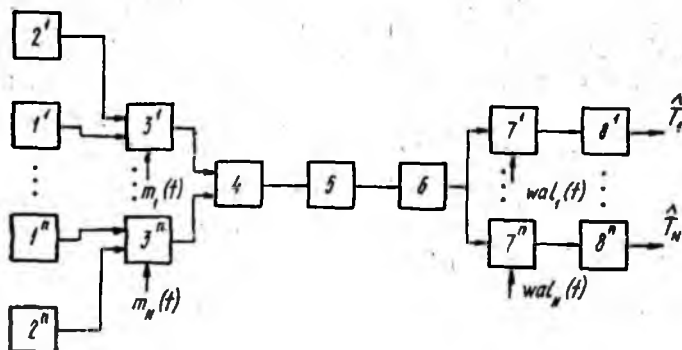


В. И. АНТЮФЕЕВ, канд. техн. наук, *В. Н. БЫКОВ*, канд. техн. наук,
Ю. В. ОВСЯННИКОВ, *А. С. СУЛТАНОВ*, канд. техн. наук

ОЦЕНКА РЕАЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МНОГОКАНАЛЬНОГО РАДИОМЕТРА

Многоканальные матричные радиометры находят применение в системах, предназначенных для формирования радиометрических изображений. Для обеспечения требуемой высокой степени иден-



тичности коэффициентов передачи отдельных каналов такие радиометры могут строиться по схеме с линейным уплотнением сигналов. Это позволяет использовать общий для всех сигналов канал

усиления и тем самым решить проблему идентичности каналов. В одном из приемников этого класса — радиометре с периодической абсолютной калибровкой [1] — используется принцип временного уплотнения и разделения сигналов. При заданном времени формирования изображения увеличение числа каналов в таком приемнике приводит к резкому ухудшению чувствительности.

В статье решена задача анализа описанной в работе [1] структуры и оценки реальной чувствительности радиометра, в котором реализован принцип разделения сигналов по форме в результате применения ортогонального семейства демодулирующих функций, в качестве которого использована система функций Уолша.

Структурная схема многоканального приемника представлена на рисунке, где введены обозначения: $1^1, \dots, 1^N, 2^1, \dots, 2^N$ — источники полезных и эталонных шумовых сигналов соответственно, $3^1, \dots, 3^N$ — модуляторы-переключатели, 4 — сумматор, 5 — усилитель высокой частоты УВЧ, 6 — квадратичный детектор, $7^1, \dots, 7^N$ — синхронные детекторы, $8^1, \dots, 8^N$ — интеграторы.

Решение задачи проведено при следующих предположениях: Частотная характеристика УВЧ является прямоугольной, т. е.

$$G(f) = \begin{cases} G_0; & |f \pm f_0| \leq \Delta f/2; \\ 0; & |f \pm f_0| > \Delta f/2. \end{cases}$$

Двусторонняя спектральная плотность относительных флуктуаций $g(t) = \Delta G/G_0$ коэффициента усиления УВЧ по мощности подчиняется фликкерному закону [2]

$$S_g(f) = \begin{cases} A/f^\gamma; & |f| \geq F; \\ 0; & |f| < F; \end{cases} \quad \gamma \in (1,3),$$

а процесс $g(t)$ является нормальным стационарным случайным процессом с нулевым средним.

Напряжения входных сигналов $u_{Ai}(t)$, эталонных сигналов $u_{\Sigma i}(t)$ и собственного шума УВЧ $u_{\text{ш}}(t)$ являются стационарными случайными процессами с нулевыми средними значениями и спектральными плотностями

$$S_{u_{Ai}(u_{\Sigma i} u_{\text{ш}})}(f) = \begin{cases} kT_{Ai(\Sigma i \text{ ш})}, & |f \pm f_0| \leq \Delta f/2, \\ 0, & |f \pm f_0| > \Delta f/2. \end{cases}$$

где k — постоянная Больцмана, T_{Ai} , $T_{\Sigma i}$, $T_{\text{ш}}$ — антенная температура по i -му входу, эквивалентные температуры i -го источника шумового напряжения и собственного шума УВЧ соответственно.

