Национальная Академия наук Украины
Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины
Институт физики полупроводников НАН Украины им. В.Е. Лашкарева
ПАО «НПК «Наука»
Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Сборник научных трудов

V Международной научной конференции

«ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ БАЗА НАНОЭЛЕКТРОНИКИ»

30 сентября - 5 октября 2012г.

Харьков - Кацивели
2012

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ С ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКОЙ ИЗ МЕТАМАТЕРИАЛА

Одаренко Е.Н.[1)], Шматько А.А.[2)], Казанко А.В.[3)]

[1)] Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел.: (057) 702-10-57
E-mail: oen@kture.kharkov.ua

[2)] Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина
61022, Харьков, пл. Свободы, 4, тел.: (057) 707-51-33,
E-mail: alexandr.a.shmatko@univer.kharkov.ua

[3)]Украинская государственная академия железнодорожного транспорта
61050, Харьков, пл. Фейербаха, 7, тел.: (057) 730-10-39
E-mail: vtisusheet@mail.ru

Interaction of the plane wave with metamaterial grating for arbitrary relationship between the wavelength, grating geometrical and material parameters is investigated. Fourier method and partial areas method are used for task solution. The main regularities of the plane wave scattering in single wave and multiwave regimes for different values of the permittivity and permeability are derived. Multiwave regime corresponds to case of two spatial harmonics propagation near the metamaterial grating. Electrodynamic system parameters that correspond to total wave reflection or transmission are defined. Spatial distributions of the electromagnetic field components are calculated on the basis of the linear algebraic equations set solution. The Brillouin zones for metamaterial grating (double negative material) are calculated for determination of the task eigenvalues.

Введение

Дифракционные решетки, выполненные из метаматериала, находят широкое применение в различных системах передачи и приема электромагнитного излучения терагерцового диапазона. Особый интерес эти дифракционные структуры приобрели в области оптоэлектроники и нанотехнологий. Они используются в приборах оптоэлектроники для улучшения характеристик монолитных и немонолитных твердотельных лазеров, являются составными элементами фильтров, интерферометров, мультиплексоров, диплексоров, модуляторов и др. Важным представляется использование необычных свойств таких решеток при отрицательных значениях материальных параметров их элементов в одноволновом и многоволновом режимах распространения рассеянного поля, а также изучение физических особенностей распространения волн и выявление новых свойств таких необычных структур.

В данном сообщении в строгой постановке решена задача о дифракции плоской волны на периодической решетке из метаматериала, проведены расчеты коэффициентов отражения и прохождения и дана физическая интерпретация полученным результатам.

Постановка и решение задачи

Рассматривается задача рассеяния плоской H_x-поляризованной волны, падающей под углом ϕ, на периодической двухслойной диэлектрической решетке из метаматериала (рис. 1). При решении задачи используется метод частичных областей и метод Фурье. В каждой из областей решение уравнения Гельмгольца представляется в виде рядов Фурье с использованием теоремы Флоке.

