

мических процессов, гарантирующих асимптотическую устойчивость децентрализованной системы при возникновении структурных возмущений.

Список литературы: 1. *Popchev I.* Decentralized systems. Sofia: Bulgarian Academy of sciences, 1989. 235p. 2. *Стренг Г.* Линейная алгебра и ее применения. М.: Мир, 1980. 454с.

Поступила в редколлегию 19.01.2001

Калоша Вадим Александрович, аспирант кафедры ЭВМ ХТУРЭ. Адрес: Украина, 61003, Харьков, ул. Кооперативная, 5, кв. 47, тел. 23-28-45.

Пыжова Евгения Сергеевна, студентка пятого курса ХГТУРЭ. Адрес: Украина, 61045, Харьков, ул. Очаковская, 4.

Удовенко Сергей Григорьевич, канд. техн. наук, доцент кафедры ЭВМ ХТУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 38-38-74.

УДК 519.6

В. И. ГРИЦЮК

МЕТОДЫ ФАКТОРИЗАЦИИ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ МОДЕЛЬНЫХ СТРУКТУР

Исследуется применение определителя информационной матрицы для нахождения различия между разными структурами. Приводится численно устойчивый алгоритм для отыскания структуры, основанный на выборе наиболее независимых компонент в векторе состояния.

Имеется два важных метода для оценки параметров – метод ошибки предсказания и метод максимума правдоподобия. В случае Гауссовских обновлений хорошо известно, что эти методы приводят к асимптотически эффективным параметрам, т.е. ковариационная матрица ошибок оценивания асимптотически равняется обращенной информационной матрице Фишера M_0 . Поэтому логично попытаться различить разные структуры, максимизируя некоторую скалярную меру информационной матрицы над всеми допустимыми структурами [1]. Для наиболее очевидного (и широко используемого) критерия – определителя информационной матрицы это соответствует минимизации определителя асимптотической матрицы ковариации ошибок.

Покажем, что все структуры H , F , K , содержащие одинаковое число параметров, будут асимптотически давать одинаковую величину детерминанта информационной матрицы. Этот результат важен, так как он показывает, что во всяком случае асимптотически все такие структуры эквивалентны настолько, насколько учитывается точность оценок параметров, если используется указанный критерий. В результате он не может различить две допустимые структуры для одного процесса. Можно показать следующий результат.

Пусть F , K , H и F^* , K^* , H^* – матрицы представления пространства состояния

$$\begin{aligned}x_t &= Fx_{t-1} + Ke_t, \\ y_t &= Hx_t\end{aligned}\tag{1}$$

в двух различных структурах и T – $n \times n$ -матрица преобразования из тройки (F, K, H) в тройку (F^*, K^*, H^*) , т.е.

$$\begin{aligned}F^* &= TFT^{-1}, \\ K^* &= TK, \\ H^* &= HT^{-1}.\end{aligned}$$

Тогда абсолютная величина якобиана преобразования из параметров в (F, K, H) к параметрам в (F^*, K^*, H^*) равняется 1.

Это предполагает, что параметры F, K, H свободны и элементы T – дифференцируемые функции F, K и H . Чтобы применить этот результат к нашей проблеме, мы должны быть уверены, что он также действителен для случая, когда матрицы F, K, H и F^*, K^*, H^* ограничены набором допустимых структур, т.е. определенные элементы этих матриц состоят из 0 или 1. Это доказательство может применяться к данному случаю. Докажем следующую теорему.

Теорема. Данные две допустимые параметризации с одинаковым числом параметров для одного и того же процесса порядка n имеют одинаковые детерминанты информационных матриц, соответствующие этим двум параметризациям.

Пусть θ и θ^* – векторы параметров, соответствующие двум параметризациям (F, K, H) и (F^*, K^*, H^*) . Информационные матрицы M_θ и M_{θ^*} соотносятся как

$$\begin{aligned} M_{\theta^*} &= E_{Y|\theta^*} \left\{ \left(\frac{\partial \log p(Y|\theta^*)}{\partial \theta^*} \right)^T \left(\frac{\partial \log p(Y|\theta^*)}{\partial \theta^*} \right) \right\} = \\ &= E_{Y|\theta^*} \left\{ \left(\frac{\partial \log p(Y|\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta^*} \right)^T \left(\frac{\partial \log p(Y|\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta^*} \right) \right\} = \\ &= \left(\frac{\partial \theta}{\partial \theta^*} \right)^T E_{Y|\theta} \left\{ \left(\frac{\partial \log p(Y|\theta)}{\partial \theta} \right)^T \left(\frac{\partial \log p(Y|\theta)}{\partial \theta} \right) \right\} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \theta^*} \right) = \\ &= \left(\frac{\partial \theta}{\partial \theta^*} \right)^T M_\theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial \theta^*} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Так как $\det M_{\theta^*} = (\det(\partial \theta / \partial \theta^*))^2 \det M_\theta$, а из приведенного доказательства $\det(\partial \theta / \partial \theta^*) = 1$, поэтому $\det M_{\theta^*} = \det M_\theta$.

