

ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ВОЛН В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Статистическая задача о рассеянии волн в турбулентной среде подробно рассматривается в работах [1; 2], где получены усредненные по ансамблю реализаций характеристики рассеянного волнового поля и области взаимодействия падающей волны с неоднородной средой в предположении, что поле регистрируется в заданной точке пространства. Во многих случаях интерпретация результатов измерений требует учета как дифракционной разрешающей способности приемного устройства, так и структуры рассеивающего объекта. При построении физико-математической модели рассеивающего объема неоднородной среды будем считать, что приемная система находится в зоне дифракции Фраунгофера и измерению доступно все поле волны, рассеянной в заданном направлении.

Пусть неоднородная среда характеризуется параметром ϵ_1 , определяющим скорость распространения волны или коэффициент преломления. Рассмотрим реализацию «замороженной» турбулентности, когда комплексная функция координат $\epsilon_1(x, y, z)$ имеет вид $\epsilon_1(x, y, z) = \epsilon_0 + \epsilon(x, y, z)$, где ϵ_0 — среднее значение ϵ_1 , а $\epsilon(x, y, z)$ — случайная функция.

Если $|\epsilon(x, y, z)| \ll \epsilon_0$, то задача о распространении и рассеянии волн в неоднородной среде решается методом малых возмущений [1—3]. Функция $\epsilon(x, y, z)$ обычно допускает представление трехмерными рядом или интегралом Фурье, и тогда можно рассматривать рассеяние волн на совокупности произвольно ориентированных периодических пространственных структур. В такой постановке задача подробно проанализирована Бриллюэном [3].

В работе [3] показано, что для существования частного решения волнового уравнения первого приближения в виде

$$u = C_1 e^{-2\pi j(\mathbf{a}_0 r)} + C_2 e^{-2\pi j(\mathbf{a}_s r)}, \quad (1)$$

где \mathbf{a}_0 , \mathbf{a}_s — соответственно волновые векторы падающей (основной) и рассеянной волн, а C_1 и C_2 — комплексные коэффициенты, необходима вполне определенная связь между \mathbf{a}_0 , \mathbf{a}_s и вектором $\mathbf{B} = \mathbf{a}_0 - \mathbf{a}_s$. Вектор \mathbf{B} характеризует период d и пространственную ориентацию периодического структурного образования («решетки»), на котором происходит рассеяние. Если среда статистически изотропна и справедливо приближение однократного рассеяния, то необходимо выполнение условий

$$|\mathbf{a}_0| = |\mathbf{a}_s|, \quad d = 1/|\mathbf{B}|, \quad |\mathbf{B}| = 2|\mathbf{a}_0| \sin(\varphi/2), \quad (2)$$

где φ — угол между векторами \mathbf{a}_0 и \mathbf{a}_s .

Требования (2) совпадают с условиями Брэгга, сформулированными для рассеяния рентгеновских лучей на кристаллах:

$$2d \cos \beta = m\lambda, \quad \beta = \beta', \quad m = 1, 2, \dots \quad (3)$$

где β, β' — углы падения и отражения волн от кристаллографических плоскостей; λ — длина волны. Вектор \mathbf{B} в этом случае направлен по нормали к отражающим плоскостям, расстояние между которыми равно d .

Связь между $\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_s$ и \mathbf{B} , необходимая для существования рассеянной волны, оказывается настолько жесткой, что позволяет говорить о селективности тех пространственных структурных образований в реальном объеме V , с которыми связано рассеяние в заданном направлении. Для этого нужно найти все составляющие трехмерного спектра $G_e(\mathbf{k})$ реализации $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(x, y, z)$, волновые векторы которых удовлетворяют условиям (2), (3).

Периодические пространственные структуры. На основе общих свойств преобразования Фурье можно установить взаимное соответствие между геометрическим местом концов волновых векторов \mathbf{k} , где спектр $G_e(\mathbf{k})$ отличен от нуля, и характером структуры рассеивающего объекта. Назовем прямоугольную систему координат x, y, z координатами объекта, а систему k_x, k_y, k_z — евклидовым пространством волновых векторов. Если оси координат x и k_x, y и k_y, z и k_z попарно параллельны, то каждому волновому вектору \mathbf{k} однозначно соответствует направление нормали к фронту плоской волны $A e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$, где \mathbf{r} — радиус-вектор точки в координатах x, y, z .

