ДОДАТОК А

Програмна реалізація для дипломної роботи
Тема: "Математичне моделювання процесу томографічної реконструкції на основі подвійних сум Фур'є та Фейєра"

Виконав ст.гр ПМм-18-1
Кушнарьов Антон Андрійович

$ORIGIN := 1$

НАБІР ФУНКЦІЙ ДЛЯ ВІДНОВЛЕННЯ

1. Функція з носієм у трикутнику довільного розташування

$r := 0.25$ Радиус окружности

$cx := 0.7 \qquad cy := 0.7$

$\alpha := \frac{\pi}{4} + \pi$

$x1 := r\cdot\cos(\alpha) \qquad y1 := r\cdot\sin(\alpha)$

$x2 := r\cdot\cos\left(\alpha + \frac{2\cdot\pi}{3}\right) \qquad y2 := r\cdot\sin\left(\alpha + \frac{2\cdot\pi}{3}\right)$

$x3 := r\cdot\cos\left(\alpha + \frac{4\cdot\pi}{3}\right) \qquad y3 := r\cdot\sin\left(\alpha + \frac{4\cdot\pi}{3}\right)$

Задание левых частей уравнений прямых, ограничевающих треугольник

$f1(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x2-x1)-(x-cx)\cdot(y2-y1)]-[y1\cdot(x2-x1)-x1\cdot(y2-y1)]$

$f2(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x3-x2)-(x-cx)\cdot(y3-y2)]-[y2\cdot(x3-x2)-x2\cdot(y3-y2)]$

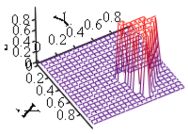
$f3(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x1-x3)-(x-cx)\cdot(y1-y3)]-[y3\cdot(x1-x3)-x3\cdot(y1-y3)]$

$F1(a1,b1) := \frac{a1+b1-|a1-b1|}{2}$ R-коньюнкция

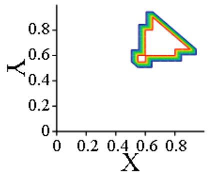
$F2(x,y,r,cx,cy) := F1(f1(x,y,r,cx,cy),f2(x,y,r,cx,cy))$

$F(x,y,r,cx,cy) := F1(F2(x,y,r,cx,cy),f3(x,y,r,cx,cy))$

$$TriangleNN1(x,y) := \begin{array}{|l} f \leftarrow 1 \ \text{ if } F(x,y,r,cx,cy) \ge 0 \\ f \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \end{array}$$



TriangleNN1



TriangleNN1

$cx = 0.7$

$\alpha = 3.927$

2)

2. Функція з носієм у трикутнику довільного розташування

$r := 0.25$ Радиус окружности

$cx := 0.3 \qquad cy := 0.7$

$\alpha := \frac{-\pi}{4}$

$x1 := r\cdot\cos(\alpha) \qquad y1 := r\cdot\sin(\alpha)$

$x2 := r\cdot\cos\left(\alpha + \frac{2\cdot\pi}{3}\right) \quad y2 := r\cdot\sin\left(\alpha + \frac{2\cdot\pi}{3}\right)$

$x3 := r\cdot\cos\left(\alpha + \frac{4\cdot\pi}{3}\right) \quad y3 := r\cdot\sin\left(\alpha + \frac{4\cdot\pi}{3}\right)$

$f1(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x2-x1)-(x-cx)\cdot(y2-y1)]-[y1\cdot(x2-x1)-x1\cdot(y2-y1)]$

$f2(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x3-x2)-(x-cx)\cdot(y3-y2)]-[y2\cdot(x3-x2)-x2\cdot(y3-y2)]$

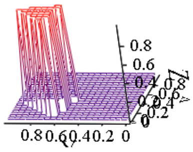
$f3(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x1-x3)-(x-cx)\cdot(y1-y3)]-[y3\cdot(x1-x3)-x3\cdot(y1-y3)]$

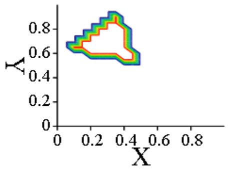
$F1(a1,b1) := \frac{a1+b1-|a1-b1|}{2}$

$F2(x,y,r,cx,cy) := F1(f1(x,y,r,cx,cy),f2(x,y,r,cx,cy))$

$F(x,y,r,cx,cy) := F1(F2(x,y,r,cx,cy),f3(x,y,r,cx,cy))$

$$\mathrm{TriangleNN2}(x,y) := \begin{array}{|l} f \leftarrow 1 \ \ \text{if } F(x,y,r,cx,cy) \ge 0 \\ f \leftarrow 0 \ \ \text{otherwise} \end{array}$$


TriangleNN2



TriangleNN2

3. Функція з носієм у трикутнику довільного розташування

$r := 0.25$ Радиус окружности

$cx := 0.3 \qquad cy := 0.3$

$\alpha := \dfrac{\pi}{4}$

$x1 := r\cdot\cos(\alpha) \qquad y1 := r\cdot\sin(\alpha)$

$x2 := r\cdot\cos\left(\alpha + \dfrac{2\cdot\pi}{3}\right) \quad y2 := r\cdot\sin\left(\alpha + \dfrac{2\cdot\pi}{3}\right)$

$x3 := r\cdot\cos\left(\alpha + \dfrac{4\cdot\pi}{3}\right) \quad y3 := r\cdot\sin\left(\alpha + \dfrac{4\cdot\pi}{3}\right)$

Задание левых частей уравнений прямых, ограничевающих треугольник

$f1(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x2-x1)-(x-cx)\cdot(y2-y1)]-[y1\cdot(x2-x1)-x1\cdot(y2-y1)]$

$f2(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x3-x2)-(x-cx)\cdot(y3-y2)]-[y2\cdot(x3-x2)-x2\cdot(y3-y2)]$

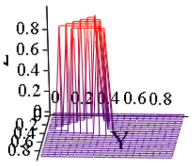
$f3(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x1-x3)-(x-cx)\cdot(y1-y3)]-[y3\cdot(x1-x3)-x3\cdot(y1-y3)]$

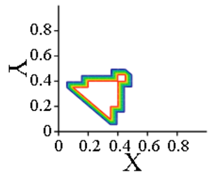
$F1(a1,b1) := \dfrac{a1+b1-|a1-b1|}{2}$

$F2(x,y,r,cx,cy) := F1(f1(x,y,r,cx,cy),f2(x,y,r,cx,cy))$

$F(x,y,r,cx,cy) := F1(F2(x,y,r,cx,cy),f3(x,y,r,cx,cy))$

$$\mathrm{TriangleNN3}(x,y) := \begin{array}{|l} f \leftarrow 1 \ \ \text{if } F(x,y,r,cx,cy) \ge 0 \\ f \leftarrow 0 \ \ \text{otherwise} \end{array}$$


TriangleNN3



TriangleNN3

$cx := 0.25 \qquad cy := 0.25$

4. Функція з носієм у трикутнику довільного розташування

$r := 0.25$ Радиус окружности

$cx := 0.7 \qquad cy := 0.3$

$\alpha := \dfrac{-\pi}{4} - \pi$

$x1 := r\cdot\cos(\alpha) \qquad y1 := r\cdot\sin(\alpha)$

$x2 := r\cdot\cos\left(\alpha + \dfrac{2\cdot\pi}{3}\right) \quad y2 := r\cdot\sin\left(\alpha + \dfrac{2\cdot\pi}{3}\right)$

$x3 := r\cdot\cos\left(\alpha + \dfrac{4\cdot\pi}{3}\right) \quad y3 := r\cdot\sin\left(\alpha + \dfrac{4\cdot\pi}{3}\right)$

Задание левых частей уравнений прямых,

$f1(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x2-x1)-(x-cx)\cdot(y2-y1)]-[y1\cdot(x2-x1)-x1\cdot(y2-y1)]$

