

УДК 621.3.013:389

А.В. Дегтярев, В.В. Семенец, С.Н. Сакало, И.В. Руженцев

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина

## МЕТОДОЛОГИЯ ОЦЕНИВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ТОЧЕЧНЫХ МЕТОДОВ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВНЕШНИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ

*Изложен подход к оцениванию неопределенности точечных методов пространственного гармонического анализа внешних магнитных полей технических средств с целью предоставления основы для международного сопоставления результатов измерений в данной области измерений, гармонизации зарубежных и национальных нормативных документов в сфере пространственного гармонического анализа внешних магнитных полей технических средств.*

**Ключевые слова:** неопределенность, модельное уравнение, внешнее магнитное поле, пространственный гармонический анализ, магнитный момент, пространственная гармоника.

### Введение

Магнитные измерения широко применяются во многих отраслях техники и науки, а сфера их применения постоянно расширяется. Важное место среди магнитных измерений занимает пространственный гармонический анализ (ПГА) внешних магнитных полей (ВМП) технических средств (ТС), который наряду с информацией об интенсивности ВМП предоставляет информацию о пространственной конфигурации и структуре ВМП физического объекта, кроме того, дипольный магнитный момент (ДММ), как одна из измеряемых величин ПГА ВМП, является нормированной величиной для ТС [1]. ПГА ВМП необходим и используется при решении вопросов электромагнитной совместимости ТС, магнитной экологии, исследовании космоса, безопасности жизни и деятельности человека, идентификации физических объектов по их магнитным образам, в военных разработках и т.д.

**Постановка проблемы.** Современные методы и средства ПГА ВМП ТС для обеспечения требуемой точности измерений должны обладать высокими метрологическими характеристиками. В тоже время существующие методы, особенно регламентированные межгосударственным стандартом [2] имеют недостатки по ряду метрологических характеристик. в частности высокую методическую ошибку, обусловленную наличием пространственных гармоник ВМП высшего порядка. В публикациях, посвященных вопросам разработки методов ПГА ВМП, данные об оценивании точности методов и результатов измерений через неопределенность отсутствуют, что затрудняет сравнительный анализ существующих и разработанных методов ПГА и сопоставление результатов измерений в области ПГА ВМП на международном уровне.

**Цель статьи** – развитие и совершенствование метрологического обеспечения магнитных измерений

путем создания новых, более точных методов и средств ПГА ВМП ТС, а также выражением точности методов и средств ПГА ВМП ТС через неопределенность, что способствует сопоставлению результатов измерений и гармонизации нормативных документов в области ПГА ВМП на международном уровне.

### 1. Теоретические основы измерений в области ПГА ВМП

Рассмотрим теоретические основы измерений в области ПГА ВМП.

Решение любой измерительной задачи начинается с построения модели объекта измерений. Реализация измерительной задачи, т.е. четкая интерпретация размера физической величины, возможна только в пределах выбранной модели, представляющей собой идеализацию реального объекта. Измерения и контроль параметров ВМП ТС предполагает наличие адекватного аналитического представления ВМП, созданного различными ТС. Исследования показали, что оптимальное решение задач измерения напряженности ВМП и магнитных моментов  $n$ -го порядка достигается применением для описания ВМП мультипольной теории поля. Для области внешнего пространства, где  $\text{rot}\vec{H} = 0$ ,  $\text{div}\vec{B} = 0$  магнитное поле может быть описано скалярным магнитным потенциалом  $(U, A)$ , что справедливо для низкочастотных и постоянных ВМП.

В сферической системе координат магнитный потенциал представлен гармоническим рядом (1)

$$U = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R^{n+1}} \sum_{m=0}^n (g_{nm} \cos m\varphi + h_{nm} \sin m\varphi) P_n^m(\cos\theta), (1)$$

где  $R, \varphi, \theta$  – сферические координаты точки наблюдения;  $g_{nm}, h_{nm}$  – постоянные коэффициенты ряда, определяющие величины зональных, тесеральных и секторальных гармоник мультипольных

магнитных моментов источника ВМП,  $A_m^{n+1}$ ;  $n$  – порядковый номер пространственной гармоники ВМП;  $m$  – порядковый номер элементарного мультиполя  $n$ -ой гармоники;  $P_n^m(\cos\theta)$  – полиномы Лежандра первого рода.

Ряд (1) представлен в виде суммы мультипольных магнитных моментов: дипольного, квадрупольного, октупольного и т.д. составляющих ВМП. Аналитическое представление ВМП ТС в соответствии с выражением (1) принято в действующих нормативных документах. Анализ ряда (1) показывает, что ВМП источника имеет сложный пространственно-гармонический характер. Поэтому задача измерения коэффициентов  $g_{10}, g_{11}, h_{11}$ , соответственно равных компонентам ДММ  $M_x, M_y, M_z$  источника поля, сводится к избирательному их выделению из полного спектра мультиполей ВМП.

