

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інфокомунікацій
(повна назва)

Кафедра Інформаційно-вимірювальні технології
(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Методи та засоби визначення маси на основі нової системи SI

(тема)

Виконав: здобувач 2 року навчання, групи Зям-24-1
Єфімченко М. В.


Спеціальність 175 Інформаційно-вимірювальні
технології
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Керівник проф. Володимир СКЛЯРОВ 
(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. Кафедри


(підпис)

Ігор ЗАХАРОВ
(прізвище, ініціали)

2025 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет _____ інфокомунікацій _____
(повна назва)

Кафедра _____ Інформаційно-вимірювальні технології _____

Рівень вищої освіти _____ другий (магістерський) _____

Спеціальність _____ 175 – Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка _____
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми _____ освітньо-професійна _____
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма _____ Забезпечення якості _____
(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. Кафедри

_____ 
(підпис)

« 20 » грудня 2025 р.

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві _____ Єфімченко Максиму Володимировичу _____
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: Методи та засоби визначення маси на основі нової системи SI

затверджена наказом університету від «07» 11 2025 р. № 1011 Ст

2. Термін подання роботи до екзаменаційної комісії 20.12.2025 р.

3. Вихідні дані до роботи: еталон маси на основі нового визначення кілограма. Нормативне забезпечення: Закон України «Про метрологію та метрологічну діяльність»; Постанова КМУ від 17.06.2015 р. №398 «Порядок та критерії надання еталонам статусу національних еталонів». Технічні засоби та технології: вторинний еталон одиниці маси ВЕТУ 02-01-04-02 Програмне забезпечення: ПК з ОС Linux.

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі мета роботи, постановка задачі, дослідження можливості впровадження ефекту електро-магнітної левітації.

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, слайдів, ілюстрацій (п.5 включається до завдання за рішенням випускової кафедри): Слайди презентації кваліфікаційної роботи

6. Консультанти розділів роботи (п.6 включається до завдання за наявності консультантів згідно з наказом, зазначеним у п.1)

Найменування розділу	Консультант (посада, прізвище, ім'я, по батькові)	Позначка консультанта про виконання розділу	
		підпис	дата
Основна частина	проф. Скляров В.В.		


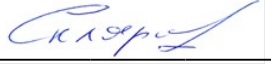
КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Аналіз предметної області та постановка задачі	17.11.2025	
2	Аналіз існуючих конструкцій електромагнітних систем ваг Кіббла та визначення основних джерел механічних і електромагнітних похибок, пов'язаних із традиційним підвісом котушки	20.11.2025	
3	Дослідження фізичних принципів електромагнітної левітації та можливості їх застосування для утримання рухомого елемента. Побудова математичної моделі електромагнітної системи ваг Кіббла з левітаційним утриманням рухомого елемента	24.11.2025	
4	Аналіз умови статичної та динамічної стійкості левітації з урахуванням зовнішніх збурень. Оцінка впливу системи активного керування левітацією на точність вимірювання	27.11.2025	
5	Теоретичне обґрунтування можливості використання електромагнітної левітації у вагах Кіббла та рекомендації щодо застосування	08.12.2025	
6	Оформлення пояснювальної записки. Підготовка графічного матеріалу та презентації	10.12.2025	
7	Представлення на рецензування	16.12.2025	
8	Представлення роботи в ЕК	18.12.2025	

Дата видачі завдання «17» листопада 2025р.

Студент _____

Керівник роботи _____



 (підпис)

проф. СКЛЯРОВ В. В.
 (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ / ABSTRACT

Кваліфікаційна робота магістра містить: 62 с., 4 рис., 4 табл., 31 джерело.

МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ ВИЗНАЧЕННЯ МАСИ НА ОСНОВІ НОВОЇ СИСТЕМИ SI

Об'єктом дослідження є можливості використання ефекту магнітної левітації у вагах Кіббла.

Метою роботи є:

— отримання теоретичного обґрунтування можливості використання електромагнітної левітації в електромагнітній системі ваг Кіббла;

— створення математичної моделі левітаційної електромагнітної системи, придатної для подальшого чисельного моделювання;

— визначення ключових параметрів, що впливають на стабільність і точність левітації;

— формування рекомендацій щодо застосування левітаційних принципів у перспективних конструкціях ваг Кіббла.

В результаті роботи було:

— проаналізовано існуючі конструкції електромагнітних систем ваг Кіббла, визначити основні джерела механічних і електромагнітних похибок, пов'язаних із традиційним підвісом котушки;

— досліджено фізичні принципи електромагнітної левітації та можливості їх застосування для утримання рухомого елемента (котушки або платформи) у стабільному положенні в магнітному полі;

— створено математичну модель електромагнітної системи ваг Кіббла з левітаційним утриманням рухомого елемента, яка описує зв'язок між струмом, магнітним полем, положенням левітуючого тіла та електромагнітною силою;

— проаналізувано умови статичної та динамічної стійкості левітації з урахуванням зовнішніх збурень, теплових ефектів та шумів вимірювальних систем;

— оцінено вплив системи активного керування левітацією на точність вимірювання сили та можливість реалізації двох режимів роботи ваг Кіббла (швидкісного та силового).

The master's qualification thesis contains: 62 pages, 4 figures, 4 tables, 31 sources.

METHODS AND MEANS OF MASS DETERMINATION BASED ON THE NEW SI SYSTEM

The object of the research is the possibilities of using the magnetic levitation effect in Kibble balances.

The purpose of the work is:

— to obtain theoretical justification for the possibility of using electromagnetic levitation in the electromagnetic system of the Kibble balance;

— to create a mathematical model of the levitation electromagnetic system suitable for further numerical modeling;

— to determine the key parameters that affect the stability and accuracy of levitation;

—to form recommendations regarding the application of levitation principles in promising designs of Kibble balances.

As a result of the work, it was:

— analyzed the existing designs of electromagnetic systems of Kibble balances, identified the main sources of mechanical and electromagnetic errors associated with the traditional coil suspension;

— investigated the physical principles of electromagnetic levitation and the possibilities of their application for maintaining the movable element (coil or platform) in a stable position in the magnetic field;

— created a mathematical model of the electromagnetic system of the Kibble balance with levitation support of the movable element, which describes the relationship between current, magnetic field, position of the levitating body, and electromagnetic force;

— analyzed the conditions of static and dynamic stability of levitation taking into account external disturbances, thermal effects, and noises of measuring systems;

— evaluated the impact of the active levitation control system on the accuracy of force measurement and the possibility of implementing two operating modes of the Kibble balance (velocity and weighing modes).

ЗМІСТ

Вступ	10
1 Аналіз предметної області та постановка задачі	11
1.1 Необхідність перевизначення кілограма	11
1.2 Історичний контекст	14
1.3 Аналіз визначення кілограма через сталу планка. Ваги Кіббла	16
1.4 Аналіз альтернативного методу визначення кілограма через сталу Авогадро. Силіцієва сфера.	21
1.5 Порівняльний аналіз методу x_{gcd} (силіцієва сфера) та ваг Кіббла	26
1.5.1 Загальні метрологічні засади методів	26
1.5.2 Фізичні принципи та концептуальні відмінності	26
1.5.3 Порівняння експериментальної реалізації	27
1.5.4 Аналіз джерел невизначеності	27
1.5.5 Метрологічна роль взаємної валідації	28
1.5.6 Переваги та обмеження з прикладної точки зору	29
1.5.7 Висновок порівняльного аналізу	29
1.6 Постановка задачі	32
2 Аналіз існуючих конструкцій електромагнітних систем ваг Кіббла та визначення основних джерел механічних і електромагнітних похибок, пов'язаних із традиційним підвісом котушки	34
2.1 Огляд типових конструкцій електромагнітних систем ваг кіббла	34
2.2 Джерела механічних похибок	35
2.3 Електромагнітні джерела похибок, пов'язані з підвісом	35
2.4 Системні наслідки для бюджету невизначеності	36
3 Дослідження фізичних принципів електромагнітної левітації та можливості їх застосування для утримання рухомого елемента. Побудова математичної моделі електромагнітної системи ваг Кіббла з левітаційним утриманням рухомого елемента	39

3.1 Загальні фізичні засади електромагнітної левітації	39
3.2 Основні типи електромагнітної левітації	39
3.2.2 Левітація на основі магнітного притягання (магнітна левітація з зазором)	40
3.2.3 Електродинамічна левітація на вихрових струмах	40
3.3 Стійкість левітації та роль активного керування	41
3.4 Можливість застосування левітації у вагах Кіббла	41
3.5 Коефіцієнт електромеханічного зв'язку	42
3.6 Електромагнітна сила в силовому (левітаційному) режимі	42
3.7 Індукована напруга (швидкісний режим)	42
3.8 Рівняння електричного кола котушки	43
3.9 Рівняння руху левітуючого елемента	43
3.10 Умова статичної рівноваги (робоча точка)	43
3.11 Лінеаризована модель поблизу робочої точки	44
3.12 Фізичний зміст моделі	44
4 Аналіз умови статичної та динамічної стійкості левітації з урахуванням зовнішніх збурень. Оцінка впливу системи активного керування левітацією на точність вимірювання	45
4.1 Вихідна лінеаризована модель левітації.	45
4.2 Пасивна стійкість (без активного керування)	45
4.3 Активна “штучна жорсткість” за допомогою регулятора	46
4.4 Умови динамічної стійкості	46
4.5 Достатні умови стійкості (критерій Раута — Гурвіца для кубічного полінома)	47
4.6 Зовнішні збурення: вібрації основи, паразитні сили, магнітні збурення	48
4.7 Частотна чутливість	48
4.8 Теплові ефекти та їх вплив на стійкість	48
4.9 Шум датчика положення	49

4.10 Шум струмового драйвера	50
4.11 Узагальнення умов стійкості та практичні критерії	50
4.12 Оцінка впливу системи активного керування левітацією на точність вимірювання сили та можливість реалізації двох режимів роботи ваг Кіббла (швидкісного та силового)	51
5 Теоретичне обґрунтування можливості використання електромагнітної левітації у вагах Кіббла та рекомендації щодо застосування	53
5.1 Сумісність левітації з принципом Кіббла	53
5.2 Умова левітації та керуваність системи	53
5.3 Статична й динамічна стійкість через активне керування	54
5.4 Метрологічна коректність: збереження простежуваності	55
5.5 Рекомендації щодо застосування левітаційних принципів у перспективних конструкціях ваг Кіббла	56
Висновок	57
Перелік джерел посилання	59

ВСТУП

Маса — базова величина Міжнародної системи одиниць (SI), що визначає інертність тіл та силу їхньої взаємодії з гравітаційним полем. Протягом 130 років кілограм відтворювався як маса міжнародного прототипу — платиново-іридієвого циліндра, що зберігався в Міжнародному бюро мір і ваг (BIPM). Цей артефактний підхід мав системні обмеження: поступовий дрейф маси через адсорбцію забруднень, просторову унікальність та накопичення невизначеності при дисемінації.

