

А. Б. ЕГОРОВ, И. П. ЗАХАРОВ, В. Д. КУКУШ, канд. техн. наук

### ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТРЕХЗОНДОВОЙ ДИСКРЕТНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ

Метод дискретной измерительной линии (ДИЛ) широко применяется для построения средств измерения (СИ) параметров сигнала и нагрузки СВЧ-диапазона. Суть метода состоит в осуществлении пространственной дискретизации распределения электрической составляющей электромагнитного поля в линии передачи в направлении распространения энергии с последующим расчетом измеряемых параметров по значениям поля в точках дискретизации [1]. От взаимного расположения зондов вдоль линии передачи, определяющего структуру ДИЛ, зависят алгоритмы и погрешности измерения параметров сигнала и нагрузки в диапазоне частот.

При реализации СИ на основе ДИЛ значения указанных параметров находятся по результатам совместных измерений мощностей на выходах ДИЛ  $P_i$ , связанных с измеряемыми параметрами  $x_j$  нелинейными уравнениями

$$P_i = F_i(x_1, \dots, x_j, \dots, x_n), \quad (1)$$

где  $i=1, 2, \dots, n$  — номер зонда;  $j=1, 2, \dots, n$  — номер измеряемого параметра;  $n$  — число уравнений, равное числу зондов. В общем случае ввиду нелинейности системы уравнений (1) ее решение осуществляется численными методами, что затрудняет априорный анализ метрологических характеристик разрабатываемого СИ. Однако аналитическое оценивание погрешностей результатов измерений можно провести в следующем порядке, обеспечивающем независимость получаемых результатов оценок от вида алгоритмов определения искомых параметров.

Произведем дифференцирование всех нелинейных исходных уравнений (1) по искомым параметрам  $x_j$ . Результатом дифферен-

цирования является система линейных уравнений относительно неизвестных  $dx_j$ :

$$dP_i = \sum_{j=1}^n \frac{dF_i}{dx_j} dx_j. \quad (2)$$

Обозначив  $dF_i/dx_j = a_{ij}$  и заменив  $dP_i$  и  $dx_j$  на  $\Delta P_i$  и  $\Delta x_j$ , перепишем систему уравнений (2) в матричном виде:

$$\Delta P = [A] \Delta X, \quad (3)$$

где  $\Delta P$  — матрица-столбец погрешностей  $\Delta P_i$  измерения мощностей на выходах ДИЛ;  $\Delta X$  — матрица-столбец погрешностей  $\Delta x_j$  измерения искоемых параметров;  $[A]$  — матрица Якоби [2] системы исходных уравнений. Решая систему уравнений (3) по правилу Крамера [3], можно оценить погрешности измерения искоемых параметров

$$\Delta x_j = \sum_{i=1}^n \left| \frac{A_{ij}}{\det[A]} \Delta P_i \right| \quad (4)$$

и среднеквадратическое отклонение (СКО) результатов измерений

$$\sigma x_j = \frac{1}{\det[A]} \sqrt{\sum_{i=1}^n A_{ij}^2 \sigma^2 P_i}, \quad (5)$$

где  $A_{ij}$  — алгебраическое дополнение элемента  $a_{ij}$  матрицы Якоби;  $\sigma P_i$  — среднеквадратическое отклонение результатов измерения мощностей  $P_i$ .

Выражения (4), (5) для оценки погрешностей измерения искоемых параметров  $x_j$  позволяют определить параметры функции  $F_i$  (а значит, и параметры ДИЛ), минимизирующие погрешности измерения параметров сигнала и нагрузки при заданных значениях  $\sigma P_i$  независимо от алгоритмов измерения этих параметров.

Для многозондовой ДИЛ исходные уравнения (1) имеют вид [4]

$$P_i = k_i P [1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos(\Phi + \gamma_i)], \quad (6)$$

где  $P$  — падающая мощность в линии передачи;  $\Gamma$ ,  $\Phi$  — модуль и фаза комплексного коэффициента отражения нагрузки;  $k_i$  — коэффициент передачи  $i$ -го зонда;  $\gamma_i = 4\pi(l-l_i)/\lambda$  (7) — фазовая координата зонда;  $l$  — расстояние между генератором и нагрузкой;  $l_i$  — расстояние между генератором и  $i$ -м зондом;  $\lambda$  — длина волны в линии передачи. Результирующая погрешность измерения искоемых параметров определяется не только погрешностями ваттметров на выходах ДИЛ и видом функций-операторов  $F_i$ , но и неточностью определения параметров зондов  $\gamma_i$  и  $k_i$ . При современных точностях определения частоты и линейных размеров погрешностью определения  $\gamma_i$ , по крайней мере до СВЧ-диапазона, мож-