Процессы $\tilde{u}_A(t)$, $\tilde{u}_{\Sigma i}(t)$ ($i = \overline{1, N}$), $\tilde{u}_{\text{ш}}(t)$, $g(t)$ статистически независимы.

Задано семейство коммутирующих функций $\{m_i(t)\}_{i=1}^N = \left\{ \frac{1}{2} (1 + \text{wal}_i(\theta, t)) \right\}$, где $\text{wal}_i(\theta, t)$ — функция Уолша номера

i периода θ , который будем считать кратным интервалу усреднения τ .

При указанных допущениях сигнал на выходе УВЧ можно записать в виде

$$\tilde{u}(t) = \sqrt{1+g(t)} \left\{ \sum_{l=1}^N [\sqrt{m_l(t)} \tilde{u}_{Al}(t) + \sqrt{1-m_l(t)} \tilde{u}_{z1}(t)] + \tilde{u}_{ш}(t) \right\}.$$

Переходя к нормированным относительно $\sqrt{k\Delta f}$ напряжениям, получим

$$u(t) = \sqrt{1+g(t)} \left\{ \sum_{l=1}^N [\sqrt{m_l(t)} u_{Al}(t) + \sqrt{1-m_l(t)} u_{z1}(t)] + u_{ш}(t) \right\}.$$

Дисперсия $u(t)$ определяется выражением $\sigma_u^2 = \sum_{l=0}^N m_l T_l$, (1),

где $T_l = T_{Al} - T_{z1}$ ($l = \overline{1, N}$), $T_0 = T_{ш} + \sum_{l=1}^N T_{z1}$, $m_0(t) \equiv 1$,

а спектральные плотности напряжений $u_l(t)$ имеют вид

$$S_l(f) = \begin{cases} T_l/\Delta f; & |f \pm f_0| \leq \Delta f/2; \\ 0; & |f \pm f_0| > \Delta f/2; \end{cases} \quad l = \overline{0, N}. \quad (2)$$

В соответствии со структурной схемой радиометра, выходной сигнал j -го канала определяется равенством $\hat{T}_j = \frac{2}{\tau} \int_0^\tau \text{wal}_j(t) \times \times u^2(t) dt$. Математическое ожидание оценки $\hat{T}_j$ с учетом соотношения (1) и ортогональности функций Уолша $\left(\frac{1}{\tau} \int_0^\tau \text{wal}_l(t) \times \times \text{wal}_k(t) dt = \delta_{lk}; l, k = \overline{1, N} \right)$ равно T_j . Следовательно, оценки параметров T_j ($j = \overline{1, N}$) являются несмещенными.

Ковариация оценок $\hat{T}_j, \hat{T}_l$ описывается выражением $R_{jl} = R_{jl}^1 + R_{jl}^2 + R_{jl}^3$. (3). Здесь

$$R_{jl}^1 = \frac{1}{\tau^2} \int_0^\tau \int_0^\tau \text{wal}_j(t) \text{wal}_l(\xi) \sum_{l,k=0}^N m_l(t) m_l(\xi) m_k(t) m_k(\xi) \times \times R_l(t-\xi) R_k(t-\xi) dt d\xi;$$

$$R_{jl}^2 = \frac{1}{\tau^2} \int_0^\tau \int_0^\tau R_g(t-\xi) \text{wal}_j(t) \text{wal}_l(\xi) \sum_{l,k=0}^N m_l(t) m_l(\xi) \times \times m_k(t) m_k(\xi) R_l(t-\xi) R_k(t-\xi) dt d\xi;$$

$$R = \frac{4}{\tau^2} \int_0^\tau \int_0^\tau R_g(t-\xi) \sum_{i,k=0}^N m_i(t) m_k(\xi) T_i T_k dt d\xi,$$

$R_i(\xi) = \langle u_i(t+\xi) u_i(t) \rangle - \langle u_i(t) \rangle^2$ — корреляционная функция процесса $u_i(t)$.

