

Г.В. МАЙСТРЕНКО, А.М. РЫБАЛКО, канд. физ.-мат. наук

МЕТОД ПОДАВЛЕНИЯ ПРЕДНАМЕРЕННЫХ ПОМЕХ В ЗАДАЧАХ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ

Интерес к адаптивной пространственной фильтрации сигналов с помощью адаптивных антенных решеток остается актуальным и в настоящее время. Это обусловлено, прежде всего, возможностью повышения помехозащищенности радиотехнического устройства за счет пространственной селекции полезного сигнала и пространственной резекции помех, которая осуществляется для любой сигнально-помеховой обстановки путем оптимальных управляющих воздействий на диаграммообразующую схему антенной решетки (АР) [1, 2].

Существующие адаптивные методы пространственной фильтрации, формирующие глубокие нули или зоны провалов диаграммы направленности (ДН) решетки в направлении прихода помехи [3 – 5], становятся малоэффективными, а чаще всего и бесполезными, в случае, когда направление прихода помехи становится случайной величиной. Такая ситуация может возникнуть в случае преднамеренных помех с целью обеспечения эффективного зашумления источника сигнала или, когда в силу тех или иных причин происходит случайное изменение направления помехового сигнала. Поэтому представляет интерес построение эффективного метода борьбы адаптивной антенной решеткой (ААР) с помехами, формирующими случайное распределение направления прихода помехового сигнала в заданных зонах.

Цель работы – разработка метода оптимальной пространственной фильтрации сигнала адаптивной АР по критерию максимума отношения мощности сигнала к мощности шума в условиях наличия помех, приходящих со случайных направлений.

Постановка и решение задачи

В работе рассмотрен случай, когда на вход ААР, состоящей из невзаимодействующих идентичных элементов, поступает сигнальный вектор $\vec{X}(t)$, представляющий аддитивную смесь составляющих полезного $\vec{X}_c(t)$, помехового $\vec{X}_n(t)$ и шумового $\vec{X}_u(t)$ сигналов:

$$\vec{X}(t) = \vec{X}_c(t) + \vec{X}_n(t) + \vec{X}_u(t).$$

В выбранной прямоугольной декартовой системе координат в узкополосном режиме полезный и помеховый вектора (соответственно с индексами «с» и «п»), считая, что пространственная и временная структуры сигналов разделяются, имеют вид:

$$\vec{X}_{c(n)}(t) = A_{c(n)}(t) \cdot f(\vec{u}_{c(n)}) \cdot \vec{V}_{c(n)},$$

где $A_{c(n)}(t)$ – комплексная огибающая сигнала; $f(\vec{u})$ – ДН элемента решетки; $\vec{V}_{c(n)} = (\exp(ik\vec{r}_1 \cdot \vec{u}_{c(n)}), \exp(ik\vec{r}_2 \cdot \vec{u}_{c(n)}), \dots, \exp(ik\vec{r}_N \cdot \vec{u}_{c(n)}))$ – вектор фазового набег входных сигналов, обусловленного пространственным разнесением элементов; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; $\vec{r}_m (m = \overline{1, N})$ – радиус-вектор положения m -го элемента в выбранной системе координат; $\vec{u}_{c(n)} = (\cos\varphi_{c(n)} \cdot \sin\theta_{c(n)}, \sin\varphi_{c(n)} \cdot \sin\theta_{c(n)}, \cos\theta_{c(n)})$ – единичный вектор направления прихода сигнала; $\varphi_{c(n)}, \theta_{c(n)}$ – соответственно азимутальный угол и угол места, отсчитываемый от оси OZ; N – число элементов АР.

Будем в дальнейшем считать шум изотропным, некоррелированным с полезным и помеховым сигналами, а также некоррелированным поканально:

$$M(X_u^{(i)} \cdot X_u^{(j)}) = \delta_{ij} \cdot \sigma_{ij}$$

Здесь $X_{ii}^{(i)} (i = \overline{1, N})$ – составляющие шумового вектора; M – знак математического ожидания; $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j; \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$ – символ Кронекера; σ_{ii} – мощность шума i -го канала.