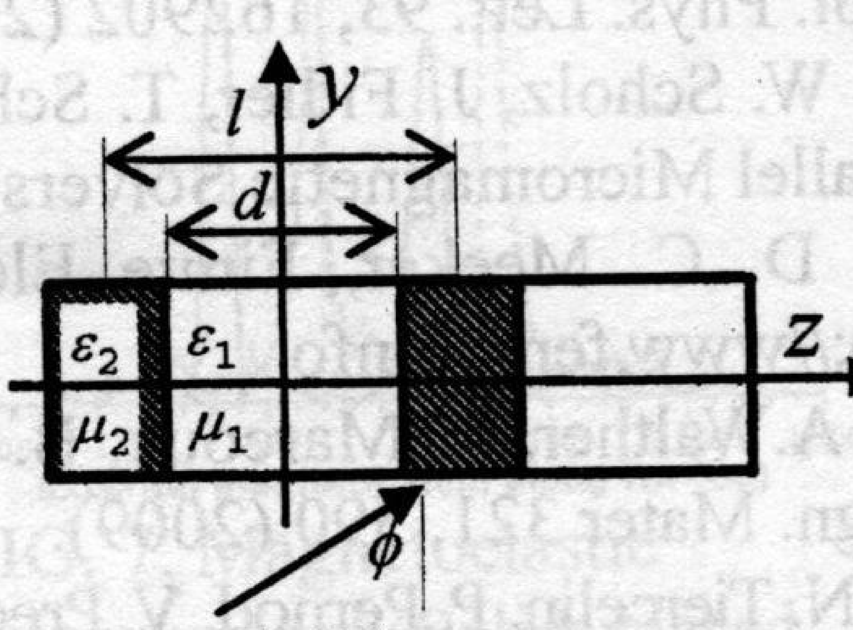

Рис. 1. Модель решетки

В областях вне решетки поля представляются следующим образом:

$$H^0 = e^{ik_y y + ik\alpha z} + e^{ik\alpha z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{\lambda_m} e^{-i\gamma_m y} e^{i\lambda_m z};\ (y < -h/2),$$
$$H^0 = e^{ik\alpha z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{\lambda_m} e^{i\gamma_m y} e^{i\lambda_m z};\ (y > h/2), \tag{1}$$

где $\gamma_m = \sqrt{k^2 - (k\alpha + \lambda_m)^2}$, $\lambda_m = \frac{2\pi}{l} m$, $\alpha = \cos\phi$, $k_y = k\sin\phi$.

Внутри периодической структуры ($|y| \le h/2$) поле представляется в виде разложения в ряд Фурье по собственным функциям Z_{ς_n} оператора Штурма-Лиувилля, т. е. $\sum_{n=0}^{\infty} Y_{\varsigma_n} Z_{\varsigma_n}$. Функции Z_{ς_n} являются решениями одномерной задачи Штурма-Лиувилля, где ς_n – собственные числа этого оператора, которые находятся из условий непрерывности тангенциальных компонент полей на границах решетки и их периодичности (теорема Флоке). Функции $Y_{\varsigma_n} = C_{\varsigma_n} e^{i\rho_n y} + D_{\varsigma_n} e^{-i\rho_n y}$ определяются по известной процедуре, как общее решение линейного дифференциального уравнения 2-го порядка:

$$\ddot{Y} + (k^2 \varepsilon\mu - \varsigma_n^2) Y = 0, \tag{2}$$

где $\varepsilon = \varepsilon_1$ или ε_2, $\mu = \mu_1$ или μ_2.

В результате решения задачи Штурма-Лиувилля собственные значения ς_n находятся из дисперсионного уравнения:

$$\cos k\alpha l = \cos\varsigma^{\text{II}} d \cos\varsigma^{\text{I}}(d-l) + \frac{1}{2}\left(\eta + \frac{1}{\eta}\right)\sin\varsigma^{\text{I}}(d-l)\sin\varsigma^{\text{II}} d = f, \tag{3}$$

где $\varsigma^{\text{I}} = \sqrt{k^2\varepsilon_1\mu_1 - \beta^2}$, $\varsigma^{\text{II}} = \sqrt{k^2\varepsilon_2\mu_2 - \beta^2}$, $\eta = \frac{\varsigma^{\text{I}}}{\varsigma^{\text{II}}}$.

Данное дисперсионное уравнение имеет аналитическое решение для произвольных параметров задачи, а именно: $k\alpha l = \arccos f(\beta)$.

Используя граничные условия для полей на двух поверхностях диэлектрической решетки $y = \pm h/2$, получим систему функциональных уравнений, которая с помощью метода Фурье сводится к системе двух независимых линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) второго рода относительно коэффициентов $E^{\pm}_{\lambda_m} = A_{\lambda_m} \pm B_{\lambda_m}$, $G^{\pm}_{\varsigma_m} = C_{\varsigma_m} \pm D_{\varsigma_m}$. СЛАУ решалась численно для произвольных параметров задачи. Результатом решения являются амплитудно-частотные характеристики для заданного угла падения ϕ волны или амплитудно-угловые характеристики для фиксированной длины падающей волны.

