

*В. В. БАВЫКИНА, Ю. А. КОВАЛЬ, канд. техн. наук,
Б. Л. КАЩЕЕВ, д-р техн. наук, Б. С. ДУДНИК, канд. техн. наук*

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ФИКСАЦИИ ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ИМПУЛЬСНЫХ РАДИОСИГНАЛОВ С УЧЕТОМ ТРЕБОВАНИЙ К УРОВНЮ ДОПУСТИМЫХ ВНЕПОЛОСНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Для многих информационно-измерительных систем важнейшим показателем является потенциальная точность измерения временного сдвига сигнала [1]. Так, от погрешности фиксации временного положения радиопульса, переданного по каналу с постоянным и известным временем распространения, зависит потенциальная точность, с которой можно осуществить сверку вторичных эталонов времени по метеорному каналу [2].

Кроме того, при разработке и проектировании информационно-измерительных систем приходится учитывать требования электромагнитной совместимости, в частности, более экономно использовать полосу частот, отводимую для излучения.

Необходимость повышения эффективности использования частотного спектра радиосигнала накладывает ограничение на уровень внеполосных излучений. Численное значение допустимого уровня излучения с каждой стороны спектра за пределами занимаемой полосы для передатчиков большинства классов излучений, в том числе и для передатчиков средств радиоопределения с импульсной модуляцией несущей, принято считать равным 0,5 % всей средней мощности [3]. Хотя существуют и другие нормы, ограничивающие уровень внеполосных излучений, при анализе точностных свойств радиосигналов будем ориентироваться на указанный энергетический критерий, в соответствии с которым 99 % излучаемой энергии должно быть сосредоточено в занимаемой полосе.

Потенциальная точность определения временного положения сигнала обычно оценивалась без учета этих ограничений [1] либо упрощенно [2]. Ранее исследовалось влияние ограниченности полосы частот на точность фиксации временного сдвига сигнала, но практически игнорировалось внеполосное излучение [2]. Его уровень мог достигать 23 %.

Найдем потенциальную точность определения временного положения радиопульсов, отличающихся формой огибающей и имеющих немодулированное заполнение, при условии, что уровень

внеполосных излучений составит не более 1 % полной энергии сигнала за пределами полосы частот, занимаемой излучением передатчика.

Предположим, что в приемном устройстве проводится оптимальная обработка сигнала в ограниченной полосе частот [2], ширина которой равна занимаемой полосе. Для оценки предельной среднеквадратической погрешности фиксации временного положения огибающей радиосигнала с неизвестной начальной фазой используем выражение $\sigma_{\tau} = 1/q\omega_{\text{эф}}$ (1), являющееся при слабых гауссовых помехах оценкой максимума апостериорной вероятности [1]. Здесь q — отношение сигнал-помеха по напряжению, $q = \sqrt{\mathcal{E}/W_0}$ (2), где \mathcal{E} — энергия сигнала; W_0 — спектральная плотность мощности белого шума; $\omega_{\text{эф}}$ — эффективная (среднеквадратическая) ширина спектра радиосигнала, определяемая по спектральным и временным характеристикам комплексной огибающей радиосигнала.

Эффективную ширину спектра радиосигнала можно определить по формуле [1]

$$\omega_{\text{эф}}^2 = \frac{4\pi^2}{\mathcal{E}} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df = \frac{1}{\mathcal{E}} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{dS(t)}{dt} \right|^2 dt. \quad (3)$$

Коэффициент использования энергии в ограниченной полосе [4]

$$\eta = \mathcal{E}_n / \mathcal{E} = \frac{2}{\mathcal{E}} \int_0^{\Delta f_n} |S(f)|^2 df. \quad (4)$$

Здесь $S(f)$ — спектр комплексной огибающей; $S(t)$ — ее временное представление, \mathcal{E}_n — энергия в заданной полосе частот $2\Delta f_n$.

Введем безразмерную переменную $x = f\tau_n$, где τ_n — длительность импульса на уровне половины высоты импульса. Такое определение позволит реализовать единообразный подход к различным радиосигналам и сделает возможным их дальнейший сравнительный анализ по точностным характеристикам.