За критерий оптимальной обработки сигналов адаптивной АР примем максимум отношения мощности полезного сигнала к суммарной мощности помехи и шума (кратко – максимум отношения сигнал/шум (С/Ш)) на выходе антенны.

При линейной обработке входных сигналов, поступающих на антенну, выходной сигнал решетки $y(t)$ можно представить в виде скалярного произведения двух векторов N -мерного комплексного пространства – вектора входных сигналов $\bar{X}(t)$ и вектора весовых коэффициентов (ВВК) $\bar{W} = (W_1, W_2, \dots, W_N)$ [6]:

$$y(t) = (\bar{X}(t), \bar{W}) = \sum_{m=1}^N X_m(t) \cdot W_m^*.$$

В последнем соотношении $*$ – знак комплексного сопряжения.

Будем теперь полагать наличие M ($1 \leq M < N$) зон прихода помехи, в каждой из которых направление прихода помехи является двумерной случайной величиной со своим законом распределения.

При наличии априорной информации о направлении прихода помехи, накапливаемой, например, с помощью дополнительного канала (каналов) антенной решетки, можно при достаточной статистике с высокой степенью точности определить в каждой зоне законы распределения двумерной случайной величины (ϕ, θ) : ϕ – азимута и θ – угла места направления прихода помехи. Поэтому при постановке задачи будем считать, что законы распределения углов прихода помехи в каждой из зон известны и заданы в виде плотности распределения $g_j(\phi, \theta)$ ($j = \overline{1, M}$).

С целью построения детерминированного функционала отношения сигнал/шум усредним значения мощностей на входе АР полезного, помехового и шумового сигналов:

$$P_C = \overline{|\bar{X}_c(t), \bar{W}|^2}, \quad (1)$$

$$P_{II} = M \overline{|\bar{X}_n(t), \bar{W}|^2}, \quad (2)$$

$$P_{Ш} = \sigma_{ш}^2 \cdot (\bar{W}, \bar{W}). \quad (3)$$

Здесь черта означает усреднение, а $\sigma_{ш}^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_{ii}$ – суммарная мощность шума АР.

Из представлений (1) и (2) мощностей полезного и помехового сигналов путем простых преобразований имеем:

$$P_C = \bar{P}_C \cdot |f(\bar{u}_c)|^2 \cdot |(\bar{V}_c, \bar{W})|^2, \quad (4)$$

$$P_{II} = \bar{P}_{II} \cdot (A \cdot \bar{W}, \bar{W}), \quad (5)$$

где \bar{P}_C (\bar{P}_{II}) – среднее значение мощности за период полезного (помехового) сигнала;

$A = \|a_{mn}\|_{m,n=1}^N$ – эрмитова положительная матрица с элементами:

$$a_{mn} = \sum_{j=1}^M \int_{\Omega_j} |f(\vec{u})|^2 \cdot \exp\{i \cdot k \cdot (\vec{r}_n - \vec{r}_m) \cdot \vec{u}\} \cdot g_j(\varphi, \theta) \cdot d\Omega ;$$

$d\Omega$ – элемент телесного угла; Ω_j – зоны (телесные углы) прихода помехи.

С учетом соотношений (1) – (5) функционал отношения сигнал/шум $\Phi(\vec{W})$ принимает вид

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{W}) &= \frac{P_C}{P_{\Pi} + P_{\text{ш}}} = \frac{\bar{P}_C}{\bar{P}_{\Pi}} |f(\vec{u}_c)|^2 \cdot \frac{|\langle \vec{V}_c, \vec{W} \rangle|^2}{(A \cdot \vec{W}, \vec{W}) + \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{\bar{P}_{\Pi}} \cdot (\vec{W}, \vec{W})} = \\ &= |f(\vec{u}_c)|^2 \cdot \frac{\bar{P}_C}{\bar{P}_{\Pi}} \cdot \frac{|\langle \vec{V}_c, \vec{W} \rangle|^2}{((A + (\sigma_{\text{ш}}^2 / \bar{P}_{\Pi}) \cdot E) \cdot \vec{W}, \vec{W})}. \end{aligned} \quad (6)$$

В приведенном соотношении E – единичная матрица.

