

УДК 612.82.014.42.001.57

Г. А. КОЛОТЕНКО

**СТРУКТУРЫ МНОЖЕСТВ СИНХРОННЫХ И АСИНХРОННЫХ
ПОТЕНЦИАЛОВ ГОЛОВНОГО МОЗГА. СООБЩЕНИЕ 3**

Любую сколько угодно сложную и затейливую мозаику пространственного распределения синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга можно передать при помощи последовательности, построенной всего лишь из двух различных символов 0 и 1. Логический нуль (0) соответствует отсутствию электроэнцефалографических (ЭЭГ) колебаний на регистрируемых участках головного мозга, логическая единица (1) — наличие любого сочетания изохронных потенциалов. Алфавитом в данном случае является конечная совокупность синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга, представленных символами. Совокупность изохронных или, как нами принято, синхронных потенциалов представляет длину слова, являющуюся структурой признака.

Синхронные и асинхронные потенциалы являются случайными электрическими событиями, несущими через признаки сообщения об изменениях нейрофизиологических процессов.

Если множество $M = \{x_i\}$ представляет собой выборочную совокупность синхронных потенциалов, то частота $\omega(x_i)$ накопленных весов признака равна возможной вероятности $p(x_i)$ отбора синхронных потенциалов x_i из исходной системы ЭЭГ колебаний и при нейробионическом моделировании может быть в первом приближении представлена ансамблем

$$A = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_i & \dots & x_n \\ p(x_1) & p(x_2) & \dots & p(x_i) & \dots & p(x_n) \end{pmatrix}.$$

Закодированные потенциалы несут электрическую биоинформацию о системах и структурах головного мозга. Получать известное сообщение бесполезно. Поэтому новизну электрической биоинформации мозга иногда связывают с неожиданностью, с приростом информации к уже известному объему ее. Количество электрической биоинформации головного мозга в аспекте случайно-вероятностного механизма проявления ЭЭГ колебаний можно определить как меру пространственной организации синхронных и асинхронных потенциалов фона и некоторых возмущений. Сбор электрической биоинформации целевой. Ценность ее определяется степенью достижения цели. Биоинформация тем ценней, чем ближе цель, поставленная исследователем при количественном анализе электрической активности головного мозга. Одна и та же электрическая биоинформация может иметь разную ценность, если ее рассматривать с различных субъективно-целевых точек зрения.

Таким образом, ценность биоэлектрической информации о пространственной организации синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга может быть «... выражена через приращение вероятности достижения цели» [1].

Моделирование синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга позволяет сделать предположение о возможной смысловой стороне электрической биоинформации, представленной признаками этих закодированных потенциалов. Под признаком понимается гомоморфное отображение структур синхронного и асинхронного механизма случайных электрических колебаний расположенных на некотором пространстве головного мозга. Поэтому семантизм электрической биоинформации в указанном нейробионическом аспекте можно рассматривать с точки зрения организованности структур признаков, обладающих относительно динамической и статической устойчивостью вероятностно накопленных в период ЭЭГ выборки весов закодированных синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга.

Для оценки ЭЭГ колебаний предложена система количественного анализа, заключающаяся в том, что потенциалы множества отведений электрической активности, представляющее универсальное множество, разделяют по полярности, задают уровень анализа и производят конъюнкцию и дизъюнкцию отдельно на

потенциалами положительной и отрицательной полярности всех отведений и их сочетаний. В результате отделяются полезные потенциалы от ЭЭГ шума, образуются логические множества потенциалов обеих полярностей, являющиеся подмножествами по отношению к универсальному множеству, а при неравенстве этих множеств — по отношению друг к другу.

Переключательные функции, сформированные при кодировании из сочетающихся аргументов — потенциалов, представляют структуру признаков, которые ранжируют по вариационным рядам.

Признаки синхронных потенциалов, являясь сочетаниями вариационных рядов высшего или низшего ранга, состоят из совокупности одномоментных временных связей. Потенциалы, синтезируемые в сложные структуры, отражают диффузный характер ЭЭГ колебаний, а более простые — локальный. В формальной логике такие структуры объясняются видовыми и родовыми понятиями. Закодированные синхронные потенциалы признаков вариационного ряда C_m^2 , кроме появления на паре любых ЭЭГ отведений, войдут в состав сочетаний более высшего порядка, начиная с C_m^3 , кончая C_m^m (при анализе m ЭЭГ отведений). Совмещение или вхождение структуры одного признака в другой более высшего порядка к образованию совмещенных признаков.

