УДК 612.82.014.42.001.57

Г. А. КОЛОТЕНКО, д-р техн. наук

МОДЕЛЬ АНАЛИЗА СИСТЕМ СИНХРОННЫХ И АСИНХРОННЫХ СВЯЗЕЙ ГОЛОВНОГО МОЗГА В АСПЕКТЕ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Спецификой анализа систем синхронных и асинхронных связей головного мозга является наличие фактора случайности, вызываемого нерегулярностью распределения ЭЭГ волн в пространстве и во времени. Однако, установив вероятную зависимость данных систем от функционального состояния, можно проводить анализ с диагностическими целями. Следовательно, задача может быть сведена к определению эффективных параметров систем и выработке рекомендаций по улучшению организационной структуры анализа ЭЭГ волн при различных функциональных состояниях человека-оператора АСУ.

Целью данной статьи является определение некоторых параметров модели анализа систем в аспекте теории массового обслуживания. Охарактеризовать информационную способность модели анализа систем можно с помощью целевой функции

$$c = Ax_m + by_n \to \min,$$

где c — информационные потери, обусловленные неразличимыми системами и их разнообразием; A, b — информационные потери, обусловленные способом регистрации; x_m — информационные потери, обусловленные неповторяемостью систем; y_n — информационные потери, обусловленные ограничениями аппаратуры и методологическими средствами автоматического анализа.

Планируя программы работ по исследованию систем при различных функциональных состояниях, необходимо учитывать не только различимые системы связей, предназначенных для гомоморфного отображения вероятностных составляющих, входящих в состав разнообразия систем, но и стремиться отобразить хотя бы элементы этого разнообразия. Для этого можно использовать уравнение

$$Q_j = Q_m + Q_c + Q_k + Q_0, \tag{2}$$

где Q_m — множество дифференцируемых систем, необходимых для гомоморфного моделирования; Q_c — множество систем, имеющих общую направленность Q_m систем связей, но не дифференцируемых при некоторых функциональных состояниях; Q_k — множество систем, имеющих элементы общей направленности Q_m систем связей; Q_0 — множество неопределенных систем, равных или отображающих разнонаправленность весов x_i систем связей.

Для оценки общей направленности индивидуального веса систем определенной пространственно-временной организации j может быть применена формула

$$L_j \geqslant \frac{\sum\limits_i x_{ij}}{p_j} \cdot 100\% > \dot{L}_j, \tag{3}$$

где Lj — процент общей направленности веса систем, устремленных к достоверности повышения или понижения веса систем связей при определенных функциональных состояниях; $x_{i,j}$ — вес индивидуальных систем, не совпадающих с общей направленностью; p_j — вес систем, имеющих общую направленность.

Использование теории массового обслуживания при анализе и построении моделей систем с помощью так называемого генератора случайных чисел позволяет фиксировать (в соответствии с заданным законом распределения веса систем) моменты возникновения требований анализа, продолжительность их удовлетворения, сформировать ожидаемую возможность диагностической оценки. По ходу расчетного анализа накапливаются сведения, характеризующие функциональное состояние, уточняются вероятностные зависимости между этими параметрами и функциональным состоянием. В бионическом аспекте это позволит заложить в электронные узлы i-е требование.

Для этого предусматриваются результаты гомоморфного моделирования $(i-1)$-го требования в момент t_{i-1}^{0} окончания предыдущего этапа анализа. Если T_k — момент наступления k-го требования на анализ ЭЭГ волн ($k=1, 2, ...$), то $\sum_{l-1}^{i-1} t, l$ — суммарное время этапов анализа синхронных и асинхронных связей головного мозга предыдущих требований (от 1 до i-1 включительно), $\sum_{l=1}^{-1} \omega_l^{Q3}$ — то же задержка анализа требований; $\sum_{l=1}^{i-1} \omega_l^{пп}$—то же канала анализа в ожидании возможных требований; n_{i-n} — количество требований анализа до наступления i-го.

При моделировании первого требования все перечисленные выше данные, аппроксимируясь, приравниваются нулю, кроме T_k, формируемых в соответствии с принятым законом распределения.