20 травня 2019 року набула чинності ревізія SI, в якій кілограм визначено через фіксоване числове значення сталої Планка з нульовою відносною невизначеністю. Відтоді одиниця маси реалізується двома незалежними методами — метод Кіббла та метод рентгенівської кристалічної густини (XRCD)

Метод Кіббла — електромеханічний метод, що ґрунтується на точному порівнянні сили тяжіння та електромагнітної сили, створеної відомими напругою та струмом. Електричні величини вимірюються з простежуваністю до сталої Планка через ефект Джозефсона та квантовий ефект Холла.

Метод рентгенівської кристалічної густини (XRCD) — атомно-фізичний метод, що визначає масу через точний підрахунок атомів кремнію-28 у монокристалічній сфері. Кількість атомів обчислюється за вимірними об'ємом сфери та параметром кристалічної решітки.

Обидва методи гарантують неперервність світової шкали маси на рівні менше 20 нанограмів на кілограм відносно останнього порівняння з ІПК (International Prototype of the Kilogram — Міжнародний прототип кілограма).

Проведення досліджень становить науково-методичну основу для переходу національної системи забезпечення єдності вимірювань маси на квантові первинні еталони та впровадження високоточних інформаційно-вимірювальних технологій у ключових галузях економіки. Впровадження методу Кіббла при практичному визначенні маси, за сучасних технологій і технологій майбутнього кардинально змінить технології виготовлення ваг з мінімальною невизначеністю.

1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

1.1 Необхідність перевизначення кілограма

До 20 травня 2019 року кілограм залишався єдиною базовою одиницею СІ, визначеною через матеріальний артефакт — Міжнародний прототип кілограма (ІРК). ІРК виготовлений у 1889 році зі сплаву 90 % Pt + 10 % Ir і зберігався у ВІРМ за умовами потрійного вакуумного захисту. Міжнародні звірення 1946–1953, 1989–1992 та 2007–2013 років виявили систематичний дрейф маси офіційних копій відносно ІРК. За 124 роки середнє відхилення шести офіційних копій склало (35 ± 18) мкг. Відносна нестабільність ІРК оцінювалась у $(5,0 \pm 1,8) \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{сторіччя}^{-1}$. Ця величина перевищувала цільову невизначеність 2×10^{-8} , яку заявляли національні метрологічні інститути для гирі класу E₁.

Така невизначеність пояснюється тим що наприклад у фармацевтичній промисловості гранично допустимі концентрації важких металів задаються на рівні 10^{-9} – $10^{-11} \text{ кг} \cdot \text{кг}^{-1}$ маси тіла. Дрейф ІРК на 50 мкг відповідав відносній помилці 5×10^{-8} , що вже перевищувало запас безпеки для платини та іридію. У космічних іонних двигунах тяга 100 мН вимірюється з невизначеністю $\leq 0,1 \text{ мН}$, що еквівалентно 10^{-8} кг . Подальше використання артефактного еталона робило неможливим розвиток технологій рівня невизначення 10^{-8} і краще. Резолюції 14-ї ГКМВ (1999) та 23-ї ГКМВ (2007) офіційно визнали артефактне визначення кілограма неприйнятним і СІРМ поставив завдання перейти до визначень через фундаментальні константи з нульовою невизначеністю.

20 травня 2019 року набула чинності ревізія SI, в якій кілограм визначено через фіксоване числове значення сталої Планка з нульовою відносною невизначеністю. До 2017 року стала Планка h була виміряна з відносною невизначеністю $1,0 \times 10^{-8}$ (CODATA-2017). Без фіксації h неможливо було одночасно зафіксувати e , k та N_A без порушення узгодженості СІ при цьому національні прототипи № 1–94 розійшлися між собою до 85 мкг і створювали

юридичні колізії у міжнародній торгівлі. Проте спеціальна корекція CODATA-2017 зафіксувала $h = 6,626070150 \times 10^{-34}$ Дж·с з точністю, що перевищувала артефактну стабільність ІРК у 50 разів.

З 2005 року ваги Кіббла у NPL, NIST та METAS демонстрували узгодженість результатів на рівні 2×10^{-8} . Резолюція 1 XXVI ГКМВ (2018) констатувала, що до 2030 року розбіжність національних реалізацій перевищить 100 мкг.

Усі критерії прийняття нового визначення кілограма були виконані до 1 липня 2017 року: ваги Кіббла (NIST, NRC, METAS) та XRCD-проект ІАС (Сфера AVO28-S8). Похибка узгодження між методами Кіббла та XRCD склала лише $0,9 \times 10^{-8}$, що підтвердило відсутність систематичних зсувів.

Відмова від перевизначення означала б збереження «метрологічного розриву» між країнами, що мають ваги Кіббла, та тими, що залежали від періодичних звірянь. До 2018 року лише 7 країн мали доступ до реалізації кілограма з $u_r < 5 \times 10^{-8}$; після 2019-го така можливість з'явилася у 64 країнах-членах Метричної конвенції.

Економічне моделювання ВІРМ (2016) показало, що накопиченість похибки через дрейф ІРК до 2050 року може призвести до збитків у 340 млн USD лише у фармацевтичному секторі ЄС.

Юридична невизначеність старих національних прототипів після 20.05.2019 автоматично анулювалася відповідно до Резолюції 1 (CGPM-2018) §7.

Перехід на квантове визначення усунув єдину точку відмови (single point of failure) у всій глобальній системі одиниць. Таким чином, перевизначення кілограма стало не лише технічною, а й стратегічною необхідністю для збереження єдиного метрологічного простору Землі на рівні невизначеності 10^{-8} і нижче до кінця XXI століття.

На даний час один кілограм:

$$h = 6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1},$$

де h - стала Планка.

Таким чином, кілограм визначається на основі цього фіксованого значення, а також через визначення метра і секунди, які також базуються на константах (швидкість світла — c та частота атома Цезію — $\Delta\nu_{\text{Cs}}$).

Це визначення абсолютно стабільне і не залежить від матеріальних об'єктів. Перехід на нове визначення зробив кілограм однаково доступним у будь-якій лабораторії світу. Більше не потрібно возити еталон чи порівнювати з ним національні копії.

Перевизначення кілограма завершило реформу СІ: усі сім базових одиниць стали «квантовими».

Це був тріумф людського розуму над обмеженнями матеріального світу. Новий кілограм неможливо «втратити» чи «пошкодити». Він існує скрізь, де є розум і відповідне обладнання.

1.2 Історичний контекст

Історія створення ваги Кіббла розпочалася 1975 року в Національній фізичній лабораторії Великої Британії (NPL). У січні 1975-го він записав у внутрішньому звіті NPL MOM 6 рівняння $mgv=UI$ — перше формулювання принципу віртуальної потужності. Через рік ідея була опублікована у відкритій пресі як «New method for determining the ampere» (Metrologia, 1976, 12, 89–95). У 1977–1978 рр. Іан Робінсон і Рей Сміт сконструювали перший прототип Mark I з прямокутною котушкою та магнітом Alnico V. 14 липня 1978 року прилад уперше підняв 1-кг гирю з відносною невизначеністю $3,4 \times 10^{-8}$ (NPL Report MOM 39, 1979). Основною проблемою Mark I виявилася геометрична нестабільність прямокутної котушки, тому 1988 року Кіббл ухвалив рішення про перехід до круглої котушки у вакуумі. 22 березня 1990 року запрацював Mark II — перший прилад, здатний вимірювати сталу Планка (Metrologia, 1994, 31, 131–136). У 2005 році NPL досягла $1,8 \times 10^{-8}$, а 2009 року Mark II перевезли до Канади (NRC). У 2014–2017 р. NRC довела точність до $9,1 \times 10^{-9}$ — останнього значення, необхідного для перевизначення кілограма. 16 листопада 2018 року 26-та Генеральна конференція з мір і ваг затвердила нове визначення кілограма через сталу Планка $h = 6,62607015 \times 10^{-34}$ Дж·с. З 2019 року почалася ера компактних приладів: 2024 року NIST передав армії США перший настільний Kibble balance вагою 40 кг., а 2025 року Університет Цінхуа опублікував open-hardware версію ваг Кіббла з невизначеністю 47×10^{-6} [8].

У 2025 році в світі вже працює 9 незалежних Kibble-приладів, що охоплюють діапазон від 1 мг до 1 кг. Найточніший результат $9,1 \times 10^{-9}$ належить LNE (Франція), опубліковано в IEEE Trans. Instrum. Meas., 2024, 73, 9002109. найдешевший — Tsinghua Tabletop. У березні 2025 року NIST виміряв масу 1,5283400(15) г з невизначеністю 1 мкг — це перший грамівий стандарт, калібрований безпосередньо через h . У червні 2025 року KRISS (Корея) скоротив цикл вимірювання до 3 годин, досягнувши 12×10^{-9} . У липні 2025 року Inmetro

(Бразилія) запустив перший південноамериканський Kibble balance з невизначеністю 80×10^{-9} .

Таким чином, за 50 років метод пройшов шлях від лабораторного експерименту до глобальної мережі з 9 діючих приладів, повністю замінивши 130-річний платиново-іридієвий еталон.

