ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ КВАДРАТНОГО КОРЕНЯ ЧИСЛА ДЛЯ МІКРОКОНТРОЛЕРІВ

Іванов Д.В.
Науковий керівник – доц. Філіппенко І.В.
Харківський національний університет радіоелектроніки
(61166, Харків, пр. Науки,14, каф. АПОТ, тел. (057) 702-13-26,
email: d_ad@nure.ua

The objective of the work is exploring the possibility of polynomial approximation to calculate elementary functions.

У цифрових технічних пристроях при проведенні вимірювань в реальному масштабі часу, наприклад середньоквадратичних значень сигналів, діючих значень струму, характеристик випадкових сигналів, лінеаризації квадратичних характеристик датчиків, перетворенні координат, виникає необхідність обчислення елементарних функцій.

До елементарних відносять функції піднесення до степеня (в тому числі квадратний, кубічний корінь), многочлени, логарифмічну, показову (експоненційну), тригонометричну, гіперболічну і зворотні до них функції.

В обчислювальній техніці застосовують наступні методи обчислення елементарних функцій: розклад в ряд Тейлора, апроксимацію за допомогою різних поліномів, табличні методи, раціональні наближення, використання ланцюгових дробів, ітераційні. Зазвичай, для практичних обчислень достатньо можливостей вбудованих бібліотечних функцій. Однак у ряді випадків застосування стандартних бібліотечних функцій може виявитись невідповідним для вирішення поставленої задачі. Наприклад, елементарна функція обчислюється із надто високою точністю, і це приводить до невиправданих витрат машинного часу, або навпаки навпаки, іноді доводиться здійснювати розрахунки значень елементарних функцій за допомогою асемблера, щоб підвищити їх швидкодію.

Розглянемо можливості обчислення функції квадратного кореня $f = \sqrt{x}$ для випадків, коли необхідно підвищити швидкодію розрахунків (стандартні функції обчислення $f = \sqrt{x}$ виконуються за ~90-100 тактів мікроконтролера), або відсутня операція обчислення. Одними із найпоширеніших методів для вирішення даної задачі є розкладання функції в ряд Тейлора і поліноміальна апроксимація (наприклад, поліном Чебишева). В даному випадку необхідно виконати m операцій множення і m операцій складання, де m - порядок поліному. Це дає значний виграш у часі в порівнянні з використанням стандартної функції. Для проведення порівняльного аналізу характеристик точності поліноміальних алгоритмів (ряд Тейлора і поліном Чебишева) обчислення квадратного кореня був розроблений модуль для математичного пакету Matlab. Оскільки функція $f = \sqrt{x}$ визначена тільки для позитивних значень аргументу, тому х лежить в інтервалі. Для порівняння були [0;M] розраховані поліноми від 3 до 6 порядку на інтервалі $[0;1]$. Відхилення між поліноміальними функціями і функцією $f = \sqrt{x}$ наведено на рис. 1, а значення максимальної похибки наведено в табл.1.

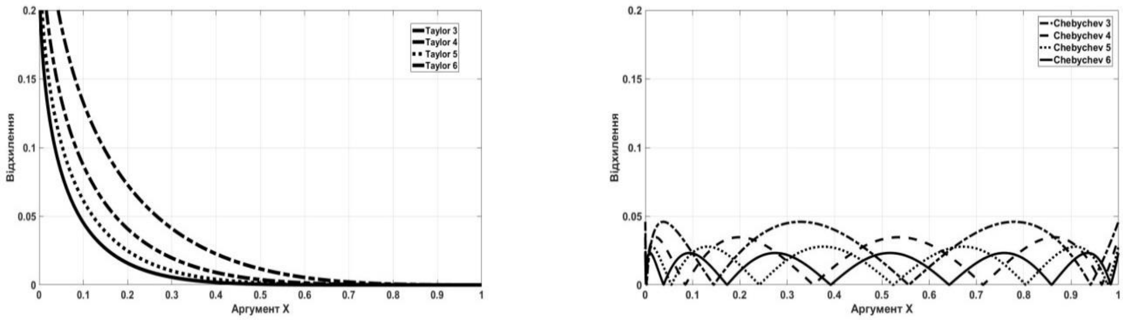

Рисунок 1 – Відхилення між поліноміальними функціями і функцією $f = \sqrt{x}$

Таблиця 1 – Максимальна похибка апроксимації

Порядок полінома	Метод апроксимації	
	Ряд Тейлора	Полiномiльний
3	0,3750	0,0459
4	0,3125	0,0347
5	0,2734	0,0278
6	0,2461	0,0232

Згідно отриманих результатів можна зробити наступні висновки. Ряд Тейлора повільно сходиться і при наближенні до 0 похибка збільшується, тому необхідно обмежувати аргумент в більш вузькій області. Підвищення порядку полінома не забезпечує зменшення максимального значення похибки апроксимації незважаючи на ускладнення обчислень. Перевагою розкладання в ряд Тейлора є те, що можна обчислити коефіцієнти ряду безпосередньо при виконанні функції і не виділяти для них постійну пам'ять.

Поліноміальна апроксимація з використанням поліномів Чебишева характеризується одноманітністю похибки в усьому діапазоні вимірювань. З підвищенням порядку полінома похибка знижується. Але для її реалізації необхідно зберігати коефіцієнти поліномів в пам'яті пристрою. Для прискорення необхідно обмежувати аргумент в більш вузькій області.

Список використаних джерел:

1. Савельев А.Я Прикладная теория цифровых автоматов. М. Высшая школа, 1987.

2. Shoab, A. K. Digital design of signal processing systems: A practical approach (1st ed). New York, NY: John Wiley, 2011.

3. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб.: Питер. 2002. – 606 с.