Поскольку ЭЭГ выборки индивидуальны, поступают в случайные промежутки времени, этапы анализа корректируются в вероятностной плоскости, и в некоторых случаях нужны дополнительные исследования. В связи с этим «себестоимость» анализа, принимаемая в качестве критерия оптимальности, меняется. Это дает возможность устранить малоинформативность бионических устройств, построенных на принципе функционирования иерархических систем, расширить возможности методологического аппарата. В данном случае предпосылки для проектирования бионических устройств позволяют предполагать, что бионическая система замкнута. Источником требований неформализованного анализа систем является разнообразие ЭЭГ выборок.

Входящий поток требований анализа систем синхронных и асинхронных связей головного мозга образуется формированием частных потоков требований анализа ЭЭГ выборок разных функциональных состояний. Интенсивность входящего потока — величина переменная. Она может быть равна нулю, если ЭЭГ выборки верифицированы, заранее известно, что они характеризуют определенное функциональное состояние и могут быть отображены автоматически по апробированной формализованной программе. В остальных случаях, когда речь идет об усовершенствовании самоорганизующегося электронного бионического устройства, этапы анализа меняются. В этом случае бионическое устройство более высокого уровня развития стремится отобразить и проанализировать не верифицированные ЭЭГ выборки. Формализация анализа систем заключается в самоусовершенствовании методов анализа. Информационная ценность таких бионических устройств, использующих принципы биомедицинских анализаторов систем, выше.

Для образования входящего потока требований анализа систем по каждому вариационному ряду формируются моменты появления требований анализа. С этой целью можно использовать программу для ЭВМ, позволяющую получить так называемые псевдослучайные числа с разными наперед заданными законами распределения веса систем по каждому вариационному ряду. С помощью этой программы можно получить значения t_1 и t_2 для каждой реализации, используемые для установления моментов требований определенного этапа анализа. Решение задачи оптимизации анализа систем может происходить в следующем порядке *.

1. Установить момент наступления в бионической системе i-го требования $t_i^{вх}$ и запомнить номер этапа анализа. Условно обозначим номер требования анализа систем буквой a:

$$t_i^{вх} = \min T_k = T_a, \tag{4}$$

где T_k — момент поступления иерархических систем ЭЭГ выборки неизвестного функционального состояния, требующего дополнительного анализа ($k=1, 2, ..., z$).

2. В соответствии с заданным законом распределения веса систем формируется продолжительность анализа i-го требования $t_{1,i}$.

3. Сопоставляются моменты возникновения i-го требования $t_i^{вх}$ и окончания этапа анализа $(i-1)$ требования t_{i-1}^0. При $t_i^{вх} \geqslant t_{i-1}^0$ канал свободен и осуществляется переход к решению нового этапа анализа систем.

4. Устанавливается длительность реализации i-го требования анализа $w_i^{пэ}$ в ожидании высвобождения канала анализа:

$$w_i^{пэ} = t_{i-1}^0 - t_i^{вх}. \tag{5}$$

5. Определяются моменты начала и окончания канала анализа i-го требования анализа систем

$$\left.\begin{aligned} t_i^{н} &= t_{i-1}^0; \\ t_i^0 &= t_i^{н} + t_{1,i} \end{aligned}\right\}. \tag{6}$$

6. Подсчитывается суммарное время ожидания анализа всеми ранее наступившими требованиями, включая i-е, т. е. длительность простоев:

$$\sum_{l=1}^{i} w_l^{пэ} = \sum_{l=1}^{i-1} w_l^{пэ} + w_i^{пэ}. \tag{7}$$

7. Подсчитывается простой канала анализа систем в ожидании требований:

$$w_i^{пп} = t_i^{вх} - t_{i-1}^0. \tag{8}$$

8. Находятся моменты начала и окончания этапа анализа i-го требования:

$$\left.\begin{aligned} t_i^{н} &= t^{вх}, \\ t_i^0 &= t_i^{вх} + t_{1,i} \end{aligned}\right\}. \tag{9}$$

* При решении задач оптимизации анализа синхронных потенциалов принимал участие В. И. Печеркин.