$f2(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x3-x2)-(x-cx)\cdot(y3-y2)]-[y2\cdot(x3-x2)-x2\cdot(y3-y2)]$

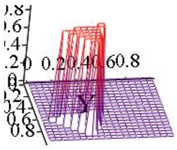
$f3(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x1-x3)-(x-cx)\cdot(y1-y3)]-[y3\cdot(x1-x3)-x3\cdot(y1-y3)]$

$F1(a1,b1) := \dfrac{a1+b1-|a1-b1|}{2}$ R-коньюнкция

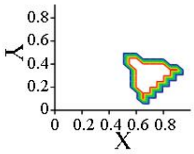
$F2(x,y,r,cx,cy) := F1(f1(x,y,r,cx,cy),f2(x,y,r,cx,cy))$

$F(x,y,r,cx,cy) := F1(F2(x,y,r,cx,cy),f3(x,y,r,cx,cy))$

$$\mathrm{TriangleNN4}(x,y) := \begin{array}{|l} f \leftarrow 1 \ \ \text{if } F(x,y,r,cx,cy) \ge 0 \\ f \leftarrow 0 \ \ \text{otherwise} \end{array}$$

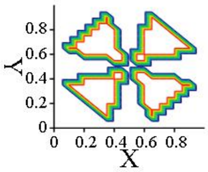


TriangleNN4



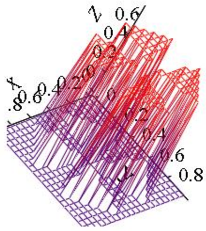
TriangleNN4

TriangleNN(x1 ,y1) := TriangleNN1(x1 ,y1) + TriangleNN2(x1 ,y1) + TriangleNN3(x1 ,y1) + TriangleNN4(x1 ,y1)



TriangleNN

БАНТИК



TriangleNN

5. Функції з носієм у трикутнику

$r := 0.4$ **Радиус окружности**

Формирование с помощью R-функций функции F(x,y) такой, что неравенство F(x,y) определяет область, ограниченную треугольником, вписанным в круг радиуса R

$$f1(x,y) := -\sqrt{3}(x-0.5) + 3(y-0.5) + r\cdot\sqrt{3}$$

$$f2(x,y) := -(x-0.5)\cdot\sqrt{3} - 3(y-0.5) + \sqrt{3}\cdot r$$

$$f3(x,y) := (x-0.5) + \frac{r}{2}$$

Задание левых частей уравнений прямых, ограничевающих треугольник

$$F1(a1,b1) := \frac{a1 + b1 - |a1 - b1|}{2}$$

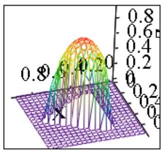
R-коньюнкция

$$F2(x,y) := F1(f1(x,y), f2(x,y))$$

$$F(x,y) := F1(F2(x,y), f3(x,y))$$

5а. Функція розривна (з носієм у трикутнику)

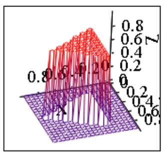
$$TriangleR1(x,y) := \begin{cases} \dfrac{-\left[(x-0.5)^2 + (y-0.5)^2 - r^2\right]}{r^2} & \text{if } F(x,y) \ge 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



TriangleR1

5б. Функція розривна (з носієм у трикутнику)

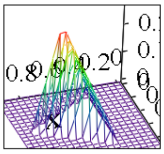
$$TriangleR2(x,y) := \begin{cases} 1 & \text{if } F(x,y) \ge 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



TriangleR2

5в. Функція неперервна (з носієм у трикутнику)

$$\text{TriangleN}(x,y) := \begin{cases} F(x,y) & \text{if } F(x,y) \ge 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



TriangleN

6. Функция с носителем в "трикутному кільці" (неперервна)

Задана інформація

Радиус окружности

$r := (rr := 0.2$

$\alpha := \frac{\pi}{4} + \pi \quad cx := 0.5 \qquad cy := 0.5$

1)

$x1 := r\cdot\cos(\alpha) \qquad y1 := r\cdot\sin(\alpha)$

$x2 := r\cdot\cos\left(\alpha + \frac{2\cdot\pi}{3}\right) \quad y2 := r\cdot\sin\left(\alpha + \frac{2\cdot\pi}{3}\right)$

$x3 := r\cdot\cos\left(\alpha + \frac{4\cdot\pi}{3}\right) \quad y3 := r\cdot\sin\left(\alpha + \frac{4\cdot\pi}{3}\right)$

Задание левых частей уравнений прямых, ограничевающих первый треугольник

$f1(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x2-x1)-(x-cx)\cdot(y2-y1)]-[y1\cdot(x2-x1)-x1\cdot(y2-y1)]$

$f2(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x3-x2)-(x-cx)\cdot(y3-y2)]-[y2\cdot(x3-x2)-x2\cdot(y3-y2)]$

$f3(x,y,r,cx,cy) := [(y-cy)\cdot(x1-x3)-(x-cx)\cdot(y1-y3)]-[y3\cdot(x1-x3)-x3\cdot(y1-y3)]$

R-коньюнкция

$F1(a1,b1) := \frac{a1+b1-|a1-b1|}{2}$

R-дизъюнкция

$F11(a1,b1) := \frac{(a1+b1)+|a1-b1|}{2}$

$F2(x,y,r,cx,cy) := F1(f1(x,y,r,cx,cy),f2(x,y,r,cx,cy))$

$F(x,y,r,cx,cy) := F1(F2(x,y,r,cx,cy),f3(x,y,r,cx,cy))$

$x1 := rr\cdot\cos(\alpha) \qquad y1 := rr\cdot\sin(\alpha) \qquad rr = 0.2$

$x2 := rr\cdot\cos\left(\alpha + \frac{2\cdot\pi}{3}\right) \quad y2 := rr\cdot\sin\left(\alpha + \frac{2\cdot\pi}{3}\right)$

$x3 := rr\cdot\cos\left(\alpha + \frac{4\cdot\pi}{3}\right) \quad y3 := rr\cdot\sin\left(\alpha + \frac{4\cdot\pi}{3}\right)$

$f11(x,y,rr,cx,cy) := -[(y-cy)\cdot(x2-x1)-(x-cx)\cdot(y2-y1)]+[y1\cdot(x2-x1)-x1\cdot(y2-y1)]$

$f22(x,y,rr,cx,cy) := -[(y-cy)\cdot(x3-x2)-(x-cx)\cdot(y3-y2)]+[y2\cdot(x3-x2)-x2\cdot(y3-y2)]$

$f33(x,y,rr,cx,cy) := -[(y-cy)\cdot(x1-x3)-(x-cx)\cdot(y1-y3)]+[y3\cdot(x1-x3)-x3\cdot(y1-y3)]$

R-коньюнкция

$F1(a1,b1) := \frac{a1+b1-|a1-b1|}{2}$

R-дизъюнкция

$F11(a1,b1) := \frac{(a1+b1)+|a1-b1|}{2}$

$F22(x,y,rr,cx,cy) := F11(f11(x,y,rr,cx,cy),f22(x,y,rr,cx,cy))$

$FF(x,y,rr,cx,cy) := F11(F22(x,y,rr,cx,cy),f33(x,y,rr,cx,cy))$

$FFF(x,y,r,rr,cx,cy) := F1(F(x,y,r,cx,cy),FF(x,y,rr,cx,cy))$

Неравенство $\omega(x,y) \ge 0$ задаёт область D, ограниченную треугольным кольцом

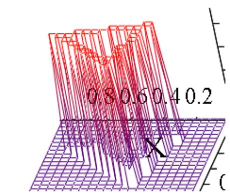
$\omega(x,y) := [f1(x,y,r,cx,cy) \ge 0 \wedge f2(x,y,r,cx,cy) \ge 0 \wedge (f3(x,y,r,cx,cy)) \ge 0] \wedge (f11(x,y,rr,cx,cy) \ge 0 \vee f22(x,y,rr,cx,cy) \ge 0 \vee$

$\vee\ f33(x,y,rr,cx,cy) \ge 0)$

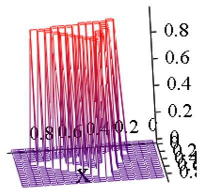
построение функции FFF(x,y), такой, что $F(x,y) \ge 0$ в области $\omega(x,y) \ge 0$. (вместо знаков коньюнкции и дизъюнкции в ω(x,y) ставится операция R-коньюнкции и R-дизьюнкции.