Рассматривается два случая: одноволновое распространение (над поверхностью решетки распространяется одна пространственная гармоника) и многоволновое распространение (над поверхностью решетки распространяется несколько пространственных гармоник). Анализ проводится для решеток с различными значениями показателей преломления среды $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$, а также в случае, когда один из элементов решетки представляет собой метаматериал ($\varepsilon, \mu < 0$).

Одноволновый случай

Рассмотрим структуру с отрицательными материальными параметрами одного из элементов решетки ($\varepsilon_2, \mu_2 < 0$, $\varepsilon_1, \mu_1 > 0$). На рис. 2 представлена зависимость модуля коэффициента отражения $|R| = |A_{\lambda_0}|$ от волнового числа k при фиксированном угле

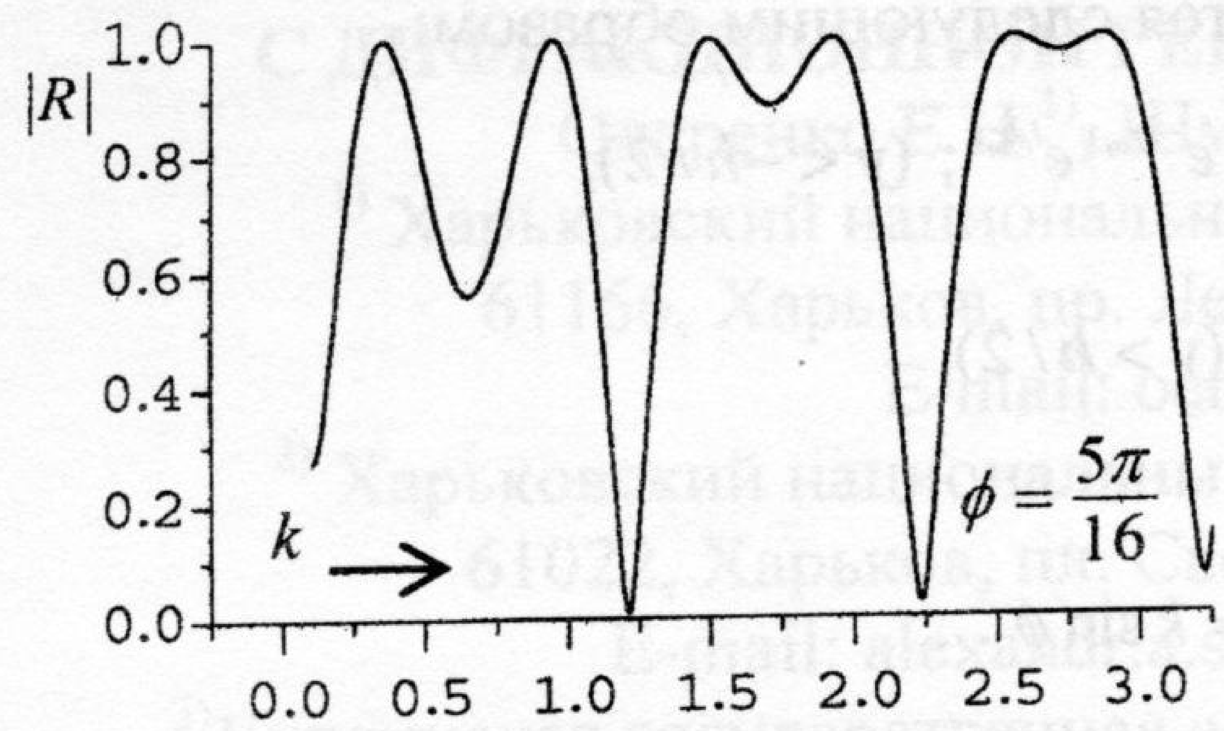

Рис. 2. Зависимость модуля коэффициента отражения $|R|$ от k