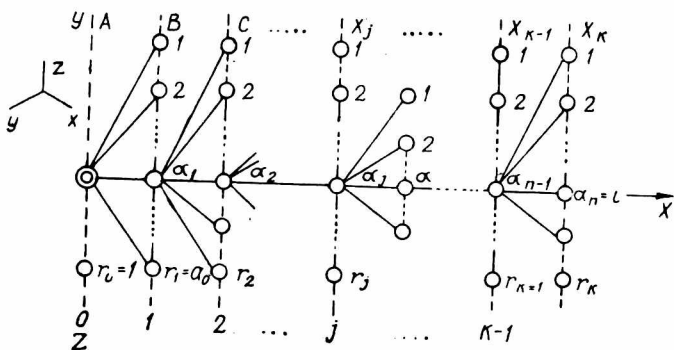
Затем производится расчет числовых характеристик — математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения, коэффициентов корреляции и т. д., по которым строится модель синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга. При количественном анализе структур важное значение имеет сцепление (конкатенация) символов [2]. Временная конкатенация объединяет потенциалы, расположенные на разных участках головного мозга. Конкатенация по вероятностному накоплению весов позволяет отобрать наиболее информативные признаки вариационных рядов. Признаки с учетом вероятностных весовых функций имеют структуры, которые характеризуют электрические явления головного мозга по сходным и отличным составляющим. Признак, состоящий из одного потенциала, представляет индивидуальную структуру и может быть отнесен к вариационному ряду C_m^1 . Структура группового признака формируется из индивидуальных, зависит от состава входящих в него потенциалов и от их веса, т. е. от степени проявления на определенном уровне активности.

Так как количество отведений ЭЭГ ограничено, то признаки синхронных и асинхронных потенциалов ограничиваются. Временные связи устанавливаются между теми участками головного мозга, от которых производится регистрация биоэлектрических колебаний. Исследования показывают, что во многих практических ситуациях достаточно пользоваться не всеми признаками P_n , а лишь частью их $P_{(n-k)}$, т. е. $P_n > P_{(n-k)}$. Признаки $P_{(n-k)}$ синхронных и асинхронных потенциалов характеризуют вероятностные направленности весов, так как распределение весов варьирует в некото-

ром интервале числовых значений и может смещаться при различных функциональных состояниях головного мозга. Признаками могут являться сочетания, сходные по количеству входящих в их структуру потенциалов, но быть отличными хотя бы по одному регистрируемому местоположению.

Поскольку отношениями, отражающими взаимосвязь потенциалов, являются отношения подчинения (включения \subset и принадлежности \in) и соподчинения, то структуры множеств признаков синхронных и асинхронных потенциалов могут относиться к различным типам иерархических структур.

Если признаки синхронных и асинхронных потенциалов ранжировать не по вариационным рядам, то топологическим выражением иерархической структуры множества признаков мог бы явиться граф типа «дерева» [3].



Структура множества признаков синхронных потенциалов головного мозга в таком случае состоит из узлов и связей между этими рядами признаков. Узлы признаков расположены на $j=1, 2, \dots, k_i$ -уровнях структуры множеств признаков, как это показано на рисунке. Нулевому уровню структуры ($j=0$) соответствует признак наибольшей структуры. Каждый узел признака синхронных потенциалов на j -уровне связан одним входом и включает в свою структуру потенциалы признака с узлом на $(j-1)$ -уровне и A_{α_j} . Число A_{α_j} называется степенью α_j -го узла. В таком представлении каждый вариационный ряд и признак, в нем находящийся, может имитироваться уровнем и узлом. Структура, у которой признаки находятся на однородном уровне, образует однородные вариационные ряды. Структура же, у которой степени всех узлов признаков одинаковы, т. е. $A_{\alpha_j}=A$, $\alpha=1, 2, \dots, r_j$, $j=1, 2, \dots, k_{l-1}$ называется симметричной или правильной. Средством всего многообразия, таким образом, представленных иерархических структур множеств признаков синхронных потенциалов можно выделить три вида структур: невырождающиеся k -уровневые, вырождающиеся, смешанные.

Невырождающаяся структура множества признаков синхронных потенциалов представляет собой естественный лабиринт, в котором исключена возможность перехода в узел на j -м уровне, минуя $(j-1)$ -й уровень.