1.3 Аналіз визначення кілограма через сталу Планка. Ваги Кіббла



Рисунок 1 — Ваги Кіббла. Загальний вид

Фізична основа принципу дії ваг Кіббла, рисунок 2, базується на двох фундаментальних законах електродинаміки: законі електромагнітної індукції та

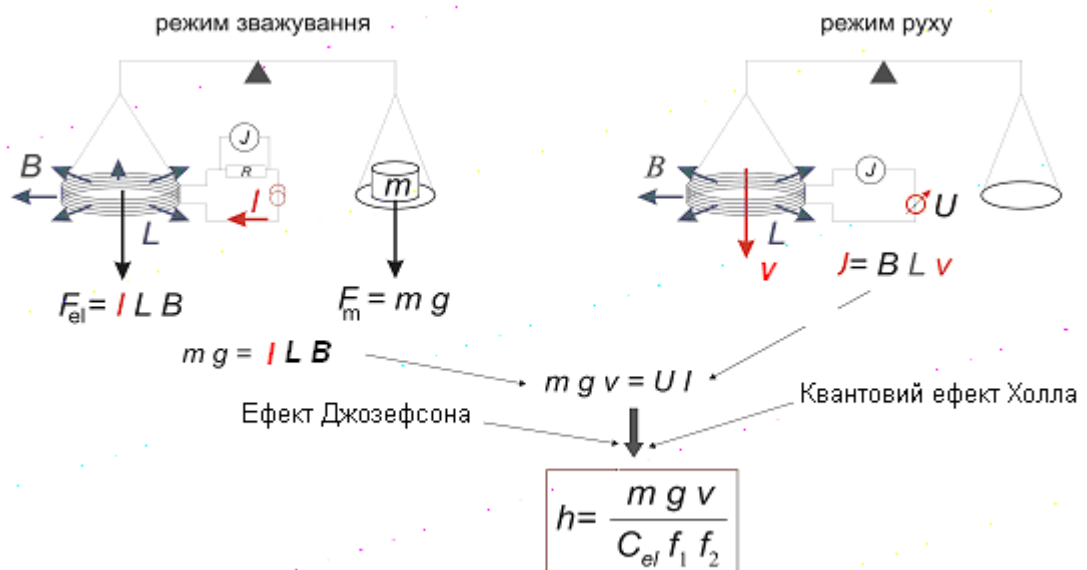


Рисунок 2 — Принцип дії ваг Кіббла

законі дії сили Лоренца на провідник зі струмом у магнітному полі. Центральним елементом установки є котушка, розміщена в стабільному магнітному полі, яка може як рухатися у вертикальному напрямку, так і перебувати в нерухомому стані зі струмом.

Метод реалізується у двох незалежних режимах роботи — швидкісному та силовому. У швидкісному режимі котушка рухається в магнітному полі без пропускання струму, внаслідок чого в ній індукується електрорушійна сила. Індукована напруга визначається співвідношенням

$$U = Blv,$$

де B — магнітна індукція,

l — ефективна довжина провідника в полі,

v — швидкість руху котушки.

Швидкість вимірюється за допомогою лазерного інтерферометра з простежуваністю до одиниці довжини SI.

У силовому режимі котушка перебуває у нерухомому стані, а через неї пропускається електричний струм. У магнітному полі на котушку діє електромагнітна сила

$$F = BIl,$$

яка в умовах рівноваги зрівноважує силу тяжіння, що діє на масу:

$$mg = BIl,$$

де m — маса тіла,

g — локальне прискорення вільного падіння.

Ключовою метрологічною перевагою методу ваг Кіббла є можливість усунення параметра магнітної системи B шляхом поєднання результатів двох режимів. У результаті отримують основне рівняння методу:

$$m = \frac{gv}{UI},$$

Таким чином, маса визначається через вимірювання електричних і кінематичних величин, що можуть бути простежені до фундаментальних фізичних сталих.

З формальної точки зору принцип дії ваг Кіббла може бути поданий у вигляді системи аксіоматичних положень. Першою є аксіома порівнянності потужностей, згідно з якою в умовах коректно реалізованого експерименту механічна потужність mgv дорівнює електричній потужності UI . Другою є аксіома двох незалежних режимів, яка вимагає відтворюваності параметра магнітної системи між швидкісним і силовим режимами. Третьою є аксіома усунення геометричних параметрів, відповідно до якої жодна величина, що не може бути виміряна з необхідною точністю, не повинна входити до остаточного виразу для маси.

Четверта аксіома встановлює вимогу простежуваності електричних величин до SI через квантові еталони. Напряга у вагах Кіббла реалізується за допомогою ефекту Джозефсона, відповідно до якого

$$U = n \frac{hf}{2e},$$

де U — напряга на джозефсонівському переході, В;

n — кількість переходів у матриці;

h — стала Планка, Дж·с;

f — частота прикладеного електромагнітного випромінювання, Гц;

e — елементарний заряд, Кл.

а електричний опір — за допомогою квантового ефекту Холла:

$$R = \frac{h}{e^2},$$

Сила струму визначається як відношення напряги до опору, що забезпечує прямий зв'язок вимірюваної маси зі сталою Планка.

Окремою аксіомою є вимога локальності гравітаційного параметра: значення прискорення вільного падіння повинно відповідати ефективній точці прикладання сили тяжіння до маси. Визначення g здійснюється за допомогою

абсолютних лазерних гравіметрів із введенням поправок на припливні явища, атмосферні умови та висотні градієнти.

Завершальною є аксіома повного бюджету невизначеності, згідно з якою результат реалізації кілограма є метрологічно коректним лише за умови побудови повної моделі вимірювання та оцінювання комбінованої стандартної невизначеності відповідно до рекомендацій GUM.

Таким чином, принцип дії ваг Кіббла являє собою формалізовану експериментальну реалізацію нового визначення кілограма, що поєднує класичну механіку, електродинаміку та квантову фізику. Метод забезпечує високу відтворюваність, універсальність незалежність від матеріальних еталонів, що робить його одним з фундаментальних інструментів сучасної метрології маси.



Рисунок 3 — Ілюстрація ланцюга простежуваності від визначення кілограма до первинних і вторинних еталонів одиниці маси.

Простежуваність ваг Кіббла забезпечується до сталої Планка, схема простежуваності, що наведена в *Mise en pratique* з перевизначення кілограма, показана на рисунку 3.

Оцінювання точності визначення маси методом ваг Кіббла здійснюється відповідно до рекомендацій GUM. Формується модель вимірювання:

$$m=f(U,I,v,g),$$

на основі якої будується бюджет невизначеності.

Таблиця 1 – Основні джерела невизначеності методу ваг Кіббла

Джерело невизначеності	Характер внеску
Напруга (Джозефсон)	Дуже малий
Опір (Квантовий Холл)	Дуже малий
Швидкість котушки	Суттєвий
Прискорення g	Суттєвий
Механічні вібрації	Помірний

У сучасних реалізаціях методу досягається відносна стандартна невизначеність на рівні 10^{-8} , що відповідає вимогам первинного еталона маси.

1.4 Аналіз альтернативного методу визначення кілограма через сталу Авогадро. Силіцієва сфера.



Рисунок 4 — Фото силіцієвої сфери в лабораторії РТВ

Метод визначення кілограма через сталу Авогадро, відомий як метод рентгенівської кристалографічної густини (XRCD), є альтернативним шляхом реалізації одиниці маси поряд із методом ваг Кіббла. Його поява та розвиток були зумовлені необхідністю відмови від матеріального еталона кілограма та переходу до фундаментальних фізичних сталих.

На відміну від силових або енергетичних методів, XRCD базується на атомно-структурному підході. Основна ідея полягає в тому, що маса макроскопічного тіла може бути визначена через точний підрахунок кількості атомів, з яких воно складається. Якщо відома кількість атомів у кристалі та маса одного атома, то маса всього зразка визначається безпосередньо, без звернення до механічних еталонів. Цей підхід є концептуально простим, але експериментально

надзвичайно складним, оскільки вимагає вимірювань геометричних і структурних параметрів з точністю на рівні нанометрів і нижче.

Стала Авогадро N_A визначає кількість елементарних структурних частинок у одному молі речовини та є фундаментальною константою, що пов'язує мікроскопічний рівень (атоми) з макроскопічними величинами (маса, кількість речовини).

У методі XRCD стала Авогадро відіграє ключову роль, оскільки саме через неї здійснюється зв'язок між молярною масою кремнію та реальною масою зразка. Фактично, XRCD дозволяє «перевірити» сталу Авогадро шляхом експериментального підрахунку атомів у кристалі.

З метрологічної точки зору цей метод є надзвичайно цінним, оскільки він забезпечує незалежний шлях реалізації одиниці маси та дозволяє зіставити результати, отримані іншими методами, зокрема вагами Кіббла. Саме узгодженість результатів XRCD і ваг Кіббла стала одним із вирішальних аргументів під час перегляду визначення кілограма в SI.

Основне рівняння методу XRCD впливає з кристалічної структури кремнію. Кремній кристалізується в структуру типу «Алмаз» (Діамантова ґратка), в елементарній комірці якої міститься вісім атомів. Знаючи параметр ґратки та густину кристалу, можна визначити кількість атомів у зразку.

Основне рівняння методу має вигляд:

$$N_A = \frac{8M}{\rho \cdot a^3},$$

де M — молярна маса кремнію,

ρ — густина кристалу,

a — параметр кристалічної ґратки.

У рівнянні густина визначається як відношення маси зразка до його об'єму. Альтернативна форма рівняння через масу та об'єм сфери дозволяє безпосередньо пов'язати вимірювані величини з числом атомів.

Це рівняння демонструє, що визначення сталої Авогадро зводиться до високоточного вимірювання чотирьох величин, кожна з яких має власний внесок у сумарну невизначеність.

Використання саме силіцієвої сфери є результатом багаторічного розвитку експериментальної метрології. Кремній є одним із найкраще досліджених матеріалів з точки зору кристалографії, електронної структури та технологій очищення.

Сферична форма зразка обрана не випадково. Вона мінімізує відношення площі поверхні до об'єму, що зменшує вплив поверхневих шарів на масу. Крім того, сфера є геометричною фігурою, об'єм якої можна визначити з найменшою відносною невизначеністю шляхом вимірювання діаметра.

Ізотопне збагачення кремнію ізотопом ^{28}Si додатково зменшує невизначеність молярної маси, оскільки усуває необхідність складних поправок на природний ізотопний склад. Об'єм сфери визначається шляхом інтерферометричного вимірювання її діаметра в багатьох напрямках. Для реальної сфери необхідно враховувати відхилення від ідеальної геометрії, що досягається шляхом побудови детальної карти поверхні.

Висока точність вимірювання об'єму є критичною, оскільки об'єм входить до основного рівняння безпосередньо або через густину.

Параметр ґратки визначається методом рентгенівської інтерферометрії, який дозволяє безпосередньо вимірювати міжплощинні відстані в кристалі. Особлива увага приділяється температурній стабілізації та корекції теплового розширення.

Молярна маса визначається за допомогою високоточної мас-спектрометрії з урахуванням ізотопного складу. Для ізотопно збагаченого кремнію цей етап має відносно невеликий внесок у сумарну невизначеність.

Маса сфери визначається порівняльним зважуванням з урахуванням виштовхувальної сили повітря, а також маси поверхневих шарів, які не входять до ідеальної кристалічної структури.

Поверхня силіцієвої сфери завжди містить оксидний шар, адсорбовану воду та органічні забруднення. Ці шари мають складну структуру і змінюються залежно від умов навколишнього середовища.

Поверхневі шари впливають одночасно на масу сфери та результати оптичного вимірювання її діаметра. Тому для XRCD розроблено спеціальні методи їх дослідження, такі як еліпсометрія та спектроскопічні методи, а відповідні поправки вводяться до обчислення маси та об'єму. Саме контроль і корекція поверхневих ефектів є одним із найскладніших етапів реалізації методу XRCD.

