

*Б. Г. ТЕРЯЕВ*, канд. техн. наук

**МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ  
КВАЗИКОГЕРЕНТНЫХ ДЕМОДУЛЯТОРОВ ФМ-СИГНАЛОВ  
ПРИ УЧЕТЕ РАБОТЫ ИХ УСТРОЙСТВ СИНХРОНИЗАЦИИ  
И МЕЖСИМВОЛЬНЫХ ИСКАЖЕНИЙ В ЛИНЕЙНЫХ КАНАЛАХ**

---

Реальная помехоустойчивость высокоскоростных демодуляторов ФМ-сигналов, в том числе радиорелейных и спутниковых, может значительно отличаться от потенциальной. Перечислим наиболее существенные причины, вызывающие ее снижение: нестабильность фаз опорного колебания (ОК) и тактовых импульсов (ТИ) на выходе устройств синхронизации, обусловленная изменением температуры, напряжений источников питания, старением деталей; флуктуации ОК и ТИ в результате аддитивных и межсимвольных помех, а также АМ—АМ- и АМ—ФМ-конверсии сигнала в мощных приборах приемопередающего тракта.

Эти и другие причины приводят к тому, что реальная помехоустойчивость может оказаться ниже потенциальной на 6 дБ и более [1]. При теоретических исследованиях помехоустойчивости демодуляторов обычно учитывается не совокупность указанных причин, а их изолированное влияние. Например, при учете флуктуаций ОК и ТИ на выходе устройств синхрониза-

ции полагают, что межсимвольная помеха (МСП) и конверсия сигнала в канале отсутствуют [2, 3]. Наоборот, в случае исследования помехоустойчивости при МСП и конверсии принимается, что устройства синхронизации работают идеально [4, 5]. Такое разделение причин обусловлено сложностью моделей устройств формирования опорного колебания (УФОК) и выделения тактовых импульсов (УВТИ), а также приемопередающего тракта. По тем же причинам аналитическое исследование помехоустойчивости демодуляторов часто заменяется машинным моделированием радиотракта [5]. Работа УФОК, УВТИ и искажений сигнала в радиотракте одновременно, по-видимому, не принимается во внимание [1].

Изложим методику аналитического исследования и расчета помехоустойчивости квазикогерентных демодуляторов сигналов ФМ-4 с применением дифференциального кодирования, согласно которой учитывается работа УФОК, УВТИ, искажений сигнала МСП и аддитивным шумом в линейном канале. С помощью этой методики можно исследовать реальную помехоустойчивость демодуляторов при различных вариантах выполнения устройств синхронизации и частотных характеристиках тракта, удовлетворяющего или не удовлетворяющего условию Найквиста. Приводимая методика пригодна и для других демодуляторов ФМ-сигналов, например двухпозиционных ФМ-2, восьмипозиционных ФМ-8, с применением дифференциального кодирования или без него, а также для иных типов сигналов, в частности с малым внеполосным излучением — ММС, ФМ-4 со сдвигом [3] или сигналов с дискретно-сплошным спектром [1].

Рассмотрим безусловную и условную вероятности сбоя элементарного символа демодуляторов сигналов ФМ-4. Несмотря на то, что фазоманипулированные сигналы, в частности с четырьмя позициями фаз ФМ-4, используются широко, аналитическое выражение вероятности сбоя элементарного символа для таких сигналов при применении дифференциального кода известно лишь в приближенном виде [4]. Запишем вначале выражение условной вероятности сбоя бинарного символа на выходе демодулятора сигнала ФМ-4 при случайном, фиксированном фазовом сдвиге оси ОК на угол  $\theta(t)$  и ТИ на  $\tau(t)$  на выходе УФОК и УВТИ, а также при искажении сигнала МСП. Предполагается, что в канале имеется гауссов шум, прием ведется стробированием сигналов на выходе фазовых детекторов, а МСП в эквидистантных точках подчиняется нормальному закону [1].

