УДК 621.391

А. А. ФИРСАКОВ, А. Е. ОХРИМЕНКО

ДОСТОВЕРНОСТЬ И ИНФОРМАТИВНОСТЬ КЛАССИФИКАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ ГАУССОВЫХ ЗАШУМЛЕННЫХ СИГНАЛОВ

При радиолокации распределенных целей необходимо обрабатывать многомерные сигналы. Особенности обнаружения таких сигналов рассмотрены в ряде работ. В то же время теоретические аспекты их различения и классификации в литературе практически не отражены, а положения теории распознавания образов в условиях зашумленности сигналов используются весьма ограниченно [1].

Таким образом, целесообразно рассмотреть методику и некоторые результаты анализа качества классификации многомерных сигналов, образованных N нормально распределенными комплексными амплитудами ξn, относящихся к различным элементам разрешения. Согласно положениям работы [2] будем считать их статистически независимыми. Сигналы будем наблюдать на фоне равномерного по пространству разрешения гауссова шума.

Запишем оптимальное в смысле максимума правдоподобия решающее правило при различении.

Если $\dfrac{P_{k0}(\xi,\ \xi^*)}{P_0(\xi,\ \xi^*)} > \dfrac{P_{l0}(\xi,\ \xi^*)}{P_0(\xi,\ \xi^*)}$ для всех $l > k$, то принимается A_k^* (1), где $P_{k0}(\xi,\ \xi^*)$ — многомерная плотность вероятности k-го класса из M возможных; $P_0(\xi,\ \xi^*)$ — многомерная плотность вероятности шума.

Структура различения и классификации сигналов (рис. 1) содержит M (по числу возможных классов) параллельных каналов, реализующих обработку, оптимальную для сигналов соответствующих классов, блока сравнения выходов каналов и принятия решения A_k^*.

Поскольку многомерная плотность вероятности с учетом зашумленности описывается выражением

$$P_{k0}(\xi,\ \xi^*) = \prod_{n=1}^{N_k}[2\pi(2\sigma_{nk}^2 + 2\sigma_0^2)]^{-1}\exp\left[-\frac{\xi_n^*\xi_n}{2(\sigma_{nk}^2+\sigma_0^2)}\right], \qquad (2)$$

где σ_{nk}^2 — средняя мощность n-го элемента сигнала k-го класса;

σ_0^2 — средняя мощность шума, алгоритм обработки сигнала, определяемый отношением правдоподобия, можно записать в виде

$$Z_{k0} = \ln \frac{P_{k0}(\xi, \xi^*)}{P_0(\xi, \xi^*)} = \sum_{n=1}^{N_k} w_n^k |\xi_n|^2 - L_{k0}. \quad (3)$$

Здесь ω_n^k — априорно задаваемые весовые коэффициенты, $w_n^k = \frac{\mu_n^k}{2\sigma_0^2(1+\mu_n^k)}$, μ_n^k — априорно известная относительная интенсивность

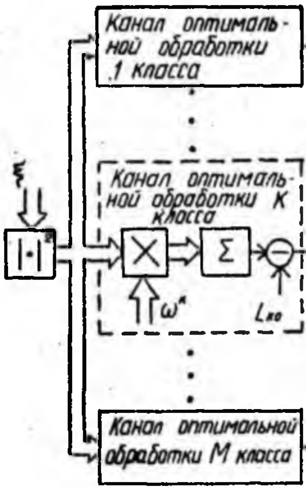

Рис. 1

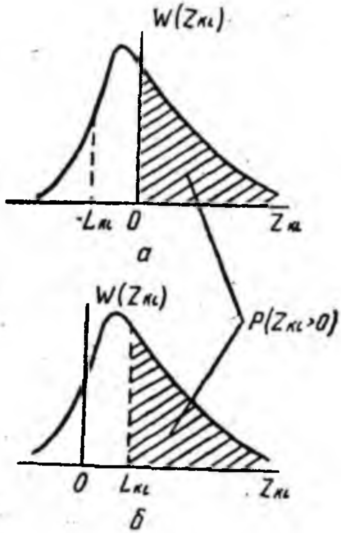

Рис. 2

n-го элемента сигнала k-го класса, $\mu_n^k = \frac{\sigma_{nk}^2}{\sigma_0^2}$; L_{k0} — априорно задаваемое смещение, $L_{k0} = \ln \prod_{n=1}^{N_k} (1 + \mu_n^k)$.