9. Устанавливается суммарная длительность простоя каналов анализа в ожидании требований, включая i-е:

$$\sum_{l=1}^{i} w_l^{\text{пп}} = \sum_{l=1}^{i-1} w_l^{\text{пп}} + w_i^{\text{пп}}. \tag{10}$$

10. Подсчитывается суммарное время, затраченное на обслуживание требований, включая i-е:

$$\sum_{l=1}^{i} t_{1,l} = \sum_{l=1}^{i-1} t_{1,l} + t_{1,i}. \tag{11}$$

11. Формируется, в соответствии с установленным законом распределения веса систем, цикл анализа требования $t_{2,i}$.

12. Устанавливается момент прибытия очередного требования анализа от a:

$$T_a = t_i^0 + t_{2,i}. \tag{12}$$

13. Подсчитывается количество проанализированных требований анализа систем

$$n_i = n_{i-1} + 1. \tag{13}$$

14. Подсчитывается средняя длительность простоя каналов устройства в ожидании требований анализа ЭЭГ:

$$w^{\text{пп}} = \sum_{l=1}^{m} w_l^{\text{пп}}/m. \tag{14}$$

15. Определяется производительность каналов анализаторов.

16. Подсчитывается «себестоимость» изготовления устройства для анализа систем

$$c = \sum_{l=1}^{m} c_l. \tag{15}$$

При аналитическом расчете возможных этапов анализа систем допускается, что поток исходных требований является стационарным, пуассоновским с интенсивностью $Д$. Длительность анализа систем в

$$p = \{T > b\} = l^{-\lambda b}. \tag{16}$$

Система в данном случае эргодична. Сущность эргодичности состоит в том, что для моментов времени, достаточно удаленных от начального состояния, на состояние системы анализа в рассматриваемый момент времени можно пренебречь. Тогда каждый дополнительный этап анализа систем можно рассматривать независимо от формализованных ранее параметров. В таком случае, если система в течение времени t_0 занята обработкой некоторого требования, то вероятность окончания анализа в интервале $[t_0, t_0+\Delta t]$ равна условной вероятности:

$$\frac{p\{t_0 \leqslant t \leqslant t_0 + \Delta t\}}{p\{t \geqslant t_0\}}. \tag{17}$$

Для показательного распределения $e^{-\lambda t}$ величина в числителе равна $\lambda e^{-\lambda t}\Delta t$, в знаменателе — $e^{-\lambda t}$. Таким образом, вероятность окончания начатого этапа анализа равна $\lambda\Delta t$ и не будет зависеть от начала анализа.

Пусть $p_i(t)$ — вероятность нахождения системы связей головного мозга в момент времени t в i-м состоянии. Вычислим ту же вероятность в момент $t+\Delta t$. Для нахождения системы связей головного мозга в момент времени $t+\Delta t$ в состоянии —1 имеется две возможности:

$$1)\ p_{-1}(t)(1+\alpha\Delta t); \tag{18}$$

$$2)\ p_0(t)\,\lambda\Delta t\,(1-\alpha\Delta t)\simeq p_0(t)\,\lambda\Delta t. \tag{19}$$

Объединив (18), (19), получим

$$p_{-1}(t+\Delta t)=p_{-1}(t)(1-\alpha\Delta t)+p_0(t)\,\lambda\Delta t; \tag{20}$$

$$\frac{p_{-1}(t+\Delta t)-p_{-1}(t)}{\Delta t}=\lambda p_0(t)-\alpha p_{-1}(t). \tag{21}$$

Если $\Delta t\to\infty$, то

$$\frac{dp_{-1}(t)}{dt}=\lambda p_0(t)-\alpha p_{-1}(t). \tag{22}$$

Для определения системы пространственно-временных связей головного мозга в состоянии $t\neq-1$ имеется три возможности:

$$1)\ p_{i+1}(t)\,\lambda\Delta t\,(1-\alpha\Delta t)\cong p_{i+1}(t)\,\lambda\Delta t; \tag{23}$$

$$2)\ p_{i-1}(t)\,\alpha\Delta t\,(1-\lambda_0 t)\simeq p_{i-1}(t)\,\alpha\Delta t; \tag{24}$$

$$3)\ p_i(t)(1-\alpha\Delta t)(1-\lambda\Delta t)\simeq p_i(t)-(\alpha+\lambda)\,p_i(t)\,\Delta t. \tag{25}$$