Комбінована стандартна невизначеність методу XRCD формується з внесків від усіх основних вимірювань. Найбільший вплив зазвичай мають:

- визначення об'єму сфери;
- визначення параметра кристалічної ґратки;
- корекції поверхневих шарів.

Інші внески, такі як молярна маса та маса сфери, зазвичай є меншими, але не можуть бути знехтувані. У сучасних реалізаціях методу XRCD досягається відносна стандартна невизначеність на рівні 10^{-8} .

Метод XRCD є концептуально незалежним від методу ваг Кіббла. Якщо ваги Кіббла реалізують кілограм через електромеханічний та енергетичний підхід, то XRCD базується на геометричному та атомному підході.

Саме незалежність фізичних принципів робить ці два методи надзвичайно важливими для взаємної валідації результатів. Узгодженість значень, отриманих двома методами, підтверджує коректність нового визначення кілограма.

Метод визначення кілограма через сталу Авогадро з використанням силіцієвої сфери є фундаментально обґрунтованим і високоточним альтернативним способом реалізації одиниці маси. Його перевагами є фізична прозорість і прямий зв'язок з атомною структурою речовини, тоді як основними

обмеженнями — надзвичайна технологічна складність і високі вимоги до експериментального контролю. У поєднанні з методом ваг Кіббла XRCD формує надійну основу сучасної метрології маси.

1.5 Порівняльний аналіз методу XRCD (силіцієва сфера) та ваг Кіббла

1.5.1 Загальні метрологічні засади методів

Ваги Кіббла та метод XRCD є двома фундаментально незалежними шляхами реалізації одиниці маси — кілограма — в сучасній Міжнародній системі одиниць (SI). Обидва методи стали основою для відмови від матеріального еталона кілограма і переходу до визначення, заснованого на фундаментальних фізичних сталих.

Ваги Кіббла реалізують кілограм через енергетичний (електромеханічний) підхід, де маса пов'язується зі сталою Планка через електричні вимірювання. Натомість метод XRCD ґрунтується на атомно-структурному підході, де маса визначається шляхом підрахунку атомів у монокристалі кремнію та використання сталої Авогадро.

Таким чином, ці два методи реалізують одну й ту саму одиницю маси, але через різні фізичні концепції, що є ключовим з погляду фундаментальної метрології. Метод XRCD і ваги Кіббла є не повністю конкурентними, а взаємодоповнювальними. Вони реалізують кілограм через різні фундаментальні сталі та різні фізичні підходи, що забезпечує високий рівень довіри до сучасної системи одиниць SI.

У сучасній метрології саме сукупність результатів, отриманих обома методами, формує надійну основу для довготривалої стабільності та відтворюваності одиниці маси.

1.5.2 Фізичні принципи та концептуальні відмінності

В основі методу ваг Кіббла лежить рівність механічної та електричної потужностей. Вимірювання здійснюються у двох незалежних режимах — швидкісному та силовому, що дозволяє усунути геометричні параметри магнітної системи.

Кінцеве рівняння має вигляд:

$$m = \frac{gv}{UI},$$

де всі електричні величини простежуються до квантових еталонів (ефект Джозефсона та квантовий ефект Холла).

Цей підхід інтегрує класичну механіку, електродинаміку та квантову фізику в єдину вимірювальну схему.

Метод XRCD базується на ідеї, що маса тіла визначається кількістю атомів, з яких воно складається. Основне рівняння методу:

$$N_A = \frac{8M}{\rho \cdot a^3}$$

де всі величини визначаються через геометричні та кристалографічні вимірювання.

На відміну від ваг Кіббла, XRCD не використовує силові або електричні вимірювання, а спирається на точність визначення довжини, об'єму та атомної структури.

1.5.3 Порівняння експериментальної реалізації

Ваги Кіббла є складною електромеханічною системою з високими вимогами до стабільності магнітного поля, механічної ізоляції та електричних вимірювань. Установка потребує точного керування рухом котушки, лазерної інтерферометрії та абсолютної гравіметрії.

Метод XRCD, у свою чергу, вимагає надзвичайно високої точності виготовлення силіцієвих сфер, складних процедур поверхневої обробки та багатоступневих вимірювань ізотопного складу, параметру ґратки й об'єму.

Обидва методи є технологічно складними, але складність має різну природу: динамічну (ваги Кіббла) та матеріально-структурну (XRCD).

1.5.4 Аналіз джерел невизначеності

Домінуючі внески у невизначеність ваг Кіббла є:

- вимірювання швидкості котушки;
- визначення локального прискорення вільного падіння;
- механічні вібрації та паразитні сили.

Електричні величини, завдяки використанню квантових еталонів, мають мінімальний внесок.

Домінуючі внески у невизначеність XRCD є:

- вимірювання діаметра сфери (кубова залежність об'єму);
- параметр кристалічної ґратки;
- корекції поверхневих шарів.

Таким чином, у XRCD домінують геометричні та матеріальні фактори, тоді як у Кіббла — кінематичні та гравітаційні.

Основні відмінності зведено до таблиці 2

Таблиця 2 – Порівняльна характеристика методу XRCD та ваг Кіббла

Критерій	Метод XRCD (Si-сфера)	Метод ваг Кіббла
Фізичний принцип	Підрахунок атомів	Порівняння потужностей
Фундаментальна стала	Стала Авогадро	Стала Планка
Основні вимірювання	Об'єм, ґратка, маса	Напруга, струм, швидкість, g
Домінуючі похибки	Геометрія, поверхня	v, g, вібрації
Тип установки	Статична	Динамічна
Масштабованість	Обмежена	Потенційно висока
Рівень невизначеності	$\sim 10^{-8}$	$\sim 10^{-8}$

1.5.5 Метрологічна роль взаємної валідації

Найбільше значення порівняння методів XRCD і ваг Кіббла полягає у взаємній валідації. Оскільки методи базуються на різних фізичних принципах, узгодженість результатів є сильним доказом коректності нового визначення кілограма.

У міжнародній метрологічній практиці результати, отримані за допомогою цих методів, використовуються для підтвердження стабільності та універсальності одиниці маси.

1.5.6 Переваги та обмеження з прикладної точки зору

Метод ваг Кіббла має перевагу універсальності та можливості реалізації в різних національних метрологічних інститутах без виготовлення унікальних зразків. Водночас він потребує складної динамічної стабілізації.

Метод XRCD забезпечує надзвичайну концептуальну прозорість, але залежить від наявності унікальних силіцієвих сфер і складних технологій їх виготовлення та обслуговування.

1.5.7 Висновок порівняльного аналізу

Проведений порівняльний аналіз методу ваг Кіббла та методу визначення кілограма через сталу Авогадро (XRCD) свідчить, що обидва підходи є фундаментально обґрунтованими та взаємодоповнювальними реалізаціями нового визначення одиниці маси в Міжнародній системі одиниць. Водночас саме метод ваг Кіббла демонструє найбільший потенціал для подальшого розвитку, поширення та практичного застосування в національній і прикладній метрології.

Ключовою перевагою ваг Кіббла є їх універсальність та концептуальна незалежність від унікальних матеріальних зразків. На відміну від методу XRCD, який потребує наявності надзвичайно складних у виготовленні силіцієвих сфер, метод ваг Кіббла ґрунтується на вимірюванні електричних і механічних величин, простежуваних до фундаментальних сталих. Це відкриває можливість реалізації кілограма у широкому колі національних метрологічних інститутів без необхідності централізованого зберігання або розповсюдження фізичних артефактів.

Подальший розвиток методу ваг Кіббла пов'язаний насамперед зі зменшенням сумарної невизначеності вимірювань. Основними напрямками

вдосконалення є підвищення точності вимірювання швидкості руху котушки за рахунок розвитку лазерної інтерферометрії, зменшення впливу механічних вібрацій шляхом застосування активних систем стабілізації, а також удосконалення методів визначення локального прискорення вільного падіння. Очікується, що подальша інтеграція абсолютних гравіметрів безпосередньо в конструкцію ваг Кіббла дозволить ще більше зменшити просторові та систематичні похибки.

Важливим перспективним напрямом є мініатюризація та спрощення конструкцій ваг Кіббла. У сучасній метрологічній практиці активно розробляються компактні або так звані настільні ваги Кіббла, призначені для вторинних лабораторій і калібрувальних центрів. Хоча такі установки поступаються класичним первинним вагам Кіббла за точністю, вони відкривають принципово нові можливості для децентралізованої реалізації одиниці маси та підвищення доступності високоточної масової метрології.

Окрему роль у подальшому розвитку методу відіграє цифровізація вимірювальних процесів. Використання цифрових систем керування, автоматизованого збору та обробки даних, а також застосування методів статистичного аналізу та машинного навчання для ідентифікації систематичних похибок сприятиме підвищенню стабільності та повторюваності результатів. У перспективі це дозволить перейти від експериментально-орієнтованих установок до більш стандартизованих і відтворюваних реалізацій ваг Кіббла.

З фундаментальної точки зору подальший розвиток методу ваг Кіббла зміцнює концепцію сучасної системи SI, в якій одиниці вимірювання визначаються через фундаментальні фізичні сталі. Ваги Кіббла виступають ключовою ланкою, що поєднує квантову електрику, класичну механіку та гравіметрію в єдиній експериментальній схемі. Саме ця міждисциплінарність робить метод ваг Кіббла не лише інструментом реалізації кілограма, а й важливою платформою для подальших фундаментальних досліджень.

Отже, хоча метод XRCD залишається надзвичайно важливим для взаємної валідації нового визначення кілограма, саме метод ваг Кіббла має найбільший потенціал для еволюції в напрямку універсального, доступного та технологічно гнучкого інструмента реалізації одиниці маси. Його подальший розвиток визначатиме практичне обличчя масової метрології в найближчі десятиліття та сприятиме поглибленню зв'язку між фундаментальними сталими та прикладними вимірюваннями.

1.6 Постановка задачі

Виходячи з вище вказаного сучасні ваги Кіббла є високоточними електромеханічними установками, призначеними для реалізації одиниці маси — кілограма — шляхом порівняння механічної та електричної потужностей.

Ключовим елементом таких установок є електромагнітна система, яка забезпечує створення відтворюваної та стабільної електромагнітної сили, здатної зрівноважувати силу тяжіння, що діє на досліджувану масу.

У класичних реалізаціях ваг Кіббла рухома котушка механічно підвішена та переміщується в магнітному полі постійного магніту або електромагнітної системи. Наявність механічного підвісу є джерелом додаткових похибок, пов'язаних із тертям, пружними деформаціями, старінням матеріалів та чутливістю до зовнішніх вібрацій. Це обмежує подальше зменшення сумарної невизначеності вимірювань.