Докажем важные в нашем случае утверждения.

Теорема 1. Совокупность векторов \mathbf{k} , удовлетворяющих в пространстве волновых векторов уравнению плоскости $\mathbf{k}\mathbf{B} = |\mathbf{B}|^2$ (4), на которой $G(\mathbf{k}) \neq 0$, в координатах объекта определяет периодическую функцию, отличную от нуля на прямой, параллельной вектору \mathbf{B} .

Теорема 2. Если преобразование Фурье $G_e(\mathbf{k})$ некоторой функции $\varepsilon(x, y, z)$ существует и сохраняет постоянное значение на плоскости $\mathbf{k}\mathbf{B} = |\mathbf{B}|^2$, то $\varepsilon(x, y, z) = 0$ всюду, за исключением прямой, параллельной вектору \mathbf{B} .

Обе теоремы доказываются непосредственным вычислением интеграла Фурье. Положим

$$0 < \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_e(\mathbf{k}) G_e^*(\mathbf{k}) dk_y dk_z < \infty. \quad (5)$$

Выберем направления осей x, y, z так, чтобы направление вектора \mathbf{B} совпало с осью x . Тогда $k_x = |\mathbf{B}| = b$; $-\infty < k_y < \infty$; $-\infty < k_z < \infty$. Используя Фурье — представление δ -функции и ее свойства [4], находим

$$G_e(\mathbf{k}) = G_e(k_x, k_y, k_z) = G_e(b, k_y, k_z) \cdot \delta(k_x - b);$$

$$\varepsilon(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_e(b, k_y, k_z) e^{2\pi i(k_y y + k_z z)} \times$$

$$\times dk_y dk_z \int_{-\infty}^{\infty} \delta(k_x - b) e^{2\pi i k_x x} dk_x = \varepsilon(b, y, z) e^{-2\pi i b x}. \quad (6)$$

Так как $\varepsilon(b, y, z) \neq 0$ в силу условия (5), то первое утверждение доказано.

Если $G_e(k) = \text{const} = h \neq 0$, то интеграл по k_y и k_z в выражении (6) отличен от нуля только в том случае, когда показатель экспоненты обращается в нуль, т. е. при $y = z = 0$, поэтому

$$\varepsilon(x, y, z) = h \delta(y - 0, z - 0) e^{-2\pi i b x},$$

что доказывает второе утверждение.

Неопределенное уравнение (4) описывает плоскость, на которой лежат концы векторов: заданного B и произвольных k , причем вектор B перпендикулярен к этой плоскости. Из теоремы 1 следует, что независимо от вида функции $G_e(k_y, k_z)$, заданной на плоскости (4), кроме слабого ограничения (5), в координатах объекта получается периодическая по x структура для каждой пары фиксированных значений y и z . При $x=0$ функция $\varepsilon(b, y, z)$ может принимать произвольные комплексные значения, допускающие ее представление интегралом Фурье. Если спектр этой функции $G_e(k)$ задан на бесконечном интервале, то с ростом эффективной ширины спектра уменьшается интервал корреляции функции $\varepsilon(b, y, z)$, и в пределе приходим к условиям теоремы 2, когда $\varepsilon(b, y, z)$ оказывается δ -коррелированной по y и z .

Рассмотренные периодические структуры известны в радиотехнике под названием линейных решеток, или антенн бегущей волны [5; 6]. В нашем случае важны условия рассеяния волн линейной решеткой, порождаемой структурными неоднородностями среды. Пусть плоская волна $A_0 \exp\{-2\pi i a_0 r\}$ падает на линейную решетку, образованную периодической неоднородностью, локализованной на ее оси. Волновой вектор a_0 образует с осью решетки угол α . В предположении однократного рассеяния неоднородность в пределах каждого периода решетки порождает рассеянную волну с амплитудой $A_s = \mu A_0$, причем $\mu \ll 1$. Волновой вектор рассеянной волны a_s , наблюдаемой в зоне дифракции Фраунгофера, образует с осью решетки угол α' . В изотропной среде $\lambda_0 = \lambda_s$ и $|a_0| = |a_s|$.

