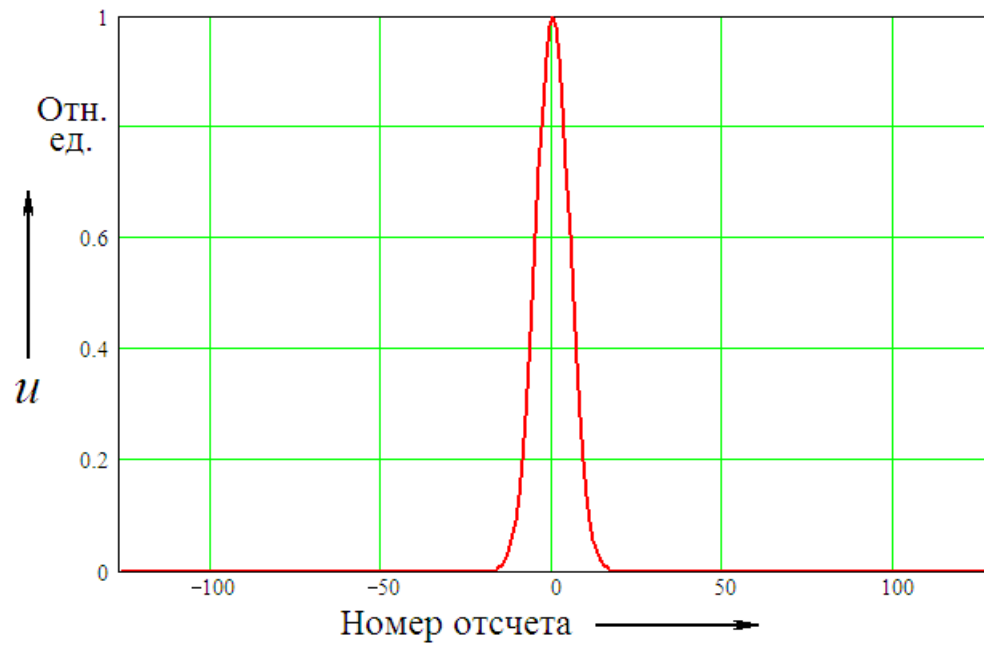


Рисунок 1.13 - Гаусів імпульс на вході реального ФНЧ

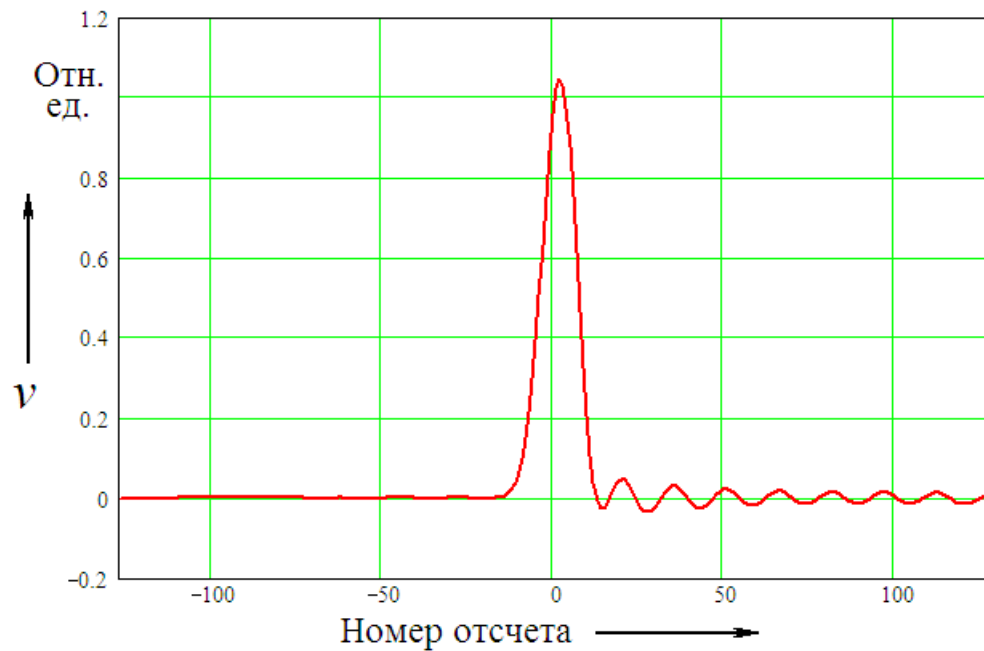


Рисунок 1.14 - Гаусів імпульс на виході реального ФНЧ

Таким чином, розроблена методика цифрової фільтрації дискретних сигналів дозволяє наочно ілюструвати вплив різних гармонік в спектрі сигналу на вигляд вихідної функції фільтра.

## 2 НЕТРАДИЦІЙНІ МЕТОДИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

### 2.1 Методи Проні

Авторегресійні алгоритми спектрального оцінювання необхідні для дослідження фізичних процесів при взаємодії сповільнених електромагнітних хвиль з електронними потоками. Однак з прикладної точки зору більш важливим є не спектральний, а гармонічний аналіз високочастотних складових полів і струмів. Справді, частотна залежність спектральної щільності потужності дає інформацію про коливання в електронному потоці, але не дозволяє визначити амплітуди і фази окремих гармонійних складових збудливого струму і вихідного сигналу, а також реконструювати сигнал виходячи з його спектральній щільності потужності. Хоча в літературі описані алгоритми, що дозволяють відновити функцію по її спектральній щільності амплітуди на основі декількох вибірок, їх використання в даному випадку навряд чи виправдано.

Найбільш поширеним класичним методом гармонійного аналізу є дискретне перетворення Фур'є. Особливості ДПФ, що впливають на якість виконаного з його допомогою спектрального оцінювання, в тій же мірі позначаються і при гармонійному розкладанні. Використання ДПФ для гармонійного аналізу збудливого струму покладено в основу методу фундаментальної частоти, недоліки якого добре відомі. Тому виникає проблема вибору альтернативних алгоритмів для гармонійного розкладання дискретних функцій, які не ґрунтуються на припущенні про періодичність функції за межами тимчасової вибірки. До таких алгоритмів відносяться, зокрема, методи Проні.

Методи Проні є способом гармонійного аналізу функцій, заснованим, подібно вищеописаним авторегресійним алгоритмам, на параметричній моделі процесу. Однак від алгоритмів спектрального оцінювання вони відрізняються тим, що ця модель є детермінованою, а не вероятностной. Подібно Фур'є-аналізу, методи Проні полягають в заміні вихідної функції  $f(t)$  тригонометричним поліномом виду:

$$f(t) = \sum_{m=1}^M F_m e^{i\omega_m t} \quad (2.1)$$

або, в дискретній формі, з використанням z- перетворення:

$$f_l = \sum_{m=1}^M F_m z_m^l, \quad (2.2)$$

де  $F_m$  – комплексна амплітуда m- й гармонійної складової;

$\omega_m$  – її комплексна кругова частота (уявна частина є коефіцієнтом загасання).

$z_m = \exp(i\omega_m \Delta t)$  – z-перетворення вихідної тимчасової послідовності.

Однак, на відміну від ряду Фур'є, частоти гармонік тут заздалегідь не відомі і знаходяться в процесі аналізу. При цьому можливі два випадки:

- кількість  $M$  комплексних експонент в ряді (2.1) або (2.2) дорівнює половині кількості відліків комплексної функції  $L$  (довжини вибірки). Оскільки кожен член ряду характеризується двома невідомими параметрами (комплексна частота і комплексна амплітуда), загальне число невідомих дорівнює кількості вихідних даних і має місце гармонійна інтерполяція функції. Зауважимо, що для інтерполяції поруч Фур'є необхідно вдвічі менше відліків, так як частоти компонент заздалегідь задані;

- кількість членів ряду менше половини довжини вибірки. В даному варіанті можлива тільки гармонійна апроксимація вихідної функції, яка виконується методом найменших квадратів. Замість самої функції  $f(t)$  в лівій частині формули (2.2) при цьому з'являється її оцінка (estimation)  $f_e(t)$ :

$$f_l^e = \sum_{m=1}^M F_m z_m^l. \quad (2.3)$$

Алгоритм інтерполяції функції поруч (2.2) або вихідний метод Проні полягає у вирішенні лінійного матричного рівняння для коефіцієнтів характеристичного полінома з подальшою факторизацією цього полінома, в результаті чого знаходяться комплексні частоти  $m$ . Потім на основі отриманих базисних частот вирішується матричне рівняння для комплексних амплітуд  $F_m$  (також лінійне). Таким чином, процедура інтерполяції завдяки своїй поетапності, має досить простий вигляд.