У зв'язку з цим актуальним є дослідження можливості застосування ефекту електромагнітної левітації в електромагнітній системі ваг Кіббла з метою усунення або мінімізації механічного контакту рухомих елементів та підвищення метрологічних характеристик установки.

Метою даного дослідження є розроблення та аналіз електромагнітної системи ваг Кіббла з використанням принципів електромагнітної левітації, а також оцінювання можливості її застосування для реалізації одиниці маси з метрологічною точністю, що відповідає вимогам первинного еталона.

Предметом дослідження є закономірності формування електромагнітної сили в системі з левітуючим елементом, а також вплив параметрів магнітного поля, струмів і систем керування на стабільність левітації та точність відтворення сили.

Для досягнення поставленої мети в роботі необхідно розв'язати такі задачі:

— проаналізувати існуючі конструкції електромагнітних систем ваг Кіббла та визначити основні джерела механічних і електромагнітних похибок, пов'язаних із традиційним підвісом котушки;

— дослідити фізичні принципи електромагнітної левітації та можливості їх застосування для утримання рухомого елемента (котушки або платформи) у стабільному положенні в магнітному полі;

— створити математичну модель електромагнітної системи ваг Кіббла з левітаційним утриманням рухомого елемента, яка описує зв'язок між струмом, магнітним полем, положенням левітуючого тіла та електромагнітною силою;

— проаналізувати умови статичної та динамічної стійкості левітації з урахуванням зовнішніх збурень, теплових ефектів та шумів вимірювальних систем;

— оцінити вплив системи активного керування левітацією на точність вимірювання сили та можливість реалізації двох режимів роботи ваг Кіббла (швидкісного та силового).

У результаті виконання дослідження очікується:

— отримання теоретичного обґрунтування можливості використання електромагнітної левітації в електромагнітній системі ваг Кіббла;

— створення математичної моделі левітаційної електромагнітної системи, придатної для подальшого чисельного моделювання;

— визначення ключових параметрів, що впливають на стабільність і точність левітації;

— формування рекомендацій щодо застосування левітаційних принципів у перспективних конструкціях ваг Кіббла.

2 АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ КОНСТРУКЦІЙ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ СИСТЕМ ВАГ КІББЛА ТА ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ДЖЕРЕЛ МЕХАНІЧНИХ І ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОХИБОК, ПОВ'ЯЗАНИХ ІЗ ТРАДИЦІЙНИМ ПІДВІСОМ КОТУШКИ

2.1 Огляд типових конструкцій електромагнітних систем ваг Кіббла

У більшості реалізацій ваг Кіббла (NIST, PTB, NPL, NRC) застосовується радіальна магнітна система з рухомою котушкою, що переміщується вертикально в зазорі між полюсами постійного магніту (часто з феромагнітним ярмом). Ключова конструктивна вимога — забезпечити максимальну сталість коефіцієнта B/l у робочому діапазоні переміщень.

Традиційний підвіс котушки зазвичай реалізується одним із способів:

- багатонитковий (стрічковий) підвіс із металевих або композитних стрічок;
- пружинно-важільний підвіс із гнучкими елементами;
- комбіновані системи з кінематичними шарнірами та демпфуванням.

Такі підвіси забезпечують механічну стабільність, але водночас є основним джерелом систематичних похибок. Механічні джерела похибок, пов'язані з підвісом котушки наступні:

- пружні деформації та нелінійність жорсткості;
- гістерезис та внутрішнє тертя;
- перекося та паразитні ступені свободи.

Серед електромагнітних джерел похибок, пов'язані з підвісом виділяють наступні:

- взаємодія струмів з металевими елементами підвісу;
- магнітна сприйнятливність матеріалів підвісу;
- термомагнітні ефекти

2.2 Джерела механічних похибок

Пружні деформації та нелінійність жорсткості забезпечується гнучкими елементами підвісу, які мають скінченну жорсткість, тобто вона змінюється з часом (повзучість матеріалів), залежить від температури, є нелінійною при мікропереміщеннях.

Це призводить до появи паразитної відновлювальної сили, яка додається або віднімається від електромагнітної сили, спотворюючи умову рівноваги:

$$mg = BIl \Rightarrow mg = BIl + F_{spring}(z)$$

Матеріали підвісу демонструють гістерезис напружень, що призводить до залежності положення рівноваги від історії навантаження, різниці результатів при зважуванні “вгору” і “вниз”. Це особливо критично при багаторазових циклах зважування, що використовуються для статистичного усереднення.

Механічний підвіс є каналом передачі мікросейсмічних коливань, акустичних шумів; вібрацій від допоміжного обладнання. Навіть за наявності віброзахисту залишкові коливання викликають модуляцію швидкості котушки у швидкісному режимі та шуми у вимірюванні напруги.

Реальний підвіс ніколи не забезпечує ідеально одновимірний рух. В реальності під час руху відбуваються кутові коливання (pitch, yaw, roll), бічні зсуви котушки в зазорі. Це призводить до зміни локального магнітного поля, а отже — до несталості Bl .

2.3 Електромагнітні джерела похибок, пов’язані з підвісом

Взаємодія струмів з металевими елементами підвісу. Металеві елементи підвісу, розташовані в змінному магнітному полі, є джерелом вихрових струмів, додаткових сил Лоренца, паразитного демпфування. Ці ефекти створюють швидкісно-залежні сили, які складно коректно змоделювати та компенсувати.

Магнітна сприйнятливність матеріалів підвісу. Навіть слабка парамагнітність або феромагнітні домішки в матеріалах підвісу призводять до зміни розподілу магнітного поля, залежності сили від положення та струму. В результаті порушується ключова умова методу Кіббла — ідентичність B_l у силовому та швидкісному режимах.

2.4 Системні наслідки для бюджету невизначеності

У практичних реалізаціях ваг Кіббла внески від механічного підвісу проявляються в бюджеті невизначеності як додаткові компоненти типу B (систематичні), корельовані похибки між режимами, зростання вимог до експериментального усереднення.

Саме ці фактори сьогодні обмежують подальше зменшення відносної невизначеності нижче рівня 10^{-8} для класичних конструкцій.

Проведений аналіз показує, що традиційний механічний підвіс котушки, незважаючи на свою конструктивну простоту та відпрацьованість, є одним з головних джерел як механічних, так і електромагнітних похибок у вагах Кіббла. Пружні деформації, гістерезис, вібраційна чутливість та паразитні електромагнітні взаємодії створюють фундаментальні обмеження для подальшого підвищення точності.

Це обґрунтовує актуальність досліджень альтернативних підходів до утримання рухомого елемента, зокрема електромагнітної левітації, як потенційного шляху зменшення механічних контактів і відповідних джерел невизначеності.

Нижче подано узагальнювальну таблицю аналізу джерел похибок, пов'язаних із традиційним механічним підвісом котушки у вагах Кіббла.

Таблиця 3— Джерела механічних та електромагнітних похибок у вагах Кіббла, пов'язані з традиційним підвісом котушки

№	Джерело похибки	Фізична природа	Прояв у вимірюванні	Вплив на параметр (ВІ) / результат	Тип похибки
1	Пружні деформації підвісу	Скінченна жорсткість гнучких елементів	Додаткова відновлювальна сила	Зміщення умови рівноваги ($mg = BI$)	Систематична
2	Нелінійність жорсткості	Нелінійна характеристика матеріалу	Залежність сили від амплітуди переміщення	Порушення лінійності між режимами	Систематична
3	Механічний гістерезис	Внутрішнє тертя матеріалів	Різниця результатів при циклах навантаження	Некомпенсований зсув вимірювань	Систематична
4	Повзучість матеріалів	Повільна релаксація напружень	Дрейф положення котушки з часом	Дрейф (ВІ) у часі	Систематична
5	Вібрації та сейсмічні шуми	Передача коливань через підвіс	Модуляція швидкості котушки	Шум у вимірюванні напруги (U)	Випадкова
6	Кутові коливання котушки	Недостатня кінематична жорсткість	Перекіс у магнітному зазорі	Зміна локального магнітного поля	Систематична
7	Бічні зміщення котушки	Наявність паразитних ступенів свободи	Нерівномірне поле вздовж котушки	Просторова несталість (ВІ)	Систематична
8	Вихрові струми в елементах підвісу	Індукція струмів у металі	Додаткове демпфування	Швидкісно-залежна паразитна сила	Систематична
9	Магнітна сприйнятливість матеріалів	Пара- або феромагнітні домішки	Деформація магнітного поля	Залежність (ВІ) від струму	Систематична
10	Теплові ефекти	Нагрів котушки та підвісу	Теплове розширення	Зміна геометрії зазору	Систематична

Продовження табл. 3— Джерела механічних та електромагнітних похибок у вагах Кіббла, пов'язані з традиційним підвісом котушки

№	Джерело похибки	Фізична природа	Прояв у вимірюванні	Вплив на параметр (ВІ) / результат	Тип похибки
11	Термомагнітний дрейф	Температурна залежність магнітів	Повільна зміна індукції (В)	Довготривалий дрейф результату	Систематична
12	Кореляція похибок режимів	Спільні механічні фактори	Некомпенсовані ефекти	Порушення рівності (ВІ) у режимах	Методична

Таблиця демонструє, що більшість похибок, пов'язаних із традиційним механічним підвісом котушки, мають систематичний характер і не усуваються простим статистичним усередненням. Значна частина цих похибок безпосередньо впливає на стабільність параметра (ВІ), який є ключовим у методі ваг Кіббла. Саме це обмежує можливість подальшого зменшення сумарної невизначеності та обґрунтовує доцільність дослідження альтернативних способів утримання рухомого елемента, зокрема електромагнітної левітації.

З ДОСЛІДЖЕННЯ ФІЗИЧНИХ ПРИНЦИПІВ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ЛЕВІТАЦІЇ ТА МОЖЛИВОСТІ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ УТРИМАННЯ РУХОМОГО ЕЛЕМЕНТА. ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ СИСТЕМИ ВАГ КІББЛА З ЛЕВІТАЦІЙНИМ УТРИМАННЯМ РУХОМОГО ЕЛЕМЕНТА

3.1. Загальні фізичні засади електромагнітної левітації

Електромагнітна левітація — це фізичне явище утримання тіла в підвішеному стані під дією електромагнітних сил без механічного контакту з опорою. У класичному розумінні левітація досягається внаслідок взаємодії електричних струмів або магнітних моментів з магнітним полем, що створює силу, здатну компенсувати дію сили тяжіння.

Для вертикального напрямку рівняння рівноваги левітуючого тіла має вигляд:

$$F_{em} = mg,$$

де F_{em} — електромагнітна сила,

m — маса тіла,

g — прискорення вільного падіння.

Умовою левітації є можливість керування величиною F_{em} з достатньою роздільною здатністю та стабільністю.