Для вычисления первого слагаемого путем замены переменных в двойном интеграле приведем его к виду

$$R_{jl}^1 = 8 \int_0^\tau (\tau - \eta) \sum_{i,k=0}^N R_i(\eta) R_k(\eta) [B_{jl}^{ik}(\eta) + B_{jl}^{ik} - \eta], \quad (4)$$

где

$$B_{jl}^{ik}(\eta) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau m_i(t) m_k(t) \text{wal}_j(t) m_i(t+\eta) m_k(t+\eta) \text{wal}_l(t+\eta) dt.$$

Воспользуемся групповым свойством функций Уолша: $\text{wal}_i(t) \text{wal}_k(t) = \text{wal}_{i \oplus k}(t)$, где двоичное разложение числа $i \oplus k$ получается путем поразрядного сложения по модулю 2 двоичных разложений чисел i, k [3]. Ограничимся случаем $N = 2^m - 1$ ($m \in \mathbb{N}$), когда множество функций $\{\text{wal}_i\}_{i=0}^N = 1$ образует конечную группу относительно операции умножения. Тогда

$$\begin{aligned} B_{jl}^{ik}(\eta) + B_{jl}^{ik}(-\eta) = & \frac{1}{8} [B'_{jl}(\eta) + B'_{j \otimes l, l \otimes i}(\eta) + B'_{j \otimes k, l \otimes k}(\eta) + \\ & + B'_{j \otimes i \otimes k, l \otimes i \otimes k}(\eta) + B'_{j, l \otimes i}(\eta) + B'_{j \otimes l, i}(\eta) + B'_{j \otimes k, i}(\eta) + B'_{j \otimes k, l}(\eta) + \\ & + B'_{j \otimes i, l \otimes k}(\eta) + B'_{j \otimes i \otimes k, l \otimes i}(\eta) + B'_{j \otimes k, l \otimes i \otimes k}(\eta) + B'_{j \otimes i \otimes k, l \otimes k}(\eta) + \\ & + B'_{j, l \otimes i \otimes k}(\eta) + B'_{j \otimes i \otimes k, l}(\eta) + B'_{j \otimes l, l \otimes k}(\eta) + B'_{j \otimes k, l \otimes i}(\eta)]. \end{aligned}$$

Здесь $B'_{ik}(\eta) = \frac{1}{2} [B_{ik}(\eta) + B_{ki}(\eta)]$ — четная часть взаимной

временной корреляционной функции $B_{ik}(\eta) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \text{wal}_i(t) \text{wal}_k \times (t-\eta) dt$ и использовано свойство $B_{ik}(\eta) = B_{ki}(-\eta)$. Поскольку $B'_{ik}(\eta) = B_i(\eta) \delta_{ik}$, то

$$\begin{aligned} B_{jl}^{ik}(\eta) + B_{jl}^{ik}(-\eta) = & \delta_{i0} (1 - \delta_{k0}) [B_j(\eta) \delta_{jl} + B_k(\eta) \delta_{k, l-1} (1 - \delta_{jl})] + \\ & + 2\delta_{i0} \delta_{k0} \delta_{jl} B_j(\eta) + \delta_{k0} (1 - \delta_{i0}) [B_j(\eta) \delta_{jl} + B_i(\eta) \delta_{i, l \otimes i} (1 - \delta_{jl})] + \\ & + \frac{1}{2} (1 - \delta_{i0}) (1 - \delta_{k0}) [B_j(\eta) \delta_{jl} + B_{i \otimes k}(\eta) \delta_{i \otimes k, j \otimes l} + B_i(\eta) \delta_{i, l \otimes i} + \\ & + B_k(\eta) \delta_{k, j \otimes l}]. \end{aligned} \quad (5)$$

Разложим каждую из функций Уолша в ряд Фурье по косинусам на интервале $[0, \theta]$:

$$\text{wal}_i(t) = \sum_{r \in \mathbb{Z}} b_{ir} \cos(\pi r f t / \theta), \quad b_{ir} = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta \text{wal}_i(t) \cos(\pi r f t / \theta) dt.$$