На противагу гармонійної інтерполяції, спроба апроксимації тимчасової залежності поруч (2.3) приводить до нелінійних рівнянь, безпосереднє вирішення яких в даний час неможливо. В якості альтернативних заходів використовується змішаний субоптимальний підхід (так званий метод найменших квадратів Проні [14]). На першому етапі тимчасова функція піддається спектральному аналізу, наприклад, одним з авторегресійних методів. З отриманих коефіцієнтів лінійного передбачення формується поліном, який потім факторізується. Знайдені коріння  $z_m$  визначають комплексні частоти  $m$  передбачуваних компонентів в гармонійному розкладанні оцінки функції (2.3). Подальший розрахунок комплексних амплітуд  $F_m$  цих гармонік не складає труднощів, так як відповідне матричне рівняння є вже лінійним.

Незважаючи на подібну складність, для гармонійного аналізу електромагнітних полів слід по можливості використовувати саме метод найменших квадратів Проні. Справа в тому, що внаслідок властивості методу частинок зашумленості ВЧ-сигналу інтерполяція призводить до значних тимчасовим флуктуацій обчислених гармонійних параметрів. Це негативно позначається на точності моделювання. Лише для майже монохроматичних сигналів з відношенням сигнал/шум вище 100 ... 120 дБ (наприклад, що генеруються магнетрон генераторами з високочастотними резонансними

структурами) може бути доцільним застосування гармонійної інтерполяції, більш стійкою до поганої обумовленості вихідних даних.

При гармонійному розкладанні збудливого струму в методі комплексних амплітуд вибір не настільки очевидний. Оскільки дана процедура є не засобом аналізу результатів моделювання, а невід'ємною складовою частиною моделює алгоритму, необхідно забезпечити її надійне функціонування при довільних значеннях вихідних функцій. Як показує практика, найбільший відсоток аварійних завершень методу найменших квадратів Проні відбувається на етапі спектрального аналізу вихідної вибірки за допомогою авторегрессионной моделі. Використання для цієї мети гармонійної інтерполяції суттєво підвищує надійність всього алгоритму. Розумним компромісом тут може бути описаний далі змішаний підхід, що поєднує гармонійну інтерполяцію і апроксимацію на різних етапах декомпозиції.

Існує по дві модифікації кожного з методів Проні, одна з яких використовує в якості базису розкладання затухаючі комплексні експоненти, друга - незгасаючі, тобто чисто гармонійні функції. З'ясуємо, яка з них більш прийнятна для використання в НВЧ-електроніці. Протягом перехідного процесу, коли амплітуди сигналів змінюються в часі, спектр сигналу краще апроксимується затухаючими або наростаючими (з негативними коефіцієнтами загасання) експонентами. Після досягнення стаціонарного режиму більш природною є модель незатухаючих експонент. Формально можна очікувати, що перша модифікація методів Проні повинна охоплювати обидва випадки, і в стаціонарному стані обчислені коефіцієнти загасання будуть прагнути до нуля. Однак з результатів, отриманих в роботі [14], видно, що при наявності адитивного шуму цього не відбувається, тобто для близько розташованих гармонійних складових розкладання по комплексним експонентам з урахуванням загасання виявляється істотно менш точним, ніж без урахування такого.

З практичної точки зору пріоритет слід віддати коректності аналізу сигналу в стаціонарному режимі, тому доцільним є розкладання по незгасаючим

експонентам. Для підвищення точності аналізу вихідного спектра при перехідному процесі необхідно використовувати регулярно оновлювану вибірку даних мінімальної довжини. Це, зрозуміло, вступає в протиріччя з роздільною здатністю методу, однак занадто високий частотний дозвіл на фронтах радіо імпульсів немає сенсу, так, як ширина спектральних складових сигналу тут порівняно велика. Дійсно, при збільшенні довжини часовій послідовності друга модифікація методу Проні апроксимує наростаючу (загасаючу) синусоїду групою з декількох близько розташованих гармонік. Якщо істотна точна форма спектра при перехідному процесі,

Розглянемо практичну реалізацію кожного з двох вищевказаних методів Проні (гармонійної інтерполяції і гармонійної апроксимації) більш детально.

## 2.2 Метод гармонійної інтерполяції

Алгоритм вихідного методу Проні має досить просту структуру, що складається з рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь для коефіцієнтів характеристичного полінома, факторизації цього полінома і повторного рішення аналогічної системи для комплексних амплітуд. При розкладанні по загасаючим експонентам рівняння для коефіцієнтів характеристичного полінома

$$z^M + \sum_{m=1}^M a_m z^{M-m} \quad (2.4)$$

мають вигляд:

$$\sum_{m=1}^M a_m f_{l-m} = -f_l, \quad (2.5)$$

де порядок моделі  $M = L/2$ , а  $l$  змінюється від  $L/2$  до  $L-1$  включно. При розкладанні по незатухаючим експонентам характеристичний поліном записується як:

$$\sum_{m=1}^{M/2} a_m z^{M/2+m} + z^{M/2} + \sum_{m=1}^{M/2} a_m^* z^{M/2-m}, \quad (2.6)$$

а рівняння для його коефіцієнтів – у вигляді:

$$\sum_{m=1}^{M/2} a_m f_{l+m} + \sum_{m=1}^{M/2} a_m^* f_{l-m} = -f_l, \quad (2.7)$$

де  $l$  змінюється від  $L/3$  до  $2L/3-1$  включно. В даному випадку порядок моделі  $M$  дорівнює  $2L/3$ .

Оскільки в роботі [14] алгоритм гармонійної інтерполяції описаний лише в загальних рисах, а відповідна програма взагалі не приведена, заповнимо цю прогалину. При цьому обмежимося розкладанням по незгасаючим експонентам, як більш важливим для практичних цілей. Довжину вибірки  $L/3$  припускаємо кратної трьом. Функція  $f$  може бути комплексною або речовій. Для обох випадків необхідно замінити задану вибірку послідовністю з  $M$  комплексних експонент, де  $M$ , як зазначено вище, а також  $2L/3$ .

$$[\mathbf{z}] \mathbf{F} = \mathbf{f}, \quad (2.8)$$

де  $[\mathbf{z}]$  – квадратна ( $M \times M$ ) матриця значень  $z_{ml}$ , що має вигляд:

$$[\mathbf{z}] = \begin{pmatrix} z_1^0 & z_2^0 & z_M^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & z_M^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ z_1^{M-1} & z_2^{M-1} & z_M^{M-1} \end{pmatrix}; \quad (2.9)$$

де  $\mathbf{F}$  та  $\mathbf{f}$  – вектори значень  $F_m$  і  $f_l$  (тут  $l = 0 \dots M-1$ ).

Для речової функції  $f$  рівняння (2.2) і (2.8) не змінюються, але безлічі  $z_m$  і  $F_m$  можуть бути розділені на дві підмножини з  $M/2$  членів, кожна з яких є комплексним сполученням іншого. Щоб забезпечити уніфікацію алгоритму, бажано розглядати спектр речової функції як двосторонній (тобто з негативними і позитивними частотами). Тому алгоритм гармонійної інтерполяції далі буде описаний тільки для комплексної вибірки, так як модифікація його для речової послідовності очевидна.