Для синфазного суммирования волн, однократно рассеянных n элементами решетки в направлении a_s , необходимо, чтобы максимальное различие в разности хода волн не превышало малого числа $\gamma \ll n$, т. е. $nd \cos \alpha - nd \cos \alpha' \leq \gamma$, или $\cos \alpha - \cos \alpha' \leq \gamma/nd$.

Если $n \rightarrow \infty$, то $\alpha \rightarrow \alpha'$, и амплитуда суммарной волны, рассеянной под углом $\alpha = \alpha'$, растет пропорционально $n \mu A_0$, т. е. существенно превышает амплитуды всех остальных волн, для которых $\alpha \neq \alpha'$. Величина же разности хода между соседними элементами решетки должна быть, очевидно, равна $d \cos \alpha + d \cos \alpha' = m\lambda$, или при

$$\begin{aligned} \alpha = \alpha' &= (\pi - \varphi)/2 \\ d \cos \alpha &= m\lambda/2, \quad m = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Из требования $\alpha = \alpha'$ при $n \gg 1$ следует, что ось решетки направлена вдоль вектора $\mathbf{a}_0 - \mathbf{a}_s = \mathbf{B}$, а с учетом соотношения (7) получим условия рассеяния

$$|\mathbf{a}_0| = |\mathbf{a}_s|, \quad d = 1/|\mathbf{B}|, \quad |\mathbf{B}| = 2|\mathbf{a}_0| \cos \alpha, \quad (8)$$

совпадающие с требованиями (2), (3). Таким образом, достаточно «длинная» линейная решетка при малых углах α обладает такими же селективными свойствами, как и периодическая последовательность параллельных плоскостей в условиях рассеяния Брэгга.

Различие между рассеянием волн на линейной решетке и рассеянием Брэгга проявляется с ростом угла α и выражается в существенном уменьшении интенсивности вторичных волн, излучаемых решеткой под углами $\alpha \approx \pi/2$, однако селективные свойства, связанные с условиями (8), сохраняются. Это дает основание считать линейную решетку элементарной структурной единицей реального рассеивающего объема турбулентной среды.

Структура рассеивающего объема. Рассмотрим взаимодействие плоской волны с одной реализацией «замороженной» турбулентности в пределах ограниченного объема пространства $V(x, y, z)$. Функция $V(x, y, z)$ учитывает форму и взаимную ориентацию диаграмм направленности антенн передающего и приемного устройств. Будем считать, что мы не ограничены конкретными условиями измерения рассеянного поля и регистрации доступно все излучение в заданном направлении, причем приемное и передающее устройства находятся в зоне дифракции Фраунгофера. Тогда в каждой точке объема V векторы \mathbf{a}_0 и \mathbf{a}_s постоянны, а структура источников рассеянных волн определяется лишь случайной функцией $\varepsilon_V(x, y, z)$, описывающей неоднородную среду в области взаимодействия. Очевидно,

$$\varepsilon_V(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r}) V(\mathbf{r}) = \varepsilon(x, y, z) \cdot V(x, y, z).$$

Трехмерное преобразование Фурье (пространственный спектр функции $\varepsilon_V(\mathbf{r})$) равно

$$\begin{aligned} G(\mathbf{k}) = G(k_x, k_y, k_z) &= \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_V(\mathbf{r}) V(\mathbf{r}) e^{-2\pi i \mathbf{k} \mathbf{r}} d^3 \mathbf{r} = \\ &= G_\varepsilon(\mathbf{k}) \times G_V(\mathbf{k}), \end{aligned} \quad (9)$$

где знак \times обозначает операцию трехмерной интегральной свертки, $G_\varepsilon(\mathbf{k})$ и $G_V(\mathbf{k})$ — соответственно пространственные спектры функций $\varepsilon(\mathbf{r})$ и $V(\mathbf{r})$; $d^3 \mathbf{r} \equiv dx dy dz$.