3.2. Основні типи електромагнітної левітації

3.2.1. Левітація на основі сили Лоренца (активна електродинамічна левітація)

Цей тип левітації реалізується у системах, де провідник зі струмом розміщений у зовнішньому магнітному полі. На провідник діє сила Лоренца:

$$F = I l \cdot B,$$

У контексті ваг Кіббла саме цей механізм є найбільш природним, оскільки він ідентичний силовому режиму роботи установки. При відповідному керуванні струмом у котушці електромагнітна сила може не лише зрівноважувати вагу маси, але й утримувати рухомий елемент у стабільному положенні. Перевага механізму у лінійній залежності сили від струму, що є критично важливою для метрологічної простежуваності. Недоліком є те що статична стабільність потребує активного, над точного керування положенням.

3.2.2. Левітація на основі магнітного притягання (магнітна левітація з зазором)

У цьому випадку левітація досягається за рахунок притягання феромагнітного або магнітного елемента електромагнітом. Сила притягання в першому наближенні описується співвідношенням:

$$F_{em} \propto \frac{i^2}{g_a^2}$$

де i — струм,
 g_a — повітряний зазор.

Згідно з теоремою Ерншоу, така система є статично нестійкою, тому стабільна левітація можлива лише за наявності швидкодіючого активного зворотного зв'язку. Перевагою є висока несуча здатність, а недоліком — нелінійність сили та складність калібрування роблять цей підхід менш привабливим для метрологічних задач.

3.2.3. Електродинамічна левітація на вихрових струмах

При відносному русі провідного тіла в змінному магнітному полі в ньому індукуються вихрові струми, які створюють відштовхувальну силу. Така левітація широко застосовується в транспортних системах (maglev), але для ваг Кіббла вона має обмежене застосування через залежність сили від швидкості:

$$F_{em} \propto v.$$

Це суперечить вимогам статичного зрівноваження сили тяжіння.

3.3 Стійкість левітації та роль активного керування

Для більшості електромагнітних левітаційних систем характерна відсутність пасивної статичної стійкості. Це означає, що рівноважний стан не є мінімумом потенціальної енергії, і навіть малі збурення призводять до втрати рівноваги.

Стабільність досягається шляхом введення активного керування, яке реалізує штучну “пружність”

$$F_{ctrl} = -k_{eff}(z - z_0),$$

де k_{eff} — ефективна жорсткість, сформована електронним регулятором.

Для ваг Кіббла це означає, що положення котушки контролюється інтерферометрично, а струм коригується в реальному часі з високою частотою дискретизації.

3.4 Можливість застосування левітації у вагах Кіббла

Застосування електромагнітної левітації у вагах Кіббла розглядається як спосіб усунення механічного підвісу та пов’язаних із ним джерел похибок.

Основні потенційні переваги:

- відсутність тертя, гістерезису та повзучості;
- зменшення чутливості до механічних вібрацій;
- покращення повторюваності положення котушки;
- можливість формування керованої ефективної жорсткості.

Разом з тим, застосування левітації потребує:

- високостабільних датчиків положення;
- ретельного розділення вимірювального та керуючого струмів;
- аналізу впливу шумів керування на бюджет невизначеності.

У сучасних дослідженнях прецизійних вимірювань активно вивчаються безконтактні методи утримання рухомих елементів, зокрема електромагнітна

левітація та активні магнітні підшипники. Експериментально показано, що такі системи можуть забезпечувати нанометрову стабільність положення та високу повторюваність, необхідну для фундаментальної метрології [Mizuno et al., 2001; Schweitzer, Maslen, 2009]. Аналіз обмежень класичних ваг Кіббла також свідчить, що механічний підвіс є одним з ключових джерел систематичних похибок [Robinson, Schlamminger, 2016], що робить доцільним дослідження левітаційних підходів у нових конструкціях.

3.5 Коефіцієнт електромеханічного зв'язку

$$G(z) = B(z)l$$

Тут $B(z)$ — радіальна складова магнітної індукції в робочому зазорі магнітної системи, що може слабко залежати від вертикальної координати z ;

l — ефективна довжина провідника котушки, який перебуває в магнітному полі.

Добуток $B l$ визначає електромеханічний коефіцієнт зв'язку, що одночасно характеризує як силову, так і індукційну дію системи. Саме сталість величини $G(z)$ є ключовою умовою високої точності ваг Кіббла.

3.6 Електромагнітна сила в силовому (левітаційному) режимі

$$F_{em}(z, i) = G(z)i$$

Формула описує електромагнітну силу, що діє на котушку зі струмом i , розміщену в радіальному магнітному полі.

Сила є лінійною функцією струму, що принципово важливо для метрології, оскільки забезпечує простежуваність результатів вимірювань до квантових електричних еталонів.

3.7 Індукована напруга (швидкісний режим)

$$u_{ind}(t) = G(z)v(t) = G(z)z'(t)$$

При русі котушки зі швидкістю $v = \dot{z}$ у магнітному полі в ній індукується електрорушійна сила.

Це рівняння є реалізацією закону електромагнітної індукції і використовується у швидкісному режимі ваг Кіббла для визначення параметра $G(z)$ незалежно від сили.

3.8 Рівняння електричного кола котушки

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + G(z) \dot{z}(t)$$

Тут R — активний опір котушки, L — її індуктивність, $G(z)\dot{z}$ — мотиваційна ЕРС, зумовлена рухом у магнітному полі.

Рівняння пов'язує електричні параметри котушки з її механічним рухом і є базовим для аналізу взаємодії електричної та механічної підсистем.

3.9 Рівняння руху левітуючого елемента

$$m_T \ddot{z} = G(z)i - m_T g - c \dot{z} - k_m(z - z_r) + d(t)$$

У цьому рівнянні:

m_T — сумарна маса рухомого вузла (котушка + каретка + вантаж),

g — локальне прискорення вільного падіння,

c — коефіцієнт демпфування,

k_m — залишкова механічна жорсткість (кабелі, напрямні),

z_r — референсне положення,

$d(t)$ — зовнішні збурення.

Рівняння описує динаміку левітуючого тіла під дією електромагнітної сили та збурень.

3.10 Умова статичної рівноваги (робоча точка)

$$G(z_0)i_0 = m_T g$$

У робочій точці z_0 електромагнітна сила точно компенсує силу тяжіння.

Це співвідношення є левітаційним аналогом основного рівняння силового режиму ваг Кіббла.

3.11 Лінеаризована модель поблизу робочої точки

$$m_T \delta z'' + c \delta z' + (k_m - i_0 G_0') \delta z = G_0 \delta i$$

тут $\delta z = z - z_0$, $\delta i = i - i_0$ — малі відхилення,

$$G_0 = G(z_0),$$

$$G_0' = dG/dz|_{z_0}.$$

Член $k_m - i_0 G_0'$ визначає ефективну жорсткість системи. Якщо вона від'ємна, пасивна стабільність відсутня і потрібне активне керування положенням.

3.12 Фізичний зміст моделі

Подана система рівнянь описує повний зв'язок між:

- струмом i ,
- магнітним полем (через $G(z) = Bl(z)$),
- положенням z ,
- електромагнітною силою F_{em} .

Модель є узгодженою з класичним принципом дії ваг Кіббла та придатною для аналізу левітаційних систем нового покоління.

4 АНАЛІЗ УМОВИ СТАТИЧНОЇ ТА ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ЛЕВІТАЦІЇ З УРАХУВАННЯМ ЗОВНІШНІХ ЗБУРЕНЬ. ОЦІНКА ВПЛИВУ СИСТЕМИ АКТИВНОГО КЕРУВАННЯ ЛЕВІТАЦІЄЮ НА ТОЧНІСТЬ ВИМІРЮВАННЯ

4.1 Вихідна лінеаризована модель левітації.

Поблизу робочої точки (z_0, i_0) модель лінеаризується як:

$$m_T \ddot{\delta z} + c \dot{\delta z} + k_{eff} \delta z = G_0 \delta i + d(t)$$

де,

m_T — приведена маса рухомого вузла;

c — еквівалентне демпфування (повітря, вихрові струми тощо);

$G_0 = Bl(z_0)$;

$d(t)$ — сумарні збурення (вібрації основи, паразитні сили, магнітні збурення);

ефективна жорсткість

$$k_{eff} = k_m - i_0 G'_0,$$

де,

k_m — залишкова механічна жорсткість (кабелі/напрявні), $G'_0 = dG/dz|_{z_0}$.

за відсутності активного керування статична стійкість залежить від знака k_{eff} .

4.2 Пасивна стійкість (без активного керування).

Розглянемо статичний випадок: $\dot{\delta z} = \ddot{\delta z} = 0$.

Тоді з $m_T \ddot{\delta z} + c \dot{\delta z} + k_{eff} \delta z = G_0 \delta i + d(t)$:

$$k_{eff} \delta z = G_0 \delta i + d(t)$$

Для пасивної стійкості необхідно, щоб при малому відхиленні δz виникала відновлювальна сила, тобто:

$$k_{eff} > 0.$$

В такому випадку якщо $k_{eff} < 0$, то навіть мале зміщення збільшує відхилення (нестійка рівновага). У більшості електромагнітних систем саме так і є, тому практична левітація у вагах Кіббла майже завжди потребує активного зворотного зв'язку.

4.3 Активна “штучна жорсткість” за допомогою регулятора

Вводимо закон керування (позиційний ПД як приклад):

$$\delta i = -K_P \delta z - K_D \dot{\delta z} - K_I \int \delta z dt + n_c(t).$$

де (K_P, K_D, K_I) — коефіцієнти регулятора,

$n_c(t)$ — шум каналу керування (квантування, шум підсилювача тощо).

Підставивши

$$\delta i = -K_P \delta z - K_D \dot{\delta z} - K_I \int \delta z dt + n_c(t)$$

в

$$m_T \ddot{\delta z} + c \dot{\delta z} + k_{eff} \delta z = G_0 \delta i + d(t)$$

отримується замкнена система:

$$m_T \ddot{\delta z} + (c + G_0 K_D) \dot{\delta z} + (k_{eff} + G_0 K_P) \delta z + G_0 K_I \int \delta z dt = d(t) + G_0 n_c(t)$$

Статична умова (низькі частоти):

$$k_{eff} + G_0 K_P > 0.$$

Тобто регулятор формує додатну ефективну “пружність”, навіть якщо сама система пасивно нестійка.