но пренебречь. Поскольку  $k_i$  входит сомножителями во все слагаемые правой части уравнений (6), разделив обе части этих уравнений на  $k_i$ , можно перейти от оценок мощности  $P_i$  на выходе зондов к оценкам мощностей  $g_i = P_i/k_i$  (8), приведенной ко входу системы «зонд-ваттметр». В этом случае СКО ваттметров  $\sigma P_i$  и калибровки ДИЛ  $\sigma k_i$  войдут составляющими в СКО определения приведенной мощности  $\sigma g_i$ .

При известной частоте радиосигнала для измерения модуля и фазы коэффициента отражения нагрузки, а также падающей мощности необходимо минимум три зонда. В этом случае в уравнении (5) следует положить  $n=3$ ,  $\delta x_1 = \delta P$ ,  $\delta x_2 = \delta \Gamma$ ,  $\delta x_3 = \delta \Phi$ ,  $\delta P_i$  заменить на  $\sigma g_i$ , а определитель матрицы Якоби  $\det [A]$  и алгебраические дополнения ее элементов определить для матрицы, составленной по системе уравнений (6) с учетом выражения (8):

$$-4P^2\Gamma^2 \begin{vmatrix} (1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \theta_1) & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ (1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \theta_2) & \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ (1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \theta_3) & \cos \theta_3 & \sin \theta_3 \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Здесь для сокращения записи принято  $\theta_i = \Phi + \gamma_i$ .

Система трех исходных уравнений с тремя неизвестными будет иметь единственное решение, если эти уравнения независимы. Необходимым и достаточным условием этого является тождественное неравенство нулю определителя матрицы Якоби  $[A]$ :

$$\begin{aligned} \det [A] = & -16P^2\Gamma^2 (1 - \Gamma^2) \sin \frac{\gamma_3 - \gamma_1}{2} \sin \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{2} \times \\ & \times \sin \frac{\gamma_3 - \gamma_2}{2} \neq 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Значение определителя зависит от параметров сигнала и нагрузки ( $P$  и  $\Gamma$ ), а также от параметров структуры ДИЛ ( $\gamma_i$ ). Для выполнения условия (10) параметры сигнала и нагрузки должны лежать в области допустимых значений:  $\Gamma \neq 0, \Gamma \neq 1, P \neq 0$  (11). Ограничений на фазу коэффициента отражения нагрузки нет. Структура ДИЛ может стать причиной обращения в нуль  $\det [A]$  в том случае, когда в нуль обратится хотя бы один из сомножителей вида

$\sin \frac{\gamma_i - \gamma_j}{2}$  в формуле (10). Это произойдет в одном из следующих случаев:

$$1. \quad l_3 - l_1 = l_{31} = \lambda \frac{M}{2}; \quad (12)$$

$$2. \quad l_2 - l_1 = l_{21} = \lambda \frac{M}{2}; \quad (13)$$

$$3. \quad l_3 - l_2 = l_{32} = \lambda \frac{M}{2}. \quad (14)$$

где  $M=0, 1, 2, \dots$ , откуда следует, что если  $l_{31} > l_{21}$  и  $l_{31} > l_{32}$ , то минимальная длина волны, при которой еще существует решение системы исходных уравнений (6), может быть определена на неравенства  $\lambda_{\min} > 2l_{31}$  (15). Максимальная длина волны не ограничена, поэтому на основе трехзондовой ДИЛ можно производить измерение параметров сигнала и нагрузки в сколь угодно большом частотном диапазоне, за исключением множества значений  $\lambda^*$ , определяемых параметрами структуры ДИЛ согласно уравнениями (12) — (14).

Для расчета погрешностей измерения искоемых параметров положим, что ваттметры на выходах ДИЛ одинаковы, как и погрешности калибровки переходного ослабления каждого зонда. Тогда можно считать, что  $\sigma g_i = \sigma g$ . В этом случае параметр  $\sigma g$  может быть вынесен за знак суммы в выражении (5), а погрешность измерения параметров  $\sigma x_j$  пронормирована к погрешности  $\sigma g$ . Нормированная функция

$$Wx_j = \sigma x_j / \sigma g \quad (16)$$

не зависит от метрологических характеристик ваттметров и способов калибровки переходного ослабления зондов и определяется только структурой ДИЛ и значениями измеряемых параметров.