Пронормируем спектральную плотность огибающей к ее значению на нулевой частоте $S(0)$. В дальнейшем под $S(x)$ будем понимать нормированное значение модуля спектральной плотности огибающей радиосигнала. Временные и спектральные характеристики огибающих анализируемых радиоимпульсов приведены в табл. 1. Для симметричной трапеции аналитические записи огибающей и ее спектра, а также параметр a выбраны так, чтобы при $a=1$ получить треугольник и его временные и спектральные характеристики, а при $a=0$ — радиоимпульс с прямоугольной огибающей. Параметр a равен отношению длительности фронта τ_f к длительности импульса τ_n , уменьшение значения $a = \tau_f/\tau_n$ позволяет проследить за влиянием увеличения крутизны фронта на рассматриваемые характеристики.

Форма радиоимпульса	Огибающая	Нормированная спектральная плотность огибающей
Прямоугольник	$E \operatorname{rect} \left(\frac{t}{\tau_n} \right)$ при $ t \leq \tau_n$	$\operatorname{sinc} \pi x$, где $x = f\tau_n$, $S(0) = E\tau_n$
Трапеция	E при $ t < \frac{\tau_n}{2} (1-a)$ $\frac{E}{a} \left(\frac{1+a}{2} - \frac{ t }{\tau_n} \right)$ при $1-a \leq \frac{2 t }{\tau_n} \leq 1+a$	$\operatorname{sinc} \pi x \cdot \operatorname{sinc} \pi a x$, где $a = \tau_{\phi} / \tau_n$; $x = f\tau_n$, $S(0) = E\tau_n$
Треугольник	$E \left(1 - \frac{ t }{\tau_n} \right)$ при $ t \leq \tau_n$	$\operatorname{sinc}^2 \pi x$, где $x = f\tau_n$, $S(0) = E\tau_n$
Колокол	$E \exp \left(-\frac{t^2}{2\beta^2} \right)$	$\exp(-2\pi^2 x^2)$, где $x = f\beta$, $S(0) = E\sqrt{2\pi}\beta$
Косинусоида	$E \cos \frac{\pi}{T} t$ при $ t = \frac{T}{2}$ $\tau_n = \frac{2}{3} T$	$\frac{\cos \pi x}{1-4x^2}$, где $x = fT$; $S(0) = E\sqrt{\frac{2}{\pi}} T$

В целях удобства и единообразия расчетов по выражениям (3), (4) для различных радиосигналов введем безразмерные коэффициенты формы: ξ — спектральный, $\xi = S(0)/E\tau_n$, ϵ — энергетический, $\epsilon = \mathcal{E}/E^2\tau_n$, где E — высота импульса; τ_n — его длительность на уровне $0,5E$. Энергия огибающей радиосигнала, безразмерные коэффициенты формы, длительность импульса на уровне $0,5E$ и теоретическая эффективная ширина спектра, определенная по формуле (3) приведены в табл. 2. Причем для принятого временного и спектрального представления трапецидальной огибающей была определена эффективная ширина спектра по формуле (3) через квадрат производной огибающей.

С учетом введенных обозначений уравнение (4) можно записать в виде

$$\eta = \frac{2\tau_n^2}{\epsilon} \int_0^k S^2(x) dx, \quad (5)$$

где $k = \Delta f_{п\tau_{и}}$ для всех сигналов, кроме колокольного и косинусоидального. Для колокольного $k = \Delta f_{п\beta}$, для косинусоидального $k = \Delta f_{пT}$.