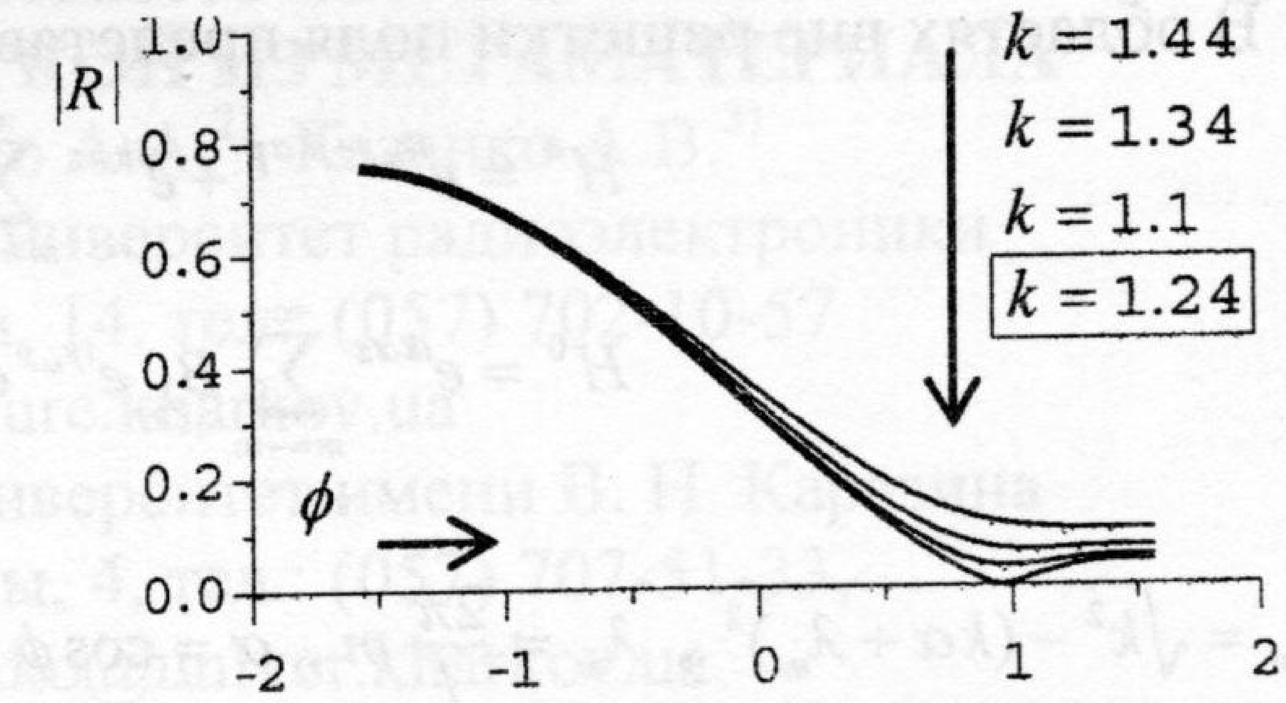

Рис. 3. Зависимость модуля коэффициента отражения $|R|$ от ϕ (резонансные значения $k = 1.24,\ \phi = 0.9817$)

падения $\phi = \frac{5\pi}{16} \approx 0.9817$. На рис. 3 представлена угловая зависимость коэффициента отражения $|R|$ для нескольких значений волнового числа k. Из рисунков видно, что для значения волнового числа $k = 1.24$ наблюдается полное прохождение волны (коэффициент отражения $|R| = 0$) при угле падения $\phi = \frac{5\pi}{16} \approx 0.9817$.

На рис. 4 представлены изолинии напряженности магнитного поля ($\operatorname{Re} H_x$) в случае полного прохождения. Видно, что в этом случае плоская волна полностью проникает через решетку, изменяя лишь направление распространения за счет преломляющих свойств системы. Варьируя параметры решетки и угол падения волны ϕ, можно также обеспечить полное отражение волны ($|R| = 1$).