Структура с числом структурных уровней по каждому признаку A_{α_j} и числом $k_i=1$, равного числу потенциалов n_k , относится к вырождающейся структуре. Вырождающаяся структура признаков синхронных потенциалов головного мозга заключается в том, что она стремится как можно меньше включать уровней.

Смешанная структура комплексирует структуры первых двух видов. Отсюда видно, что логическая схема типа «дерева», отражающая иерархическую структуру множеств признаков синхронных потенциалов для однородного вариационного ряда связана соотношением $n_k = A^k$.

Так как производится анализ ЭЭГ выборок, то границы однородных вариационных рядов ограничены набором переключательных функций, и определенное количество уровней связи упрощается до арифметической простоты. Каждый вариационный ряд при аппроксимации отождествляется по рангу с уровнем $C_m^m \equiv j$, $C_m^{m-1} \equiv (j-1)$, ..., $C_m^1 \equiv (j-m)$.

Описание множества признаков синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга с помощью ансамбля A , как и графы типа «дерева», являются «бесструктурным». Понятие информации о синхронных и асинхронных потенциалах является однозначно-множественным, т. е. системным и не может описываться формально-количественно. Предпосылки вероятностно-статической теории биоинформации с позиций системного подхода основаны на том, что для понятия электрической биоинформации головного мозга оказывается недостаточным наложить искусственную структуру ансамбля и графа типа «дерева». Проще, если сложный механизм ансамбля и графа устранить и ограничить пространственно-временные мозаики ЭЭГ колебаний вариационными рядами, границы которых обусловлены сочетаниями $C_m^1, C_m^2, \dots, C_m^m$, где m — количество ЭЭГ отведений, 1, 2, ..., ($j=m$) — количество синхронных потенциалов.

Наложение на признаки синхронных и асинхронных потенциалов жесткой структуры вариационных рядов является гомоморфным отображением исходного множества биопотенциалов, так как параметры действительной структуры исходного множества потенциалов могут отличаться от формальной структуры модели. Поэтому преобразование множества синхронных и асинхронных потенциалов оказывается инвариантным относительно количества биоинформации, содержащейся в признаках закодированных потенциалов.

При помощи графа типа «дерева» устанавливается лабиринт между признаками синхронных потенциалов, но без путеводной ниточки, обусловленной вероятностно-весовой направленностью ветви. Для такого «плоского» графа эта ветвь оказывается не ин-

формативной, и поэтому при помощи такого метода отбора образов из геродотовых лабиринтов множества структур признаков синхронных и асинхронных потенциалов не выбраться, поскольку разнообразие биоинформации поглощается разнообразием.

Система представлений признаков вариационными рядами имеет несомненные преимущества перед графом типа «дерева»:

а) структуры синхронных и асинхронных потенциалов ограничиваются не ансамблем, а признаками, комплектованными в вариационные ряды разных рангов, и поэтому являются отображением разнообразия электрических мозаик головного мозга;

б) выявляются вероятностно-весовые составляющие, которые невозможно обнаружить при помощи графа типа «дерева»;

в) формируются предпосылки для создания вероятностной гомоморфной модели на любом уровне в пределе крайних значений (от асинхронизации к локальной синхронизации, от локальной синхронизации до диффузной), обнаруживая трансформацию во времени и в пространстве.

Проанализируем структуры признаков и вариационных рядов в том аспекте, который предусматривает предложенная система количественного анализа синхронных и асинхронных потенциалов.

Символы, включающиеся в структуры признаков, при гомоморфном моделировании, как указывалось, равны событиям, т. е. синхронным и асинхронным потенциалам. Их тождественные преобразования должны привести к одним и тем же результатам. Преобразование структур множеств признаков после ранжирования устанавливает тождественные соотношения со структурой множеств признаков до ранжирования и, естественно, с исходной структурой ЭЭГ колебаний.

Установить однозначное соответствие между гомоморфными образами, выраженными в форме признаков вариационных рядов, и исходной системой синхронных и асинхронных потенциалов можно при помощи отношений конгруэнтности [4] или, проще говоря, отношением эквивалентности, являющимся бинарным отношением, удовлетворяющим условию тождественности, система признаков X до ранжирования тождественна системе признаков после ранжирования Y , т. е. $X \equiv Y$.