Это и проделано раньше

$$\text{TriangleTK1}(x,y) := \begin{cases} f \leftarrow 1 & \text{if } FFF(x,y,r,rr,cx,cy) \ge 0 \\ f \leftarrow 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

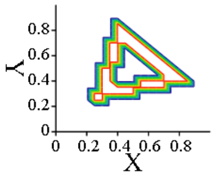


TriangleTK1



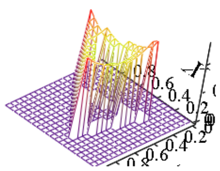
TriangleTK1

$\alpha = 3.927$
$r = 0.4$
$rr = 0.2$
$cx = 0.5$
$cy = 0.5$

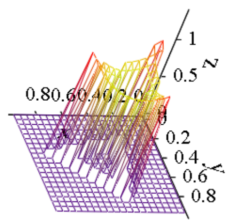


TriangleTK1

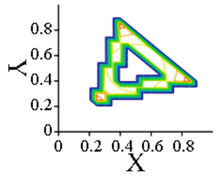
$$\text{TriangleTK2}(x,y) := \begin{array}{|l} f \leftarrow \dfrac{\left[\left[(x-cx)^2+(y-cy)^2\right]+(r+rr)^2\right]}{(r+rr)^2} \quad \text{if } \text{FFF}(x,y,r,rr,cx,cy) \ge 0 \\ f \leftarrow 0 \quad \text{otherwise} \end{array}$$



TriangleTK2



TriangleTK2



TriangleTK2

$PR := 9$ **Выбор функции с использованием переключателя**

$$f(x,y) := \begin{array}{|l} \text{TriangleNN1}(x,y) \;\; \text{if } PR = 1 \\ \text{TriangleNN2}(x,y) \;\; \text{if } PR = 2 \\ \text{TriangleNN3}(x,y) \;\; \text{if } PR = 3 \\ \text{TriangleNN4}(x,y) \;\; \text{if } PR = 4 \\ \text{TriangleNN}(x,y) \;\; \text{if } PR = 5 \\ \text{TriangleTK1}(x,y) \;\; \text{if } PR = 6 \\ \text{TriangleTK2}(x,y) \;\; \text{if } PR = 7 \\ \text{TriangleN}(x,y) \;\; \text{if } PR = 8 \\ \text{TriangleR1}(x,y) \;\; \text{if } PR = 9 \\ \text{TriangleR2}(x,y) \;\; \text{if } PR = 10 \end{array}$$

Побудова зображень поверхні з використанням таблиці значень функції

Задання таблиці значень функції z=f(x,y)

$N1 := 100$

$pp := 1..N1 + 1$

$qq := 1..N1 + 1$

$$zz_{pp,qq} := f\left(\frac{pp}{N1}, \frac{qq}{N1}\right)$$

$f(0.5, 0.5) = 1$

$m := \max(zz) = 1$ **максимальне значення функції**

$\min(zz) = 0$

$knorm := \frac{1}{m}$ $\quad knorm = 1$ нормувальний множник для отримання максимального значення функції, рівним одиниці

$f(x,y) := knorm \cdot f(x,y)$ пронормована функція, яка підлягає відновленню

$f(0.5, 0.5) = 1$

Задання таблиці значень пронормованої функції z=f(x,y)

$N1 := 100$

$pp := 1 .. N1 + 1$

$qq := 1 .. N1 + 1$

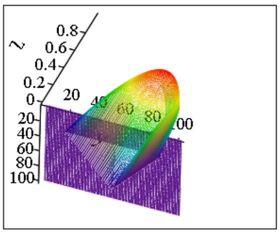
$zz_{pp,qq} := f\left(\frac{pp}{N1}, \frac{qq}{N1}\right)$

$f(0.5, 0.5) = 1$

$m := \max(zz) = 1$ перевірка того факту, що максимальне значення функції, дорівнює одиниці

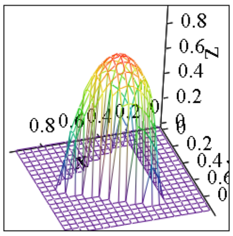
$\min(zz) = 0$

Зображення поверхні z=f(x,y) з використанням таблиці значень функції f(x,y)



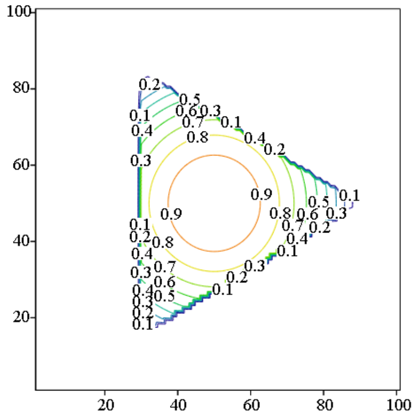
zz

Зображення поверхні z=f(x,y) з безпосереднім використанням функції f(x,y)



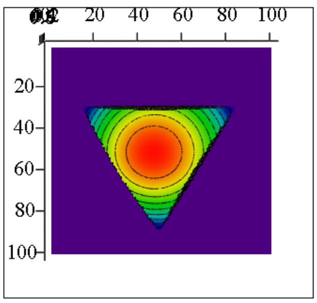
f

Нумеровані лінії рівня відновлюваної функції



zz

Лінії рівня відновлюваної функції



zz

Задана інформація для побудови матриці кооефіцієнтів та сум ФУР'Є

$время(0) = 1.577 \times 10^{9}$ **Лічильник часу роботи програми**

$T := время(0)$

$N := 4$ число, пов'язане з кількістю доданків у сумі Фур'є

$NNN := (2 \cdot N + 1)^2 \rightarrow 81$ число доданків у сумі Фур'є

$por := 2 \cdot N + 1 = 9$ порядок матриці коефіцієнтів

Формула для підрахунку коефіцієнтів Фур'є $CF(k,l) = \int_0^1 \int_0^1 f(x,y) \cdot e^{-i \cdot 2\pi (k \cdot x + l \cdot y)} \, dx \, dy$

Далі знаходження коефіцієнтів Фур'є з використанням проекційних даних

***********Знаходження коефіцієнтів C00, Ck0 і C0l.**

Формули для обчислення коефіцієнтів C00= $\int_0^1 \int_0^1 f(x,y)\,dx\,dy$, ***Ck0=*** $\int_0^1 \int_0^1 f(x,y)\cdot e^{-i\cdot 2\pi k\cdot x}\,dx\,dy$ **та**

C0l= $\int_0^1 \int_0^1 f(x,y)\cdot e^{-i\cdot 2\pi l\cdot y}\,dx\,dy$.

$M := 120$ **число, що дає розбивку відрізка на M частин**

$t := 1..M$

$v := 1..M$ **Розбивка відрізка вздовж осі OX та OY на M частин**

$k := -N..N$

$l := -N..N$ **Перебір *k* та *l* в коефіцієнтах Фур'є**

$X_t := \frac{t-0.5}{M}$ $Y_v := \frac{v-0.5}{M}$ **Точки розбиття відрізка вздовж осі OX та OY на M частин**

$X^T =$

	1	2	3	4	5
1	$4.167\cdot10^{-3}$	0.013	0.021	0.029	...