Из выражения (3) следует, что обработка сигнала состоит в некогерентном взвешенном суммировании его элементов со смещением, причем весовые коэффициенты и смещения формируются на основе априорных данных.

Вероятность правильной классификации сигнала k-го класса D_k определяется как совместная вероятность превышения отклика k-го канала (при действии сигнала k-го класса — Z_{k0}^k) отклика всякого другого $l \neq k$ канала $Z_{k0}^k - Z_{l0}^k = Z_{kl}^k > 0$:

$$D_k = P\left(Z_{k1}^k > 0; \ldots; Z_{k,k-1}^k > 0; Z_{k,k+1}^k > 0; \ldots; Z_{kM}^k > 0\right). \quad (4)$$

В основе определения D_k лежит расчет вероятностей $P(Z_{kl}^k > 0)$, которые можно также определять как вероятности превышения смещения $L_{kl} = L_{k0} - L_{l0}$ (порога различения) решающей статистикой z_{kl}^{k} (рис. 2):

$$P(Z_{kl} > 0) = P(z_{kl} > L_{kl}) = \int\limits_{L_{kl}}^{\infty} W(z_{kl})\, dz_{kl}, \qquad (5)$$

где

$$z_{kl} = \sum_{n=1}^{N_k} \left(w_n^{k0} - w_n^{l0}\right) |\xi_n|^2 = \sum_{n=1}^{N_k} w_n^{kl} |\xi_n|^2; \qquad (6)$$

$W(z_{kl})$— плотность вероятности решающей статистики z_{kl}.

Закон распределения статистики z_{kl} определяется методом характеристических функций из (2), (6) и в общем случае описывается двусторонним несимметричным гиперэкспоненциальным распределением

$$W(z_{kl}) = \begin{cases} \sum\limits_{n}^{N^+} \dfrac{\exp\left(-z_{kl}/\lambda_n^{kl}\right)}{\lambda_n^{kl}} \prod\limits_{i \neq n}^{N_k} \dfrac{\lambda_n^{kl}}{\lambda_n^{kl} - \lambda_i^{kl}}, & z_{kl} > 0; \\ \sum\limits_{n}^{N^-} \dfrac{\exp\left(-z_{kl}/\lambda_n^{kl}\right)}{-\lambda_n^{kl}} \prod\limits_{i \neq n}^{N_k} \dfrac{\lambda_n^{kl}}{\lambda_n^{kl} - \lambda_i^{kl}}, & z_{kl} < 0, \end{cases} \qquad (7)$$

где λ_n^{kl} — параметры распределения, $\lambda_n^{kl} = w_n^{kl} |\bar{\xi}_n|^2$; $N^{+(-)}$ — количество положительных (отрицательных) параметров λ_n^{kl}. Подставив (7) в (5), получим

$$P(z_{kl} > L_{kl_l}) = \begin{cases} \sum\limits_{n}^{N^+} \exp\left(-L_{kl}/\lambda_n^{kl}\right) \prod\limits_{i \neq n}^{N_k} \lambda_n^{kl}/(\lambda_n^{kl} - \lambda_i^{kl}), & L_{kl} > 0; \\ 1 - \sum\limits_{n}^{N^-} \exp\left(-L_{kl}/\lambda_n^{kl}\right) \prod\limits_{i \neq n}^{N_k} \lambda_n^{kl}/(\lambda_n^{kl} - \lambda_i^{kl}), & L_{kl} < 0. \end{cases} \qquad (8)$$

При оптимальном различении $\lambda_n^{kl} = (\mu_n^k - \mu_n^l)/(1 + \mu_n^l)$ и переходе к различию сигнала на фоне шума, вырождается в отношение сигнал-шум $\lambda_n^{k0} = \mu_n^k$.