Развитие мультипольного представления ВМП привело к созданию точечных методов для ПГА ВМП ТС, обеспечивающих пространственную фильтрацию ДММ из полного спектра ВМП: в  $n$ -контрольных точках с заданными координатами размещаются первичные измерительные преобразователи (ПИП), которые электрически объединяются в систему и имеют определенный алгоритм коммутации. Совокупность нескольких ПИП, которые размещены и соединены определенным образом, представляют собой функционально завершённую составляющую часть средства измерения ДММ – распределенную систему преобразователей (РСП). Пространственная структура РСП и алгоритм коммутации ПИП определяют основные метрологические характеристики средства ПГА ВМП ТС. На рис. 1 приведен пример РСП, реализующей 12-точечный метод измерения ДММ.

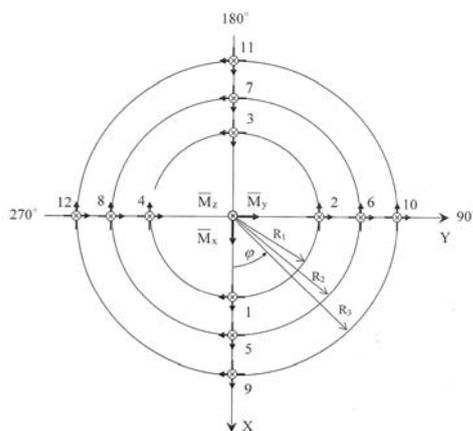


Рис. 1. Двенадцатиточечная РСП

Практическая реализация двенадцатиточечного метода измерения ДММ осуществляется трёхмодульной измерительной системой (ИС), структурная схема которой изображена на рис. 2, где приняты следующие обозначения: 1, 2, 3 – модули ПИП (РСП); 4 – коммутирующее устройство; 5 – пере-

ключатель измерительных каналов; 6, 7, 9 – усилители; 8, 11 – сумматоры; 10 – компенсатор внешней помехи; 12 – измерительный прибор.

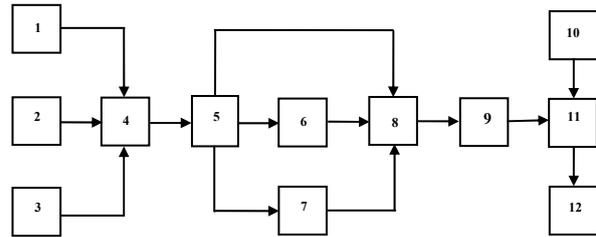


Рис. 2. Структурная схема ИС

Проанализируем измеряемый сигнал, на примере измерения осевого ДММ, который для удобства анализа запишем в виде гармонического ряда

$$E = E_1 + E_7 + E_9 + \dots = \frac{8g_{10}}{k_f R_i^3} + \frac{4}{k_f} \sum_{n=7}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{R_i^{n+2}} \times \frac{1 - k_R^{(n-3)/2}}{k_R^{(n-3)/2} (k_R - 1)} \left\{ 1 - \frac{k_R^{(n-1)/2} - 1}{k_R^{(n-5)/2} [k_R^2 - 1]} \right\} \times \sum_{m=0}^n g_{nm} \cos^2 m45^\circ \cos^2 m90^\circ \partial P_n^m(\theta = 90^\circ) / \partial \theta, \quad (2)$$

где  $k_f$  – коэффициент преобразования ПИП, мкТл/мВ;  $k_R$  – коэффициент кратности радиусов.

Таким образом, как следует из (2), ИС обеспечивает отстройку от помех чётных гармоник, а также от помех третьей и пятой гармоник. В этом случае осевой ДММ определяется выражением

$$M_z = g_{10} = E k_f R_i^3 / 8.$$

## 2. Оценка неопределенности измерений в области ПГА ВМП

Определим на примере четырехточечного метода измерения значение осевого ДММ  $M_z$  источника ВМП и связанную с ним стандартную и расширенную неопределенность, произведя многократные измерения полезного сигнала ( $V, V$ ) (табл. 1) и радиуса  $R_1$  (расстояние от геометрического центра источника (ГЦИ) ВМП до ПИП) (табл. 2). Предполагается, что из числа наблюдений исключены грубые погрешности и промахи и внесены поправки на известные систематические эффекты.