$Y^T =$

	1	2	3	4	5
1	$4.167\cdot10^{-3}$	0.013	0.021	0.029	...

$\gamma1_t := \int_0^1 f(X_t,y)\,dy$ **Це проекційні дані вздовж відрізків, паралельних осі OY. Їх число M.**

$\gamma1^T =$

	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	...

$\gamma2_v := \int_0^1 f(x,Y_v)\,dx$ **Це проекційні дані вздовж відрізків, паралельних осі OX. Їх число M**

$\gamma2^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	0	0	0	0	0	0	...

$C00 := \frac{1}{M}\cdot\sum_{j=1}^{M}\gamma1_j$ $C00 = 0.156$ **Це наближене обчислення зовнішнього інтеграла,**

що дає *C00=* $\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy\right)dx$

$\frac{1}{2M} = 4.167\times10^{-3}$ **Число для зміщення в середину частинного відрізка**

Далі підрахунок коефіцієнтів *Ck0=* $\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy\right)\cdot e^{-i\cdot 2\pi k\cdot x}\,dx$ **та *C0l=*** $\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dx\right)\cdot e^{-i\cdot 2\pi l\cdot y}\,dy$.

На кожному частинному j-му відрізку інтеграли від експонент подаються так:

$$\exp1(M,k,j) = \int_{X_j-\frac{1}{2M}}^{X_j+\frac{1}{2M}} e^{-i\cdot2\cdot\pi\cdot k\cdot x}\,dx,\quad \exp2(M,l,j) = \int_{Y_j-\frac{1}{2M}}^{Y_j+\frac{1}{2M}} e^{-i\cdot2\cdot\pi\cdot l\cdot y}\,dy$$

Далі зовнішній інтеграл береться за формулою центральних прямокутників. Попередньо внутрішній інтеграл подано як кусково сталу функцію, враховуючи раніше отримані $\gamma1_t$ та $\gamma2_v$

$$Ck0 := \left|\begin{array}{l} \text{for } k\in -N..N \\ \quad \left|\begin{array}{l} A_{N+1+k} \leftarrow C00 \quad \text{if } k = 0 \\ A_{N+1+k} \leftarrow \left[\sum_{j=1}^{M}\left(\gamma1_j\cdot\int_{X_j-\frac{1}{2M}}^{X_j+\frac{1}{2M}} e^{-i\cdot2\cdot\pi\cdot k\cdot x}\,dx\right)\right] \quad \text{otherwise} \\ A \end{array}\right. \\ A \end{array}\right.$$

$$Ck0 = \begin{pmatrix} -0.014 + 1.603i\times10^{-} \\ 0.01 + 0.019i \\ 0.034 - 0.02i \\ -0.112 + 4.818i\times10^{-} \\ 0.156 \\ -0.112 - 4.818i\times10^{-} \\ 0.034 + 0.02i \\ 0.01 - 0.019i \\ -0.014 - 1.603i\times10^{-} \end{pmatrix}$$

Якщо б взяти інтеграл вручну, то вираз у квадратних дужках був би таким

$$A_{N+1+k} = \frac{\left(1 - e^{i\cdot2\cdot\pi\cdot\frac{k}{M}}\right)}{(-i\cdot2\cdot\pi\cdot k)}\cdot\sum_{j=1}^{M}\left(\gamma1_j\cdot e^{-i\cdot2\cdot\pi\cdot k\cdot\frac{j}{M}}\right)$$ **Далі при обчислені**

інших коефіцієнтів буде використана саме така форма запису і при

заповненні матриці коефіцієнтів розрахунки такі ж саме.

$$C0l := \left| \begin{array}{l} \text{for } l \in -N..N \\ \quad \left| \begin{array}{l} A_{N+1+l} \leftarrow C00 \ \text{ if } l = 0 \\ A_{N+1+l} \leftarrow \left[\sum_{j=1}^{M} \left(\gamma 2_j \cdot \int_{Y_j - \frac{1}{2M}}^{Y_j + \frac{1}{2M}} e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot y} \, dy \right) \right] \ \text{ otherwise} \\ A \end{array} \right. \\ A \end{array} \right.$$

$$C0l = \begin{pmatrix} -6.64 \times 10^{-4} \\ 1.761 \times 10^{-3} \\ 0.035 \\ -0.113 \\ 0.156 \\ -0.113 \\ 0.035 \\ 1.761 \times 10^{-3} \\ -6.64 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Якщо б взяти інтеграл вручну, то вираз у квадратних дужках був би таким

$$A_{N+1+l} = \frac{\left(1 - e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{M}}\right)}{(-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot l)} \cdot \sum_{j=1}^{M} \left(\gamma 2_j \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \frac{j}{M}} \right)$$

Далі при обчислені інших коефіцієнтів буде використана саме така форма запису і при заповненні матриці коефіцієнтів розрахунки такі ж самі.

*********Задання інтегралів для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є ***********************

C(k,l) при $k \cdot x + l \cdot y = t$, k>l>0.

$$F1(k,l,tt) := \int_{-\frac{l \cdot tt}{k}}^{\frac{k}{l} \cdot tt} f\left[\frac{k \cdot tt - l \cdot vv}{k^2 + l^2}, \frac{l \cdot tt + k \cdot vv}{\left(k^2 + l^2\right)}\right] dvv$$

$$F2(k,l,tt) := \int_{-\frac{l \cdot tt}{k}}^{\frac{\left(k^2 + l^2 - l \cdot tt\right)}{k}} f\left(\frac{k \cdot tt - l \cdot vv}{k^2 + l^2}, \frac{l \cdot tt + k \cdot vv}{k^2 + l^2}\right) dvv$$

$$F3(k,l,tt) := \int_{\frac{-k^2 - l^2 + k \cdot tt}{l}}^{\frac{k^2 + l^2 - l \cdot tt}{k}} f\left[\frac{k \cdot tt - l \cdot vv}{k^2 + l^2}, \frac{l \cdot tt + k \cdot vv}{\left(k^2 + l^2\right)}\right] dvv$$

*********Задання інтегралів для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є ***********************

C(k,l) при $k \cdot x + l \cdot y = t$, l>k>0.

$$G1(k,l,tt) := \int_{-\frac{l \cdot tt}{k}}^{\frac{k \cdot tt}{l}} f\left[\frac{k \cdot tt - l \cdot vv}{k^2 + l^2}, \frac{l \cdot tt + k \cdot vv}{\left(k^2 + l^2\right)}\right] dvv$$

$$G2(k,l,tt) := \int_{\frac{-k^2 - l^2 + k \cdot tt}{l}}^{\frac{k \cdot tt}{l}} f\left[\frac{k \cdot tt - l \cdot vv}{k^2 + l^2}, \frac{l \cdot tt + k \cdot vv}{\left(k^2 + l^2\right)}\right] dvv$$

$$G3(k,l,tt) := \int_{\frac{-k^2 - l^2 + k \cdot tt}{l}}^{\frac{k^2 + l^2 - l \cdot tt}{k}} f\left[\frac{k \cdot tt - l \cdot vv}{k^2 + l^2}, \frac{l \cdot tt + k \cdot vv}{\left(k^2 + l^2\right)}\right] dvv$$

Задання інтегралів для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є C(k,-l) при $k\cdot x - l\cdot y = v$, k>l.

$$\phi1(k,l,vv) := \int_{-\frac{k\cdot vv}{l}}^{\frac{(k^2+l^2+l\cdot vv)}{k}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

$$\phi2(k,l,vv) := \int_{\frac{l\cdot vv}{k}}^{\frac{(k^2+l^2+l\cdot vv)}{k}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

$$\phi3(k,l,vv) := \int_{\frac{l\cdot vv}{k}}^{\frac{(k^2+l^2-k\cdot vv)}{l}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

Задання інтегралів для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є C(k,-l) при $k\cdot x - l\cdot y = v$, l>k.

$$\omega1(k,l,vv) := \int_{-\frac{k\cdot vv}{l}}^{\frac{k^2+l^2+l\cdot vv}{k}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

$$\omega2(k,l,vv) := \int_{-\frac{k\cdot vv}{l}}^{\frac{k^2+l^2-k\cdot vv}{l}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

$$\omega3(k,l,vv) := \int_{\frac{l\cdot vv}{k}}^{\frac{k^2+l^2-k\cdot vv}{l}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

Наближене знаходження значень функцій F, G, φ *та* ω, що є інтегралами вздовж деяких ліній (за допомогою проекційних даних, які надходять з комп'ютерного томографа).