Теперь задача максимизации отношения сигнал/шум свелась к максимизации нелинейного функционала $\Phi(\vec{W})$, представленного в виде рэлеевского отношения.

Из представления (6) функционала $\Phi(\vec{W})$ видно, что оптимальный ВВК \vec{W}_{opt} определяется с точностью до постоянного множителя и может быть найден приравниванием нулю градиента функционала $\Phi(\vec{W})$:

$$\vec{\nabla} \Phi(\vec{W}) = 0 \Rightarrow \vec{W}_{opt} = (A + (\sigma_{\text{ш}}^2 / \bar{P}_{\Pi}) \cdot E)^{-1} \cdot \vec{V}_c = A_n^{-1} \cdot \vec{V}_c.$$

Покажем, что на векторе весовых коэффициентов \vec{W}_{opt} достигается максимум отношения сигнал/шум. С этой целью представим произвольный весовой вектор \vec{W} адаптивной антенной решетки в виде

$$\vec{W} = A_n^{-1} \cdot \vec{V}_c + \vec{C}, \quad (7)$$

где произвольный вектор \vec{C} ортогонален сигнальному вектору \vec{V}_c : $(\vec{V}_c, \vec{C}) = 0$. Пользуясь представлением ВВК (7) и свойством ортогональности векторов \vec{C} и \vec{V}_c , после преобразований получаем:

$$\Phi(\vec{W}) = |f(\vec{u}_c)|^2 \frac{\bar{P}_C}{\bar{P}_{\Pi}} \frac{(A_n^{-1} \cdot \vec{V}_c, \vec{V}_c)^2}{(A_n^{-1} \cdot \vec{V}_c, \vec{V}_c) + (A_n \cdot \vec{C}, \vec{C})}. \quad (8)$$

Линейный оператор A_n положительно определен [6], следовательно, максимум отношения сигнал/шум достигается лишь тогда, когда знаменатель правой части равенства (8) принимает минимальное значение, т.е. когда $(A_n \cdot \vec{C}, \vec{C}) = 0$. Следовательно, оптимальный ВВК

$$\vec{W}_{opt} = A_n^{-1} \vec{V}_c$$

и

$$\max_{\vec{W}} \Phi(\vec{W}) = \Phi(\vec{W}_{opt}) = |f(\vec{u}_c)|^2 \frac{\bar{P}_C}{\bar{P}_{\Pi}} (A_n^{-1} \cdot \vec{V}_c, \vec{V}_c).$$

Численные исследования

Исследования возможностей предложенного метода проведем на линейной эквидистантной антенной решетке, состоящей из N идентичных и изотропных элементов, расположенных вдоль оси Z прямоугольной системы координат (см. рис. 1).