Першою стадією даного алгоритму є знаходження коефіцієнтів характеристичного полінома. Цей поліном з  $M$  нулями  $z_1 \dots z_M$  може бути записаний як:

$$\prod_{m=1}^M (z - z_m) = \sum_{m=0}^M a_m z^{M-m}, \quad (2.10)$$

де  $a_m$  - коефіцієнти многочлена (комплексні або речові, в залежності від типу функції  $f$ ) і  $a_0 = 1$ .

Використовуючи процедуру, застосовану для модифікованого методу найменших квадратів Проні, можна записати систему з  $M/2$  лінійних різницевих рівнянь для  $M$  коефіцієнтів  $a_1 \dots a_M$ :

$$\sum_{m=1}^{M/2} (a_{M/2-m} f_{l+m} + a_{M/2+m} f_{l-m}) = -a_{M/2} f_l, \quad (2.11)$$

де  $l = M/2 \dots L - M/2 - 1$ .

Додатковою умовою є комплексна спряженість коефіцієнтів:

$$a_m = a_M \cdot a_{M-m}^*, \quad (2.12)$$

що дозволяє в два рази зменшити кількість невідомих змінних.

Використовуючи нормалізовані коефіцієнти  $w_m = a_{M/2-m}/a_{M/2}$ , наводимо характеристичний поліном (2.10) до записаного раніше загальному вигляду (2.6):

$$\sum_{m=1}^{M/2} w_m z^{M/2+m} + z^{M/2} + \sum_{m=1}^{M/2} w_m^* z^{M/2-m} \quad (2.13)$$

(нормалізація тут не береться до уваги, оскільки істотні коріння цього полінома, а не його значення). При виведенні виразу (2.13) враховано, що відповідно до умовою (2.12)  $a_{M/2+m}/a_{M/2} = (a_{M/2-m}/a_{M/2})^*$ .

Система  $M/2$  лінійних різницевих рівнянь для  $M/2$  нормалізованих коефіцієнтів  $w_1 \dots w_{M/2}$  має вигляд, аналогічний (2.7):

$$\sum_{m=1}^{M/2} (w_m f_{l+m} + w_m^* f_{l-m}) = -f_l, \quad (2.14)$$

де  $l = M/2 \dots L-M/2-1$ .

Щоб перетворити (2.14) до придатної для вирішення форми, коефіцієнти  $w$  та  $f$  повинні бути явно виражені через їх речові і уявні частини, тобто  $w = w_r + iw_i$ ;  $f = f_r + if_i$ . В результаті маємо:

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^{M/2} (f_{l+m}^r + f_{l-m}^r) w_m^r + \sum_{m=1}^{M/2} (-f_{l+m}^i + f_{l-m}^i) w_m^i = -f_l^r ; \\ \sum_{m=1}^{M/2} (f_{l+m}^i + f_{l-m}^i) w_m^r + \sum_{m=1}^{M/2} (f_{l+m}^r - f_{l-m}^r) w_m^i = -f_l^i . \end{cases} \quad (2.15)$$

Для вирішення системи (2.15) може бути рекомендований алгоритм гауссова виключення з частковим вибором ведучого елемента. У ітераційне уточнення, як правило, немає необхідності, оскільки вхідні функція зашумлена внаслідок флуктуацій моделі частинок.

Другим етапом алгоритму Проні, як зазначалося вище, є факторизація характеристичного полінома (2.10) з перебуванням всіх його нулів  $z_1 \dots z_M$ .

Типова довжина вибірки збудливого струму для нестационарних і спектральних моделей НВЧ-приладів дорівнює 63 ... 255 (тобто найближче менше, ніж 26...28 значення, кратне 3). Тому порядок моделі  $M$  звичайно дорівнює 42...170. На жаль, оригінальні алгоритми Дженкінса-Траубе і Дженкінса працюють задовільно тільки з поліномами, ступінь яких не перевищує 50 і 100 відповідно.

Третім етапом методу гармонійної інтерполяції є рішення системи лінійних рівнянь (2.8). При розкладанні по незатухаючим комплексним експонентам знайдені нулі  $z_1 \dots z_M$  доцільно попередньо нормалізувати до одиничного модулю і потім відсортувати за частотою з видаленням кратних. Відповідно, порядок моделі  $M$  може бути зменшений. Метод вирішення системи (2.8) - такий же, як на першому етапі, тобто гауссово виключення з частковим вибором ведучого елемента і без ітераційного уточнення.

Істотним недоліком вихідного алгоритму гармонійної інтерполяції є неповне використання аналізованої послідовності на його заключному етапі. Справді, при вирішенні системи (2.8) використовується не більше двох третин вихідної вибірки. Це виражається в підвищеній неточності оцінки амплітуди для зашумлених функцій. Прийнятним рішенням може бути заміна гармонійної інтерполяції  $fl$  системою (2.8) на її гармонійну апроксимацію по всьому  $L$  точок вихідної послідовності:

$$([\mathbf{z}]^H [\mathbf{z}]) \mathbf{F} = [\mathbf{z}]^H \mathbf{f}, \quad (2.16)$$

де  $[\mathbf{z}]$  – тут прямокутна  $(L \times M)$  матриця значень  $z_{ml}$ , записана як:

$$[\mathbf{z}] = \begin{pmatrix} z_1^0 & z_2^0 & z_M^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & z_M^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ z_1^{L-1} & z_2^{L-1} & z_M^{L-1} \end{pmatrix}; \quad (2.17)$$

$\mathbf{f}$  – вектор значень  $f_l$  для  $l = 0 \dots L-1$ . Множення може бути переписано як  $(M \times M)$  ермітова матриця коефіцієнтів  $\alpha_{ij}$ :

$$[\alpha] = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{1M} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{2M} \\ \alpha_{M1} & \alpha_{M2} & \alpha_{MM} \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

де

$$\alpha_{ij} = \sum_{l=0}^{L-1} (z_i^* z_j)^l. \quad (2.19)$$

З огляду на попереднє видалення кратних нулів, маємо:  $\alpha_{ij} = L$ , если  $j = i$ ,  
іначе:

$$\alpha_{ij} = \frac{(z_i^* z_j)^L - 1}{z_i^* z_j - 1}. \quad (2.20)$$

Для вирішення системи  $M$  лінійних рівнянь (2.16) можна використовувати метод Холецкого.

Описана змішана модифікація алгоритму гармонійної декомпозиції відрізняється як від вихідного підходу, так і від узагальненого методу найменших квадратів Проні, оскільки на її першому етапі використовується інтерполяція, а на третьому - апроксимація вихідної функції. Це повинно забезпечити, по-перше, істотно кращу стабільність алгоритму при роботі з погано зумовленими послідовностями, ніж при використанні на першому етапі авторегрессионної моделі, по-друге - більшу точність розрахунку комплексних амплітуд гармонік для зашумлених функцій, ніж у вихідному підході. Проте, оскільки на кожній стадії будь-який з двох описаних модифікацій алгоритму гармонійної декомпозиції все ж можуть відбуватися помилки через погану

обумовленості вихідної вибірки, важливо забезпечити його надійне функціонування, щоб уникнути випадкового аварійного завершення процесу моделювання. Одним із способів може бути ітеративне зниження порядку моделі  $M$  на 2 з відповідним зменшенням довжини вибірки  $L$  на 3 до тих пір, поки буде отримано успішний результат. Звичайне для параметричних методів додавання шуму до вихідної вибірки тут не обов'язково, оскільки сам збудливий ток в моделях частинок завжди зашумлен. Проте, для забезпечення гарантованої стійкості алгоритму під час моделювання «холодної» системи,

У Додатку А наведено демонстраційна програма на Фортрані 90 для гармонійної інтерполяції комплексної вибірки. Функція `Number_Of_Harmonics` повертає кількість гармонійних компонент для аналізованої послідовності після видалення кратних нулів характеристичного полінома. Функції `Harmonic_Frequency` і `Harmonic_Amplitude` повертають відносну лінійну частоту (в одиницях частоти дискретизації) і комплексну амплітуду будь-якого компонента відповідно. Це спрощена версія професійної програми без ітеративного зниження порядку моделі для погано обумовлених вибірок і описаної далі модифікації алгоритму факторизації полінома. Тому, незважаючи на те, що внутрішні робочі області призначені для вибірки довжиною до 255 включно, максимальне значення  $L$  для даної версії одно 72.