Из теоремы и обсуждения, проведенного выше, следует, что в Гауссовском случае две параметризации, оцениваемые схемой максимума правдоподобия, будут давать асимптотически одинаковую величину детерминанта матрицы ковариаций ошибок параметра.

Конечно, другие критерии могут быть использованы, чтобы найти различия, хотя бы асимптотически, между разными допустимыми структурами. Так как теоретические результаты трудно получить для ограниченного набора данных, приведем субоптимальный метод оценки структуры, который основан на выборе наиболее независимых компонентов в векторе состояния. Представим линейный стационарный стохастический полного ранга процесс y_t , который может быть моделирован конечно – мерным представлением в пространстве состояния (1). Здесь y_t – наблюдаемый процесс размерности p ; x_t – вектор состояния размерности n ; e_t – Гауссовский белый шум размерности p ; F, K, H – матрицы определенной размерности. Стохастический вход e_t может быть рассмотрен как обновляющий y_t процесс, определяемый как

$$e_t = y_t - \hat{y}_{t|t-1}, \quad (3)$$

где $\hat{y}_{t|t-1}$ – на один шаг вперед предсказатель y_t , проекция y_t на пространство $(Y_{-\infty}^{t-1})$, замкнутое линейное подпространство H , измеряемое компонентами y_τ для $\tau \leq t-1$. Предполагая Гауссовское распределение, определим

$$\hat{y}_{t|t-1} = E \{ y_t \mid y_\tau \leq Y_{-\infty}^{t-1} \}. \quad (4)$$

Идентификация структуры представления пространства состояния такая как (1) состоит из определения размерности n вектора состояния и размещения в матрице F оцениваемых параметров.

Представим метод определения структуры, основанный на предположении, что хорошая структура будет та, в которой предсказатели, выбранные для формирования базиса пространства предсказания, наиболее независимы. Предположим, что выбранное $M \in N$ большое настолько, что $H(Y_{t-M}^t)$ достаточно близко к пространству $H(Y_{-\infty}^t)$.

Определим

$$Y_{t-M}^t = \begin{bmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-M} \end{bmatrix} \quad Y_{t+N}^t = \begin{bmatrix} y_t \\ y_{t+1} \\ \vdots \\ y_{t+N} \end{bmatrix} \quad (5)$$

и ковариационные матрицы

$$\begin{aligned} \Sigma_{11} &= E\{Y_{t+N}^t (Y_{t+N}^t)^T\} \\ \Sigma_{12} &= E\{Y_{t+N}^t (Y_{t-M}^t)^T\} \\ \Sigma_{22} &= E\{Y_{t-M}^t (Y_{t-M}^t)^T\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Обозначим $Z_{t-M}^t = \Sigma_{22}^{-1/2} Y_{t-M}^t$, матрица $\Sigma_{22}^{1/2}$ – невырожденная, поэтому

$$E\{Z_{t-M}^t (Z_{t-M}^t)^T\} = I.$$

Так как выполняется (5), можем заменить анализ независимости компонент $y_{t+k|t,t-M}^j$ анализом независимости строк $\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1/2}$. Представим хорошо обусловленный численный метод для исследования наиболее независимых строк данной матрицы посредством преобразований Гивенса [2].

1. Вычислить верхне-треугольную матрицу $\Sigma_{22}^{1/2} UDU^T$ разложения матрицы Σ_{22} .

2. Вычислить сингулярное разложение матрицы $\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1/2}$, используя преобразования Гивенса без квадратных корней, согласно методу, предложенному в [2]. Выбор j -й строки производится только, если $(j-p)$ -я строка уже была выбрана и преобразования выполняются, используя матрицы перестановок так, чтобы сингулярные значения не возрастали.

3. Остановиться в случае прекращения существенного уменьшения сингулярных значений.

Приведенный алгоритм позволяет работать с лучше обусловленными матрицами и сокращает время счета.

Список литературы: 1. Gevers M., Werts V. On the problem of structure selection for the identification of stationary stochastic processes // Proc. IFAC Symp. Identification Parameter Est., Washington, 1982. 2. Грицок В. И. Рекуррентный алгоритм идентификации модели, основанный на ортогональном разложении // Радиоэлектроника и информатика. 1998. №3. с. 46-48.

Поступила в редколлегию 16.01.2001

Грицок Вера Ильинична, канд. техн. наук, докторант ХТУРЭ. Научные интересы: стохастические системы управления. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-06.