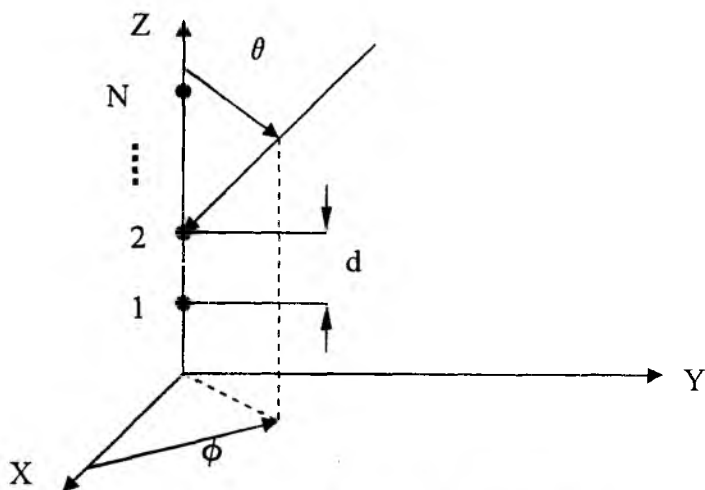


Рис. 1. Геометрия линейной антенны

При проведении расчетов рассмотрим одну зону прихода помехи. Будем считать, что полезный сигнал приходит с направления, определяемого углами $\forall \varphi_c \in [0, 2\pi]$, $\theta_c = \frac{\pi}{4}$, а угол места помехи θ_n распределен по равномерному закону в интервале $\theta_n \in (\theta_0 - \delta, \theta_0 + \delta)$ ($\forall \theta_n \in [0, 2\pi]$), где $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$ и $\delta = \frac{\pi}{60}$. В этом случае плотность распределения углов прихода помехи имеет вид

$$g(\varphi, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\delta}, & \varphi \in [0, 2\pi] \text{ и } \theta \in [\theta_0 - \delta, \theta_0 + \delta]; \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases}$$

Пусть шаг решетки $d/\lambda = 0,7$, а отношение суммарной мощности шума антенны к средней мощности помехового сигнала равно $\sigma_{ш}^2 / \bar{P}_{П} = 10^{-3}$.

На основе проведенных расчетов построим в полярной системе координат графики диаграммы направленности $F(\theta)$ антенной решетки с оптимальными весовыми коэффициентами для различного количества элементов N . Для наглядности для каждого числа элементов АР на соответствующий график наложим ДН, оптимальную по критерию максимума отношения сигнал/шум при условии отсутствия помехового вектора. Будем называть такую диаграмму квазиоптимальной.

Из графиков рис. 2 видно, что с увеличением количества элементов решетки направление максимума квазиоптимальной ДН приближается к направлению оптимальной диаграммы, но наиболее глубокий минимум диаграммы в направлении максимально ожидаемого прихода помехового сигнала создаёт только оптимальная ААР.