Таблица 2

Форма огибающей	Энергия огибающей	Эффективная ширина спектра	Спектральный коэффициент формы	Энергетический коэффициент формы
Прямоугольник	$E^2\tau_{и}$	∞	1	1
Трапеция	$E^2\tau_{и}\left(1 - \frac{a}{3}\right)$	$\frac{1}{\tau_{и}}\left[\frac{2}{a(1-a/3)}\right]^{1/2}$	1	$1 - \frac{a}{3}$
Треугольник	$\frac{2}{3} E^2\tau_{и}$	$\frac{\sqrt{3}}{\tau_{и}}$	1	$\frac{2}{3}$
Колокол	$E^2\beta\sqrt{\pi}$	$\frac{1}{\sqrt{2\beta}}$	$\frac{S(0)}{E\beta}\sqrt{2\pi}$	$\frac{\mathcal{E}}{E^2\beta} = \sqrt{\pi}$
Косинусоида	$0,5 E^2T$	$\frac{\pi}{T}$	$\frac{S(0)}{ET} = \frac{2}{\pi}$	$\frac{\mathcal{E}}{E^2T} = 0,5$

Решим это уравнение относительно k при $\eta = 0,99$, реализовав численное интегрирование по методу Симпсона на микроЭВМ, так как для ответа на вопрос, в какой полосе частот сосредоточено 99 % всей энергии сигнала для всех интересующих нас случаев, имеющих сведения недостаточно. Приведенные в работах [4; 5] данные будем использовать как проверочные.

Таблица 3

Форма огибающей	Занимаемая полоса	Эффективная ширина спектра
Прямоугольник	$11/\tau_{и}$	$0,606 \Delta f_{п}$
Трапеция с параметром a , равным:		
0,001	$10/\tau_{и}$	$0,636 \Delta f_{п}$
0,01	$8/\tau_{и}$	$0,709 \Delta f_{п}$
0,1	$3,169/\tau_{и}$	$1,07 \Delta f_{п}$
Косинусоида	$1,183/\tau_{и}$	$2,427 \Delta f_{п}$
Треугольник	$0,65/\tau_{и}$	$2,410 \Delta f_{п}$
Колокол	$0,29/\tau_{и}$	$2,345 \Delta f_{п}$

Связь ширины занимаемой полосы и временного параметра сигнала, полученная как результат решения уравнения (5), отражена в табл. 3.

Численное значение k оказывается наибольшим у радиоимпульса с прямоугольной огибающей, имеющего разрыв огибающей. Для импульсов с разрывом первой производной огибающей (трапеция, косунусоида, треугольник) значения k уменьшаются. Наименьшее произведение полосы занимаемых частот на длительность импульса соответствует колокольному импульсу, огибающая которого имеет все производные [5].

Ограничение полосы пропускания приемного устройства значением $2\Delta f_n$ приводит к уменьшению эффективной ширины спектра, квадрат которой можно определить выражением (3)

$$\omega_{\text{эф}}^2 = \frac{8\pi^2 \tau_n^2}{\tau_n^2 \eta \varepsilon} \int_0^k x^2 |S(x)|^2 dx. \quad (6)$$

Здесь параметр k имеет известное значение (табл. 3), равное произведению ширины занимаемой полосы на длительность

сигнала. Поэтому для заданного k значение $A' = \frac{8\pi^2 \tau_n^2}{\eta \varepsilon} \int_0^k x^2 |S(x)|^2 dx$

является постоянным, связывающим эффективную ширину спектра сигнала и его длительность $\omega_{\text{эф}} = A'/\tau_n$ (7). Заменяв в формуле (7) $\tau_n = k/\Delta f_n$, получим связь эффективной ширины спектра и полосы частот, в которой сосредоточено 99 % энергии $\omega_{\text{эф}} = A\Delta f_n$ (8). Здесь A — константа, $A = A'/k$. Значения константы A' для различных форм огибающих радиосигналов также рассчитаны с применением, где это необходимо, численного интегрирования по методу Симпсона на микроЭВМ, значения эффективной ширины спектра представлены в табл. 3.

Сравним выбранные сигналы при принятых ограничениях на уровень внеполосных излучений по потенциальной точности определения временного положения импульса. Будем исходить из того, что полоса частот, отведенная для излучения сигнала, задана техническим заданием. В этой полосе сосредоточено 99 % всей энергии сигнала. Длительности излучаемых радиоимпульсов удовлетворяют условию $\tau_n = k/\Delta f_n$, где значения k для различных форм огибающих взяты из табл. 3. При такой постановке задачи необходимо выделить и рассмотреть два случая.