Случай полного отражения характерен тем, что в результате дифракции распространяющаяся гармоника присутствует только в том полупространстве вне решетки, где расположен источник. Изолинии поля, соответствующие случаю полного отражения, показаны на рис 5. Очевидно, что в положительном направлении оси Oy за решеткой распространяющаяся волна отсутствует.

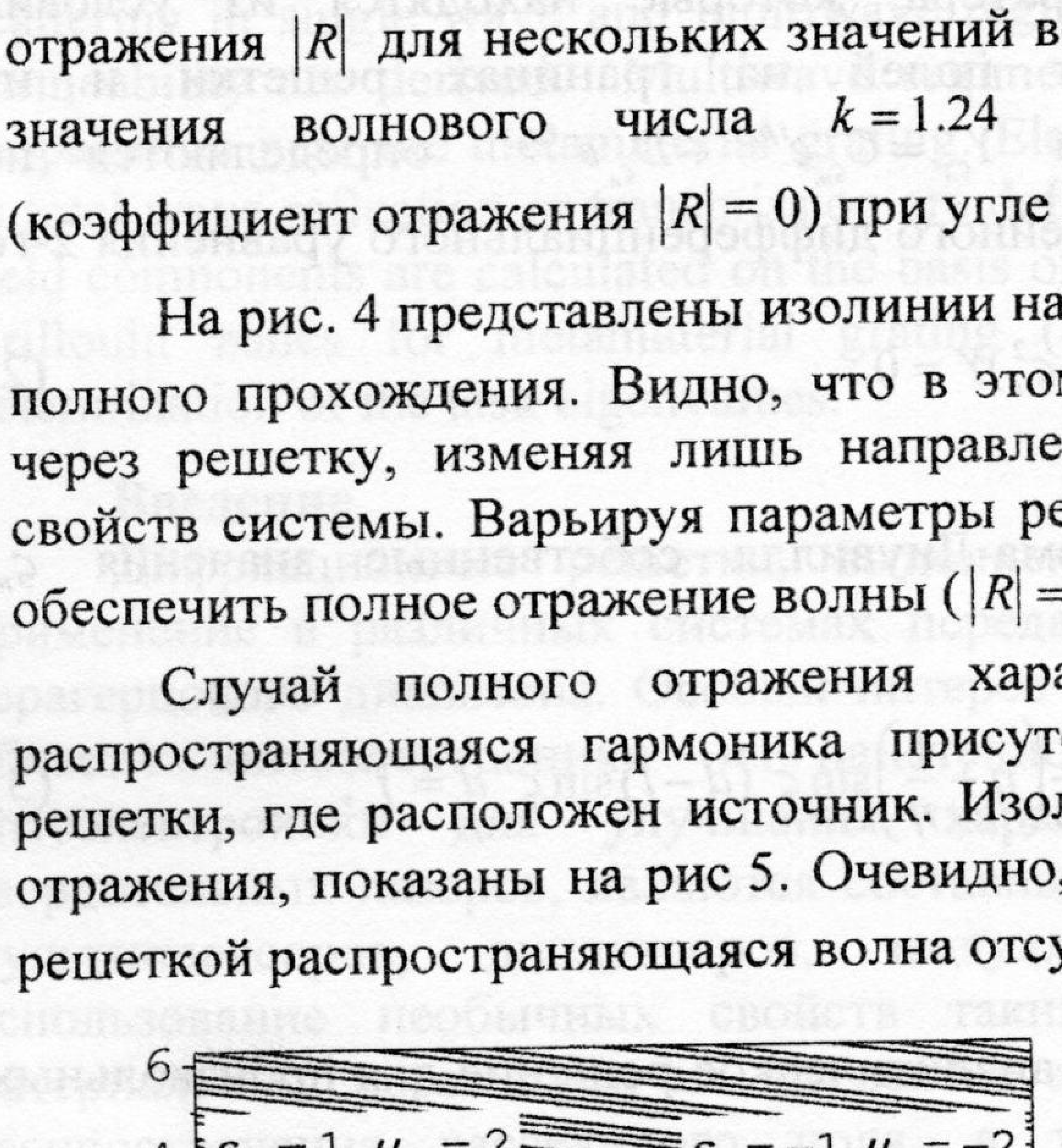

Рис. 4. Распределение амплитуды компоненты H_x поля для $\phi = \frac{5\pi}{16} \approx 0.9817$, $k = 1.24$