Ядро $G_V(\mathbf{k})$ свертки (9) зависит от характерных размеров области взаимодействия L_x, L_y, L_z , и если эти размеры имеют порядок $L \gg \lambda_0$, то можно приближенно считать, что основная «энергия» спектральных компонент $|G_V(\mathbf{k})|^2$ сосредоточена внутри сферы малого радиуса $\rho \approx 1/L$. Очевидно, если $L \rightarrow \infty$, то $\rho \rightarrow 0$ и $G_V(\mathbf{k})$ стремится к трехмерной δ -функции.

Взаимодействие плоской волны с неоднородной средой приводит к появлению рассеянных в заданном направлении волн только в том случае, если в спектре пространственных гармоник $G(\mathbf{k})$ имеются составляющие $G(\mathbf{k}_s)$, волновые векторы которых \mathbf{k}_s удовле-

творяют условия теоремы 1 и, следовательно, выполняются требования (2), (3), (8). Остальные составляющие при сделанных ранее предположениях не принимают участия в рассеянии и «прозрачны» для падающей волны. Когда рассеяние происходит в конечном объеме V_r , достаточно потребовать, чтобы длина элементарной решетки была одного порядка с его характерным размером L . В пространстве волновых векторов это требование приводит к необходимости учета всех волновых векторов, концы которых попадают в область W , заключенную между плоскостями $k_{x1,2} = b \pm \rho = \pm |B| \pm \rho$, $-\infty < k_y < \infty$, $-\infty < k_z < \infty$. На рис. 1 эта область обозначена штриховыми линиями.

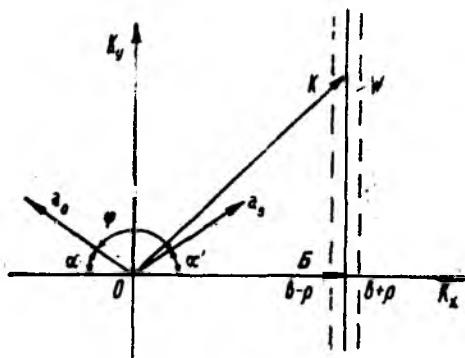


Рис. 1

Структуру источников рассеянных волн $e_s(\mathbf{r})$ теперь можно найти обратным преобразованием Фурье, ограничив пределы интегрирования областью W :

$$e_s(\mathbf{r}) = \iiint_W G(\mathbf{k}) e^{2\pi i \mathbf{k} \mathbf{r}} d^3 k = \\ = \iint_{-\infty}^{\infty} dk_y dk_z \int_{b-\rho}^{b+\rho} G(k_x, k_y, k_z) e^{2\pi i (k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x.$$

Поскольку по условию $\rho \ll b$, спектр $G(\mathbf{k})$ незначительно изменяется при $b - \rho < k_x < b + \rho$, и с достаточной в нашем случае точностью в области W можно считать $G(k_x, k_y, k_z) \approx G(b, k_y, k_z)$. Тогда

$$e_s(\mathbf{r}) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(b, k_y, k_z) e^{2\pi i (k_y y + k_z z)} dk_y dk_z \int_{b-\rho}^{b+\rho} e^{2\pi i k_x x} dk_x,$$

или

$$e_s(\mathbf{r}) = \frac{1}{\pi x} \sin 2\pi \rho x \cdot e^{2\pi i b x} e(b, y, z), \quad (10)$$

где $e_s(b, y, z)$ — случайная комплексная функция.

Для каждой пары фиксированных значений y и z структура элементарной линейной решетки в направлении оси x ясна из выражения (10). Характер изменения структуры источников рассеянных волн в плоскости yz , т. е. вид функции $e_s(b, y, z)$ можно оценить по ее спектру $G(b, k_y, k_z)$. Если выборка случайного процесса $e(x, y, z)$ достаточно представлена и справедливо предположение об эргодичности и статистической изотропности среды, то можно считать, что модуль спектра $|G(\mathbf{k})|$ сферически симметричен. Область

W включает лишь периферийные участки трехмерного спектра (рис. 2), где $|k| > |B|$. В пределах этой области $G(b, k_y, k_z)$ — случайная комплексная функция с максимальными значениями модуля вблизи оси k_x . В силу сферической симметрии в среднем $|G(b, k_y, k_z)|$ убывает вдоль осей k_y и k_z значительно медленнее, чем $|G(0, k_y, k_z)|$.