Поскольку параметры  $\gamma_i$  прямо пропорциональны частоте радиосигнала, для упрощения вычислений и анализа функции  $Wx_j$  в частотном диапазоне можно перейти от вариации частоты  $f$  к вариации одного из параметров  $\gamma_i$ . Согласно выражению (7) отношение электрических расстояний между зондами в диапазоне частот остается неизменным:

$$(\gamma_3 - \gamma_2) / (\gamma_2 - \gamma_1) = m, \quad (17)$$

поэтому именно параметр  $m$  является устойчивым признаком структуры ДИЛ на любой частоте. Если координату первого зонда принять за точку отсчета ( $l_1 = 0$ ), то от трехмерного вектора варьируемых параметров  $\hat{\gamma}$ , характеризуемого величинами  $\gamma_1$ ,

$\gamma_2$  и  $\gamma_3$ , можно перейти к двумерному вектору  $\hat{\gamma}_m$  ( $\gamma_m$ ):  $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = \gamma, \gamma_3 = \gamma(m+1)$  18.

Определив для матрицы Якоби величины  $A_{ij}$ , на основании выражений (5), (6) и (16) можно оценить нормированные среднеквадратические отклонения результатов измерения падающей мощности:

$$\begin{aligned} WP = \sigma P / \sigma g = & \left\{ \frac{1}{4} \left[ \sin^2 \gamma m + \sin^2 \gamma (m+1) + \sin^2 \gamma \right] + \right. \\ & + \Gamma^2 \left[ \sin^2 \frac{\gamma m}{2} \cos^2 \left( \Phi + \gamma \frac{m+2}{2} \right) + \sin^2 \gamma \frac{m+1}{2} \times \right. \\ & \left. \left. \times \cos^2 \left( \Phi + \gamma \frac{m+1}{2} \right) + \sin^2 \frac{\gamma}{2} \cos^2 \left( \Phi + \frac{\gamma}{2} \right) \right] \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2\Gamma \left[ \cos\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \cos \gamma \frac{m}{2} \sin^2 \gamma \frac{m}{2} + \cos\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \times \right. \\
& \times \cos \gamma \frac{m+1}{2} \sin^2 \gamma \frac{m+1}{2} + \cos\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right) \cos \frac{\gamma}{2} \sin^2 \frac{\gamma}{2} \left. \right]^{1/2} + \\
& \div \left| 2(1-\Gamma)^2 \sin \frac{\gamma}{2} \sin \gamma \frac{m+1}{2} \sin \gamma \frac{m}{2} \right|; \quad (19)
\end{aligned}$$

модуля комплексного коэффициента отражения нагрузки:

$$\begin{aligned}
W_{\Gamma} = P_{\sigma} \Gamma / \sigma g = & \{ \Gamma^2 [\sin \gamma m + \sin^2 \gamma (m+1) + \sin^2 \gamma] + \\
& + (1 + \Gamma^2)^2 \left[ \cos^2\left(\Phi + \gamma \frac{m+2}{2}\right) \sin^2 \gamma \frac{m}{2} + \cos^2\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \times \right. \\
& \times \sin^2 \gamma \frac{m+1}{2} + \cos^2\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right) \sin^2 \frac{\gamma}{2} \left. \right] + 2\Gamma(1 + \Gamma^2) \times \\
& \times \left[ \cos\left(\Phi + \gamma \frac{m+2}{2}\right) \sin \gamma \frac{m}{2} \sin \gamma m + \cos\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \times \right. \\
& \times \sin \gamma \frac{m+1}{2} \sin \gamma m + \cos\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \sin \gamma \frac{m+1}{2} \times \\
& \times \sin \gamma (m+1) + \cos\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right) \sin \frac{\gamma}{2} \sin \gamma \left. \right]^{1/2} \left| 4(1 - \Gamma^2) \times \right. \\
& \left. \times \sin \frac{\gamma}{2} \sin \gamma \frac{m+1}{2} \sin \gamma \frac{m}{2} \right|; \quad (20)
\end{aligned}$$