Наближене обчислення ***з допомогою значень в середніх точках коефіцієнтів*** Фур'є ***C(k,l)*** при $k\cdot x + l\cdot y = t$, k>l>0 *для FFFFFFF*.

$NN := 6 \qquad 2^{NN+1} = 128 \qquad 2^{NN+1} - 1 = 127$

$qq := 0 .. 2^{NN+1} - 1$

$$C2ppkklD1(k,l) := \frac{1}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{1}{2^{NN+1}}} - 1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot l}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[F1\left[k,l,l\cdot\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot l}\right]$$

$$C2ppkklD2(k,l) := \frac{k-1}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{(k-l)}{2^{NN+1}}} - 1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(k-l)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[F2\left[k,l,l+\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)}\right]$$

$$C2ppkklD3(k,l) := \frac{1}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{1}{2^{NN+1}}} - 1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot l}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[F3\left[k,l,l\cdot\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]+k\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot l}\right]$$

$C2ppkkF(k,l) := C2ppkklD1(k,l) + C2ppkklD2(k,l) + C2ppkklD3(k,l)$

***Наближене обчислення коефіцієнтів Фур'є ***
C(k,l) при $k\cdot x + l\cdot y = t$, l>k>0 *для GGGGGGG.*

$$C2ppkllD1(k,l) := \frac{k}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{k}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[G1\left[k,l,k\cdot\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot k}\right]$$

$$C2ppkllD2(k,l) := \frac{l-k}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{(l-k)}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(l-k)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[G2\left[k,l,k+\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\cdot(l-k)\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot(l-k)}\right]$$

$$C2ppkllD3(k,l) := \frac{k}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{k}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[G3\left[k,l,l+k\cdot\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot k}\right]$$

$C2ppllF(k,l) := C2ppkllD1(k,l) + C2ppkllD2(k,l) + C2ppkllD3(k,l)$

****

Наближене обчислення коефіцієнтів Фур'є C(k,-l) при $k\cdot x - l\cdot y = v$,
k>l.

$$C2pmkklD1(k,l) := \frac{1}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{-l}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(-l)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\phi 1\left[k,l,-l\cdot\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot -l}\right]$$

$$C2pmkklD2(k,l) := \frac{k-l}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{(k-l)}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(k-l)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\phi 2\left[k,l,\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\cdot(k-l)\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)}\right]$$

$$C2pmkklD3(k,l) := \frac{1}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{1}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot l}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\phi 3\left[k,l,k-l+l\cdot\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot l}\right]$$

oooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooo

$C2pmkkF(k,l) := C2pmkklD1(k,l) + C2pmkklD2(k,l) + C2pmkklD3(k,l)$

****

Наближене обчислення коефіцієнтів Фур'є C(k,-l)
при $k\cdot x - l\cdot y = v$, l>k.

$$C2pmkllD1(k,l) := \frac{k}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{k}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\omega 1\left[k,l,\left[k\cdot\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}-l\right]\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot k}\right]$$

$$C2pmkllD2(k,l) := \frac{k-l}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{(k-l)}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(l-k)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\omega 2\left[k,l,\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)}\right]$$

$$C2pmkllD3(k,l) := \frac{k}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{k}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\omega 3\left[k,l,k\cdot\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot k}\right]$$

oooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooo

$C2pmllF(k,l) := C2pmkllD1(k,l) + C2pmkllD2(k,l) + C2pmkllD3(k,l)$

Побудова матриці кооефіцієнтів ФУР'Є з використанням проекційних даних та взаємозв'язку між числами *k* та *l*

*******Побудова матриці ***B*** всіх наближено знайдених коефіцієнтів ***C(k,l)**********

$$
b00 := \left|\begin{array}{l}
\text{for } k \in -N..N \\
\quad \text{for } l \in -N..N \\
\quad\quad \left|\begin{array}{l}
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow C00 \ \text{ if } k = 0 \wedge l = 0 \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow \dfrac{\left(1 - e^{i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{l}{M}}\right)}{(-i\cdot 2\cdot\pi\cdot l)} \cdot \displaystyle\sum_{j=1}^{M} \left(\gamma 2_j \cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot l\cdot\frac{j}{M}}\right) \ \text{ if } k = 0 \wedge l \neq 0 \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow \dfrac{\left(1 - e^{i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{k}{M}}\right)}{(-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k)} \cdot \displaystyle\sum_{j=1}^{M} \left(\gamma 1_j \cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k\cdot\frac{j}{M}}\right) \ \text{ if } k \neq 0 \wedge l = 0 \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \\
B
\end{array}\right. \\
B
\end{array}\right.
$$

$$
\left(\begin{array}{llll}
0 & 0 & 0 & (\\
0 & 0 & 0 & (\\
0 & 0 & 0 & (\\
0 & 0 & 0 & (
\end{array}\right.
$$

$$
b00 = \begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & -0.014 + 1.603i \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 + 0.019i & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.034 - 0.02i & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -0.112 + 4.818i \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-6.64 \times 10^{-4} & 1.761 \times 10^{-3} & 0.035 & -0.113 & 0.156 & -0.113 & 0.035 & 1.761 \times 10^{-3} & -6.64 \times 10^{-4} \\
0 & 0 & 0 & 0 & -0.112 - 4.818i \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.034 + 0.02i & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 - 0.019i & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -0.014 - 1.603i \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
$$

$$
bpp := \left|\begin{array}{l}
\text{for } k \in -N..N \\
\quad \text{for } l \in -N..N \\
\quad\quad \left|\begin{array}{l}
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow C2ppkklD1(k,l) + C2ppkklD2(k,l) + C2ppkklD3(k,l) \ \text{ if } k > 0 \wedge l > 0 \wedge k \geq l \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow C2ppkllD1(k,l) + C2ppkllD2(k,l) + C2ppkllD3(k,l) \ \text{ if } k > 0 \wedge l > 0 \wedge l > k \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \\
B
\end{array}\right. \\
B
\end{array}\right.
$$

$$
bpp = \begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.079 - 7.844i \times 10^{-3} & -0.019 + 0.022i & -9.952 \times 10^{-3} - 0.014i & 6.107 \times 10^{-3} - 2.873i \times 10^{-4} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.022 - 4.056i \times 10^{-3} & -2.65 \times 10^{-3} - 0.016i & 0.016 + 7.239i \times 10^{-3} & -8.889 \times 10^{-3} + 8.909i \times 10^{-3} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.438 \times 10^{-3} + 0.01i & 3.381 \times 10^{-3} + 1.985i \times 10^{-3} & -6.081 \times 10^{-3} + 1.759i \times 10^{-3} & 1.788 \times 10^{-3} - 9.942i \times 10^{-3} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.623 \times 10^{-3} + 8.601i \times 10^{-4} & 1.056 \times 10^{-3} - 1.329i \times 10^{-3} & -8.701 \times 10^{-4} - 7.27i \times 10^{-4} & 1.203 \times 10^{-3} + 2.338i \times 10^{-3}
\end{pmatrix}
$$

