

## РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ ОБЧИСЛЕННЯ 3D КОЕФІЦІЄНТІВ ФУР'Є З ВИКОРИСТАННЯМ ТОМОГРАМ

Кошеленко В.В.

Науковий керівник – д-р фіз.-мат. наук, проф. Литвин О.М.  
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПМ  
м. Харків, Україна

тел. +38 (050) 044-10-92, email: vladyslav.koshelenko@nure.ua

This work is devoted to the development of an algorithm for calculating the Fourier coefficients of functions of three variables using tomograms received from a computer tomograph. The problem is reduced to the calculation of triple integrals over the regions belonging to the unit cube and the form of which is determined by the presence of indices present in the Fourier coefficients. There are sets of indices for which these formulas are of the same type. In particular, we consider the case when all indices are positive and growing, or all indices are negative, etc. In this work, control calculations of Fourier coefficients are performed for some classes of indices and various test functions. A comparison of the obtained results with the exact results was carried out.

У роботі [1] введено метод скінченних сум Фур'є для відновлення функцій двох змінних на основі проєкційних даних, які надходять з комп'ютерного томографа. У цьому методі завдяки введенню відповідної заміни змінних отримані точні формули для обчислення коефіцієнтів Фур'є, які залежать від індексів в подвійній сумі Фур'є. У роботах [2,3] розглядається метод обчислення коефіцієнтів Фур'є для функцій трьох змінних з використанням томограм, які надходять з комп'ютерного томографа. Тут також шляхом введення заміни змінних обчислюються коефіцієнти Фур'є, які залежать від індексів у потрійній сумі Фур'є.

Потрійна сума Фур'є для функції трьох змінних:

$$A_N f(x, y, z) = \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N \sum_{m=-N}^N C_{k,l,m} e^{i2\pi(kx+ly+mz)}.$$

Коефіцієнти Фур'є визначаються так:

$$C_{k,l,m}(f) = \iiint_D f(x, y, z) e^{-i2\pi(kx+ly+mz)} dx dy dz.$$

Задача полягає у обчисленні коефіцієнтів Фур'є, якщо відомі томограми об'єкта дослідження на системі площин, які повністю перетинають цей об'єкт. Кожна з таких систем визначається індексами  $k, l, m$ . В роботах [2, 3] наведена відповідна теорія.

У формулі для коефіцієнтів Фур'є робиться заміна змінних

$$\begin{cases} kx + ly + mz = t; \\ lx - ky = u; \\ m(kx + ly) - (k^2 + l^2)z = v. \end{cases}$$

Нова система координат  $Otuv$  є декартовою.

В результаті вказаної заміни координат формула для  $C_{k,l,m}(f)$  записується у виглядах:

$$C_{k,l,m}(f) = \iiint_{D^1} F(t,u,v,k,l,m) e^{-2\pi i t} J(t,u,v,k,l,m) dudvdt,$$

$$C_{k,l,m}(f) = \int_0^{k+l+m} \left[ \int_{v_1(t,k,l,m)}^{v_2(t,k,l,m)} \left[ \int_{u_1(t,v,k,l,m)}^{u_2(t,v,k,l,m)} F(t,u,v,k,l,m) du \right] dv \right] e^{-i2\pi t} J(t,u,v,k,l,m) dt.$$

Тут внутрішній інтеграл є інтегралом від томограми.

Таблиця 1 – Порівняння результатів

Задана функція $f(x, y, z)$	Значення $k, l, m$	Точне значення $C_{k,l,m}$	Наближене значення $C_{k,l,m}$
$\sin(6\pi x) \cdot \sin(8\pi y) \cdot \sin(10\pi z)$	3,4,5	$0.125 \cdot i$	$-3.955 \cdot 10^{-8} + 0.125 \cdot i$
$\sin(6\pi x) \cdot \sin(8\pi y) \cdot \sin(10\pi z)$	-3,-4,-5	$-0.125 \cdot i$	$-3.955 \cdot 10^{-8} - 0.125 \cdot i$
$xyz$	3,5,6	$-4.479 \cdot i \cdot 10^{-5}$	$-2.73 \cdot 10^{-8} - 4.479 \cdot i \cdot 10^{-5}$
$-xyz(x-1)(y-1)(z-1)$	2,3,5	$-1.445 \cdot 10^{-7}$	$-1.419 \cdot 10^{-7} - 6.808 \cdot i \cdot 10^{-9}$
$-xyz(x-1)(y-1)(z-1)$	-2,-3,-5	$-1.445 \cdot 10^{-7}$	$-1.419 \cdot 10^{-7} + 6.808 \cdot i \cdot 10^{-9}$

У табл. 1 наведено порівняння результатів обчислення коефіцієнтів Фур'є з точними їх значеннями. Спостерігається незначне відхилення.

Список використаних джерел:

1. Литвин, О.М. (2000). Періодичні сплайни і новий метод розв'язання плоскої задачі рентгенівської комп'ютерної томографії. *Системний аналіз, управління і інформаційні технології: Вісник Харк. держ. політех. ун-ту*, 125, 27–35.
2. Lytvyn, O.M., Lytvyn, O.G., & Lytvyn O.O. (2019). Method of Calculating Fourier Coefficients of Three Variable Functions Using Tomogram. *Advanced Computer Information Technologies, Ceske Budejovice, Czech Republic, 5-7 June 2019*, 125-128.
3. Lytvyn, O.M., Lytvyn, O.G., & Lytvyn O.O. (2020). Explicit Formulas for Calculating Fourier Coefficients of Three Variables Using Tomograms. *10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies ACIT'2020, 16–18 of September 2020, Deggendorf, Germany*, 148-151.