фазы комплексного коэффициента отражения нагрузки:

$$\begin{aligned}
W_{\Phi} = P_{\sigma} \Phi / \sigma g = & \left\{ \sin^2\left(\Phi + \gamma \frac{m+2}{2}\right) \sin^2 \gamma \frac{m}{2} + \right. \\
& + \sin^2\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \sin^2 \gamma \frac{m+1}{2} + \sin^2\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right) \times \\
& \times \sin^2 \frac{\gamma}{2} \left. \right]^{1/2} \left| 4\Gamma \sin \gamma \frac{m}{2} \sin \gamma \frac{m+1}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \right|. \quad (21)
\end{aligned}$$

Нормированные СКО результатов измерения  $\Gamma$  и  $\Phi$  в выражениях (20) и (21) увеличены в  $P$  раз. Это позволяет анализировать погрешности СИ на основе трехзондовой ДИЛ при произвольном уровне падающей мощности СВЧ-сигнала.

Функция  $W_{x_i}$  сложным образом зависят от четырех переменных ( $\Gamma$ ,  $\Phi$ ,  $\gamma$ ,  $m$ ), поэтому для их анализа применялись численные методы. Фаза коэффициента отражения нагрузки может при-

нимать любые значения в интервале  $[0; 2\pi]$ . Следовательно, при анализе метрологических характеристик СИ целесообразно от функций вида  $Wx_j$  перейти к функциям трех переменных  $Wx_{jm}$ , являющимися максимальными из всех возможных значений  $Wx_j$  при вариации значений  $\Phi$  и постоянных значениях  $\Gamma, \gamma, m$ :

$$Wx_{jm} = \max_{\Phi} Wx_j(\Phi_i), \forall \Phi_i \in [0; 2\pi]. \quad (2)$$

Численный анализ функций  $Wx_{jm}(\Gamma)$  в диапазоне изменения  $\Gamma \in [0; 1]$  при фиксированных  $\gamma, m$  показывает, что качественный их характер изменения не зависит от структуры ДИЛ и частоты

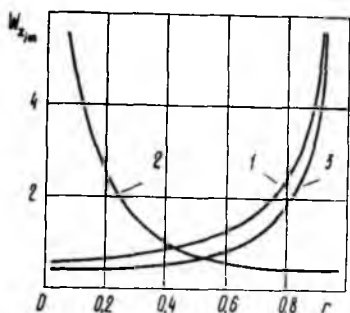


Рис. 1

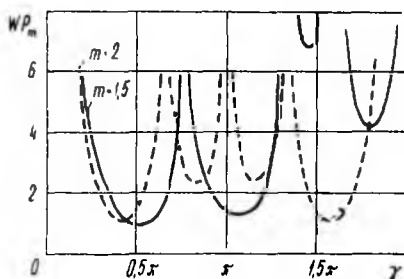


Рис. 2

радиосигнала. На рис. 1 приведены зависимости  $Wx_{jm}(\Gamma)$  для структуры ( $\gamma = 2\pi/3, m=1$ ), иллюстрирующие следующие общие закономерности.

Погрешность измерения падающей мощности (кривая 1) минимальна в режиме бегущей волны ( $\Gamma=0$ ) и стремится к бесконечности в режиме короткого замыкания ( $\Gamma=1$ ). Абсолютная погрешность измерения фазы коэффициента отражения (кривая 2), наоборот, минимальна в режиме короткого замыкания и стремится к бесконечности в режиме бегущей волны, когда понятие фазы теряет физический смысл. Абсолютная среднеквадратическая погрешность измерения модуля коэффициента отражения нагрузки (кривая 3) стремится к бесконечности в режиме короткого замыкания и имеет минимум в режиме бегущей волны. Наименьшую относительную погрешность измерения  $\Gamma$  можно достичь при  $\Gamma \approx 0,5$ .

Численный анализ функций  $Wx_{jm}$  в диапазоне изменения  $\gamma$  (или  $\hat{f}$ ) показал полную идентичность основных качественных признаков всех функций. Для примера, на рис. 2 приведены графики функций  $WP_m(\hat{\gamma}_m)$  при  $\Gamma=0,5$  для различных  $m$ . Все функции  $WP_m(\hat{\gamma}_m)$  имеют абсолютные экстремумы ( $Wx_{jm} \rightarrow \infty$ ) в точках, определяемых условиями (14)—(16). При целых  $m$  функции  $Wx_{jm}$  периодичны с периодом  $2\pi_i$  и имеют оси симметрии, перпендикулярные к оси  $\gamma$  и проходящие через точки  $\pi(2i+1)$ . Меж-