При линейаризации структуры признаков вариационных рядов можно представить с помощью метрического пространства. Метрическое пространство — это совокупность синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга с определенным расстоянием между любыми пунктами регистрации ЭЭГ, с другой стороны — совокупность признаков этих закодированных потенциалов с условным расстоянием между ними одного и разных уровней, что весьма важно при отборе вероятностных признаков, т. е. признаков с вероятностным распределением весов. Пространство, охватываемое структурой признаков и вариационных рядов, оказывается замкнутым, а электрическая биоинформация — ограниченной. Пространство головного мозга, на котором расположены потенциалы, образующие при различных состояниях отличимые друг от

друга вероятностные накопления повторяющихся сочетаний, состоящие из этих потенциалов, могут образовывать семейства вероятностно-замкнутых множеств. Эти семейства объединяют множества вероятностных признаков, вложенные в структуры вариационных рядов. Пересечение структур по некоторым качественным свойствам признаков вариационных рядов разных уровней замыкает множества вероятностных признаков. Семейство G замкнутых множеств признаков синхронных потенциалов головного мозга в пространстве общего количества признаков, формирующихся из сочетаний ЭЭГ отведений, обладает тем свойством, что любое замкнутое множество пересекается по некоторой части (составляющей), общей для структур некоторого подмножества признаков с вероятностно-однонаправленным распределением весов, и является базисом замкнутых множеств признаков. Семейство G признаков является первоосновой биоинформации, несомой синхронными и асинхронными случайными и вероятными электрическими событиями головного мозга. Пересечение вариационных рядов по всем иерархическим рангам происходит, как отмечалось, по некоторой общей составляющей, которая входит в структуры разных признаков и образует в совокупности с другими составляющими, входящими в структуры этих и других признаков разные качества синхронного механизма электрической активности головного мозга. Семейство G множеств замыкает окрестность признаков с вероятностным накоплением весов. Так как G — семейство, то оно может характеризовать ряд функциональных состояний головного мозга и позволять выявить особенности пространственного распределения синхронных и асинхронных потенциалов одного функционального состояния головного мозга.

Рассматривая генеральную совокупность ЭЭГ колебаний, бесконечную последовательность признаков $X = \{x_n\}$ синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга, распределенных на условно-метрическом пространстве, можно назвать сходящейся к пределу тогда, когда $\delta(x_n, a) \rightarrow a$ при $n \rightarrow \infty$. Если последовательность $\{x_n\}$ сходится, то она удовлетворяет условию Коши [4]: $\lim_{m, n \rightarrow \infty} \delta(x_m, x_n) = 0$, где m и n — признаки синхронных и асинхронных потенциалов двух функциональных состояний головного мозга; a — оптимум признаков, необходимый для характеристики функционального состояния головного мозга.

Множество признаков синхронных и асинхронных потенциалов с вероятностным накоплением весов в течение ЭЭГ выборки можно представить подмножеством $\{x_\sigma\}$ множества $\{x_a\}$, включающего общее количество признаков этой выборки, т. е. $\{x_\sigma\} \subset \{x_a\}$, тем самым указывая на то, что $\{x_\sigma\}$ имеется в $\{x_a\}$. Отсюда следует, если $x_a \rightarrow a$ и $\{x_\sigma\}$ — подмножество множества $\{x_a\}$, то $x_\sigma \rightarrow a$, где a — оптимально-минимальное количество вероятностных признаков синхронных потенциалов головного мозга, позволяющее с определенной вероятностью обнаружить изменения ЭЭГ, например, при корригировании гомеостаза.

Под частично упорядоченным множеством признаков будем понимать установление бинарных отношений между исходной системой ЭЭГ колебаний и представленных вариационными рядами признаками закодированных синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга. Придадим символу \geq смысл «содержит», «включает» «больше или равно». Если система ЭЭГ колебаний X , система закодированных потенциалов символами Y , что соответствует $X \geq Y$ и $X = Y$, то X включает Y , так как X больше Y . Это может быть, например, в том случае, когда сравнивается исходная система X с отображенной Y , X включает синхронные и асинхронные, а Y — только синхронные или только асинхронные потенциалы головного мозга. Тогда, если $X \geq Y$ и $Y \geq Z$, $X \geq Z$, что называется транзитивностью. Транзитивность позволяет отобразить малоинформативные, не четко выраженные признаки вариационных рядов, характеризующих по данным проявления синхронных и асинхронных потенциалов разные функциональные состояния головного мозга.

Каждый однородный вариационный ряд представляет замкнутый интервал $[x_1, x_{n_1}]$, где x_1 и x_{n_1} — конечные признаки, а остальные признаки $x_2, x_3, \dots, x_i, \dots$ находятся между граничными значениями x_1 и x_{n_1} .