$$\langle P_{сб} \rangle = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{4} \left\langle \left[ 1 + \Phi \left( \tilde{N} h_1(m, \tau) \sin \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right] \times \right. \\ \left. \times \left[ 1 + \Phi \left( \tilde{N} h_1(m, \tau) \cos \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right] \right\} \left\{ \left[ 1 + \Phi \left( \tilde{N} h_2(m, \tau) \sin \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right] \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[ 1 - \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \cos \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right] + \left[ 1 - \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \sin \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right] \times \\
& \quad \times \left[ 1 + \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \cos \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right] + \\
& + 2 \left[ \left[ 1 + \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha - \theta \right) \right) \right] \times \right. \quad (1) \\
& \quad \times \left[ 1 - \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \sin \left( \frac{\pi}{4} - \alpha - \theta \right) \right) \right] + \\
& \quad + \left[ 1 - \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha - \theta \right) \right) \right] \times \\
& \quad \times \left. \left[ 1 + \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \sin \left( \frac{\pi}{4} - \alpha - \theta \right) \right) \right] \right] + \\
& \quad + \left[ 1 - \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \sin \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right] \times \\
& \times \left[ 1 + \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \cos \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right] + \left[ 1 + \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \sin \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right] \times \\
& \quad \times \left[ 1 - \Phi \left( \tilde{N} \tilde{h}_2(m, \tau) \cos \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right] \Bigg\} ,
\end{aligned}$$

где  $\Phi(x)$  — интервал вероятности,  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ ;

$U_0$  — амплитуда неискаженного радиоимпульса сигнала ФМ-4;  $\sigma_a$  — среднее квадратичное значение аддитивной помехи на выходе канала;  $k = \sigma_M / \sigma_a$  — отношение среднее квадратичных значений МПС и аддитивного шума; причем

$$\begin{aligned}
\tilde{\sigma}_M &= \int_{-1/2}^{+1/2} d\tau \int_{-\pi/4}^{+\pi/4} d\theta W(\tau) W(\theta) \sigma_{\text{МСП}}(\tau, \theta); \quad \sigma_{\text{МСП}}(\tau, \theta) = \\
&= \cos \theta \sqrt{\sum_{i=3}^{\infty} h_i^2 (|\tau| + i \tilde{T}_{\text{стр}})^2}
\end{aligned}$$

$T_{\text{стр}}$  — нормированное время стробирования импульсов при идеальной синхронизации УВТИ,  $\tilde{T}_{\text{стр}} = \frac{T_0}{2T_0} = \frac{1}{2}$ , где  $T_0$  —

длительность радиоимпульса сигнала ФМ-4;  $W(\theta)$ ,  $W(\tau)$  — одномерные плотности распределения случайных величин  $\theta(t)$ ,  $\tau(t)$ ;  $h_1(m, \tau)$  — импульсная реакция канала на радиоимпульс,

$$h_2(m, \tau) = h_1(2m, \tau);$$

$$h_2(m, \tau) = \sqrt{h_1^2(m, \tau) + h_1^2(m, |\tau| + 1)};$$

$$\alpha = \arctg \frac{h_1(m, |\tau| + 1)}{h_1(m, \tau)}; \quad \hat{h}_2(m, \tau) = h_1(m, \tau) - h_1(m, |\tau| + 1).$$

Выражение (1) получено на основе известного векторного представления сигнала и помехи при определении вероятности сбоя элементарного сигнала и символа, которая записывается в виде

$$P_{сб} = \frac{1}{2} [1 - \Phi(N)].$$

Здесь учтено, что при передаче дибита 00 сбой одного символа произойдет, когда во второй тактовый интервал суммарный вектор сигнала и помехи в момент стробирования окажется во втором или четвертом квадранте; при передаче дибита 01 — в третьем или первом квадранте; дибита 11 — во втором или четвертом и, наконец, дибита 10 — в первом или третьем. Выражение (1) выведено с условием, что вероятности передачи бинарных символов одинаковы ( $P_c = 1/2$ ). Следовательно, вероятности появления одного из четырех сигналов ФМ-4 также одинаковы ( $P_{сиг} = 1/4$ ).

Если в (1) положить  $\theta(t) = \tau(t) \equiv 0$ , получим вероятность сбоя символа на выходе демодулятора при идеальных устройствах синхронизации, когда учитываются искажения сигнала только в результате МСП и аддитивного шума в канале. Наоборот, если считать, что канал передачи данных не вызывает межсимвольных искажений, когда

$$h_1(m, \tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } -\frac{1}{2} < \tau < +\frac{1}{2}; \\ 0 & \text{вне указанного интервала,} \end{cases} \quad (2)$$

$$h_2(m, \tau) = h_1(m, \tau), \quad \alpha = 0; \quad h_2(m, \tau) = h_1(m, \tau), \quad (2a)$$