Основные закономерности характеристик качества различения рассмотрим на частном практически важном примере классификации сигналов только по их мерности N, полагая априори неизвестные $\mu_n^k = \mu_{i \neq n}^k$, что соответствует наибольшей априорной неопределенности. Решающее правило при этом приводится к следующему виду. Если $z_{k0} - z_{k-1,0} > L_{k,k-1}$ и $z_{l0} - z_{l-1,0} < L_{l,l-1}$ для всех $l > k$, то принимается A_k^* (9), причем пороги различения $L_{k,k-1}$, $L_{l,l-1}$ задаются в соответствии с критерием Неймана — Пирсона, что связано с априорной неопределенностью.

Алгоритм обработки сигнала в каналах

$$z_{k0} = \sum_{n=1}^{N_k} |\xi_n|^2 \qquad (10)$$

сводится к некогерентному суммированию различного числа элементов действующего сигнала в каналах, ранжированных по величине N_k так, что $N_k > N_{k-1}$.

Вследствие такой ранжировки с учетом (4) и согласно (9) вероятность правильной классификации

$$D_k = \prod_{l>k}^{M} (1 - F_l) \int_{L_{k,k-1}}^{\infty} W\left(z^k_{k,k-1}\right) dz^k_{k,k-1}, \quad (11)$$

т. е. определяется вероятностью превышения порога $h_{k,k-1}$ статистикой $z_{k,k-1}$ и ограничивается вероятностями ложных F_l таких превышений за счет шумов в каналах с номером $l > k$. Решающая статистика $z_{k,k-1} = z_{k0} - z_{k-1,0} = \sum_{n=N_{k-1}+1}^{N_k} |\xi_n|^2$ имеет здесь одностороннее гиперэкспоненциальное распределение

$$W(z_{k,k-1}) = \sum_{n=N_{k-1}+1}^{N_k} \frac{\exp[-z_{k,k-1}/(1+\mu_n)]}{1+\mu n} \prod_{i \neq n}^{N_k} \frac{1+\mu_n}{\mu_n - \mu_i}, \quad (12)$$

где μ_n — относительная интенсивность n-го элемента классифицируемого сигнала.

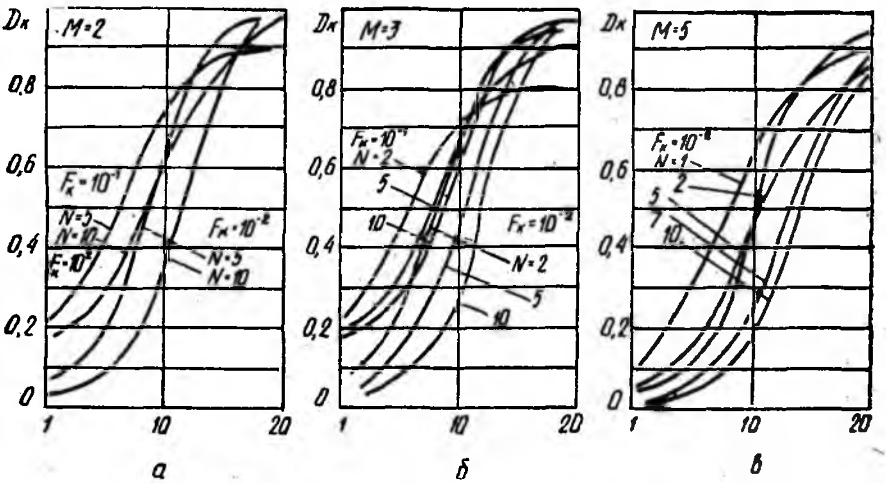

Рис. 3

Выражение (11) с учетом (12) имеет вид

$$D_k = \prod_{l>k}^{M} (1 - F_l) \sum_{n=N_{k-1}+1}^{N_k} \exp(-L_{k,k-1}/1 + \mu_n \prod_{i \neq n}^{N_k} \frac{1+\mu_n}{\mu_n - \mu_i}. \quad (13)$$