1. Составляем спецификацию измерений:

а) условия измерения: нормальные лабораторные;

б) анализ технических характеристик. Для измерения полезного сигнала используется цифровой вольтметр 5790 А. Для измерения расстояния (ГЦИ ВМП – ПИП) используется линейка измерительная 1000 мм, ГОСТ 427-74. ПИП – индукционный преобразователь (коэффициент преобразования ПИП

$$k_f = 6 \pm 10^{-3} \frac{A}{mB});$$

Таблиця 1

10,67	10,68	10,68	10,66	10,66	10,67	10,67	10,66
10,65	10,66	10,68	10,66	10,65	10,66	10,67	10,67

Таблиця 2

500	501	500	500	499	500	501	500
501	499	499	500	499	501	500	500

в) составляем модельное уравнение

$$M_z = \frac{1}{8} k_f V_{ind} R_{ind}^3 \quad (3)$$

г) корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

2. Определим среднее арифметическое результатов многократных наблюдений полезного сигнала по формуле

$$\bar{V}_{ind} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} \hat{V}_{ind i} = 10,67 \text{ В.}$$

Определим стандартное отклонение наблюдений полезного сигнала по формуле

$$s(\hat{V}_{ind}) = 0,01 \text{ В}$$

и стандартную неопределенность оценки результата измерения полезного сигнала по формуле

$$s(\bar{V}_{ind}) = \frac{0,01}{\sqrt{16}} = 0,0025 \text{ В.}$$

3. Определим среднее арифметическое результатов многократных наблюдений расстояния ГЦИ ВМП – ПИП

$$\bar{R}_{ind} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} \hat{R}_{ind i} = 500 \text{ мм.}$$

Определим стандартное отклонение наблюдений расстояния ГЦИ ВМП – ПИП

$$s(\hat{R}_{ind}) = 0,73 \text{ мм}$$

и стандартную неопределенность оценки результата измерения расстояния ГЦИ ВМП – ПИП

$$s(\bar{R}_{ind}) = \frac{0,73}{\sqrt{16}} = 0,18 \text{ мм.}$$

4. Находим стандартные неопределенности остальных оценок входных величин по типу В.

Считая, что в пределах границ погрешности распределены равномерно, находим

$$u(\hat{k}_f) = \frac{0,001}{\sqrt{3}} = 6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{А}}{\text{м В}}$$

5. Определим значения коэффициентов чувствительности  $c_i$  как частные производные модельного уравнения (3) по входным величинам в соответствии с выражением (4)

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{x_1, x_2, \dots, x_m}; \quad (4)$$

$$c(\bar{V}_{ind}) = \frac{1}{8} \hat{k}_f \bar{R}^3 = 0,094 \frac{\text{Ам}^2}{\text{В}};$$

$$c(\bar{R}_{ind}) = \frac{3}{8} \hat{k}_f \bar{V} \bar{R}^2 = 6 \text{ Ам};$$

$$c(\hat{k}_f) = \frac{1}{8} \bar{R}^3 \bar{V} = 0,1667 \text{ Вм}^3.$$

Составляем бюджет неопределенности (табл. 3).

6. Находим суммарную неопределенность оценки осевого магнитного момента. В виду нелинейности модели, суммарную неопределенность находим с учетом высших членов ряда Тейлора по формуле

$$u_c(M_z) = \left( \left( \sum_{i=1}^3 c_i^2 u^2(x_i) + \sum_{i,j=1}^3 \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2} \right) u^2(x_i) u^2(x_j) \right)^{1/2} \right) =$$

$$= [c^2(\bar{V}_{ind}) u^2(\bar{V}_{ind}) + c^2(\bar{R}_{ind}) u^2(\bar{R}_{ind}) + c^2(\hat{k}_f) u^2(\hat{k}_f) + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial^2 M_z}{\partial V^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 M_z}{\partial R^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 M_z}{\partial k_f^2} \right)^2 + \dots \right)^{1/2}] =$$

$$= 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ Ам}^2.$$

7. Находим оценку измеряемой величины. В виду нелинейности модели, оценку измеряемой величины производим по формуле (5)

$$\bar{M}_z = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(U_{1,k}, R_{1,k}) =$$

$$= \frac{1}{16} \sum_{k=1}^{16} f(U_{1,k}, R_{1,k}) = 1,01 \text{ Ам}^2. \quad (5)$$

8. Определяем стандартную неопределенность типа А косвенного измерения по формуле

$$u_a(M_z) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (M_{zk} - \bar{M}_z)^2}{n(n-1)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{16} (M_{zk} - \bar{M}_z)^2}{240}} = 0,96 \cdot 10^{-3} \text{ Ам}^2.$$

