

МЕТОД СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА НЕЗАКНУТОМ КОНИЧЕСКОМ ОТРАЖАТЕЛЕ

Блишун А.П., Дорошенко В.А.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, Харьков, пр. Ленина, каф. высшей математики, тел. (057) 702-13-72,
E-mail: kals88@mail.ru; тел. (057) 337-61-89

Problem for finding electromagnetic fields scattered by an unclosed special cone structure is considered. The solution method is based on using singular integral equations and integral transforms.

Введение. Теоретической основой для фундаментальных исследований задач радиолокации является математическое моделирование соответствующих физических процессов, что сводится к решению краевых и начально-краевых задач математической физики. Усложнение математической модели ведет к усложнению соответствующей математической задачи, для решения которой требуются новые методы и подходы. Метод сингулярных интегральных уравнений (СИУ) хорошо себя зарекомендовал при исследовании радиолокационных задач для плоских и цилиндрических экранов. В данной работе используется подход, основанный на привлечении СИУ с целью исследования задачи дифракции электромагнитных волн на коническом отражателе с продольными щелями.

1. Постановка модельной задачи и метод решения. В работе предлагается математическая модель дифракции волн на незамкнутом широкополосном коническом отражателе, представляющем собой полубесконечный круговой идеально проводящий конус Σ_1 с периодически прорезанными вдоль образующих N щелями ($l = 2\pi/N$ – период конической структуры, d – угловая ширина щелей). Внутри конуса со щелями расположен сплошной идеально проводящий полубесконечный круговой конус Σ_2 (рис. 1). В введенной сферической системе координат (r, θ, φ) с началом в общей вершине конусов сплошной конус определяется уравнением $\theta = \gamma_1$, а незамкнутый конус – $\theta = \gamma_2$. На коническую структуру такого типа падает электромагнитное поле точечного источника (радиального диполя), расположенного в точке B . Поле источника меняется по закону во времени как функция $f(t)$. Требуется найти электромагнитное поле в присутствии структуры, которое удовлетворяет уравнениям Максвелла, начально-краевым условиям и условию ограниченности энергии. Для решения задач с конической геометрией удобно ввести Дебая $v^{(\alpha)}(r, t)$, $\alpha = 1, 2$, который в каждый момент времени удовлетворяет волновому уравнению всюду вне конической структуры и источника, принципу причинности (начальному условию), краевому условию и условию ограниченности энергии [1]. Задача в такой постановке имеет единственное решение, которое будем искать с помощью функции Грина G для волнового уравнения в пространстве с незамкнутой конической геометрией, через которую выражается потенциал Дебая:

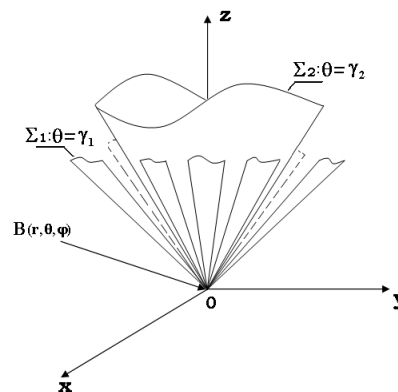


Рис. 1. Геометрия структуры

$$v^{(\alpha)} = \frac{M_r^{(\alpha)}}{r_0 \varepsilon^{2-\alpha} \mu^{\alpha-1}} \int_0^{t-t_0} G^{(\alpha)}(\vec{r} - \vec{r}_0, z) f(t - t_0 - z) dz.$$