В первом случае при одинаковых энергиях сигналов в формулу (1) подставим новое значение сигнал-помеха по напряжению q' , учитывающее уменьшение энергии в занимаемой полосе за счет ограниченности полосы пропускания приемного устройства, $q' = \sqrt{\eta q}$ (9) и эффективную ширину спектра (8), найденную при этих же ограничениях, затем умножим обе части соотношения (1) на неизменные q , $2\Delta f_n$. В результате получим безразмерный точностный параметр

$$\sigma_s q 2\Delta f_n = \frac{2}{\sqrt{\eta A}} = C_s, \quad (10)$$

позволяющий сравнивать радиосигналы по потенциальной точности фиксации временного положения. Результаты расчета этого параметра для различных радиосигналов приведены в табл. 4 (графа 2).

Таблица 4

Форма огибающей	$\sigma_{\tau} q 2\Delta f_{\Pi}$	$\sigma_{\tau} \sqrt{\frac{P_c}{P_{\text{ш}}}} 2\Delta f_{\Pi}$	Проигрыш в точности (в раз)
1	2	3	4
Прямоугольник	3,316	0,707	∞
Трапеция с параметром a , равным:			
0,001	1,878	0,707	7,060
0,01	2,835	0,709	2,510
0,1	3,161	0,759	1,348
Косинусоида	0,828	0,761	1,090
Треугольник	0,834	0,892	1,109
Колокол	0,857	0,845	1,040

Если в качестве критерия сравнения радиосигналов, отличающихся формой огибающей, но имеющих одинаковые энергии, выбрать минимальную среднеквадратическую погрешность фиксации временного положения, наилучшим окажется радиосигнал с косинусоидальной огибающей, наихудшим — радиосигнал с прямоугольной огибающей. Это справедливо только при одинаковых полосах излучения, занимаемых радиосигналами. Это обусловлено тем, что среди выбранных сигналов прямоугольному радиоимпульсу присущи наименьшая высота импульса и наибольшая неравномерность энергетического спектра в занимаемой полосе. Его спектр имеет лепестковую структуру. В занимаемую полосу укладывается 11 лепестков спектра. Максимум одиннадцатого лепестка энергетического спектра в 1088,1 раза меньше квадрата спектральной плотности на нулевой частоте. Высота косинусоидального импульса в 4,31 раза больше высоты прямоугольного импульса той же энергии. Хотя косинусоидальный импульс также имеет лепестковую структуру спектра, но проявляется она за пределами полосы частот, в которой сосредоточено 99 % полной энергии. В занимаемой полосе энергетический спектр уменьшается монотонно в 30 раз. Близкими по точностным свойствам к косинусоидальному радиоимпульсу являются радиосигналы с треугольной и гауссовой огибающими. Различие объясняется отличием теоретических значений эффективной ширины спектра для этих импульсов. Так, теоретическая эффективная ширина спектра, не учитывающая ограниченности полосы пропускания приемного устройства, больше у косинусоидального импульса. Например, для радиоимпульса с косинусоидальной огибающей $\omega_{\text{эф}} = \pi/T = 2,655 \Delta f_{\Pi}$, для колокольного импульса $\omega_{\text{эф}} = 1/\sqrt{2\beta} = 2,438 \Delta f_{\Pi}$.

Для трапеции повышение крутизны фронтов приводит к приближению ее временных, спектральных, точностных характеристик к соответствующим характеристикам, присущим радиоимпульсу с прямоугольной огибающей.

Во втором случае при постоянной пиковой мощности расчетным точностным параметром выберем $\sigma_{\tau} \sqrt{P_c / P_{\text{ш}}} 2\Delta f_{\text{п}} = C_{\text{р}}$ (11), где P_c — пиковая мощность энергии сигнала связана с пиковой мощностью соотношением $\Theta = \epsilon P_c \tau_{\text{и}}$ (12). Длительность импульса определяем по формуле $\tau_{\text{и}} = k / \Delta f_{\text{п}}$ (13). Для колокольного импульса $\Theta = \epsilon P_c \beta$, $\beta = k / \Delta f_{\text{п}}$. Подставим последовательно в выражение (11) формулы (1), (9), (8), (2), (12), (13) и выполнив несложные преобразования, получим для точностного параметра $C_{\text{р}} = (2/\eta \epsilon k)^{1/2} / A$ (14). Результаты расчетов по формуле (14) приведены в табл. 4 (графа 3).