Вероятностные характеристики классификации одиночных N-мерных сигналов относительной интенсивности $\mu_\Sigma = \sum_{n=1}^{N_k} \mu_n$ для различных вариантов классификации при $N_{\text{макс}} < 10$, представленные на рис. 3, свидетельствуют о возрастании достоверности классификации с ростом относительной интенсивности сигналов μ_Σ, необходимости неоднозначного изменения F_l в зависимости от μ_Σ, противоречии между достоверностью и полнотой классификации, определяемой числом классов M.

Оптимальное их сочетание можно определить с использованием обобщенного показателя качества классификации — информативности I. В отличие от работы [3] введем в рассмотрение информативность не сигналов, а классификации, зависящей от числа классов и определяемой характеристиками классификации. Анализируя простую функцию информационных потерь при условии A_g классификации сигнала g-го класса $R_g = \sum\limits_{k=0}^{M} C_{kg} P\left(A_k^{*}/A_g\right)$ и полагая, что пра-

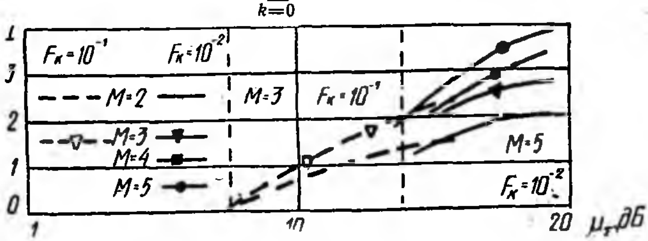

Рис. 4

вильное решение, принимаемое с вероятностью $D_g = P\left(A_g^{*}/A_g\right)$ не вносит вклада в $R_g\,(C_{gg} = 0)$, а ложные решения одинаково ущербны $(C_{kg} = 1)$, получаем $R = 1 - D_g$. Аналогично условная функция информационных приобретений $U_d = \sum\limits_{k=0}^{M} V_{kg} P\left(A_k^{*}/A_g\right)$, если коэффициенты «вознаграждений» V_{kg} полагать следующими: $V_{gg} = 1$, $V_{kg} = 0$. Безусловный информационный выигрыш классификации и будем считать ее информативностью

$$I = \sum_{g=1}^{M} (U_g - R_g) = \sum_{g=1}^{M} (2D_g - 1), \tag{14}$$

что согласуется с критерием информативности Бейеса. Результаты сопоставления характеристик информативности, рассчитанных согласно (15) с учетом (13) для различных M при $N_{\text{макс}} \leqslant 10$ свидетельствуют о пригодности изложенного подхода для определения предпочтительных вариантов классификации сигналов при наиболее выгодных показателях ее достоверности F_k (рис. 4).

Изложенные результаты могут быть использованы при разработках, связанных с повышением информативности радиолокационного наблюдения распределенных целей.

Список литературы: 1. *Патрик Э.* Основы теории распознавания образов / Пер. с англ. под. ред. Б. Р. Левина.— М.: Сов. радио, 1980.— 200 с. 2. *Ван-Трис Г.* Теория обнаружения, оценок и модуляции / Пер. с англ. под ред. В. И. Тихонова.— М.: Сов. радио, 1972.— 180 с. 3. *Косенко Г. Г.* Критерии информативности при различении сигналов.— М.: Радио и связь, 1982.— 220 с.

Поступила в редколлегию 18.09.85.