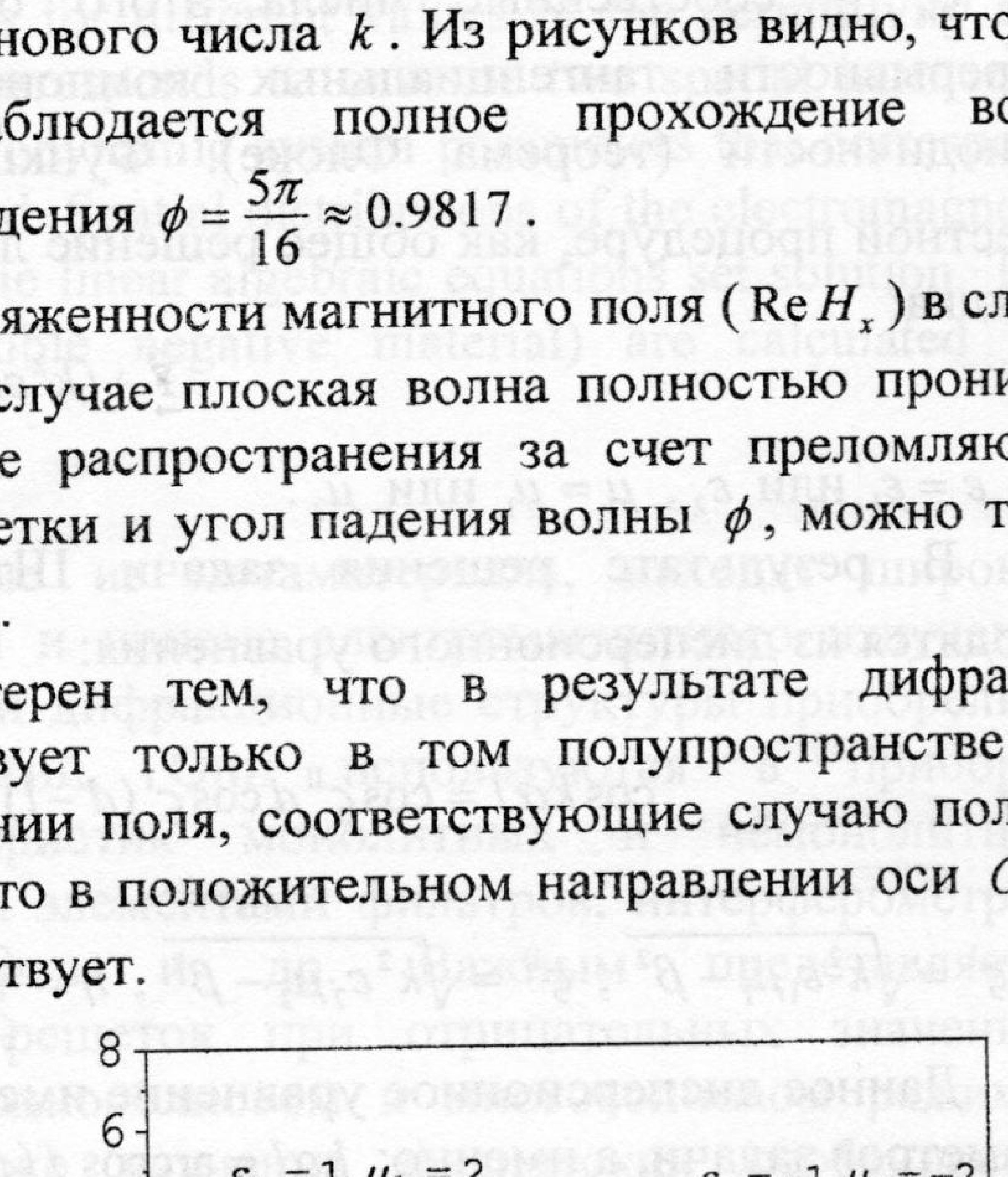

Рис. 5. Распределение амплитуды компоненты H_x поля для $\phi = \frac{5\pi}{12} \approx 1.3089$, $k = 0.82$