Меньшие значения точностного параметра $C_{\text{р}}$ соответствуют большей точности определения временного положения сигнала. Наименьшей среднеквадратической погрешностью фиксации времени прихода сигнала обладает радиоимпульс с прямоугольной огибающей, имеющий наибольшую крутизну фронта и наилучшее заполнение временного интервала, равного длительности импульса. Следует учитывать, что сигналы, рассмотренные в табл. 4 (графа 3), имеют разные энергии. Так, энергия радиоимпульса с треугольной огибающей $\Theta_{\text{пр}}$ меньше энергии сигнала с прямоугольной огибающей $\Theta_{\text{тр}}$ в 25,4 раза, т. е.

$$\Theta_{\text{пр}} / \Theta_{\text{тр}} = \frac{E^2 \tau_{\text{и пр}}}{E^2 \tau_{\text{и тр}} 2/3} = \frac{3 k_{\text{пр}}}{2 k_{\text{тр}}} = 25,4.$$

Выполняя требования к допустимому уровню излучений за пределами заданной полосы $2\Delta f_{\text{п}}$ приходится выбирать различные длительности радиоимпульсов. В заданной полосе частот $\eta = 0,99$ обеспечивается длительностью прямоугольного импульса в $11/0,65 = 16,9$ раза большей длительности радиоимпульса, имеющего треугольную огибающую (табл. 3).

Таким образом, потенциальная точность определения временного положения радиосигналов с одинаковой пиковой мощностью и нормированным излучением за пределами занимаемой полосы слабо зависит от формы огибающей. Для рассмотренных сигналов изменение формы огибающей вызывает снижение среднеквадратической погрешности излучения временного сдвига в 1,26 раза. В случае одинаковой энергии изменение формы огибающей обеспечивает снижение погрешности определения временного положения радиосигнала в 4 раза (табл. 4, графа 2). Это справедливо при оптимальной обработке сигналов в приемном устройстве, полоса пропускания которого равна полосе, занимаемой излучением. Снижение точности при выполнении требований электромагнитной совместимости и приеме сигналов в ограниченной полосе обусловлено уменьшением отношения сигнал-помеха в соответствии с выражением (9) и эффективной ширины спектра (табл. 3). Отноше-

ние среднеквадратических погрешностей измерения временного сдвига при оптимальной обработке в ограниченной и неограниченной полосах позволяет оценить проигрыш в точности. Результаты таких расчетов представлены в табл. 4 (графа 4).

Так как в соответствии с теорией эффективная ширина спектра для радиоимпульса с прямоугольной огибающей бесконечна, бесконечен и проигрыш в точности из-за ограниченности полосы пропускания приемного устройства. Меньше всего эффект ограничения полосы при $\eta = 0,99$ сказался на косинусоидальном и колокольном импульсах.

Список литературы: 1. *Теоретические основы радиолокации*/Под ред. Я. Д. Ширмана. — М.: Сов. радио, 1970. — 560 с. 2. *Анализ предельной точности фиксации временного положения некоторых импульсных сигналов при ограниченной полосе пропускания канала*/Б. С. Дудник, Б. Л. Кашеев, Ю. А. Коваль, В. П. Моисеев//*Радиотехника*, — 1979. — Вып. 50. — С. 113—121. 3. *Общесоюзные нормы на ширину полосы радиочастот и внеполосные спектры излучений радиопередающих устройств гражданского назначения*. — М.: Связь, 1976. — 64 с. 4. *Гуревич М. С. Спектры радиосигналов*. — М.: Связьиздат, 1963. — 311 с. 5. *Харкевич А. А. Спектры и анализ*. — М.: Гостехиздат, 1957. — 237 с.

Поступила в редколлегию 26.03.86