Для нахождения функции Грина модельной начально-краевой задачи используем интегральные преобразования Мелера-Фока:

$$\tilde{G}_1^{(a)}(\tau) = \int_0^{+\Gamma} \text{sh } b \, G_1^{(a)}(b) P_{-1/2+i\tau}(ch b) db, \quad b \in [0, +\Gamma)$$

$$G_1^{(a)}(b) = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\Gamma} \tau \, \text{th } \pi \tau \, \tilde{G}_1^{(a)}(\tau) P_{-1/2+i\tau}(ch b) d\tau,$$

$$\tilde{G}_1^{(a)} = \sum_{m=-\Gamma}^{+\Gamma} \hat{a}_m \hat{b}_m^{(a),p}(\gamma_p, \theta_0) \hat{U}_{m,\Gamma}^{(a)}(\theta, \varphi), \quad ch b = \frac{at^2 - r^2 - r_0^2}{2rr_0}.$$

где коэффициенты $\hat{a}_m, \hat{b}_m^{(a),p}$ – известны, а искомая функция $\hat{U}_{m,\Gamma}^{(a)}(\theta, \varphi)$ разлагается в ряд Фурье по азимутальной координате φ , коэффициенты которого необходимо найти. Использование краевого условия на конической поверхности, а также непрерывности поля в щелях, приводит к функциональным уравнениям для искомых коэффициентов Фурье. Используя метод СИУ, функциональные уравнения сводятся к СИУ типа Коши относительно функции Φ , содержащей неизвестные коэффициенты:

$$\frac{1}{\pi} \int_S \frac{\tilde{\Phi}_2(\xi)}{\xi - \psi} d\xi + \frac{1}{\pi} \int_S K(\xi - \psi) \tilde{\Phi}_2(\xi) d\xi = (1 - \hat{C}_{it}^{(a),m}) e^{im\psi}, \quad \psi \in CS \text{ (щели)}, \quad (1)$$

$$\int_{CS} \tilde{\Phi}_2(\xi) d\xi = \hat{C}_{it}^{(a),m}, \quad (2)$$

где $K(\xi) = \frac{1}{2} \text{ctg} \frac{\xi}{2} - \frac{1}{\xi} - \frac{i}{2N} \frac{1}{\tilde{A}_{m\Gamma}^{(2)}} \frac{\pi}{\sin \nu \pi} e^{i\nu\xi} - \frac{1}{\nu} \frac{\zeta}{\psi} - \frac{i}{2} \sum_{n \neq 0} \frac{|n|}{n} \tilde{\delta}_{m,n}^{(2)} e^{in\xi}$ – регулярное ядро;

$\frac{m}{N} = m_0 + \nu$, где m_0 – ближайшее целое число к $\frac{m}{N}$, $\hat{C}_{it}^{(a),m}$ – известные коэффициенты. В

частном случае осесимметричного расположения источника ($\theta_0 = \pi$) ядро упрощается

имеет вид $K(\xi) = \frac{1}{2} \text{ctg} \frac{\xi}{2} - \frac{1}{\xi} - \frac{i}{2N} \frac{1}{\tilde{A}_{m\Gamma}^{(2)}} \xi - \frac{i}{2} \sum_{n \neq 0} \frac{|n|}{n} \tilde{\delta}_{m,n}^{(2)} e^{in\xi}$.

К решению СИУ (1), (2) применяем метод дискретных особенностей вследствие чего находятся неизвестные коэффициенты Фурье функции $\tilde{\Phi}_2(\xi)$ [2,3] и численно изучены их зависимости от параметров конической структуры.

Заключение. С помощью метода СИУ в строгой постановке исследована модельная начально-краевая задача дифракции электромагнитных волн на незамкнутом коническом отражателе. Приведены зависимости от параметров конической структуры коэффициентов Фурье разложения составляющих электромагнитного поля в ряд Фурье по азимутальной переменной сферической системы координат.

Литература.

1. Дорошенко В.А., Кравченко В. Ф. Дифракция электромагнитных волн на незамкнутых конических структурах. / Под ред. В. Ф. Кравченко. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 272 с.
2. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент – М.: Янус, 2005. – 521 с.
3. Гандель Ю.В., Полянская Т.С. // Дифференц. уравнения. 2003. Т. 39. № 9. С. 1229–1239.