находим условную вероятность сбоя символа при неидеальных устройствах синхронизации. Наконец, если в (1) положить  $\theta = \tau = 0$  и одновременно выполнить условия (2), (2a), получим вероятность сбоя символа на выходе идеального демодулятора сигналов ФМ-4 при действии в канале только аддитивного шума. Выражение потенциальной помехоустойчивости демодулятора сигналов ФМ-4 в случае использования дифференциального кодирования имеет вид

$$P_{сб} = \frac{1}{8} \left[ 1 + \Phi\left(\frac{N}{\sqrt{2}}\right) \right]^2 \left[ 1 - \Phi^2\left(\frac{N}{\sqrt{2}}\right) \right]. \quad (3)$$

Зависимость (3) от  $N$  дает значения  $P_{сб(ид)}$ , достаточно близкие к приближенным, приведенным в работе [4] для малых вероятностей ошибки,  $P_{сб} \leq 10^{-3}$ .

Аналитическое выражение вероятности ошибки на выходе демодулятора, соответствующее реальной с учетом устройств синхронизации, МСП и аддитивного шума, получается из (1) путем статистического усреднения случайных величин  $\theta$ ,  $\tau$ . При этом находится безусловная вероятность сбоя символа на выходе приемного устройства. Чтобы УФОК и УВТИ обеспечивали высокое качество работы демодулятора, их выполняют узкополосными, т. е. полоса пропускания фильтрующего элемента (ФЭ) УФОК и УВТИ, где выделяются ОК и тактовая частота, минимально на порядок уже полосы радиотракта. Здесь время корреляции случайных процессов  $\theta(t)$ ,  $\tau(t)$  оказывается существенно больше времени существования элементарного радиосигнала  $T_0$ . В данном случае процессы  $\theta(t)$ ,  $\tau(t)$  в (1) можно заменить случайными величинами и для получения безусловной вероятности сбоя символа усреднить это выражение, используя одномерные плотности распределения  $\theta$ ,  $\tau$ :

$$P_{сб} = \int_{-1/2}^{+1/2} d\tau \int_{-\pi/4}^{+\pi/4} d\theta \langle P_{сб} \rangle W(\theta) W(\tau). \quad (4)$$

Исходя из работ Р. Л. Стратоновича и В. И. Тихонова [1] функции распределения  $W(\theta)$ ,  $W(\tau)$  при отсутствии начальной частотной расстройки сигнала имеют вид

$$W(\theta) = \frac{2}{\pi} \frac{\exp D_{оп} \cos 4\theta}{I_0(D_{оп})}, \quad -\frac{\pi}{4} < \theta \leq +\frac{\pi}{4};$$

$$W(\tau) = \frac{\exp D_{ти} \cos \tau}{I_0(D_{ти})}, \quad -\frac{1}{2} \leq \tau \leq +\frac{1}{2}, \quad (5)$$

где  $D_{оп}$ ,  $D_{ти}$  — удвоенное отношение мощности сигнала к мощности помехи на выходе ФЭ УФОК и УВТИ соответственно,

$$D_{оп} = 2 \frac{P_c(оп)}{P_n(оп)}; \quad D_{ти} = 2 \frac{P_c(ти)}{P_n(ти)}. \quad (6)$$

Таким образом, чтобы найти реальную помехоустойчивость демодулятора, необходимо знать зависимости параметров  $D_{оп}$ ,  $D_{ти}$  от отношения сигнал-помеха на входе демодулятора и типа функциональной схемы устройств синхронизации, а также импульсную реакцию канала на радиосигнал  $h_1(m, \tau)$ . Зависимости  $D_{оп}$ ,  $D_{ти}$  для различных типов устройств синхронизации демодуляторов сигналов ФМ-2, ФМ-4 при отсутствии МСП в канале получены ранее [1]. В дальнейшем будут определены ана-