В работе также были рассчитаны диаграммы Бриллюэна – зависимости параметра β от величины α (рис. 6) для решетки с материальными параметрами $\varepsilon_2, \mu_2 < 0$. Из рисунка видно, что искомые собственные значения β_n в модельном примере отвечают ординатам точек пересечения этой дисперсионной кривой и прямой $\alpha = \cos\frac{5\pi}{16} \approx 0.9998$.

Многоволновый случай

В настоящем сообщении рассмотрен случай распространения двух пространственных гармоник. Заметим, что число излучающихся гармоник может быть установлено из неравенства $k^2-(k\alpha+\lambda_m)^2\geq 0$ (см. (1)). Разрешив это неравенство относительно λ_m, получим следующие эквивалентные неравенства:

$$-k(1+\alpha)\leq\lambda_m\leq k(1-\alpha),\ -\frac{1}{2}\frac{kl}{\pi}(1+\alpha)\leq m\leq\frac{1}{2}\frac{kl}{\pi}(1-\alpha). \qquad (4)$$

Целые индексы, удовлетворяющие неравенству, соответствуют распространяющимся пространственным гармоникам. Очевидно, что этому неравенству удовлетворяет также гармоника с индексом $m=0$, т. е. такая гармоника распространяется при любых значениях волнового числа k и угла падения ϕ. Для примера выберем значения: $\phi=\dfrac{\pi}{20}\approx 0.15707$, $k=2.0$. Тогда полученное неравенство примет вид: $-1.98768\leq m\leq 0.01231$. Следовательно, при указанных значениях ϕ и k распространяются две гармоники с индексами $m=-1, m=0$. Эти гармоники распространяются под углами $\phi_m=\arctan\dfrac{k\alpha+\lambda_m}{\gamma_m}\approx$ 0.0039π; 0.45π ($m=-1,$ 0) (рис. 7).