Спектр функции $\text{wal}_i(t)$ определяется выражением $S_i() = \sum_{r \in Z} b_{ir}^2 \delta(f - r/\theta)$. Используя теорему Винера-Хинчина и учитывая равенство (5), соотношение (4) можно представить так:

$$R_{jl}^1 = \sum_{i,k=0}^N \sum_{r \in Z} [\delta_{i0}(1 - \delta_{k0}) [b_{ir}^2 \delta_{jl} + b_{kr}^2 \delta_{k,j \oplus l} (1 - \delta_{jl})] + \\ + 2b_{jr}^2 \delta_{i0} \delta_{k0} \delta_{jl} + \delta_{k0}(1 - \delta_{i0}) [b_{jr}^2 \delta_{jl} + b_{ir}^2 \delta_{i,j \oplus l} (1 - \delta_{jl})] + \\ + \frac{1}{2}(1 - \delta_{i0})(1 - \delta_{k0}) [b_{ir}^2 \delta_{jl} + b_{i \oplus k, r}^2 \delta_{i \oplus k, j \oplus l} + b_{ir}^2 \delta_{i,j \oplus l} + b_{kr}^2 \delta_{k,j \oplus l}]] \times \\ \times \int_{E^1} S_{ik}(f - r/\theta) \sin^2 \pi f \tau df.$$

Здесь $S_{ik}(f) = \int_{E^1} S_i(f') S_k(f - f') df'$. Для низкочастотной компоненты спектральных плотностей типа (2) известно выражение [2]

$$S_{ik}(f) = \begin{cases} \frac{T_i T_k}{\Delta f} (1 - |f|/\Delta f); & |f| < \Delta f; \\ 0, & |f| > \Delta f. \end{cases}$$

Поскольку для реальных радиометров обычно выполняется неравенство $\theta^{-1} \ll \Delta f$, в полосе прозрачности фильтра нижних частот с частотной характеристикой $\sin^2 \pi f \tau$ приближенно будем иметь $S_{ik}(f) \cong S_{ik}(f - r/\theta) \cong S_{ik}(0) = T_i T_k / \Delta f$. Используя равенство Парсеваля

$$\sum_{r \in Z} b_{ir}^2 = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta \text{wal}_i^2(t) dt = 1 \quad (i = \overline{0, N}), \text{ окончательно получаем} \\ R_{jl}^1 \cong \frac{4 T^2}{\Delta f \tau} \left[(1 + \bar{q}/2)^2 \delta_{jl} + q_{l \oplus l} (1 + \bar{q}/2) (1 - \delta_{jl}) + \frac{1}{4} \sum_{i,k \in I} q_i q_k \right], \quad (6)$$

где $q_i = T_i / T_\theta$ — отношение сигнал-шум по i -му входу, $\bar{q} = \sum_{i=1}^N q_i^2$,

$$I = \{(i, k) \in \overline{1, N} \times \overline{1, N} / i \oplus k = j \oplus l\}.$$

С помощью аналогичных выкладок находим

$$R_{jl}^2 \cong \sigma_g^2 R_{jl}^1; \quad R_{jl}^3 \cong T_0^2 [q_{l \oplus l} (1 - \delta_{jl}) (1 + \bar{q}/2) \sum_{r \in Z} b_{i \oplus l, r}^2 s_r + \\ + \delta_{jl} (1 + \bar{q}/2)^2 \sum_{r \in Z} b_{jr}^2 s_r + \frac{1}{4} \sum_{i,k \in I} q_i q_k]. \quad (7)$$

Здесь $s_r = \int_{E^1} S_g(f - r/\theta) \sin^2 \pi f \tau df$, $\sigma_g^2 = \int_{E^1} S_g(f) df = \frac{2A}{(\gamma - 1)\mu}$.