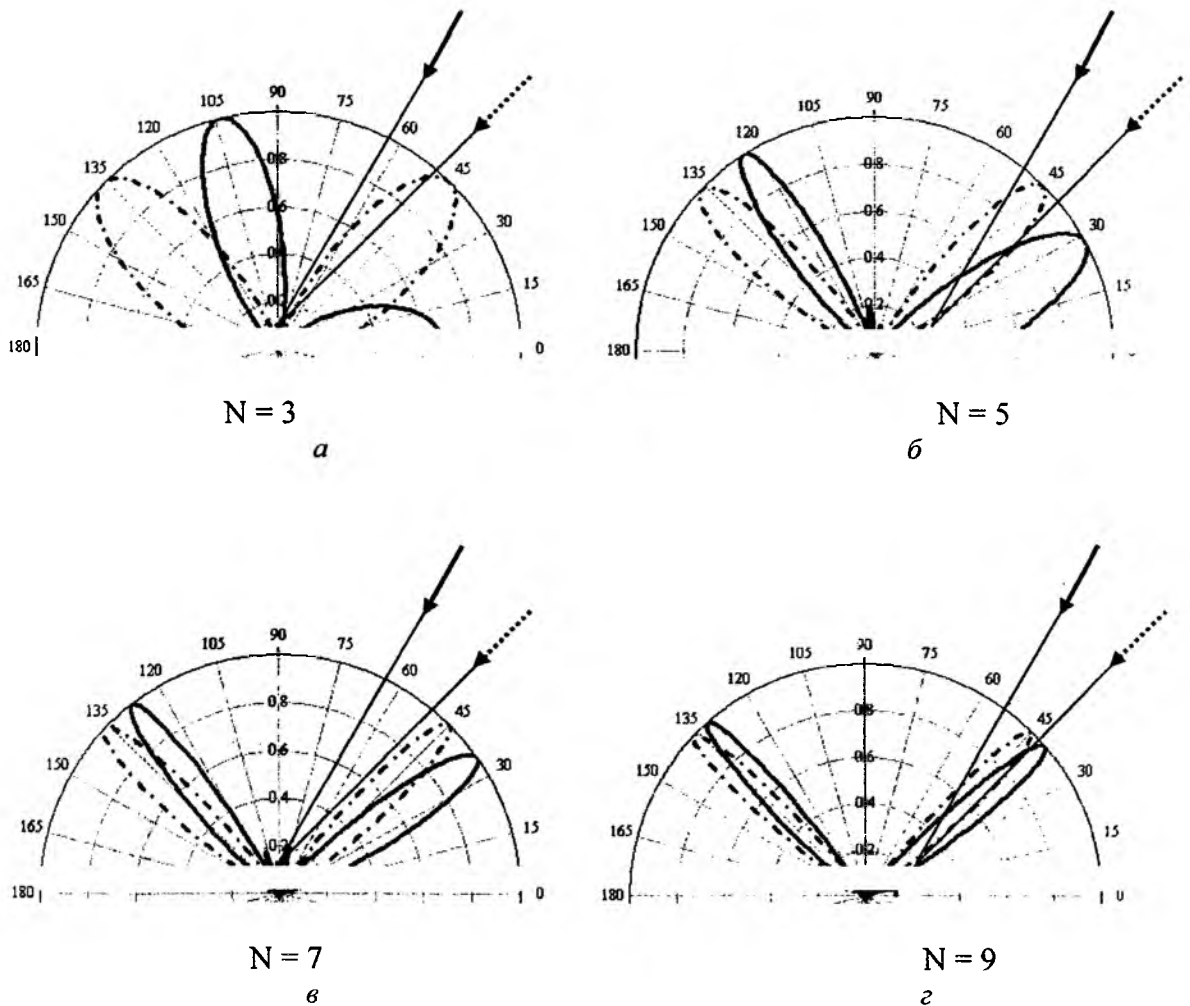


Рис. 2. Диаграммы направленности АР при различном количестве элементов, где:

- оптимальная ДН при наличии помехи;
- оптимальная ДН в отсутствие прихода помехи;
- наиболее вероятное направление прихода помехи;
- направление прихода полезного сигнала.

С целью исследования поведения отношения сигнал/шум на оптимальных весовых коэффициентах в зависимости от возможного направления прихода помехи в зону подавления положим, что $\bar{P}_C = \bar{P}_\Pi$ и функционал отношения сигнал/шум представим как функцию угла прихода помехи $\theta \in (57^0, 63^0)$, оставив значения остальных параметров неизменными:

$$\Phi(\vec{W}_{opt}; \theta) = \frac{P(\theta_c)}{P_\Pi(\theta) + P_{Ш} / \bar{P}_\Pi}$$

Ниже представлены графики поведения отношения сигнал/шум для рассмотренных ранее случаев антенн.