4.4. Умови динамічної стійкості

Для аналізу динаміки розглянемо замкнену систему в області Лапласа. Для ПД/ПД керування отримаємо характеристичний поліном (для ПД — 3-го порядку):

$$m_T s^3 + (c + G_0 K_D) s^2 + (k_{eff} + G_0 K_P) s + G_0 K_I = 0.$$

4.5 Достатні умови стійкості (критерій Раута—Гурвіца для кубічного полінома)

Для полінома

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

система стійка, якщо:

$$a_3 > 0, a_2 > 0, a_1 > 0, a_0 > 0, a_2 a_1 > a_3 a_0.$$

Тут:

$$a_3 = m_T > 0;$$

$$a_2 = c + G_0 K_D;$$

$$a_1 = k_{eff} + G_0 K_P;$$

$$a_0 = G_0 K_I.$$

Отже, практичні умови стійкості:

$$c + G_0 K_D > 0,$$

$$k_{eff} + G_0 K_P > 0,$$

$$K_I > 0,$$

$$(c + G_0 K_D)(k_{eff} + G_0 K_P) > m_T G_0 K_I.$$

Фізичний зміст.

K_P — формує “жорсткість” (позиційне відновлення).

K_D — формує “демпфування” (пригнічення коливань).

K_I — усуває статичну похибку (дрейф), але надто велике K_I може погіршити динаміку та запас стійкості.

4.6 Зовнішні збурення: вібрації основи, паразитні сили, магнітні збурення

Збурення входять у $m_T \ddot{\delta z} + c \dot{\delta z} + k_{eff} \delta z = G_0 \delta i + d(t)$ як $d(t)$. Типово їх представляють сумою компонент:

$$d(t) = d_v(t) + d_m(t) + d_c(t),$$

де:

d_v — вібраційні (base motion) та мікросейсмічні впливи,

d_m — магнітні збурення (дрейф поля, зовнішні поля),

d_c — паразитні контактні сили (кабелі, залишкові тертя/обмежувачі).

4.7 Частотна чутливість (передатна функція “збурення → положення”)

Спрощена замкнена передатна функція:

$$\frac{\delta Z(s)}{D(s)} = \frac{1}{m_T s^2 + (c + G_0 K_D) s + (k_{eff} + G_0 K_P)}$$

Виходячи з цього збільшення K_P і K_D зменшує амплітуду δz від збурень у робочій смузі, але водночас зростають вимоги до шумів датчика/підсилювача.

4.8 Теплові ефекти та їх вплив на стійкість

Теплові ефекти у левітаційній системі ваг Кіббла мають два ключові канали:

— Дрейф коефіцієнта $G(z) = Bl(z)$;

— Зміна опору котушки $R(T)$

4.8.1 Дрейф коефіцієнта

$$G(z) = Bl(z)$$

Температурні зміни геометрії зазору та магнітних властивостей призводять до:

$$G_0 \rightarrow G_0 + \delta G(T), G'_0 \rightarrow G'_0 + \delta G'(T)$$

Це впливає на:

- робочу точку рівноваги $i_0 = mBg/G_0$,
- ефективну жорсткість $k_{eff} = k_m - i_0 G'_0$,
- умови стійкості (пункт 5.5), бо вони містять G_0 .

Таким чином при нагріві котушки/магнітної системи може змінитися запас стійкості навіть при незмінних K_P, K_D, K_I . Тому в методиці важливо ввести термостабілізацію та/або адаптивне налаштування коефіцієнтів регулятора.

4.8.2 Зміна опору котушки $R(T)$

Опір зростає з температурою:

$$R(T) = R_0 (1 + \alpha_R \Delta T)$$

Даний факт змінює динаміку струмового контуру та може знижувати швидкодію актуатора (фактично збільшує часову сталу електричного кола (L/R)). Це небезпечно, бо зменшує фазовий запас контуру левітації.

4.9 Шум датчика положення (інтерферометр)

Модель вимірювання:

$$z_{meas}(t) = z(t) + n_z(t)$$

де $n_z(t)$ — шум вимірювання переміщення.

У контурі керування цей шум перетворюється на шум струму:

$$\delta i_{noise}(t) \approx -K_P n_z(t) - K_D \dot{n}_z(t) - K_I \int n_z(t) dt$$

Потім шум струму створює шум сили:

$$\delta F_{noise}(t) = G_0 \delta i_{noise}(t).$$

Збільшення K_P і особливо K_D підсилює вплив шумів вимірювання на силу (через похідну шуму). Це встановлює компроміс між жорсткою стабілізацією та низьким шумом сили.

4.10 Шум струмового драйвера

Шум струму моделюють як:

$$i(t) = i_{cmd}(t) + n_i(t),$$

де $n_i(t)$ — шум підсилювача/джерела струму.

Він напряму перетворюється в шум сили:

$$\delta F(t) = G_0 n_i(t).$$

Цей канал є критичним, оскільки сила визначає і левітацію, і метрологічну частину (особливо в силовому режимі).

5.11 Узагальнення умов стійкості та практичні критерії

5.11.1 Статична стійкість

пасивна: $k_{eff} > 0$;

активна: $k_{eff} + G_0 K_P > 0$.

5.11.2 Динамічна стійкість (для ПІД)

Необхідно забезпечення виконання практичних умов стійкості, а також забезпечення достатнього запасу фазової/амплітудної стійкості з урахуванням:

затримок у датчику та обробці сигналів,

частотних обмежень драйвера струму,

температурної залежності $R(T)$ і $G(T)$.

5.11.3 Компроміси

Підвищення жорсткості K_P зменшує відхилення від збурень, але підсилює перетворення шуму датчика в шум сили.

Підвищення демпфування K_D пригнічує коливання, але може різко підсилювати високочастотні шуми (через \dot{n}_z).

Інтегральна складова K_I потрібна для компенсації дрейфів (зокрема теплових), але обмежується умовою $(c+G_0K_D)(k_{eff}+G_0K_P) > m_T G_0 K_I$.

4.12 Оцінка впливу системи активного керування левітацією на точність вимірювання сили та можливість реалізації двох режимів роботи ваг Кіббла (швидкісного та силового)

Активне керування левітацією істотно зменшує механічні та геометричні джерела похибок, пов'язані з нестабільністю положення котушки, однак вводить додаткові електронно-обумовлені внески у вигляді шумів та можливих систематичних зсувів сили. У силовому режимі ключовим є контроль середнього керуючого струму та його шумів, тоді як у швидкісному режимі основною проблемою стає компенсація паразитних електричних завад. Коректна реалізація активної левітації не лише сумісна з обома режимами ваг Кіббла, але й потенційно покращує їх відтворюваність за умови належного метрологічного аналізу.

Таблиця 4 — Вплив активного керування левітацією на вимірювання у вагах Кіббла

№	Джерело впливу	Фізичний прояв у системі	Вплив на результат вимірювання	Метод компенсації / мінімізації
1	Середнє значення керуючого струму \bar{i}_c	Додаткова електромагнітна сила $G_0 \bar{i}_c$	Систематичний зсув сили у силовому режимі	Проектування регулятора з нульовим DC-виходом; реверс струму; окремий облік i_c
2	Флуктуації керуючого струму $\delta i_c(t)$	Шум сили $\delta F = G_0 \delta i_c$	Збільшення випадкової складової невизначеності	Зниження шуму драйвера; оптимізація K_P, K_D ; фільтрація
3	Шум датчика положення $n_z(t)$	Перетворення шуму положення в шум струму	Шум сили, особливо при великому K_D	Інтерферометр з низьким шумом; обмеження K_D ; спектральна оптимізація

Продовження табл. 4 — Вплив активного керування левітацією на вимірювання у вагах Кіббла

№	Джерело впливу	Фізичний прояв у системі	Вплив на результат вимірювання	Метод компенсації / мінімізації
4	Залишкові коливання положення δz	Зміна $G(z)$ через градієнт $G'(z)$	Додаткова похибка сили та напруги	Активна стабілізація положення; робота в зоні мінімального $G'(z)$
5	Тепловий дрейф опору котушки $R(T)$	Зміна падіння напруги Ri	Похибка компенсації у швидкісному режимі	Термостабілізація; онлайн-корекція $R(T)$
6	Тепловий дрейф магнітного поля $B(T)$	Зміна коефіцієнта $G=Bl$	Повільний дрейф сили і напруги	Термостабілізація магнітної системи; температурні поправки
7	Активний струм у швидкісному режимі	Завади $Ri + Ldi/dt$ у напрузі	Спотворення індукованої напруги G_v	Компенсація $Ri + Ldi/dt$; окрема вимірювальна котушка
8	Шум похідної di/dt	Паразитні високочастотні складові напруги	Зростання невизначеності $u(G)$	Обмеження смуги керування; згладжування похідної
9	Вібрації основи	Збурення положення та швидкості	Шум у силовому та швидкісному режимах	Віброізоляція; активне демпфування
10	Кореляція між режимами	Спільні похибки в $G(z)$ і керуванні	Некомпенсовані методичні похибки	Розділення актуатора і вимірювальної котушки; симетричні цикли

5 ТЕОРЕТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ЛЕВІТАЦІЇ У ВАГАХ КІББЛА ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ЗАСТОСУВАННЯ

5.1 Сумісність левітації з принципом Кіббла

Ключовий принцип ваг Кіббла — зв'язок механічної та електричної потужності через один і той самий електромеханічний коефіцієнт

$$G(z) = Bl(z).$$

У радіальному полі:

силовий режим (утримання/зважування):

$$F_{em} = G(z)i, \text{ за рівноваги } mg = G(z)i.$$

швидкісний режим (калібрування (G)):

$$u_{ind} = G(z)v.$$

Електромагнітна левітація в такій системі є не “чужим” принципом, а розширенням силового режиму: замість механічного підвісу положення котушки підтримується електромагнітною силою та активним зворотним зв'язком. Отже, теоретично левітація повністю сумісна з методологією Кіббла, оскільки використовує той самий базовий зв'язок $F = Gi$ і $u = Gv$.

5.2 Умова левітації та керованість системи

Утримання рухомого елемента в робочій точці (z_0) можливе, якщо існує струм i_0 , що компенсує вагу:

$$G(z_0)i_0 = m_T g,$$

де m_T — сумарна приведена маса рухомого вузла.

Це необхідна умова левітації. Вона виконується в реальних вагах Кіббла, оскільки силовий режим вже реалізує рівновагу $mg = Gi$. Левітація додає лише вимогу стабілізації z при збуреннях.

5.3 Статична й динамічна стійкість через активне керування

Поблизу робочої точки лінеаризована динаміка має вигляд:

$$m_T \delta \ddot{z} + c \delta \dot{z} + k_{eff} \delta z = G_0 \delta i + d(t), \quad k_{eff} = k_m^{-i} G'_0$$

Оскільки пасивна стійкість може бути недостатньою ($k_{eff} \leq 0$), вводять керування:

$$\delta i = -K_P \delta z - K_D \delta \dot{z} - K_I \int \delta z dt$$

Тоді формуються додатні ефективні “жорсткість” і демпфування:

$$k_{cl} = k_{eff} + G_0 K_P > 0, \quad c_{cl} = c + G_0 K_D > 0,$$

що забезпечує стабільне утримання котушки без механічного контакту.