9. Рассчитаем коэффициент охвата следующим образом

$$k = t_{0,95}(v_{\text{eff}}).$$

Эффективное число степеней свободы

Таблиця 3

Бюджет неопределенности измерения магнитного момента

Входная величина	Оценка входной величины	Стандартная неопределенность	Число степеней свободы	Распределение вероятности входной величины	Коэффициент чувствительности	Вклад неопределенности, Ам <sup>2</sup>
V <sub>ind</sub>	10,67 В	0,0025 В	15	закон нормальный	0,094 $\frac{А \cdot м^2}{В}$	2,5 · 10 <sup>-4</sup>
R <sub>ind</sub>	500 мм	0,18 мм	15	закон нормальный	6 Ам	1,1 · 10 <sup>-3</sup>
k <sub>f</sub>	6 $\frac{А}{м \cdot В}$	6 · 10 <sup>-4</sup> $\frac{А}{м \cdot В}$	∞	закон равномерный	0,1667 Вм <sup>3</sup>	10 <sup>-4</sup>
M <sub>z</sub>	1,01 Ам <sup>2</sup>	1,1 · 10 <sup>-3</sup> Ам <sup>2</sup>	-	-	-	-

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^2}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(y_i)}{v_i}} = \frac{u_c^4}{\left( \frac{(u(\bar{V})c(\bar{V}))^4}{v_i} + \frac{(u(\bar{R})c(\bar{R}))^4}{v_i} \right) + \frac{(u(\hat{k}_f)c(\hat{k}_f))^4}{\infty}} = 15 \frac{(1,1 \cdot 10^{-3})^4}{(u(\bar{V})c(\bar{V}))^4 + (u(\bar{R})c(\bar{R}))^4} \approx 14,92 = 15.$$

10. Находим расширенную неопределенность

$$U = k \cdot u_c(\hat{M}_z) = t_{0,95}(15) \cdot 1,1 \cdot 10^{-3} = 2,13 \cdot 1,1 \cdot 10^{-3} = 2,34 \cdot 10^{-3} \text{ Ам}^2.$$

11. Записываем результат измерения в виде

$$M_z = (1,010 \pm 0,002) \text{ Ам}^2, p = 0,95.$$

### Выводы

1. Рассмотрена методология оценки неопределенности точечного метода измерения ДММ. Предложенный подход может быть применен при оценке неопределенности существующих и разрабатываемых n-точечных методов ПГА ВМП ТС.

2. Полученные результаты способствуют сопоставлению результатов измерений и гармонизации

нормативных документов в области ПГА ВМП на международном уровне.

3. Результаты работы способствуют внедрению концепции неопределенности в отечественную метрологическую практику.

### Список литературы

1. ГОСТ Р 50010-92. Совместимость технических средств электромагнитная. Электрооборудование силовое. Нормы параметров низкочастотного периодического магнитного поля. Введ. 01.07.93. – М.: Изд-во стандартов, 1993. – 5 с.

2. ГОСТ Р 50012-92. Совместимость технических средств электромагнитная. Электрооборудование силовое. Методы измерения параметров низкочастотного периодического магнитного поля. Введ. 01.07.93. – М.: Изд-во стандартов, 1993. – 21 с.

3. Захаров И.П. Составление бюджета неопределенности косвенных измерений с некоррелированными входными величинами // Украинський метрологічний журнал. – 2004. – № 4. – С. 33-39.

4. Кузнецов В.П. Сопоставительный анализ погрешности и неопределенности измерений // Измерительная техника. – 2003. – № 8. – С. 21-27.

Поступила в редколлегию 22.04.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.П. Мачехин, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

### МЕТОДОЛОГІЯ ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ТОЧКОВИХ МЕТОДІВ ПРОСТОРОВОГО ГАРМОНІЧНОГО АНАЛІЗУ ЗОВНІШНІХ МАГНІТНИХ ПОЛІВ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ

Дегтярьов О.В., Семенець В.В., Сакало С.М., Руженцев І.В.

Наведено підхід до оцінювання невизначеності точкових методів просторового гармонічного аналізу зовнішніх магнітних полів технічних засобів з метою забезпечення співставлення результатів вимірювань в галузі магнітних вимірювань, гармонізації міжнародних та національних нормативних документів в області просторового гармонічного аналізу зовнішніх магнітних полів технічних засобів.

**Ключові слова:** невизначеність, модельне рівняння, зовнішнє магнітне поле, просторовий гармонічний аналіз, магнітний момент, просторова гармоніка.

### THE ESTIMATION METHOD OF UNCERTAINTY OF DOTS-METHODS OF SPATIAL HARMONIC ANALYSIS OF EXTERNAL MAGNETIC FIELDS OF MEANS

Degtyariv A.V., Semenets V.V., Sakalo S.N., Ruzhentsev I.V.

The approach to an estimation of uncertainty of dots-methods of spatial harmonic analysis of external magnetic fields of means for maintenance of comparison of results of magnetic measurement and harmonization of the normative documents at the international level is considered.

**Keywords:** uncertainty, model equalization, external magnetic field, spatial harmonic analysis, magnetic moment, spatial accordion.