; k

$$
bpm := \left|\begin{array}{l}
\text{for } k \in -N..N \\
\quad \text{for } l \in -N..N \\
\quad\quad \left|\begin{array}{l}
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow C2pmkklD1(k, |l|) + C2pmkklD2(k, |l|) + C2pmkklD3(k, |l|) \ \text{ if } (k > 0 \wedge l < 0) \wedge |l| \leq k \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow C2pmkllD1(k, |l|) + C2pmkllD2(k, |l|) + C2pmkllD3(k, |l|) \ \text{ if } k > 0 \wedge l < 0 \wedge |l| > k \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \\
B
\end{array}\right. \\
B
\end{array}\right.
$$

$$
\begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
6.107\times10^{-3}-2.873i\times10^{-4} & -9.952\times10^{-3}-0.014i & -0.019+0.022i & 0.079-7.843i\times10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
-8.889\times10^{-3}+8.909i\times10^{-3} & 0.016+7.239i\times10^{-3} & -2.65\times10^{-3}-0.016i & -0.022-4.056i\times10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1.788\times10^{-3}-9.942i\times10^{-3} & -6.081\times10^{-3}+1.759i\times10^{-3} & 3.381\times10^{-3}+1.985i\times10^{-3} & -6.438\times10^{-3}+0.01i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1.203\times10^{-3}+2.338i\times10^{-3} & -8.701\times10^{-4}-7.27i\times10^{-4} & 1.056\times10^{-3}-1.329i\times10^{-4} & 7.623\times10^{-3}+8.601i\times10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
$$

$$
\mathrm{bmp} := \left|\begin{array}{l}
\text{for } k \in -N..N\\
\quad \text{for } l \in -N..N\\
\quad\quad \left|\begin{array}{l}
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow \overline{\mathrm{bpm}_{N-k+1,N-l+1}} \quad \text{if } k < 0 \wedge l > 0\\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow 0 \quad \text{otherwise}\\
B
\end{array}\right.\\
B
\end{array}\right.
$$

$$
\begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.623\times10^{-3}-8.601i\times10^{-4} & 1.056\times10^{-3}+1.329i\times10^{-4} & -8.701\times10^{-4}+7.27i\times10^{-4} & 1.203\times10^{-3}-2.338i\times10^{-3}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.438\times10^{-3}-0.01i & 3.381\times10^{-3}-1.985i\times10^{-3} & -6.081\times10^{-3}-1.759i\times10^{-3} & 1.788\times10^{-3}+9.942i\times10^{-3}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.022+4.056i\times10^{-3} & -2.65\times10^{-3}+0.016i & 0.016-7.239i\times10^{-3} & -8.889\times10^{-3}-8.909i\times10^{-3}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.079+7.843i\times10^{-3} & -0.019-0.022i & -9.952\times10^{-3}+0.014i & 6.107\times10^{-3}+2.873i\times10^{-4}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
$$

$$
\mathrm{bmm} := \left|\begin{array}{l}
\text{for } k \in -N..N\\
\quad \text{for } l \in -N..N\\
\quad\quad \left|\begin{array}{l}
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow \overline{\mathrm{bpp}_{N-k+1,N-l+1}} \quad \text{if } k < 0 \wedge l < 0\\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow 0 \quad \text{otherwise}\\
B
\end{array}\right.\\
B
\end{array}\right.
$$

$$
\begin{pmatrix}
1.203\times10^{-3}-2.338i\times10^{-3} & -8.701\times10^{-4}+7.27i\times10^{-4} & 1.056\times10^{-3}+1.329i\times10^{-4} & 7.623\times10^{-3}-8.601i\times10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1.788\times10^{-3}+9.942i\times10^{-3} & -6.081\times10^{-3}-1.759i\times10^{-3} & 3.381\times10^{-3}-1.985i\times10^{-3} & -6.438\times10^{-3}-0.01i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
-8.889\times10^{-3}-8.909i\times10^{-3} & 0.016-7.239i\times10^{-3} & -2.65\times10^{-3}+0.016i & -0.022+4.056i\times10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
6.107\times10^{-3}+2.873i\times10^{-4} & -9.952\times10^{-3}+0.014i & -0.019-0.022i & 0.079+7.844i\times10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
$$

$$B := b00 + bpp + bpm + bmp + bmm$$

$$
B = \begin{pmatrix}
1.203\times10^{-3}-2.338i\times10^{-3} & -8.701\times10^{-4}+7.27i\times10^{-4} & 1.056\times10^{-3}+1.329i\times10^{-4} & 7.623\times10^{-3}-8.601i\times10^{-4} & -0.014+1.603i\times10^{-3} & 7.623\times10^{-3}-8.601i\times10^{-4} & 1.056\times10^{-3}+1.329i\times10^{-4} & -8.701\times10^{-4}+7.27i\times10^{-4} & 1.203\times10^{-3}-2.338i\times10^{-3}\\
1.788\times10^{-3}+9.942i\times10^{-3} & -6.081\times10^{-3}-1.759i\times10^{-3} & 3.381\times10^{-3}-1.985i\times10^{-3} & -6.438\times10^{-3}-0.01i & 0.01+0.019i & -6.438\times10^{-3}-0.01i & 3.381\times10^{-3}-1.985i\times10^{-3} & -6.081\times10^{-3}-1.759i\times10^{-3} & 1.788\times10^{-3}+9.942i\times10^{-3}\\
-8.889\times10^{-3}-8.909i\times10^{-3} & 0.016-7.239i\times10^{-3} & -2.65\times10^{-3}+0.016i & -0.022+4.056i\times10^{-3} & 0.034-0.02i & -0.022+4.056i\times10^{-3} & -2.65\times10^{-3}+0.016i & 0.016-7.239i\times10^{-3} & -8.889\times10^{-3}-8.909i\times10^{-3}\\
6.107\times10^{-3}+2.873i\times10^{-4} & -9.952\times10^{-3}+0.014i & -0.019-0.022i & 0.079+7.844i\times10^{-3} & -0.112+4.818i\times10^{-3} & 0.079+7.843i\times10^{-3} & -0.019-0.022i & -9.952\times10^{-3}+0.014i & 6.107\times10^{-3}+2.873i\times10^{-4}\\
-6.64\times10^{-4} & 1.761\times10^{-3} & 0.035 & -0.113 & 0.156 & -0.113 & 0.035 & 1.761\times10^{-3} & -6.64\times10^{-4}\\
6.107\times10^{-3}-2.873i\times10^{-4} & -9.952\times10^{-3}-0.014i & -0.019+0.022i & 0.079-7.843i\times10^{-3} & -0.112-4.818i\times10^{-3} & 0.079-7.844i\times10^{-3} & -0.019+0.022i & -9.952\times10^{-3}-0.014i & 6.107\times10^{-3}-2.873i\times10^{-4}\\
-8.889\times10^{-3}+8.909i\times10^{-3} & 0.016+7.239i\times10^{-3} & -2.65\times10^{-3}-0.016i & -0.022-4.056i\times10^{-3} & 0.034+0.02i & -0.022-4.056i\times10^{-3} & -2.65\times10^{-3}-0.016i & 0.016+7.239i\times10^{-3} & -8.889\times10^{-3}+8.909i\times10^{-3}\\
1.788\times10^{-3}-9.942i\times10^{-3} & -6.081\times10^{-3}+1.759i\times10^{-3} & 3.381\times10^{-3}+1.985i\times10^{-3} & -6.438\times10^{-3}+0.01i & 0.01-0.019i & -6.438\times10^{-3}+0.01i & 3.381\times10^{-3}+1.985i\times10^{-3} & -6.081\times10^{-3}+1.759i\times10^{-3} & 1.788\times10^{-3}-9.942i\times10^{-3}\\
1.203\times10^{-3}+2.338i\times10^{-3} & -8.701\times10^{-4}-7.27i\times10^{-4} & 1.056\times10^{-3}-1.329i\times10^{-4} & 7.623\times10^{-3}+8.601i\times10^{-4} & -0.014-1.603i\times10^{-3} & 7.623\times10^{-3}+8.601i\times10^{-4} & 1.056\times10^{-3}-1.329i\times10^{-4} & -8.701\times10^{-4}-7.27i\times10^{-4} & 1.203\times10^{-3}+2.338i\times10^{-3}
\end{pmatrix}
$$