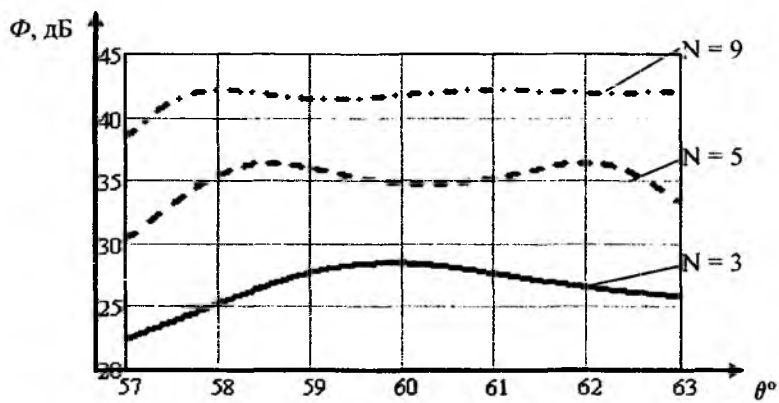


Рис. 3. Графики зависимости величины С/Ш от угла прихода помехи

Из представленных на графиках рис. 3 зависимостей отношения сигнал/шум от возможного угла прихода помехи можно сделать вывод, что с увеличением количества элементов АР уменьшается неравномерность отношения сигнал/шум в угле $\theta \in (57^{\circ}, 63^{\circ})$ и тем самым увеличивается помехозащищённость ААР при любом направлении прихода помехи из сектора ее источника.

На основе полученных расчетов построим график зависимости разности максимального и минимально значений отношения сигнал/шум в логарифмическом масштабе $(\Delta = 10\lg(\max \Phi(\vec{W}_{opt}; \theta)) - 10\lg(\min \Phi(\vec{W}_{opt}; \theta)))$ от количества элементов решетки.

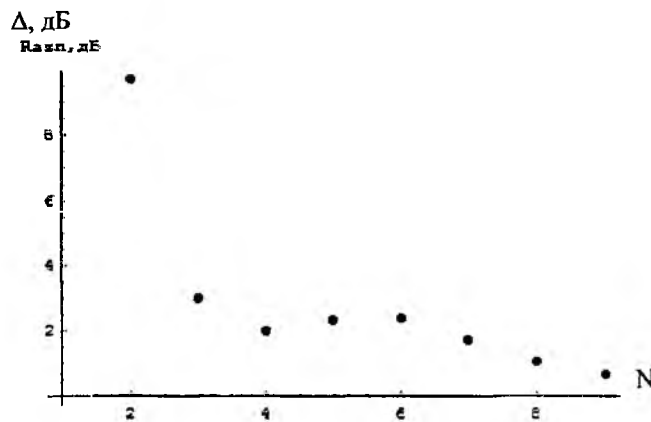


Рис. 4. График зависимости разности максимального и минимального значений С/Ш от количества элементов АР

График рис. 4 показывает, что с увеличением количества элементов решетки N разность максимального и минимального значений отношения сигнал/шум стремится к нулю, что соответствует выбранной модели двумерной случайной величины – равномерного распределения углов прихода помехи. Это значит, что в отличие от случая малоэлементной решетки, где максимальное значение отношения сигнал/шум достигается наиболее вероятно в направлении математического ожидания прихода помехи, в многоэлементных решетках можно считать, что максимальное значение $\Phi(\vec{W}_{opt}; \theta)$ достигается равновероятно во всех возможных направлениях прихода помехи.

Ниже приведены исследования зависимости оптимального значения отношения сигнал/шум от количества элементов АР, когда помеха сильно превалирует по отношению к собственным шумам антенны. Это можно рассматривать также как случай отсутствия собст-

венных шумов в каналах антенны. Для этого положим $\sigma_{ш}^2 / \bar{P}_{П} = 10^{-10}$, оставив прежними значения остальных параметров антенны. На рис. 5 представлена эта зависимость.