Таким чином, теоретична здійсненність левітації впливає з:

- можливості створити необхідну силу $F = Gi$ (власне принцип Кіббла),
- керованості системи через $i(t)$ за зворотним зв'язком від $z(t)$.

5.4 Метрологічна коректність: збереження простежуваності

Важливо, що сила формується струмом, який може бути простежений до квантових еталонів (ефект Джозефсона, квантовий ефект Холла). Отже, левітаційний вплив не руйнує простежуваність — він лише додає вимогу коректно рахувати керуючий компонент струму.

Критична умова для метрології:

$$\bar{i}_c \approx 0 \text{ або } i_c \text{ вимірюється та віднімається.}$$

В такому випадку левітація не вносить систематичного зсуву в реалізацію сили/маси.

5.5 рекомендації щодо застосування левітаційних принципів у перспективних конструкціях ваг Кіббла

Далі наведено практично орієнтовані рекомендації, які прямо впливають з моделі та аналізу похибок.

5.5.1 Архітектура “рознесення функцій”.

Розділити наступні елементи ваг:

— актуатор левітації (утримує z , може працювати з ненульовим струмом),

— вимірювальну котушку (у швидкісному режимі працює при $i \approx 0$).

Це різко зменшує:

— кореляції між режимами,

— паразитні доданки Ri та Ldi/dt у швидкісному режимі,

— методичні похибки компенсації.

5.5.2 Робоча зона з мінімальним градієнтом $G'(z)$.

Проектування магнітної системи має орієнтуватися на:

— малу зміну $G(z)$ у робочому діапазоні,

— вибір точки z_0 поблизу мінімуму $|G'(z)|$.

Це зменшує:

— залежність сили від коливань положення,

— вимоги до жорсткості контуру керування.

5.5.3 Спектральне розділення: керування поза смугою вимірювання.

Щоб шум керування не “заїдав” метрологічний сигнал:

— налаштувати i_c так, щоб його спектр переважно лежав поза робочою смугою оцінки m_g (або щоб його можна було фільтрувати),

— уникати надмірного K_D , що підсилює високочастотний шум датчика.

5.5.4 Теплова стабілізація як обов’язковий елемент.

Впровадити:

— термостабілізацію магнітної системи,

- контроль температури котушки та дрейфу $R(T)$,
- зменшення нагріву через оптимізацію струмів (особливо i_c).

Це критично для стабільності $G(z)$ і для відтворюваності двох режимів.

5.5.5 “Нульова середня сила” від керування.

Передбачити методики, що забезпечують $\bar{i}_c \rightarrow 0$ на інтервалі вимірювання, прямий облік i_c у моделі сили.

Реалізується через:

- симетричні цикли,
- реверс,
- канал вимірювання/логування керуючого струму.

5.5.6 Верифікація: тест еквівалентності G у двох режимах

Обов’язково проводити експериментальну перевірку узгодженості G з швидкісного режиму та G у силовому режимі (в присутності керування) та стабільності $G(z)$ у часі.

ВИСНОВОК

У даній роботі виконано комплексне теоретичне дослідження принципів визначення та відтворення одиниці маси за допомогою ваг Кіббла з особливим акцентом на можливість застосування електромагнітної левітації в електромагнітній системі установки. Розгляд проведено в контексті сучасної реалізації Міжнародної системи одиниць, у якій кілограм визначається через фіксоване значення сталої Планка.

Проаналізовано фізичні основи методу ваг Кіббла, показано роль радіального магнітного поля у формуванні сталого електромеханічного коефіцієнта зв'язку $G=Bl$, який є спільним для силового та швидкісного режимів роботи. Доведено, що саме наявність цього єдиного коефіцієнта забезпечує можливість елімінування геометричних параметрів магнітної системи та досягнення високої метрологічної точності.

У роботі розроблено математичну модель електромагнітної системи ваг Кіббла з левітаційним утриманням рухомого елемента в радіальному магнітному полі. Модель описує взаємозв'язок між струмом, магнітним полем, положенням котушки та електромагнітною силою, а також враховує демпфування, залишкову механічну жорсткість і зовнішні збурення. На основі лінеаризованої моделі сформульовано умови статичної та динамічної стійкості левітації та показано, що стабільне утримання котушки можливе лише за наявності активного зворотного зв'язку.

Окрему увагу приділено аналізу впливу системи активного керування левітацією на точність вимірювання сили та реалізацію двох режимів роботи ваг Кіббла. Показано, що в силовому режимі активна левітація дозволяє суттєво зменшити вплив механічних збурень і нестабільності положення котушки, однак вводить додаткові джерела невизначеності, пов'язані з керуючим струмом і шумами вимірювальних систем. У швидкісному режимі встановлено, що наявність ненульового струму в котушці потребує коректної електричної

компенсації або конструктивного рознесення функцій актуатора левітації та вимірювального елемента.

На підставі проведеного аналізу сформульовано рекомендації щодо застосування левітаційних принципів у перспективних конструкціях ваг Кіббла. Зокрема, обґрунтовано доцільність архітектур із розділенням левітаційного та вимірювального контурів, вибору робочої зони з мінімальним градієнтом коефіцієнта $G(z)$, спектрального розділення сигналів керування та метрологічних вимірювань, а також обов'язкової термостабілізації електромагнітної системи.

Загалом результати роботи підтверджують, що електромагнітна левітація є теоретично обґрунтованим і перспективним підходом для вдосконалення електромагнітних систем ваг Кіббла. За умови коректної реалізації та належного метрологічного контролю вона може забезпечити зменшення механічних похибок, підвищення повторюваності вимірювань і створити передумови для розроблення нових поколінь високоточних ваг Кіббла, зокрема компактних та автоматизованих установок для національних і вторинних метрологічних лабораторій.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Bureau International des Poids et Mesures.
The International System of Units (SI) : SI Brochure. 9th ed. Sèvres : BIPM, 2019.
2. Bureau International des Poids et Mesures.
Mise en pratique for the definition of the kilogram. Sèvres : BIPM, 2019.
3. General Conference on Weights and Measures (CGPM).
Resolution 1 of the 26th CGPM on the revision of the SI. Versailles, 2018.
4. International Committee for Weights and Measures (CIPM).
Decision on the redefinition of the kilogram. Paris : BIPM, 2018.
5. CODATA.
Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2017 Special Adjustment.
Metrologia. 2018. Vol. 55. P. L1–L4.
6. Mills I., Mohr P., Quinn T., Taylor B., Williams E.
Redefinition of the kilogram: a decision whose time has come.
Metrologia. 2005. Vol. 42. P. 71–80.
7. Robinson I. A., Schlamminger S.
The watt or Kibble balance: a technique for implementing the new SI definition of the kilogram.
Metrologia. 2016. Vol. 53. P. A46–A74.
8. Kibble B. P.
A measurement of the gyromagnetic ratio of the proton by the strong-field method.
Harwell : Atomic Energy Research Establishment, 1975.
9. Kibble B. P.
The watt balance.
Physics Today. 1999. Vol. 52, No. 9. P. 36–41.

10. Kibble B. P., Robinson I. A.
An apparatus to measure the Planck constant.
Metrologia. 1979. Vol. 15. P. 147–155.
11. Kibble B. P., Robinson I. A., et al.
A measurement of the Planck constant using a watt balance.
Metrologia. 1994. Vol. 31. P. 131–136.
12. Schlamminger S., et al.
Design of the permanent-magnet system for the NIST Kibble balance.
Metrologia. 2014. Vol. 51. P. S15–S28.
13. Schlamminger S., et al.
The NIST Kibble balance.
NIST Technical Note 2201. Gaithersburg : NIST, 2025.
14. National Institute of Standards and Technology.
Kibble Balance Program Overview.
URL: <https://www.nist.gov/si-redefinition/kilogram-kibble-balance>
(дата звернення: 10.11.2025).
15. Physikalisch-Technische Bundesanstalt.
Realization of the kilogram using a Kibble balance.
URL: <https://www.ptb.de>
(дата звернення: 10.11.2025).
16. Josephson B. D.
Possible new effects in superconductive tunnelling.
Physics Letters. 1962. Vol. 1. P. 251–253.
17. von Klitzing K.
The quantized Hall effect.
Physical Review Letters. 1980. Vol. 45. P. 494–497.
18. Jeckelmann B., Jeanneret B.
The quantum Hall effect as an electrical resistance standard.
Reports on Progress in Physics. 2001. Vol. 64. P. 1603–1655.

19. Taylor B. N., Kuyatt C. E.
Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results.
NIST Technical Note 1297. Gaithersburg : NIST, 1994.
20. Joint Committee for Guides in Metrology.
JCGM 100:2008. Evaluation of measurement data — Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM).
Geneva : ISO, 2008.
21. Consultative Committee for Mass and Related Quantities (CCM).
Realization of the kilogram. Paris : BIPM, 2017.
22. Becker P., et al.
Determination of the Avogadro constant via the XRCD method.
Metrologia. 2011. Vol. 48. P. S1–S13.
23. Picard A., et al.
A determination of the Avogadro constant by counting the atoms in a (28)Si crystal.
Metrologia. 2017. Vol. 54. P. S1–S10.
24. Mana G., Massa E.
The Avogadro constant from silicon crystal measurements.
Journal of Physical and Chemical Reference Data. 2014. Vol. 43. 033105.
25. Li S., Zhang Z., et al.
A tabletop Kibble balance for mass realization.
Metrologia. 2025. Vol. 62. 015002.
26. Zhang Z.
Experimental data for tabletop Kibble balance.
Zenodo, 2025. DOI: 10.5281/zenodo.11123789.
27. Mizuno T., Takasaki M., Ishino Y.
Magnetic levitation systems for precision positioning.
Precision Engineering. 2001. Vol. 25, No. 2. P. 99–107.

28.Schweitzer G., Maslen E. H.

Magnetic Bearings: Theory, Design, and Application.

Berlin : Springer, 2009.

29.Gundlach J. H., Merkowitz S. M.

Measurement of Newton's constant using a torsion balance with magnetic damping.

Physical Review Letters. 2000. Vol. 85. P. 2869–2872.

30.Sader J. E., et al.

Precision measurement of small forces using electromagnetic actuation.

Review of Scientific Instruments. 2012. Vol. 83. 103705.

31.Williams E. R., Steiner R. L., Newell D. B.

Accuracy limitations of the watt balance.

IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2009. Vol. 58, No. 4. P. 1206–1215.