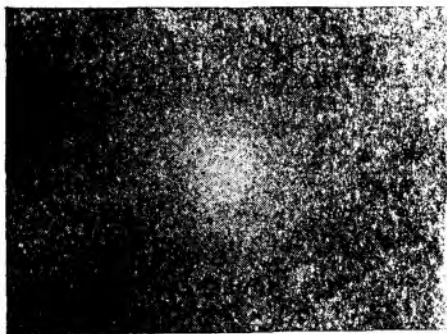


Рис. 2

Последнее, вообще говоря, справедливо и в тех случаях, когда $|G(k)|$ не обладает ни центральной, ни сферической симметрией, т. е. когда $\varepsilon_V(x, y, z)$ — комплексная функция. Поэтому относительный уровень (вес) высокочастотных гармонических составляющих в области W всегда существенно выше, чем в спектре $G(k)$.

В условиях реальной атмосферы усредненный по реализациям квадрат модуля спектра турбулентности $\Phi(k)$ в пределах инерционного интервала пропорционален примерно $|k|^{-4}$. Область корреляции рассеивающих структурных образований (линейных решеток) в плоскости yz определяется «эффективной шириной» сечения трехмерного спектра $\Phi(k)$ плоскостью $k_x = \text{const} = b = |B|$, а радиус корреляции вследствие статистической изотропности среды оказывается одного порядка с длиной волны $\lambda_0 = 1/|a_0|$.

На рис. 3, а показана полученная в модельных экспериментах структура рассеивающего объема в слое между плоскостями $z_{1,2} =$

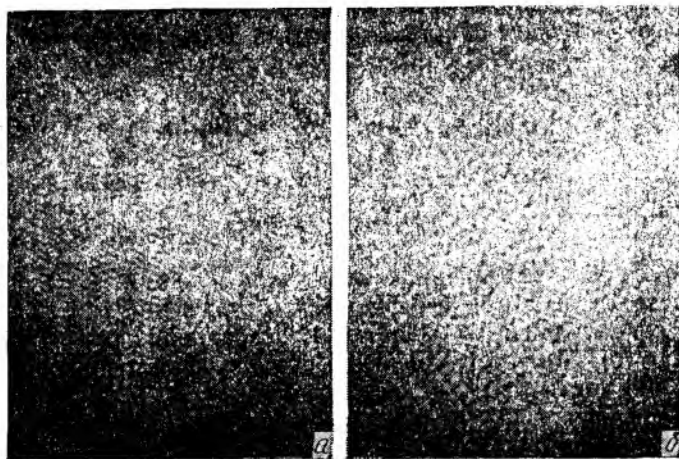


Рис. 3

$= z_0 \pm \rho$ при углах рассеяния $\varphi \approx \pi$. На рис. 3, б — под углом $\varphi \approx 110^\circ$. Очевидно, аналогичная структура должна наблюдаться и в плоскости xz . При углах $\varphi < \pi$ ориентация и период решеток изменяются так, чтобы их оси были направлены вдоль вектора $\mathbf{B} = \mathbf{a}_0 - \mathbf{a}_s$, а период равнялся $d = 1/b$.

Экспериментальные исследования проводились с применением когерентно-оптического процессора, вычисляющего двумерное комплексное преобразование Фурье. Флуктуации коэффициента преломления в рассеивающем объеме моделировались с помощью стационарного стохастического фазового объекта. Фотографическая регистрация исследуемых структур осуществлялась с учетом общих правил отображения комплексных функций модулем (или квадратом модуля) модифицированного сигнала [7]. Поэтому изображение структуры рассеивающих элементов неоднородности, показанное на рис. 3, содержит, кроме слабой квадратичной, линейную составляющую, пропорциональную амплитудным значениям $\varepsilon_s(x, y, z)$ и учитывающую фазовые соотношения в структурах элементарных линейных решеток. Изменение фазы на π приводит к «негативному» изображению соответствующей детали структуры объекта. Полоса частот, определяющая область W , составляла $2\rho \approx b/20$ по оси κ_x и $3b$ — вдоль оси κ_y .