ду каждым двумя абсолютными экстремумами расположен один локальный минимум  $Wx_{jm, \text{ин}}(m)$ . Причем минимальный из них при любых значениях  $\Gamma$  имеет место для структуры  $m=1$ :

$$Wx_{jm, \text{мин}} \Big|_{m=1} = \min_m Wx_{jm, \text{мин}}(m_i), \quad \forall m_i \in [0; \infty]. \quad (23)$$

При этом  $WP_{m, \text{мин}}(1) \approx 0,56$ ,  $W\Gamma_{m, \text{мин}}(1) \Big|_{P=1} \approx 0,4$ ,  $W\Phi_{m, \text{мин}}(1) \Big|_{P=1}$

$\approx 0,4$ . Это значит, что СИ на основе трехзондовой ДИЛ может производить измерение падающей мощности, модуля и фазы коэффициента отражения нагрузки с погрешностью, примерно в 2 раза меньшей, чем погрешность измерения падающей мощности в режиме бегущей волны однозондовым ваттметром.

Для того чтобы оценить оптимальность структуры ДИЛ в частотном диапазоне, необходимо исследовать функцию следующего вида:

$$W^*x_{jm}(m, f) = \max Wx_{jm}(m, f_i), \quad \forall f_i \in [f_{\text{мин}}; f_{\text{макс}}]. \quad (24)$$

Поскольку функции  $Wx_{jm}(\hat{\gamma}_m)$  пересекаются, то по ним невозможно оценить преимущества той или иной структуры ДИЛ в смысле минимума погрешности в произвольной точке частотного диапазона  $[f_{\text{мин}}; f_{\text{макс}}]$  при разных  $m$  (рис. 2). Функции  $Wx_{jm}$  приблизительно симметричны относительно абсциссы локального минимума в пределах ближайших абсолютных экстремумов. Следовательно, целесообразно границы частотного диапазона использования трехзондовой ДИЛ выбирать симметричными относительно абсциссы локального минимума ( $f_0$ ). Если  $f_{\text{макс}}/f_{\text{мин}} = d$ , то  $f_{\text{макс}} = 2df_0/(1+d)$ ,  $f_{\text{мин}} = 2f_0/(1+d)$ . Численный анализ функции  $W^*x_{jm}(m, d)$  для значений  $m \in [0; 1; 5]$  показал, что для любых  $d \in [0; \infty]$  выполняется неравенство

$$W^*x_{jm}(m, d) \Big|_{m=1} \leq W^*x_{jm}(m, d). \quad (25)$$

Это неравенство проиллюстрировано на рис. 3 для нормированного абсолютного СКО результата измерения  $\Gamma$ . Расстояния между первым и вторым зондом (определяющие величину  $\gamma$ ) для каждой структуры выбрано таким, чтобы на частоте  $f_0$  погрешность измерения  $\Gamma$  была минимальна.

На основании проведенного анализа можно сделать вывод о том, что структура с равномерно распределенными зондами ( $m=1$ ) является оптимальной для трехзондовой ДИЛ в смысле минимума погрешности измерения падаю-

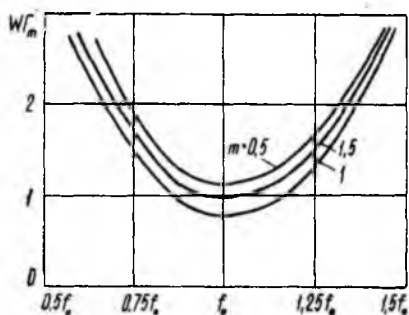


Рис. 3

щей мощности СВЧ-сигнала, модуля и фазы комплексного отражения нагрузки в любом частотном диапазоне. Расстояние между зондами должны быть равны  $\lambda/6$  в средней точке частотного диапазона.

**Список литературы:** 1. Бондаренко И. К., Дейнега Г. А., Маграчев З. В. Автоматизация измерений параметров СВЧ-трактов. М., 1969. 304 с. 2. Фильчаков П. Ф. Численные и графические методы прикладной математики. К., 1970. 800 с. 3. Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления. М., 1984. 320 с. 4. Автоматизированная система для измерения параметров сигнала и нагрузки в рассогласованных линиях передачи/А. Б. Егоров, И. П. Захаров, Ю. П. Белокурский, В. Н. Жендубаев//Радиотехника. 1986. Вып. 77. С. 26—35.

*Поступила в редколлегию 17.07.89*