Под порядком частично упорядоченного множества признаков, представленных в форме вариационных рядов, будем понимать число признаков в одинаковом расположении для разных функциональных состояний головного мозга. Естественно, порядок признаков может быть конечным, единым и множественным, если предусматривать варианты перестановок. Расположение признаков закодированных синхронных потенциалов принято условно единственным для оценки любого состояния головного мозга. Иерархия разных вариационных рядов признаков также образует частично упорядоченное множество. Это относится и к структуре вероятностных признаков разных рангов и к различным частям структур одного и совокупности признаков, различимых по общим составляющим. Допустим, вариационные ряды состоят из совокупности подмножеств вероятностных признаков и признаков с разнонаправленным, не четко выраженным, редко случайным, распределением весов накопленных синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга. Разнонаправленность, однонаправленность и концентрация распределенных весов — понятия различные. Любое подмножество синхронных и асинхронных потенциалов частично упорядоченного множества признаков вариационных рядов является частично упорядоченным.

В идеальном случае при моделировании синхронных и асинхронных потенциалов может быть использован изоморфизм. Под изоморфизмом между частично упорядоченными множествами M_1 и M_2 признаков понимают взаимно-однозначное соответствие между M_1 и M_2 : при $X \geq Y$ $\theta(X) \geq \theta(Y)$, а при $\theta(X) \geq \theta(Y)$ $X \geq Y$. Это соответствие называется изотонным или сохраняющим. Час

тично упорядоченные множества признаков синхронных и асинхронных потенциалов изоморфны тогда, когда между ними существует изоморфизм. Изоморфизм частично упорядоченного множества с самим собой называется автоморфизмом. При гомоморфном моделировании синхронных и асинхронных потенциалов головного мозга можно принять условие: если $X \geq Y$, то $\theta(X) \geq \theta(Y)$, но $\theta(X) \neq \theta(Y)$, так как после сортировки признаков по вариационным рядам нарушается их естественное чередование.

Эвклид писал: «...Точка есть то, что не имеет частей». Индивидуальный признак имеет, образно говоря, «структуру точки» и оценивается накоплением их, размещаясь в интервале значений, размерность которого ограничивается двумя граничными значениями — максимальным (sup) и минимальным (inf). Групповые признаки закодированных потенциалов имеют структуры, состоящие из двух и более точек — координат отведения ЭЭГ, и, хотя сами в анализируемом плане не имеют частей, в совокупности своей образуют структуры, состоящие из частей, или, как мы называем, составляющих, которые и обуславливают разницу качеств механизма синхронизации и асинхронизации электрической активности головного мозга. Поэтому признаки синхронных и асинхронных потенциалов могут обладать минимальными и максимальными структурами, порядок которых обусловлен количеством ЭЭГ отведений.

Условно упорядоченное множество признаков, например, в форме однородных вариационных рядов представляет собой своеобразную цепь, поскольку они связаны равными по количеству компонент, «точек», формирующими структуру, и тем самым обладают размерностью или, если исходить из понятия алфавита, длиной. Получается, что признаки однородного вариационного ряда связаны одинаковой размерностью и потенциально должны нести равную информацию, но синдром, динамический стереотип или любого рода раздражение обуславливают разное накопление весов синхронных или асинхронных потенциалов головного мозга, разную повторяемость весов, в результате чего большинство признаков несет дополнительную биоинформацию. По существу такие признаки инфантильны, малоинформативны, инертны к информации с точки зрения шенноновских, вероятностно-статистических представлений, исходя из которых каждый признак синхронных и асинхронных потенциалов несет биоэлектрическую информацию, разных качеств и в не равной мере. Наиболее ценными оказываются признаки с однонаправленным и вероятностно-сконцентрированным распределением весов. Малоинформативные признаки с разнонаправленным и редко случайным распределением весов синхронных и асинхронных потенциалов образуют пустые множества.

Таким образом, структуры и веса накопленных синхронных и асинхронных потенциалов позволяют раскрыть некоторые особенности электрической активности головного мозга.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Харкевич А. П. Теория информации. (Опознавание образов). М., «Наука» 1973. 490 с.
2. Маккарти Дж. Информация. — В сб.: Информация. М., «Мир», 1968 с. 7—23.
3. Оре О. Графы и их применение. М., «Мир», 1965. 338 с.
4. Биркгоф Г. Теория структур. М., Изд-во иностр. лит., 1952. 407 с.

Поступила 3 мая 1974г.