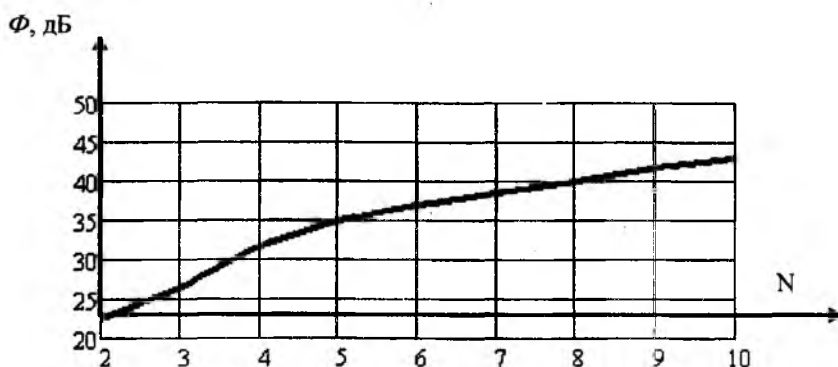


Рис. 5. График зависимости максимального значения С/Ш от количества элементов АР

Представленный график показывает значительный рост пространственной избирательности адаптивной АР с увеличением количества ее элементов. Однако с увеличением отношения мощности собственных шумов к мощности помехи, что эквивалентно «зашумлению» антенны собственными шумами, это свойство резко замедляется. Графики рис.6 показывают влияние этого «зашумления» на максимальное значение отношения сигнал/шум для различного количества элементов АР.

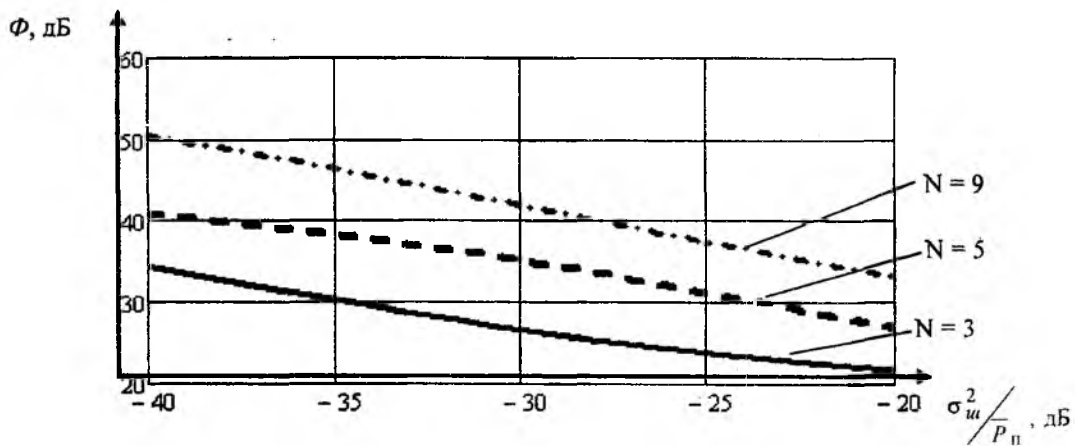


Рис. 6. График зависимости максимального значения С/Ш от величины суммарной мощности шума антенны

Влияние на рост величины максимального отношения сигнал/шум шага решетки представлено на рис. 7 ($\sigma_{ш}^2 / \bar{P}_{П} = 10^{-3}$). Как видно из графиков рисунка, направленные свойства ААР в направлении прихода полезного сигнала увеличиваются практически линейно с увеличением шага решетки, что, естественно, влечет за собой соответственно увеличение физических размеров антенны.