Из коэффициентов s_i наибольшее значение имеет s_0 , поскольку низкочастотные компоненты спектральной плотности фликкер-шума очень слабо подавляются фильтром с частотной характеристикой $\sin^2 \pi f / \tau$. Эффективность подавления составляющих спектра фликкер-шума вблизи гармоник коммутирующего сигнала тем выше, чем больше отношение $L = \tau / \theta$.

Поскольку $b_{i0} = \delta_{i0}$, то в R^3 определяющее влияние имеет член $T_0^2 \sum_{i,k \in I} q_i q_k b_{i0} b_{k0} s_0 \delta_{ji}$. В рассматриваемом случае множество

$$I = \text{diag} (\overline{1}, N \times \overline{1}, N) = \{(i, k) / i = k\}, \text{ поэтому } R_{ji}^3 = s_0 \delta_{ji} \sum_{i=1}^N T_i^2 (8).$$

Коэффициент s_0 можно выразить через неполную гамма-функцию [4, с. 435]

$$s_0 = A \left\{ \frac{1}{\pi^2 \tau^2 (\gamma + 1) F_{\frac{1}{2}}^{\gamma+1}} - 2 (2\pi\tau)^{\gamma-1} [e^{i\pi(\gamma+1)/2} \Gamma(-\gamma-1, i2\pi F\tau) + e^{-i\pi(\gamma+1)/2} \Gamma(-\gamma-1, -i2\pi F\tau)] \right\},$$

где $\Gamma(a, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{a-1} dt$. В случае, когда эффективная ширина спектра фликкер-шума существенно меньше полосы пропускания фильтра нижних частот, $s_0 \approx \sigma^2$.

Таким образом, для ковариации канальных сигналов на основании равенств (3), (6), (7), (8) получаем следующее соотношение:

$$R_{ji} \approx s_0^2 \delta_{ji} \sum_{i=1}^N T_i^2 + \frac{4T_0^2}{\Delta f \tau} [(1 + \bar{q}/2) \delta_{ji} + q \cdot (1 + \bar{q}/2) (1 - \delta_{ji}) + \frac{1}{4} \sum_{i,k \in I} q_i q_k (1 + \sigma_g^2)]. \quad (9)$$

Из формулы (9) при $j=i$ следует выражение для чувствительности многоканального радиометра по j -му входу:

$$\delta T_j \approx T_0 \left\{ \frac{4}{\Delta f \tau} \left[(1 + \bar{q}/2)^2 + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N q_i^2 \right] (1 + \sigma_g^2) + \sigma_g^2 \sum_{i=1}^N q_i^2 \right\}^{1/2},$$

которая оказывается одинаковой для всех каналов.

Коэффициент взаимной корреляции канальных сигналов в соответствии с соотношением (9) равен $r_{ji} = 4T_0^2 (\Delta f \tau)^{-1} q_{ji} (1 + \bar{q}/2) / (\delta T)^2$.

Пусть $q_1 = \dots = q_N = q$ и $q \ll 1$. Тогда $r_{ji} \approx (q^{-1} + N/2)^{-1}$. Следовательно, коэффициент взаимной корреляции канальных сигналов убывает с ростом числа уплотняемых каналов.

Таким образом, показана возможность разделения канальных сигналов по форме за счет использования ортогональности семейства коммутирующих функций Уолша. Как и в одноканальном мо-

дуляционном радиометре использование модуляции входных сигналов позволяет существенно ослабить влияние флуктуаций коэффициента передачи усилительного тракта приемника.

Список литературы: 1. *Hersman M. S., Poe G. A.* Sensitivity of the total power radiometer with periodic absolute calibration//IEEE Trans. on Microwave Theory and Techn. 1981. Vol. 29, N 1. P. 32—40. 2. *Гольнев В. Я., Корольков Д.В., Фридман П. А.* Адаптивный радиометр с пилот-сигналом//Астрофиз. исследования. Изв. спец. астрофиз. обсерватории. 1981. 13. С. 52—61. 3. *Ефимов А. В., Скворцов В. А.* Ряды и преобразования Уолша: Теория и применения. М., 1987. 344 с. 4. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962. 1100 с.

Поступила в редколлегию 15.02.89