Сума Фур'є з коефіцієнтами, поданими у вигляді матриці B з урахуванням проекційних даних

$$BSNF(x,y) := \sum_{k=-N}^{N} \sum_{l=-N}^{N} \left[B_{N+k+1,N+l+1} \cdot e^{i\cdot 2\cdot\pi\cdot(k\cdot x+l\cdot y)}\right]$$

$$BSNFeyer(x,y) := \sum_{k=-N}^{N} \sum_{l=-N}^{N} \left[\left[1-\frac{|k|}{(N+1)}\right]\cdot\left[1-\frac{|l|}{(N+1)}\right]\cdot B_{N+k+1,N+l+1} \cdot e^{i\cdot 2\cdot\pi\cdot(k\cdot x+l\cdot y)}\right]$$

Порівняння результатів. Графічна інтерпретація

Задання матриці точних значень функції z=f(x,y) --- ZT

$N1 := 100$

$p := 1..N1+1 \qquad q := 1..N1+1$

$p := 1..N1+1 \qquad q := 1..N1+1$

$$ZT_{p,q} := f\left(\frac{p-1}{N1}, \frac{q-1}{N1}\right)$$

Задання матриці наближених значень функції -- значень суми Фур'є----BZF

$$BZF_{p,q} := BSNF\left(\frac{p-1}{N1}, \frac{q-1}{N1}\right)$$ з проекційними даними

$$BZFeyer_{p,q} := BSNFeyer\left(\frac{p-1}{N1}, \frac{q-1}{N1}\right)$$

Процедура обнуления отрицательных коэффициенов в матрицах Фурье и Фейэра

```
BZF := | for p ∈ 1..N1 + 1
       |   for q ∈ 1..N1 + 1
       |     A[p,q] ← (BZF[p,q] + |BZF[p,q]|) / 2
       | A
```

```
BZFeyer := | for p ∈ 1..N1 + 1
           |   for q ∈ 1..N1 + 1
           |     A[p,q] ← (BZFeyer[p,q] + |BZFeyer[p,q]|) / 2
           | A
```

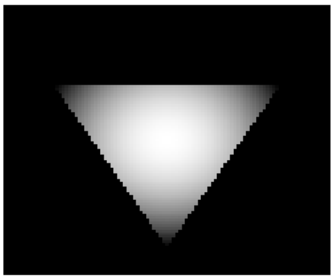
$\max(ZT) = 1 \qquad \min(ZT) = 0$

$\max(BZF) = 1.013 \qquad \min(BZF) = 0$

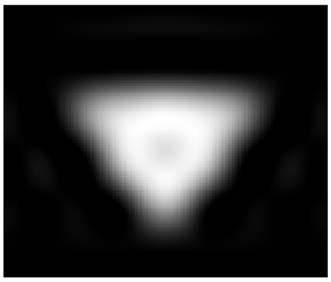
$\max(BZFeyer) = 0.805 \qquad \min(BZFeyer) = 2.254 \times 10^{-3}$

коефіцієнт для напівтонового зображення

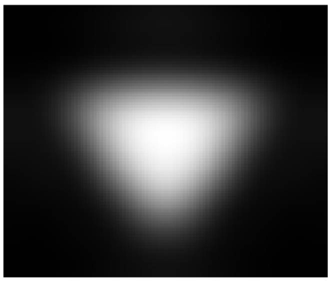
$KK := \frac{255}{\max(ZT)} = 255 \qquad KK1 := \frac{255}{\max(BZF)} = 251.714 \qquad KK2 := \frac{255}{\max(BZFeyer)} = 316.828$



ZT·KK

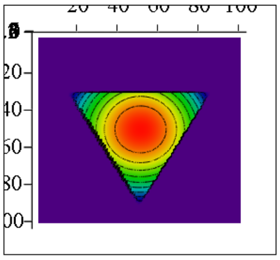


BZF·KK1



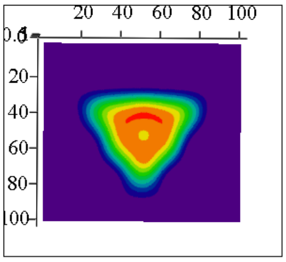
BZFeyer·KK2

Лінії рівня заданої функції

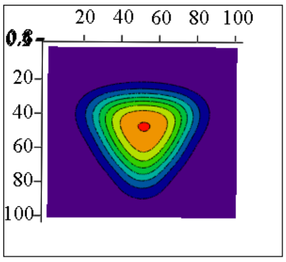


ZT

Лінії рівня відтвореної функції

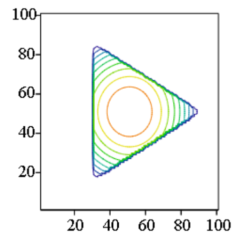


BZF



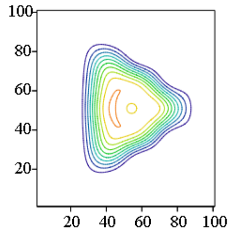
BZFever

Лінії рівня заданої функції



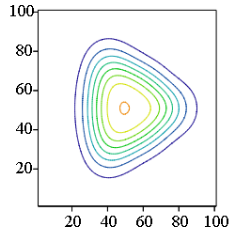
ZT

Лінії рівня відтвореної функції



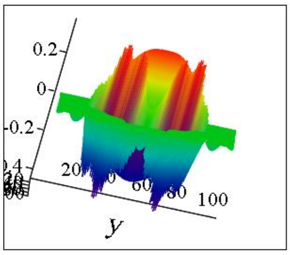
BZF

Лінії рівня відтвореної функції

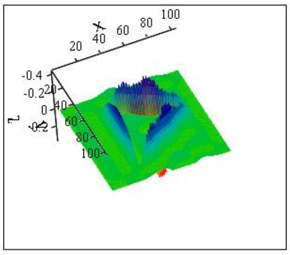


BZFeyer

Зображення похибок від заміни заданої функції відтвореною функцією

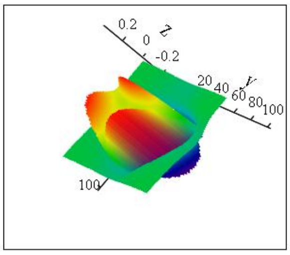


ZT – BZF

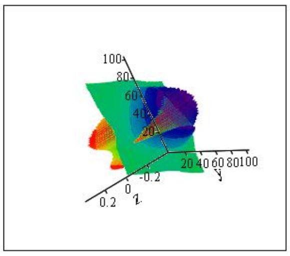


ZT – BZF

Зображення похибок від заміни заданої функції відтвореною функцією

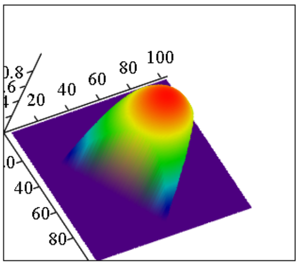


ZT – BZFeyer



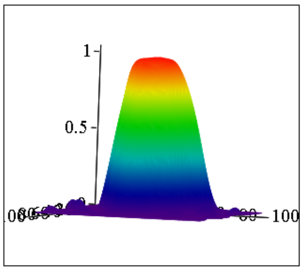
ZT – BZFever

Зображення заданої функції



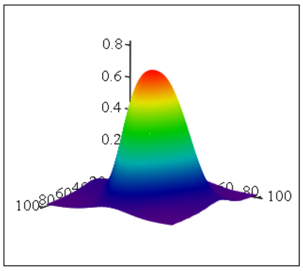
ZT

Зображення відтвореної функції



BZF

Зображення відтвореної функції



BZFeyer

Порівняння результатів. Кількісні характеристики

Задання таблиці значень функції z=f(x,y)