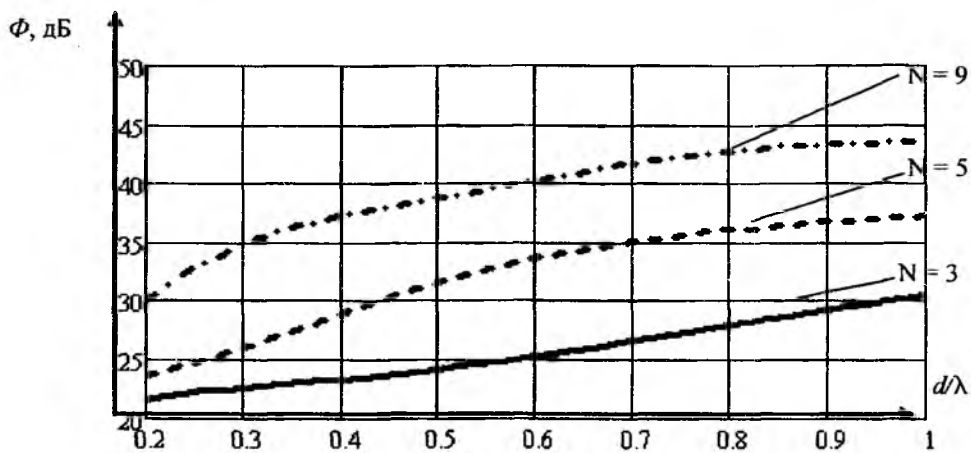


Рис. 7. График зависимости максимального значения С/Ш от шага решетки

Проведенные исследования возможного эффективного использования предложенного метода и границы его применимости в различных сигнально-помеховых ситуациях представлены на рис. 8 в виде графиков зависимости максимального значения отношения сигнал/шум от величины пространственного разнесения направлений прихода помехового и полезного сигналов (рис. 8, а)), а также расширения зоны прихода помехи (рис. 8, б)).

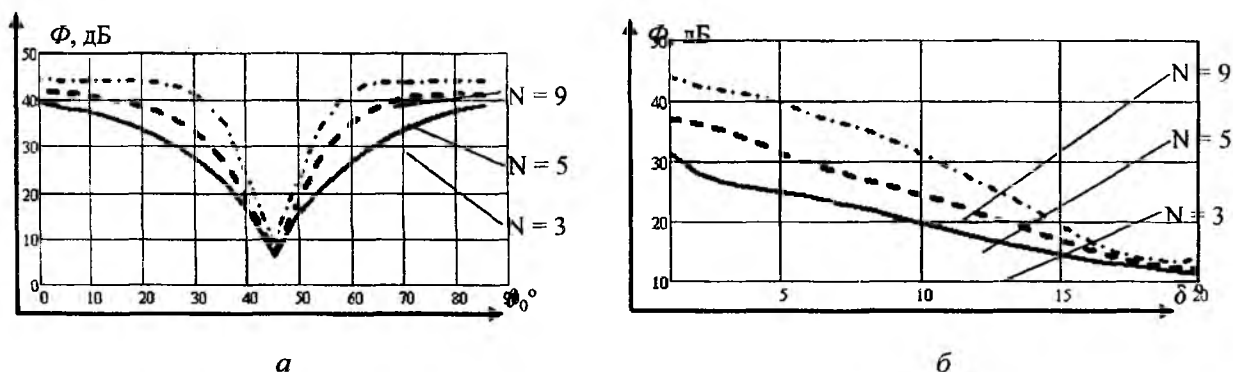


Рис. 8. График зависимости максимального значения С/Ш:

а - от пространственного разнесения направлений прихода помехового и полезного сигналов ($\theta_c = \frac{\pi}{4}, \delta = \frac{\pi}{60}$); б - от расширения зоны прихода помехи ($\theta_c = \frac{7\pi}{36}, \theta_0 = \frac{7\pi}{18}$).

Выводы

В работе при наличии априорной информации о секторах прихода случайных помех в виде законов распределения предложен метод подавления этих помех ААР. Эффективность метода была продемонстрирована на примере исследования линейной эквидистантой решетки с одной зоной прихода помехи и случайным равномерно распределенным направлением. Близкие к полученным результатам были получены также при исследовании эквидистантой кольцевой решетки.

Список литературы: 1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. М.: Радио и связь, 1986. 442 с. 2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1989. 440 с. 3. Титаренко Л.А. Адаптивная пространственная обработка сигналов в условиях априорной неопределенности. Х.: ХНУРЭ;

Коллегиум, 2004. 216с. 4. Павлюк В.А., Рыбалко А.М. Синтез антенных решеток с пассивными элементами и заданным уровнем бокового излучения // Радиотехника и электроника. 1981. Т.26. №4. С.738-742. 5. Guisto R., De Vincent P. Phase-only optimization for the generation of wide deterministic nulls in the radiation pattern of phased arrays // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1983. Vol.31, №5. P. 814-817. 6. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989. 624 с.

*Харьковский национальный
университет радиоэлектроники*

Поступила в редколлегию 12.09.2010