Додаток А містить також фрагмент програми для заміщення гармонійної інтерполяції функції на третьому етапі алгоритму її гармонійної апроксимацією. Цим фрагментом використовується підпрограма бібліотеки `IMSL DLSLHF`.

Якщо дану програму з інтерполяцією на третьому етапі застосувати до 64-точковою тест-послідовності з лінійні частоти і модулі комплексних амплітуд вихідних одиночних гармонік з відносними лінійними частотами -0,15; 0,10; 0,20; 0,21 і модулями амплітуд 0,1; 0,1; 1,0 і 1,0 відповідно відновлюються як:

$$\begin{aligned}\omega_{15} / 2\pi &= -0,15001436 & , & \quad |F_{15}| = 0,093785705 & \quad ; \\ \omega_{22} / 2\pi &= 0,099987216 & , & \quad |F_{22}| = 0,089861647 & \quad ; \\ \omega_{25} / 2\pi &= 0,20004258 & , & \quad |F_{25}| = 1,2376770 & \quad ; \\ \omega_{26} / 2\pi &= 0,20996366 & , & \quad |F_{26}| = 0,045267775 & \quad .\end{aligned}$$

Як видно, точність оцінки амплітуди не цілком задовільна. Однак, якщо на третьому етапі алгоритму інтерполяції замінити апроксимацией на повній довжині вибірки, модулі амплітуд стають рівними:

$$\begin{aligned}|F_{15}| &= 0,10145834 & \quad ; \\ |F_{22}| &= 0,10638309 & \quad ; \\ |F_{25}| &= 1,0475157 & \quad ; \\ |F_{26}| &= 1,0619225 & \quad .\end{aligned}$$

Отже, як і передбачалося, друга модифікація алгоритму значно краще підходить для гармонійного розкладання істотно зашумлених послідовностей. Можливість помітного дисбалансу потужностей в системі, як результату апроксимації збудливого струму, малоімовірна.

У вищеописаних розрахунках використано транслятор Compaq Visual Fortran Professional Edition v.6.5 для Intel 386 з вихідними налаштуваннями для конфігурації Win32 Debug.

Як і при спектральному аналізі, при гармонійної декомпозиції представляють інтерес оцінки залежності роздільної здатності алгоритму від кількості компонент в групі з кількох близько розташованих гармонік. Рисунок 2.1 дає приклади подібних залежностей для вихідного підходу Проні. В спектрі комплексної вибірки довжиною  $L = 255$  присутня єдина група гармонік із середньою відносною лінійною частотою  $1/16$ , вона складається з  $h = 2 \dots 8$  еквідистантних комплексних експонент одиничної амплітуди з нульовими початковими фазами. Тут визначається як мінімальна відстань по частоті між сусідніми експонентами за умови, що наведений метод відновлює амплітуди всіх гармонік з відносною помилкою не більше кількох відсотків. Крива 1 побудована

для незашумленим вибірки. Крива 2 отримана для аналогічної вибірки, доповненої білим шумом з середнькватратическим значенням -120 дБ від амплітуди гармоніки. Незважаючи на наближену оцінку цих залежностей, перевага алгоритму гармонійної інтерполяції перед звичайним розкладанням в ряд Фур'є очевидно.

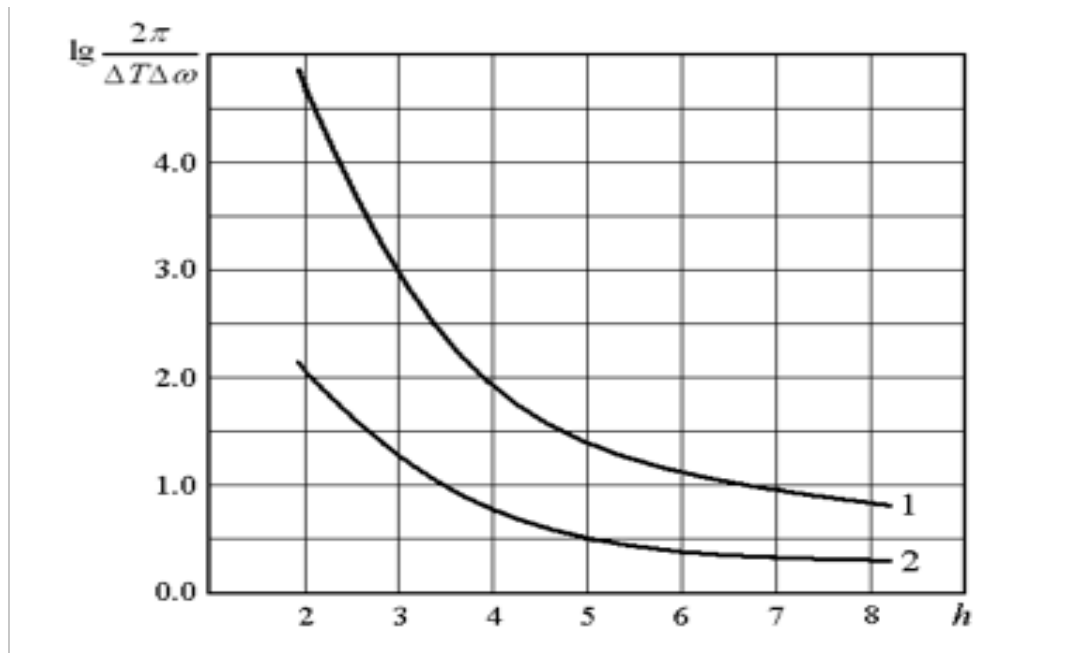


Рисунок 2.1 - Частотний дозвіл вихідного методу Проні

### 2.3 Метод найменших квадратів

Коротко зупинимося на особливостях застосування методу найменших квадратів Проні для гармонійної декомпозиції функцій. Як зазначалося вище, алгоритм його також складається з трьох етапів, першим з яких є спектральний аналіз тимчасової вибірки вихідної функції. Для цього доцільно використовувати модифікований коваріаційний метод. Оскільки відсутність загасання передбачає, що модулі всіх коренів  $z_m$  характеристичного полінома (2.6) повинні дорівнювати одиниці, даний поліном виходить сполученої-симетричним. Знаходження його коефіцієнтів доцільно виконувати за допомогою спеціально

розробленого Марпл алгоритму рішення симетричних коваріаційних нормальних рівнянь.

Другий етап полягає в факторизації отриманого характеристичного полінома (2.6) з комплексними або речовими коефіцієнтами. Як уже зазначалося, одними з кращих методів для цього є відповідно алгоритми Дженкінса і Траубе і Дженкінса. Оскільки ряд застосувань спектрального підходу вимагають значень порядку моделі до 128...256, адаптація цих методів для роботи з многочленами великих ступенів описана в наступному підрозділі.

Третій етап методу найменших квадратів Проні (розрахунок комплексних амплітуд гармонійних складових) Полягає у вирішенні системи лінійних рівнянь, аналогічної (2.16), із симетрично ермітової матрицею, наприклад, методом розкладання Холецкого. Незважаючи на сполучення симетричність коефіцієнтів полінома (2.6), модулі Деяк его коренів, особливо при великих порядках моделі, виявляються Досить далекими від передбачуваності одінічного значення. Щоб избежать помилок на даного етапі внаслідок переповнення розрядної сітки ЕОМ чи вірожденність матриці, перед его Виконання доцільно провести нормування знайдених нулів полінома до одінічного модулю и подалі їх сортування по частоті з віддаленням кратних (аналогічно до наведеного в Додатках А алгоритму віхідного методу Проні).