На рис. 4 показан результат синтеза структуры фазового объекта по значениям волнового поля, рассеянного в пределах угла около 10° . Существенно, что положение и интенсивность источников вторичных волн жестко связаны с реальной структурой объекта, и наблюдается пространственная корреляция линейных решеток, участвующих в рассеянии под разными углами. Очевидно, по данным подобных измерений можно найти структуру неоднородности в любом сечении объема V , т. е. заполнить голографический синтез структуры рассеивающего объема.

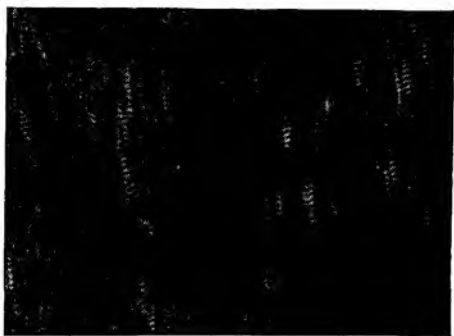


Рис. 4

Влияние разрешающей способности приемного устройства. Рассмотрим важный для многих прикладных задач случай, когда условия эксперимента позволяют зарегистрировать лишь суммарное поле, рассеянное областью $V(x, y, z)$ неоднородной среды в направлении заданной точки приема. Выберем систему координат x, y, z так, чтобы направление оси x совпало с вектором \mathbf{B} . Тогда, независимо от угла рассеяния, интегрирование по области W (см. рис. 1) приводит к выражению (10), в котором численное значение $|\mathbf{B}|$ найдено с учетом угла между векторами \mathbf{a}_0 и \mathbf{a}_s . Полагая, что \mathbf{a}_0 и \mathbf{a}_s заданы, за-

пишем соотношение (10) в новой системе координат в виде $\mathbf{e}_s(\mathbf{r}) = f(x)\mathbf{e}_V(y, z)$, где

$$f(x) = \frac{1}{\pi x} \sin(2\pi r x) \exp\{2\pi j b x\}.$$

Функция $f(x)$ не содержит случайных переменных и определяется размером L объема V и векторами \mathbf{a}_0 , \mathbf{a}_s и \mathbf{B} . Функция $\mathbf{e}_V(y, z)$ при заданном значении $b = |\mathbf{B}|$ определяет амплитуду и фазу рассеянной волны для каждой элементарной линейной решетки и зависит только от свойств неоднородной среды. Поэтому комплексная амплитуда E_s суммарной волны, излучаемой в данном направлении, с точностью до постоянного множителя равна

$$E_s \approx E_0 f(x) \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_{-L/2}^{L/2} \mathbf{e}_V(y, z) dy = E_0 f(x) M_\varepsilon. \quad (11)$$

Комплексное число M_ε может для разных реализаций принимать различные значения, включая нулевые, но поскольку $\mathbf{e}_V(y, z)$ — знакопеременная функция, тождественно равная нулю за пределами объема V , всегда выполняется неравенство

$$|M_\varepsilon|^2 \ll \iint_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{e}_V(y, z)|^2 dy dz, \quad (12)$$

причем среднее по ансамблю $\langle M_\varepsilon \rangle = 0$.

Входящая в выражение (11) функция $f(x)$ представляет собой сумму пространственных гармоник, концы волновых векторов которых попадают внутрь сферы радиуса ρ с координатами центра: $k_x = b$, $k_y = 0$, $k_z = 0$. Приближенно можно считать, что в достаточно большом (по сравнению с λ_0) объеме рассеяние происходит на одной гармонике пространственного спектра турбулентности, и мы приходим к интерпретации рассеяния, изложенной в работе [2] применительно к рассматриваемой задаче.

Таким образом, если весь рассеивающий объем находится в пределах диаграммы направленности приемной антенны, то свойства конкретной выборки случайного процесса $\mathbf{e}_V(x, y, z)$ проявляются только в значении числа M_ε .