Объединив (23), (24), (25), получим

$$\frac{dp_i(t)}{dt}=\alpha p_{i-1}(t)-(\alpha+\lambda)\,p_i(t)+\lambda p_{i+1}(t). \tag{26}$$

Решение дифференциальной системы уравнений (22), (26) определяет поведение системы. Исходя из свойства эргодичности, при $p_i=\mathrm{const}$ производные $dp_i(t)/dt$ $(i=-1, 0, 1, 2, \ldots)$ должны обращаться в нуль. В результате имеем

$$\begin{cases}\alpha p_{i+1}-(\alpha+\lambda)\,p_i+\lambda p_{i+1}=0;\\ \lambda p_0-\alpha p_{-1}=0 \quad (i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots).\end{cases} \tag{27}$$

Эта система позволяет по p_{-1} найти p_0 и p_i, по p_0 и p_i определить p_2 и т. д. Тогда, если $r=\alpha/\lambda$, то (27) запишется в виде

$$p_i=r^{i+1}p_{-1} \quad (i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \tag{28}$$

Для определения p_{-1} и p_i используется формула

$$\sum_{i=-1}^{\infty}p_i=p_{-1}\sum_{i=-1}^{\infty}r^{i+1}=p_{-1}\frac{1}{1-r}=1, \tag{29}$$

отсюда $p_{-1}=1-r$ (30); $p_i=r^{i+1}(1-r)$ (31).

При условии $r=\alpha/\lambda<1$ имеем $1/\lambda$ — среднюю длительность анализа систем, $1/\alpha$ — среднюю величину интервалов времени между моментами поступления очередных требований анализа систем. При $r>1$ первая величина больше второй, поэтому времени для анализа систем потребуется больше, быстрота анализа ЭЭГ уменьшается. Искомый к. п. д. системы анализа вариабельных пространственно-временных организаций потенциалов головного мозга

$$\eta=r=\alpha/\lambda. \tag{32}$$

Вероятность того, что длина очередности этапов анализа вариабельных систем не меньше n, равна

$$\sum_{i=k}^{\infty} r^{i+1}(1-r)=\frac{r^k}{1-r}(1-r)=r^k. \tag{33}$$

Отсюда следует, что при стремлении «выжать» из автоматической системы анализа больший к. п. д. очередность этапов анализа будет расти. Так, при $\eta=0{,}9$ очередность равна $0{,}9^5=0{,}59$.

Средняя длина очередности этапов анализа возможных систем

$$\sum_{i=0}^{\infty} ir^{i+1}(1-r)=\frac{r}{1-r}, \tag{34}$$

при $r=0{,}9$, $l=9$.

Среднее время пребывания требования анализа систем в анализирующем устройстве

$$\int_0^{\infty} t(\lambda-\alpha)e^{-(\lambda-\alpha)}dt=\frac{1}{\lambda-\alpha}. \tag{35}$$

Общие потери в результате задержек

$$\frac{\alpha}{\lambda+\alpha}a=\frac{ra}{1-r}, \tag{36}$$

где a — удельные потери в результате реализации в устройстве ранее неопределенного требования анализа систем.

Уменьшить эти потери можно за счет увеличения каналов анализатора, суммарная пропускная способность Q которых обратно пропорциональна $r=\frac{\alpha}{\lambda}$. Удельные расходы эксплуатации равны c/r, где c — некоторый постоянный коэффициент, обусловленный формализованной вероятностной составляющей систем, по которой производится дифференциация состояний.

Суммарная «цена» автоматического анализа систем, включая непредвиденные этапы анализа ЭЭГ, приводящие к дополнительным потерям времени, равна

$$f = \frac{ar}{1-r} + \frac{c}{r}. \tag{37}$$

Минимум функции достигается при

$$r = \frac{1}{1+\sqrt{a/c}},$$

что определяет оптимальный к. п. д. модели анализа иерархических систем.

Полученные результаты дали возможность использовать системный анализ вариабельных пространственно-временных организаций потенциалов головного мозга в объективной дифференциальной диагностике. В частности, результаты анализа нашли применение в психофармакологии при определении корреляционных связей ЭЭГ волн различных слоев коры больших полушарий, а также в медико-биологических исследованиях проектируемых сложных эрготических систем.

Поступила в редколлегию 22.10.84