## 2.5 Факторизация полиномов високих порядків

При використанні методів Проні для гармонійного аналізу збудливого струму і високочастотного поля в нелінійних системах виникає необхідність в знаходженні коренів поліномів достатньо високих порядків. Однією з причин цього є нелінійна взаємодія між двома або більше сигналами, що створює безліч комбінаційних складових в спектрі збудливого струму і, відповідно, ВЧ-поля сповільнює системи (ситуація посилюється наявністю в ЕС двох вироджених нормальних мод або двох зустрічних хвиль, кожен з яких має, взагалі кажучи, незалежні спектральні розкладання).

Інший приводом може бути дослідження проходження через підсилювальну систему широкосмугового сигналу зі складним спектром. Для задовільною апроксимації частотної обвідної такого сигналу необхідно синтезувати його з якомога більшої кількості гармонійних компонент на вході. Хоча в методі комплексних амплітуд гармонійний аналіз огинають на різних базових частотах ведеться незалежно один від одного, з урахуванням вищевказаного взаємодії з електронним потоком всіх сигналів, спектр комплексної амплітуди кожної хвилі може стати досить складним.

Нарешті, ще однією причиною використання високих порядків моделі є необхідність усунення спостерігається зміщення частотних оцінок при сильній зашумленості аналізованої функції. У літературі вказується, що вплив адитивного шуму на точність знаходження нулів характеристичного полінома можна зменшити, якщо вибрати порядок фільтра лінійного передбачення набагато більше числа комплексних експонент, фактично присутніх у вихідному сигналі. Особливо важливим цей фактор стає при використанні гармонійного розкладання для вибору базових частот в адаптивному методі комплексних амплітуд.

З урахуванням вищесказаного, максимальний порядок  $M$  методів Проні, що застосовуються в спектральних моделях, можна оцінити як 256. Описана раніше методика автоматичного вибору порядку моделі зберігає свої переваги і при гармонійному аналізі.

У той же час, відомі реалізації методів Дженкінса-Траубе і Дженкінса не дозволяють досягти таких великих значень порядку. Комерційні варіанти цього алгоритму (наприклад, з пакету IMSL) працюють не більше ніж з 50 і 100 країнами відповідно. Спроба формально збільшити розміри робочих масивів, щоб розширити діапазон допустимих ступенів, без змін в алгоритмах не дає позитивних результатів. При ступеня полінома більшою 50 або 100 точність визначення останніх нулів неприпустимо знижується.

Причини незадовільної роботи методів Дженкінса-Траубе і Дженкінса з поліномами високих порядків неважко зрозуміти, якщо врахувати, що ці методи

знижують порядок многочлена після знаходження кожного кореня. При цьому в коефіцієнтах скороченої многочлена накопичуються помилки округлення. Коріння полінома, як відомо, дуже чутливі до зміни коефіцієнтів. Хоча програми знаходять останні нулі настільки ж точно, як і перші, проте це вже нулі не вихідного многочлена, а деякого іншого, спотвореного накопиченими похибками. При підстановці в початковий поліном вони не мінімізують його значення.

Радикальне усунення описаного недоліку в рамках існуючих алгоритмів, мабуть, неможливо. Однак можна послабити його вплив, якщо підвищити точність розрахунку нулів. Помилки в коефіцієнтах накопичуватимуться повільніше і виявляться можливим факторизувати многочлени більш високих порядків. Достатнім є навіть зменшення похибки значення не кожного окремого кореня, а середньоквадратичної помилки по всіх нулях.

Кожен корінь тут знаходиться в результаті трьох вкладених циклів обчислень. Зовнішній цикл задає певну послідовність зрушень вектора шуканого нуля на комплексній площині. Проміжний цикл в межах заданої послідовності здійснює зрушення цього вектора на фіксовану величину. Перераховані ітерації утворюють два головних проходу. Нарешті, внутрішній цикл виконує ряд ітерацій по уточненню положення нуля зі змінним кроком. Тут же проводиться перевірка збіжності ряду шляхом порівняння модуля полінома на потрібній точці з межами помилки, можливої при обчисленні значення цього полінома. Якщо модуль не перевищує допустимої помилки, встановлюється ознака збіжності (тобто корінь вважається знайденим) і всі три цикли достроково припиняються.

Зрозуміло, межі допустимої помилки не повинні бути занадто малими, оскільки в іншому випадку робота алгоритму буде часто завершуватися аварійно з ознакою «збіжність НЕ досягнута». В оригінальних програмах вони беруться з 20-кратним запасом. Як альтернатива цьому, пропонується використовувати два критерії збіжності. Вищеописаний вихідний критерій назвемо слабким, а новий - сильним. Сутність його полягає в тому, що ітерації по знаходженню поточного нуля припиняються тільки за умови, що модуль полінома на потрібній точці стає

меншим або рівним гранично допустимої абсолютної помилки. Вона визначається як максимальне значення коефіцієнтів вихідного промасштабованого полінома, помножене на відносну помилку уявлення числа з плаваючою точкою (мінімальне позитивне число, таке що  $1.0+ > 1.0$ ). В іншому випадку виконується повний набір ітерацій вихідного алгоритму, включаючи два головних проходу. Якщо при цьому досягається слабка збіжність, як знайденого значення нуля вибирається те, яке давало мінімальний модуль полінома серед всіх ітерацій. Якщо ж не була одержана навіть слабка збіжність - пошук коренів припиняється, як і в початковому алгоритмі.

Зазначені доопрацювання алгоритмів Дженкінса-Траубе і Дженкінса дозволяють підвищити середню точність знаходження нулів поліномів за рахунок збільшення тривалості рахунку. В результаті факторизації многочленів з порядком 256, отриманих при спектральному аналізі тимчасових вибірок, спостерігається не більше декількох коренів, модуль полінома в яких перевищує середньоквадратичне значення коефіцієнтів. Час розрахунку при цьому зростає приблизно в два - три рази.

Оскільки, незважаючи на вищеописані доробки, після факторизації характеристичних поліномів великій мірі неправильно знайдені нулі все ж зустрічаються, має сенс проводити перевірку коренів (шляхом підстановки їх у вихідний многочлен) з подальшим видаленням недостовірних. Якщо порядок моделі  $M$  обраний з запасом, невелике його зниження, як правило, несуттєво.

### 3 ПРИКЛАДИ ОБРОБКИ ВІДЕОЗОБРАЖЕНЬ ОБМЕЖЕНОЇ ЧІТКОСТІ

У попередніх розділах згадувалося, що рішення поставленого завдання проводиться в комплексній формі. Як відомо, число в комплексній формі займає найбільшу кількість осередків пам'яті машини. Якщо взяти до уваги те, що для роботи моделі потрібен великий обсяг даних, а в самому процесі моделювання виникає ще більша кількість даних, то стає зрозумілим, що рішення такого завдання можливе лише на машині з великим об'ємом пам'яті. Отже обсяг пам'яті є основним критерієм при виборі ЕОМ. Крім того, машина повинна мати велику швидкодію, так як двовимірні дискретні перетворення Фур'є вимагають великого числа математичних дій. Циклічність даного методу вимагає великих тимчасових витрат. ЕОМ з об'ємом оперативної пам'яті 1 Гбайт і процесором Intel 2,9 ГГц повністю задовольняє цим вимогам.

#### 3.1 Вибір математичного методу розв'язання задачі

Як впливає з попередніх розділів, з математичної точки зору алгоритм моделювання обробки зображень є досить простим і складається з трьох основних дій. Це, по-перше, пряме двовимірне дискретне перетворення Фур'є вихідної функції  $F(m_x, m_y)$ :

$$C(n_x, n_y) = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{m_y=-N_y/2+1}^{+N_y/2} \sum_{m_x=-N_x/2+1}^{+N_x/2} F(m_x, m_y) \times \exp\left(-\frac{2\pi i n_x m_x}{N_x}\right) \exp\left(-\frac{2\pi i n_y m_y}{N_y}\right), \quad (3.1)$$

де  $C(n_x, n_y)$  - одержувані Фур'є-гармоніки зображення;

$N_x$  - розмір зображення по осі  $x$  в пікселях;

$N_y$  - розмір зображення по осі  $y$  в пікселях.