Наибольшие значения M_ε достигаются в анизотропных средах. Например, при рассеянии электромагнитных волн на звуковых пучках в атмосфере, когда можно считать $\overline{\mathbf{e}_V(y, z)} \approx \text{const} = \rho$, для числа M_ε справедлива оценка $M_\varepsilon \approx \rho L^2$. Условие $\overline{\mathbf{e}_V(y, z)} = \text{const}$ в реальной атмосфере выполняется только на малых расстояниях R от источника звука. Если с ростом R интервал корреляции r_ε знакопеременной функции $\mathbf{e}_V(y, z)$ становится меньше L , то дальнейший рост отношения L/r_ε приводит к стремительному убыванию $|M_\varepsilon|$ до значений, определяемых неравенством (12), причем $|M_\varepsilon|$ убывает быстрее R^{-2} . Поэтому попытки увеличить дальность радиоакустического зондирования атмосферы с помощью систем, рассчитанных на идеализированные условия рассеяния и ожидаемые значения $M_\varepsilon \approx \rho L^2$, встречают естественные трудности.

Анализ структуры рассеивающего объема турбулентной среды приводит к наиболее простым и наглядным физическим моделям при углах рассеяния $\psi > \pi/2$, т. е. при рассеянии в полусферу, обращенную к источнику основной волны. Однако все полученные результаты, касающиеся характера исследуемых структур, справедливы и для $\psi < \pi/2$, за исключением малых углов $\psi \approx 0$, где необходимо учитывать качественно иные эффекты.

Авторы признательны Ю. В. Корниенко, В. Н. Дудинову, Ю. Ф. Филиппову за полезные обсуждения и поддержку.

Список литературы: 1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. М., 1978. Ч. 2. 463 с. 2. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., 1967. 548 с. 3. Бриллюэн Л., Пароди М. Распространение волн в периодических структурах. М., 1959. 457 с. 4. Маделунг Э. Математический аппарат физики. М., 1961. 618 с. 5. Старр А. Т. Радиотехника и радиолокация. М., 1960. 671 с. 6. Айзенберг Г. З. Антенны ультракоротких волн. М., 1957. 699 с. 7. Петров В. А. Модифицированные сигналы // Радиотехника. 1982. Вып. 63. С. 28—41.

Поступила в редколлегию 12.02.90

УДК 537.874

С. Н. ШУЛЬГА

ДВУМЕРНАЯ ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ H -ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВКЛЮЧЕНИИ, РАСПОЛОЖЕННОМ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД

Данная работа выполнена в целях решения ряда проблем интегральной оптики [1] и геофизики [2], которые сводятся к задаче рассеяния электромагнитных волн на плоской границе раздела двух однородных сред, содержащей инородное включение. Эта модель поддается аналитическому рассмотрению с помощью метода интегральных уравнений [3]. Полученные ранее результаты относятся к случаю, когда включение располагается целиком в одной из сред [1; 2].

Опишем постановку задачи. Отнесем трехмерное пространство к прямоугольной декартовой системе координат x, y, z . Ось oz направим вертикально вверх, а ось Oy — вправо. Окружающая среда, расположенная при $0 < z < +\infty$ ($-\infty < x, y < +\infty$), характеризуется постоянными вещественными диэлектрической проницаемостью ϵ_1 и магнитной проницаемостью μ_1 . Среда в области $-\infty < z < 0$ ($-\infty < x, y < +\infty$) характеризуется постоянными комплексными материальными параметрами ϵ_2, μ_2 .

Пусть сторонние монохроматические источники $\vec{J}(\vec{r})$ и $\vec{M}(\vec{r})$ ($\vec{r} = (0, y, z)$), распределение которых не зависит от x , создают в описанной выше регулярной среде поле $\vec{E}_0(\vec{r}), \vec{H}_0(\vec{r})$. Оно подчиняется уравнениям Максвелла

$$\nabla_{\perp} \times \vec{E}_0(\vec{r}) - ik_0 \mu(z) \vec{H}_0(\vec{r}) = -(4\pi/c) \vec{M}(\vec{r});$$