$N1 := 120$

$p := 1..N1+1 \qquad q := 1..N1+1$

$$ZT_{p,q} := f\left(\frac{p-1}{N1}, \frac{q-1}{N1}\right)$$

Задання таблиці значень суми Фур'є

$$BZF_{p,q} := BSNF\left(\frac{p-1}{N1}, \frac{q-1}{N1}\right)$$

з проекційними даними

$$BZFeyer_{p,q} := BSNFeyer\left(\frac{p-1}{N1}, \frac{q-1}{N1}\right)$$

Процедура обнуления отрицательных коэффициенов в матрицах Фурье и Фейэра

$$BZF := \left| \begin{array}{l} \text{for } p \in 1..N1+1 \\ \quad \text{for } q \in 1..N1+1 \\ \quad\quad A_{p,q} \leftarrow \dfrac{BZF_{p,q} + |BZF_{p,q}|}{2} \\ A \end{array} \right.$$

$$BZFeyer := \left| \begin{array}{l} \text{for } p \in 1..N1+1 \\ \quad \text{for } q \in 1..N1+1 \\ \quad\quad A_{p,q} \leftarrow \dfrac{BZFeyer_{p,q} + |BZFeyer_{p,q}|}{2} \\ A \end{array} \right.$$

$\max(ZT) = 1 \qquad \min(ZT) = 0$

$\max(BZF) = 1.013 \qquad \min(BZF) = 0$

$\max(BZFeyer) = 0.805 \qquad \min(BZFeyer) = 2.255 \times 10^{-3}$

Підрахунок похибок від заміни функції сумою Фур'є. *ZT*--матриця точних значень, *BZF* --матриця наближених значень

$\max(ZT - BZF) = 0.353$

$\min(ZT - BZF) = -0.425$

максимум та мінімум різниці між точними та наближеними значеннями функції

$\max(ZT - BZFeyer) = 0.368$

$\min(ZT - BZFeyer) = -0.376$

$$modtoch := \left| \begin{array}{l} \text{for } p \in 1..N1+1 \\ \quad \text{for } q \in 1..N1+1 \\ \quad\quad A_{p,q} \leftarrow |ZT_{p,q}| \\ A \end{array} \right.$$

матриця модулів точних значень функції

$\max(modtoch) = 1$

$$modrizn := \left| \begin{array}{l} \text{for } p \in 1..N1+1 \\ \quad \text{for } q \in 1..N1+1 \\ \quad\quad A_{p,q} \leftarrow |ZT_{p,q} - BZF_{p,q}| \\ A \end{array} \right.$$

матриця модулів різниць між точними та наближеними значеннями функції

$pogr1 := \max(modrizn) = 0.425$ максимальна по модулю похибка

$$pogr2 := \frac{\max(modrizn)}{\max(modtoch)} = 0.425$$

максимальна відносна похибка

$$pogr3 := \left[\left[\sum_{d=1}^{N1+1}\left[\sum_{h=1}^{N1+1}(modrizn_{d,h})^2\right]\right]\cdot\frac{1}{(N1+1)^2}\right]^{\frac{1}{2}} = 0.078$$

середньоквадратична похибка

$$pogr4 := \left[\left[\sum_{d=1}^{N1+1}\left[\sum_{h=1}^{N1+1}(modrizn_{d,h})\right]\right]\cdot\frac{1}{(N1+1)^2}\right] = 0.038$$

середня абсолютна похибка

$$modrizn1 := \left| \begin{array}{l} \text{for } p \in 1..N1+1 \\ \quad \text{for } q \in 1..N1+1 \\ \quad\quad A_{p,q} \leftarrow \left| ZT_{p,q} - BZFeyer_{p,q} \right| \\ A \end{array} \right.$$

матриця модулів різниць між точними та наближеними значеннями функції

$$pogr11 := \max(modrizn1) = 0.376$$ **максимальна по модулю похибка**

$$pogr22 := \frac{\max(modrizn1)}{\max(modtoch)} = 0.376$$ **максимальна відносна похибка**

$$pogr33 := \left[\left[\sum_{d=1}^{N1+1}\left[\sum_{h=1}^{N1+1}\left(modrizn1_{d,h}\right)^2\right]\right]\cdot\frac{1}{(N1+1)^2}\right]^{\frac{1}{2}} = 0.133$$ **середньоквадратична похибка**

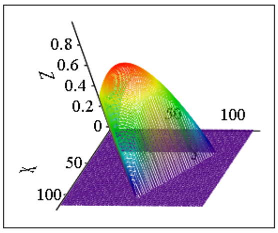
$$pogr44 := \left[\left[\sum_{d=1}^{N1+1}\left[\sum_{h=1}^{N1+1}\left(modrizn1_{d,h}\right)\right]\right]\cdot\frac{1}{(N1+1)^2}\right] = 0.092$$ **середня абсолютна похибка**

Підрахунок часу роботи програми

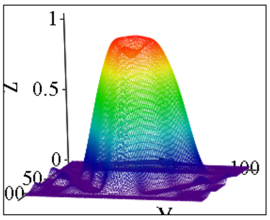
$$aa := \text{время}(1) - T = 27.603$$ **час роботи програми у секундах**

$$chas := \frac{aa}{60} \text{ float}, 3 \rightarrow 0.46$$ **час роботи програми у мінутах**

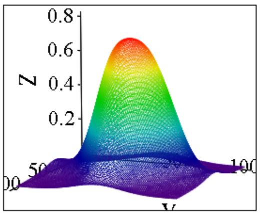
Зображення заданої функції **Зображення відтвореної функції**



ZT



BZF



BZFeyer

Повтор заданої початкової інформації

$M = 120$ **Число інтервалів розбиття відрізка при використанні проекційних даних**

$N = 4$ **число, що дає нижній та верхній індекс для суми Фур'є**

$NN = 6$ **число для використання проекційних даних**

$2^{NN+1} = 128$ **Число інтервалів розбиття відрізка при використанні проекційних даних**

$2 \cdot N + 1 = 9$ **порядок матриці коефіцієнтів Фур'є**

$(2 \cdot N + 1)^2 = 81$ **число доданків у сумі Фур'є** $chas = 0.46$ **мінут**

$N1 = 120$ **Число для побудови матриць значень функції**

ВІДОМІСТЬ АТЕСТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

Позначення	Найменування	Дод. відомості
	Текстові документи	
1	Пояснювальна записка	83 с.
2	Презентаційний матеріал	28 с.
	Інші документи	
3	Роздруківки програм	16 с.
4	Рецензія	2 с.
5	Відгук керівника	1 с.

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="6" rowspan="3">Математичне моделювання процесу томографічної реконструкції на основі подвійних сум Фур’є та Фейєра</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Змін</td><td>Арк.</td><td>Номер докум.</td><td>Підп.</td><td>Дата</td></tr>
<tr><td colspan="2">Розроб.</td><td>Кушнарьов А.А.</td><td></td><td></td><td rowspan="4">(Тема роботи)
Відомість атестаційної роботи</td><td colspan="3"></td><td>Аркуш</td><td>Аркушів</td></tr>
<tr><td colspan="2">Перевір.</td><td>Литвин О.Г.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Н. контр.</td><td>Сидоров М.В.</td><td></td><td></td><td colspan="5" rowspan="2">ХНУРЕ
Кафедра ПМ</td></tr>
<tr><td colspan="2">Затв.</td><td>Тевяшев А.Д.</td><td></td><td></td></tr>
</table>