Далі слід фільтрація отриманих гармонік  $C(n_x, n_y)$  низькочастотних, високочастотним або смуговим фільтром в одному або обох напрямках. Відфільтровані гармоніки піддаються зворотному двовимірному дискретному перетворенню Фур'є (синтезу):

$$F(n_x, n_y) = \sum_{m_y=-N_y/2+1}^{+N_y/2} \sum_{m_x=-N_x/2+1}^{+N_x/2} C(m_x, m_y) \times \exp\left(\frac{2\pi i n_x m_x}{N_x}\right) \exp\left(\frac{2\pi i n_y m_y}{N_y}\right). \quad (3.2)$$

Отримане перетворене зображення відображається на екрані монітора.

Незважаючи на гадану простоту, існує ряд проблем, які необхідно подолати в ході реалізації методики поліпшення зображень. Однією з них є вибір алгоритму фільтрації гармонік зображення. Існує безліч способів фільтрації [17], [18]. Найпростішим є віконне зважування з використанням відповідного частотного вікна [19]. Серед усіх відомих частотних вікон найбільш простими є прямокутне і Гаусове [20]. Перше полягає в зануленні всіх гармонік, частоти яких в одному і іншому напрямках виходять за межі вікна, в той час як гармоніки, частоти яких лежать в межах вікна, залишаються без змін. Схематично одне з таких вікон (низькочастотне) показано на рис. 3.1.

Чорний колір на рис. 3.1 і наступних відповідає мінімуму функції, білий - максимуму. Сірим кольором позначаються проміжні значення, причому темніший колір відповідає меншій величині функції.

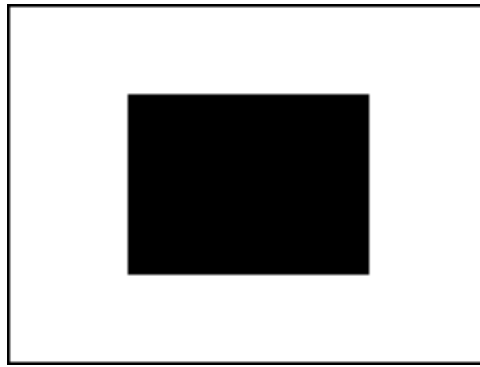


Рисунок 3.1 - Прямокутне вікно

Іншим часто використовуваним вікном є гауссово (експоненціально-квадратичне, (рис. 3.2). Воно зменшує амплітуди вихідних гармонік на величину, пропорційну експоненті квадрата їх номери в спектрі (або сумі квадратів номерів по обох напрямках). Наприклад, для низькочастотного вікна дана залежність може бути виражена формулою:

$$C_f(n_x, n_y) = C(n_x, n_y) \exp\left(-\sigma \frac{n_x^2 + n_y^2}{N_x^2 + N_y^2}\right), \quad (3.3)$$

де  $C_f(n_x, n_y)$  - амплітуда гармоніки після фільтрації;  
 $\sigma$  - коефіцієнт ширини вікна.

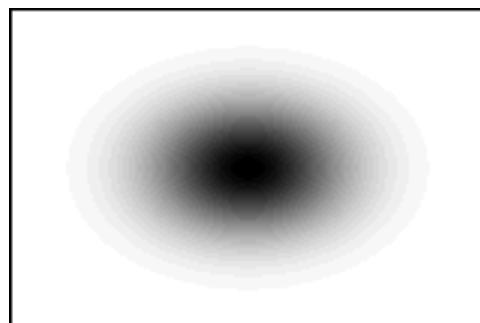


Рисунок 3.2 - Гаусове вікно

При малому коефіцієнті експонента у формулі (3.3) загасає повільно, і вікно виходить широким. при великому вікно стає вузьким. Перевагою Гауссова вікна в порівнянні з прямокутним є те, що гармоніки «обриваються» не стрибком, а поступово (рис. 3.2), в результаті чого зменшуються різні небажані крайові ефекти [20].

Недоліком віконного зважування є те, що реалізуються за його допомогою фільтри не є каузальних [19]. Це означає, що вони не задовольняють принципу причинності, тобто на обробленому зображенні ефекти, супутні зміни градації яскравості, можуть з'являтися раніше (вище або лівіше) самої градації. Найбільш відомим некаузальним фільтром є прямокутний [18]. Це пов'язано з тим, що імпульсна характеристика даного фільтра є функцією виду  $\sin(x) / x$ , яка, як відомо, має «хвости» в обидві сторони від максимуму.

Некаузальність не є істотним недоліком при сучасній цифровій обробці зображень, оскільки в цьому випадку весь кадр попередньо накопичується в пам'яті і принцип причинності ролі не грає, тому що всі зображення вже відомо. Однак вона складає певні незручності при моделюванні роботи телевізійних приймачів, наприклад, дослідженні спотворень зображення при неякісній налаштування відеоусилителя. Тому серед шляхів подальшого удосконалення даної методики слід відзначити введення в її склад каузальних алгоритмів фільтрації зображень.

### 3.2 Алгоритмічна реалізація фільтрації зображень

Як зазначалося вище, завдання моделювання обробки зображень в дипломній роботі для зручності її рішення розбита на невеликі функціональні підзадачі. Рішення кожної підзадачі здійснюється за допомогою окремої підпрограми. І хоча кожна така підпрограма вирішує свою, локальну задачу, на певному етапі сукупність рішень всіх підзадач дає рішення основного завдання.

Тому всі ці окремі програмні одиниці можна об'єднати в єдиний програмний пакет.

До складу даного пакету входить основна програма IMAGE і дві підпрограми: VIDEOMOD для установки режиму відео дисплея і форматування екрану і PLOT для побудови розподілу яскравості складових в обробленому зображенні. Крім того, спільно з цим програмним пакетом може використовуватися програма Microcal Origin фірми Microcal Software Inc. Призначенням її є побудова одновимірних графічних залежностей розподілу яскравості в обраних перетинах зображення на основі двовимірних вибірок, отриманих в результаті моделювання.

### 3.3 Основна програма

На початку основної програми IMAGE задаються значення математичних констант і визначаються параметри моделі (розмір і вид зображення, тип і ширина фільтра і т.п.). Проводиться установка режиму відео і форматування екрану входом SETVMOD підпрограми VIDEOMOD.

Наступним етапом є формування оброблюваних зображень. Реальні зображення є досить складними.

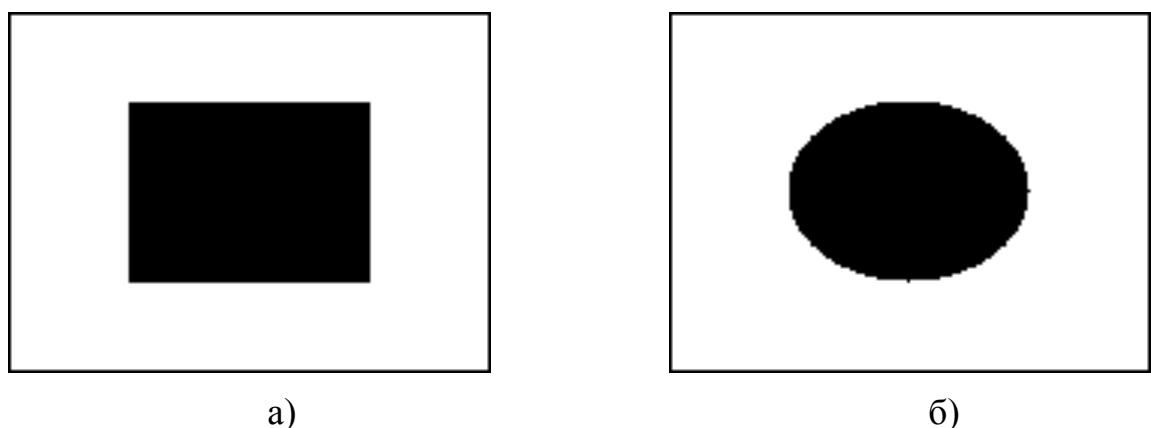


Рисунок 3.3 - Зображення, що використовуються в дипломній роботі

Наступним етапом є завдання типу і частотної характеристики використовуваних частотних вікон. Для простоти в даній дипломній роботі розглядається, в основному, прямокутне вікно з відносною шириною по осях  $x$  і  $y$ :