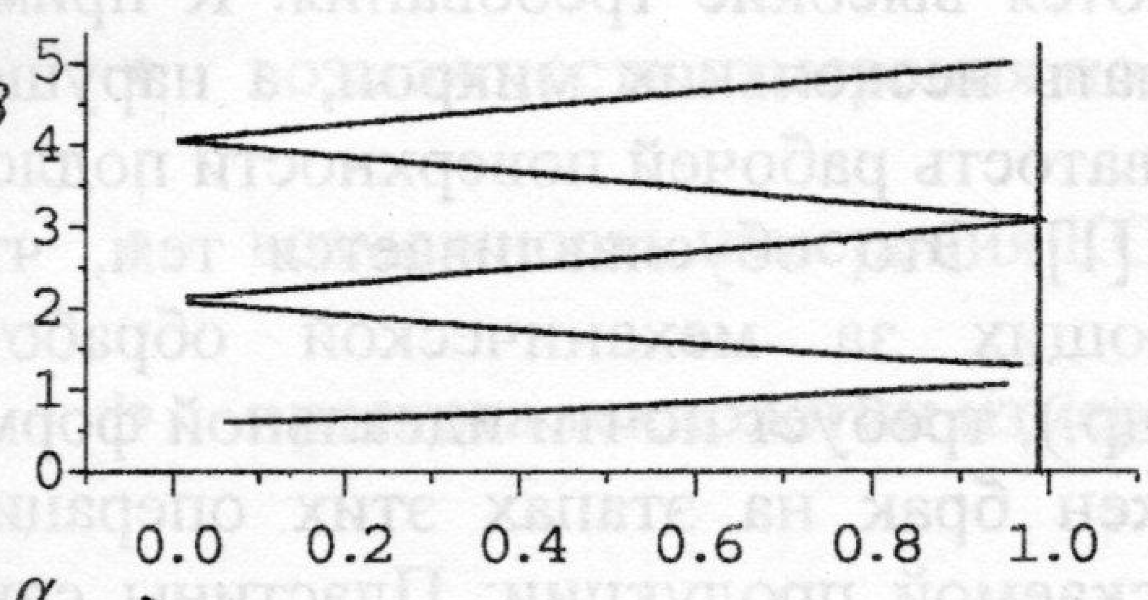

Рис. 6. Собственные значения β_n на плоскости параметров (α, β)

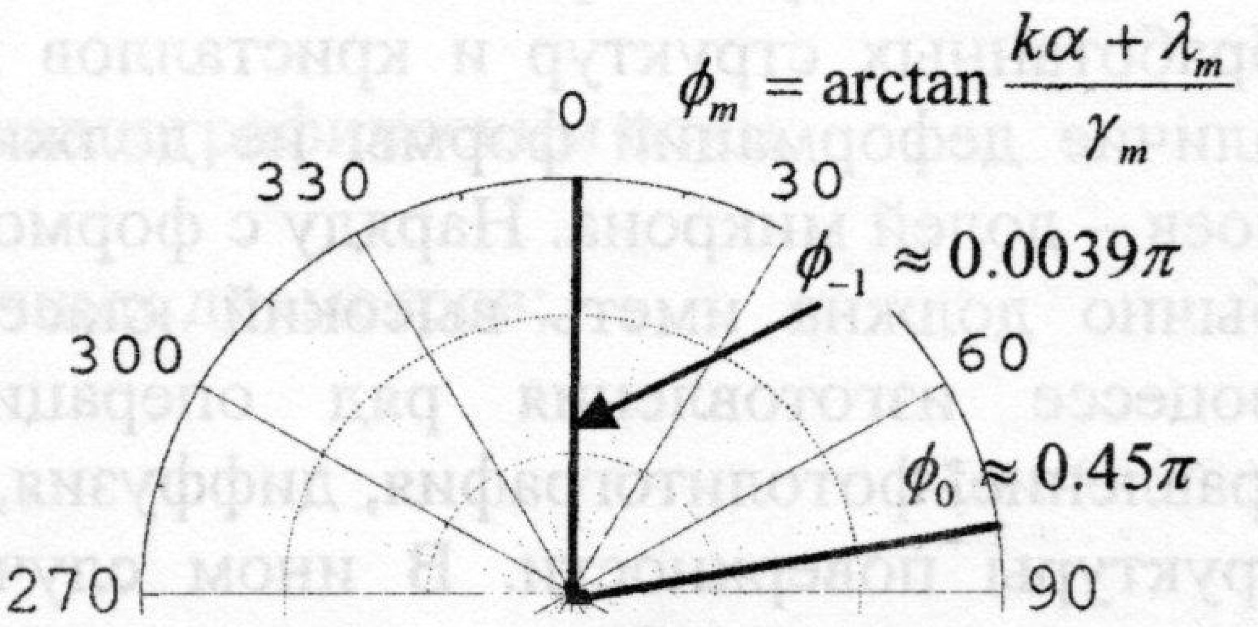

Рис. 7. Углы излучения ϕ_{-1}, ϕ_0 распространяющихся гармоник

Заключение

Получено строгое численное решение задачи дифракции плоской волны на решетке из метаматериала. Установленные особенности распространения волны над такой структурой позволяют моделировать различные устройства современной радиофизики при наличии в них периодических структур из материалов с отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемости.

Список литературы:

1. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках: учебное пособие – Х.: Харьковский университет им. Горького, 1973. – 289 с.
2. L. Solymar, E. Shamonina. Waves in Metamaterials – Oxford University Press, USA, 1st edition, 2009. – 368 p.