Таблица 1

Демодулятор	А. А. Пистолькорс	В. И. Сифоров	Ж. П. Костас	Р. Л. Стратонович	Г. А. Травин
ФМ-2	$1$	$1$	$1$	$1$	$1$
	$2n_{\text{оп}} \left( \frac{1}{N^2} + \frac{1}{2\sqrt{2}N^4} \right)$	$2n_{\text{оп}} \left( \frac{1}{N^2} + \frac{1}{2N^4} \right)$	$2n_{\text{оп}} \left( \frac{1}{N^2} + \frac{1}{2N^4} \right)$	$n_{\text{оп}} \frac{1}{2N^2}$	$\frac{n_{\text{оп}}}{2} \left( \frac{1}{N^2} + \frac{1}{4N^4} \right)$
ФМ-4	$1$	$1$	$1$	$1$	$1$
	$8n_{\text{оп}} \left( \frac{1}{N^2} + \frac{9}{2\sqrt{2}N^4} \right)$	$8n_{\text{оп}} \left( \frac{1}{N^2} + \frac{9}{2\sqrt{2}N^4} \right)$	$8n_{\text{оп}} \left( \frac{1}{N^2} + \frac{1}{2N^4} \right)$	$n_{\text{оп}} \frac{1}{2N^2}$	$\frac{n_{\text{оп}}}{2} \left( \frac{1}{N^2} + \frac{1}{4N^4} \right)$

Таблица 2

Демодулятор	УВТИ		СВФ	
	с дифференциальной цепью и двухполупериодным преобразователем	с перемножителем и ЛЗ	с умножителем частоты	с перемножителем и ЛЗ
ФМ-2	$1$	$1$	$1$	$1$
	$n_{\text{ТИ}} \left[ 1 + \frac{1}{7^2} \left( \frac{16}{N^2} + \frac{1}{128N^4} \right) \right]$	$\frac{n_{\text{ТИ}}}{2} \left( 4 + \frac{1,52}{N^2} + \frac{156}{N^4} \right)$	$\frac{n_{\text{ТИ}}}{2} \left( \frac{5,47}{N^2} + \frac{4,41}{N^4} \right)$	$\frac{n_{\text{ТИ}}}{2} \left[ 1,5 + \left( \frac{3,15}{N^2} + \frac{1,68}{N^4} \right) \right]$
ФМ-4	$1$	$1$	$1$	$1$
	$\frac{n_{\text{ТИ}}}{2} \left[ 1 + \frac{1}{7^2} \left( \frac{16}{N^2} + \frac{1}{128N^4} \right) \right]$	$\frac{n_{\text{ТИ}}}{2} \left( 4 + \frac{0,38}{N^2} + \frac{3,9}{N^4} \right)$	$\frac{n_{\text{ТИ}}}{2} \left( \frac{3,66}{N^2} + \frac{19,76}{N^4} + \frac{105,4}{N^6} + \frac{10,98}{N^8} \right)$	$\frac{n_{\text{ТИ}}}{2} \left[ 1,5 + \left( \frac{4,26}{N^2} + \frac{2,28}{N^4} \right) \right]$

литические зависимости  $P_c(\text{ОП})/P_n(\text{ОП})$ ,  $P_c(\text{ТИ})/P_n(\text{ТИ})$  при дополнительном учете МСП с использованием известной методики [1]. Поэтому выражения (6), заимствованные из указанной работы, даны в табл. 1, 2. Как следует из таблиц, значения  $D_{\text{оп}}$ ,  $D_{\text{ти}}$  зависят от параметров  $n_{\text{оп}}$ ,  $n_{\text{ти}}$ , которые представляют собой отношения полос пропускания ФЭ УФОК и УВТИ к полосе приемопередающего тракта соответственно.

Методика определения параметров на выходе различных функциональных схем УФОК и УВТИ при наличии МСП, найденные при этом аналитические выражения  $D_{\text{оп}}$ ,  $D_{\text{ти}}$  и результаты исследования помехоустойчивости демодуляторов с учетом работы устройств синхронизации, МСП и аддитивного шума в линейном канале приведены в работе [1].

**Список литературы:** 1. Теряев Б. Г. Сравнительный анализ устройств формирования опорного колебания и тактовых импульсов и их влияние на помехоустойчивость сигналов однократной и двукратной манипуляции // Докл. на VIII науч.-техн. конф., посвященной Дню радио. М., 1982. 22 с. 2. Пovalaева И. В. Влияние нелинейности опорного тракта на помехоустойчивость канала связи // Радиотехника. 1980. Вып. 6. С. 51—53. 3. Стилкер Дж. Цифровая спутниковая связь: Пер. с англ./Под ред. В. В. Маркова. М., 1979. 404 с. 4. Окунев Ю. Б. Теория фазоразностной модуляции. М., 1979. 157 с. 5. Benedetto S. Modeling and performance evaluation of nonlinear satellite links a Volterra series // IEEE trans. on aerospace and electronics systems. 1979. 15. № 4. P. 494—504.

Поступила в редколлегию 15.11.85.