$$W_x = N_{xf} / N_x ; \quad W_y = N_{yf} / N_y , \quad (3.4)$$

де  $N_{xf}$  і  $N_{yf}$  - кількість гармонік, що пропускаються фільтром із загального числа гармонік  $N_x$  і  $N_y$  по осях  $x$  і  $y$  відповідно. Зокрема, нагоди відсутності фільтрації (тобто відновлення вихідного зображення після Фур'є-синтезу) відповідає  $N_{xf} = N_{yf} = 1$ . Чим менше  $N_{xf}$  або  $N_{yf}$ , тим вже відповідне частотне вікно.

Після закінчення описаних підготовчих дій починається власне обробка зображень за формулами (3.1) і (3.2) з проміжною фільтрацією. Синтезовані після фільтрації малюнки візуалізуються підпрограмою PLOT. Обробка триває в циклі до тих пір, поки не будуть перебрані всі задані зображення і типи фільтрів. Потім, після відновлення вихідного (стандартного) режиму відео входом RESTVMOD підпрограми VIDEOMOD, виконання основної програми закінчується.

### 3.4 Підпрограми

Підпрограми реалізують більш-менш автономні алгоритми, які недоцільно включати в основну програму, щоб уникнути її надмірного ускладнення. До одного з таких алгоритмів відноситься установка необхідного режиму відео екрану і його форматування на початку роботи програми, а також відновлення стандартного режиму відео в кінці. Ці функції реалізуються відповідно входами SETVMOD і RESTVMOD підпрограми VIDEOMOD.

Обидва дії виконуються за допомогою стандартної функції API (Application Programming Interface) Windows 2003/XP SetWindowConfig. Встановлюється дозвіл 640×480 пікселів, що досить для виведення на екран сітки

дискретизації максимального розміру (400×200 елементів). Кількість квітів відповідає формату True color (24 біта). Це дозволяє в подальшому легко синтезувати 256 градацій сірого кольору, необхідних для друку малюнків на чорно-білому принтері. Після установки режиму відео проводиться очищення екрана (заповнення його білим кольором), після чого він готовий до висновку графічної інформації.

Виведення інформації здійснюється підпрограмою побудови графіків PLOT. Вона отримує в якості вихідного параметра масив з підлеглими висновку даними. Розмір масиву відповідає максимальній розмірності сітки дискретизації (400×200 елементів).

На початку роботи підпрограми будують малюнок кордонів моделюемого зображення, необхідний для просторової прив'язки одержуваних в подальшому функціональних розподілів. Потім визначаються мінімальне і максимальне значення серед всіх елементів вихідного масиву. Мінімального значення приводиться у відповідність найтемніший колір (096 для складових полів). Максимального значення відповідає найбільш яскравий колір (223 для полів). Така відмінність у діапазонах квітів необхідно для того, щоб розподілу полів були чітко видні як на тлі кордонів зображення (чорний колір, 000), так і на тлі порожнього простору (білий колір, 255). Після визначення мінімального і максимального значень проводиться власне побудова малюнка за принципом «один елемент масиву – один піксель». Координата x відкладається зліва направо, координата y – від низу до верху.

Спочатку програма виводить на екран вихідне зображення. Потім виводяться гармоніки до їх фільтрації. Наступний рисунок - це гармоніки після фільтрації. Нарешті, останнім виводиться відфільтроване зображення об'єкта.

Після завершення виведення на екран тієї або графічної залежності проводиться холостий введення з клавіатури (тобто очікування натискання клавіші «Enter»). Він необхідний для того, щоб попередній малюнок не виявився затертим наступним до його розгляду та обробки користувачем.

### 3.5 Результати моделювання обробки зображень

Завданням даного етапу дипломної роботи є кількісне дослідження того, як номер максимальної гармоніки в спектрі зашумленого відеосигналу впливає на якість одержуваного зображення.

На рис. 3.4 показані вихідні зображення прямокутника та овала, нормовані до максимальної контрастності. Це дає можливість привести об'єкти подальшої фільтрації до рівних умов для подальшої цифрової обробки зображень.

На рис. 3.5 – 3.9 показані нормовані зображення, піддані двовимірній низкочастотній та високочастотній фільтрації з використанням поступово звужуючихся прямокутних вікон.

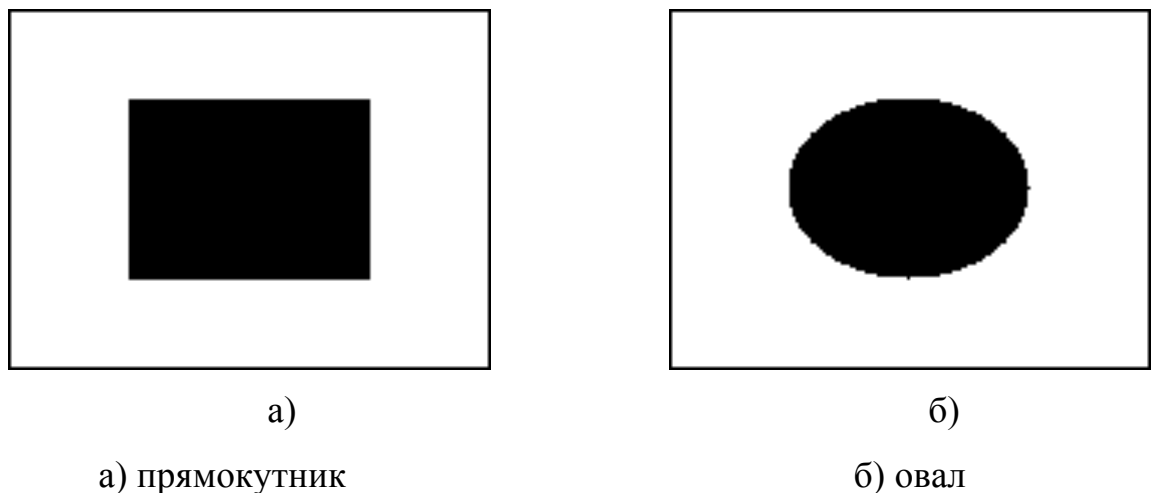
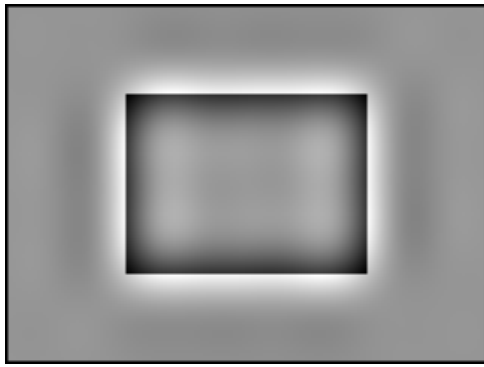


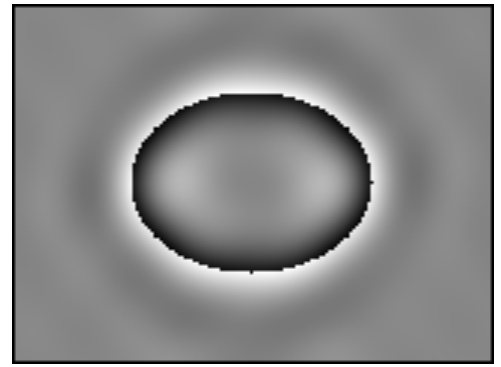
Рисунок 3.4 - Зображення, нормовані на максимум контрастності

Видно, зокрема, що при зменшенні відносної ширини вікна по обох координатах від  $15/16$  до  $3/4$  спостерігається поступове збільшення чіткості зображення, як уздовж горизонтальних, так і вздовж вертикальних його кордонів, що виявляється у виділенні різких кордонів вихідного зображення. Це говорить про те, що вищі гармоніки в спектрі відеосигналу формують саме дрібні елементи зображення. Чим вище нижня межа спектру, тим більше чіткість зображення, проте менше і контрастність великих деталей.



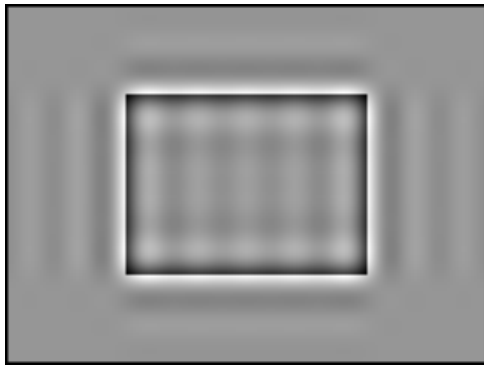
а)

а) прямокутник



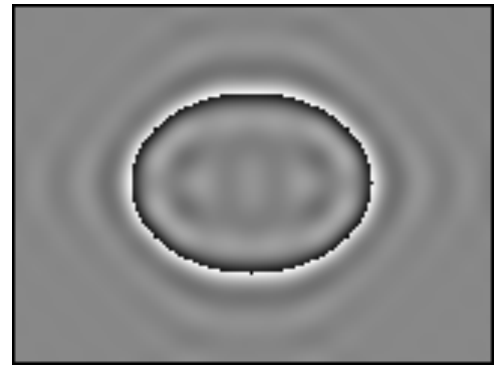
б)

б) овал

Рисунок 3.5 - Широке вікно по обох координатах ( $W_x = 15/16$ ;  $W_y = 15/16$ )

а)

а) прямокутник



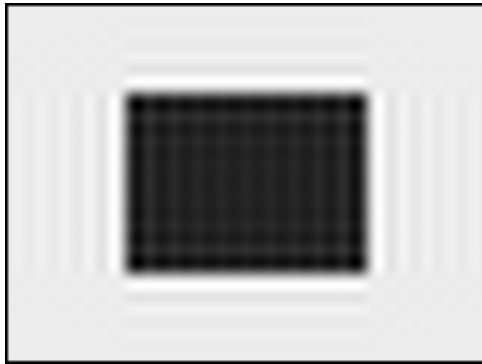
б)

б) овал

Рисунок 3.6 - Середня частина по обох координатах ( $W_x = 7/8$ ;  $W_y = 7/8$ )



високих частот. Контрастність зображення при цьому погіршується повільніше, ніж в разі прямокутного вікна. Однак чіткість дрібномасштабних елементів рисунка також значно нижче. Це пов'язано з тим, що гауссово вікно краще відповідає спектру низькочастотного відеосигналу, ніж прямокутне. При занадто вузькополосному вікні залишаються лише розмиті тіні вихідних об'єктів на однорідному сірому тлі.



а)

а) прямокутник



б)

б) овал

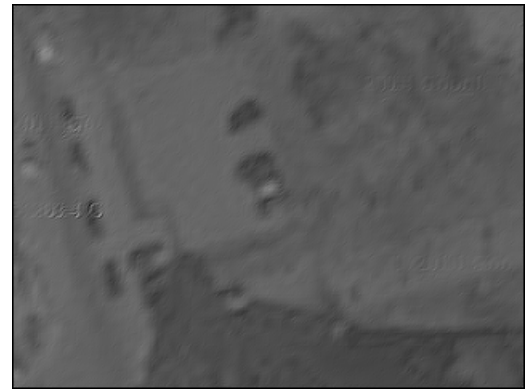
Рисунок 3.8 - Широке вікно по обох координатах ( $W_x = 1/4$ ;  $W_y = 1/4$ )

З вищесказаного випливає, що нижчі гармоніки відеосигналу відповідають за передачу яскравості великих елементів рисунка. Неправильна їх передача може знизити однорідність яскравості або кольору в межах рівномірно забарвлених полів, а також порушити «рівень чорного», тобто коректне відображення освітленості найбільш темних елементів зображення. Навпаки, вищі гармоніки передають дрібні деталі зображення, інформаційна цінність яких менше, ніж у великих деталей.



а)

а) міський об'єкт 1



б)

б) міський об'єкт 2

Рисунок 3.9 - Вузьке вікно по обох координатах ( $W_x = 29/32$ ;  $W_y = 29/32$ )

Таким чином, розроблена методика моделювання обробки нечітких зображень дозволяє наочно ілюструвати вплив вищих гармонік в спектрі відеосигналу на якість відображення тих чи інших елементів малюнка. Простота роботи з програмною системою вигідно відрізняють її від різних універсальних пакетів інженерного призначення. Тому дана розробка може бути рекомендована для використання в навчальному процесі на кафедрі мікроелектроніки, електронних приладів і пристроїв факультету електронної та біомедичної інженерії, зокрема, при створенні віртуального лабораторного макету для проведення лабораторних робіт.

## ВИСНОВКИ

Проведені в атестаційній роботі дослідження дозволяють створити якісно нову методику комп'ютерної обробки нечітких зображень, одержаних при несприятливих умовах для зйомки.

Зокрема, розроблено алгоритм поліпшення якості і розбірливості картинки, заснований на високочастотній фільтрації відеосигналу, а також розраховано оптимальні параметри і характеристики фільтрів, що дозволяють домогтися найкращої розбірливості та інформативності зображення. Запропонована методика моделювання цифрової фільтрації двовимірних зображень дозволяє наочно ілюструвати вплив різних гармонік в спектрі сигналу на вигляд вихідний функції фільтра.

Простота роботи з програмною системою вигідно відрізняють її від різних універсальних пакетів інженерного призначення. Тому дана розробка може бути рекомендована для використання в навчальному процесі на кафедрі мікроелектроніки, електронних приладів і пристроїв факультету електронної та біомедичної інженерії, зокрема, при створенні віртуального лабораторного макету для проведення лабораторних робіт по курсу «Пристрої обробки зображень».

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.
2. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. – М.: Мир, 1982. – 428 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 832 с.
4. Рабинер Л.Р., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
5. Макклеллан Дж. Х., Рейдер Ч.М. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 264 с.
6. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
7. Баскаков И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высш. шк., 1984. – 487 с.
8. Smith S.W. The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. – San Diego, CA: California Technical Publ., 1999. – 650 p.
9. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. – М.: Радио и связь, 1985. – 248 с.
10. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2 т. – М.: Мир, 1983. – Т. 1: Основные принципы и классические методы. – 312 с.
11. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2 т. – М.: Мир, 1983. – Т. 2: Техника обработки сигналов. Применения. Новые методы. – 256 с.
12. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1983. – 616 с.
13. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ. – М.: Мир, 1982. – 238 с.
14. Турчак Л.И. Основы численных методов. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
15. Плис А.И., Сливина Н.А. Лабораторный практикум по высшей математике. – М.: Высш. шк., 1983. – 208 с.
16. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. – 280 с.
17. Бартенев О.В. Фортран для профессионалов. Математическая библиотека IMSL (Ч. 1). – М.: Диалог-МИФИ, 2000. – 448 с.
18. Радиотехнические цепи и сигналы / Д.В. Васильев, М.Р. Витоль, Ю.Н. Горшенков и др. / Под ред. К.А. Самойло. – М.: Радио и связь, 1982. – 528 с.

19. Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль. – Томск: МП «РАСКО», 1991. – 272 с.
20. Ицхоки Я.С. Нелинейная радиотехника. – М.: Сов. радио, 1955. – 508 с.