ИССЛЕДОВАНИЕ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДИСПЕРСИОННОГО ЯМР-СТАБИЛИЗАТОРА РЕЗОНАНСНЫХ УСЛОВИЙ

В. И. Федоров

Москва

ОБОЗНАЧЕНИЯ

ω_0 — частота радиочастотного поля;
H_0 — напряженность постоянного поля;
γ — гиромагнитное отношение ядра;
H_1 — напряженность радиочастотного поля;

M_0 — статическая намагниченность;
ω_m — частота поля модуляции;
T_1, T_2 — времена релаксации;
$\varphi_{в.ч}$ — фаза сигнала высокой частоты (по отношению к фазе радиочастотного поля);
$\varphi_{в.ч}$ — фаза опорного напряжения фазового детектора (по отношению к фазе поля модуляции);
$\Delta\omega$ — расстройка резонансных условий;
τ — постоянная времени;
U, V — дисперсия, поглощение (сигналы ЯМР);
$h_{вн}$ — внешнее возмущение поля;
$h_к$ — компенсирующее воздействие стабилизатора;
K — коэффициент усиления;
f^2 — фактор насыщения;
s — индекс, обозначающий значения переменных в состоянии равновесия;
p — оператор дифференцирования.

Одной из основных проблем при конструировании ЯМР-спектрометров высокого разрешения является стабилизация резонансных условий $\omega_0 = \gamma H_0$ — соотношения между частотой ω_0 радиочастотного поля и величиной постоянного поля H_0, которые накладываются в процессе эксперимента на образец с ядрами, имеющими гиромагнитное отношение γ.

Идея использования вспомогательного образца, также содержащего исследуемые ядра, для стабилизации резонансных условий была высказана Паккардом [1]. В настоящее время для этих целей чаще используют сигнал дисперсии в условиях модуляции постоянного поля с частотой ω_m, большей полуширины линии образца $\frac{1}{T_2}$ [2]. Вид сигнала дисперсии (рис. 1) удобен для индикации величины и знака отклонения одного из параметров от резонансного соотношения, при выполнении которого сигнал дисперсии равен нулю [3]. Подробный разбор блок-схемы такого стабилизатора находим в работе [4]. Кратко рассмотрим функциональную схему этого стабилизатора (рис. 2). Катушка индуктивности *3* является частью резонансного контура, входящего в схему моста *2*, который позволяет работать в режимах фазового ($\varphi_{в.ч} = 0°$) и амплитудного ($\varphi_{в.ч} = 90°$) балансов, для чего предусмотрены соответствующие ручки управления, и содержит образец с водным раствором $CuSO_4$, используемый для стабилизации. Вокруг образца при подключении к входу моста кварцевого генератора высокой частоты *1* создается радиочастотное поле H_1. Постоянное поле в зазоре электромагнита модулируется в области образца за счет протекания тока звуковой частоты ω_m по катушкам *5*, расположенным вокруг образца. Резонансные сигналы усиливаются по высокой частоте усилителем *4*, детектируются амплитудным детектором *6*, усиливаются по низкой частоте усилителем *7* и детектируются по фазе фазовым детектором *8*, опорное напряжение на котором создается источником модуляционного тока *13*. После прохож-

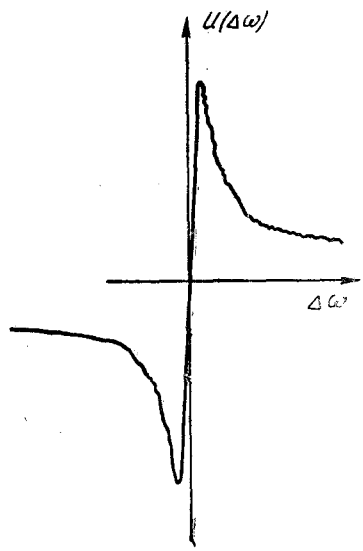


Рис. 1. Сигнал дисперсии ЯМР.

дения через интегрирующую цепь с постоянной времени τ сигналы после усилителя постоянного тока *9* воздействуют на проходной элемент *10*, управляющий током в исполнительных катушках подмагничивания *11* для компенсации возможных отклонений одного из параметров от резонансного соотношения. Для управления фазой низкой частоты предусмотрен фазовращатель *12*. В тракте усилителя низкой частоты имеется регулятор усиления.

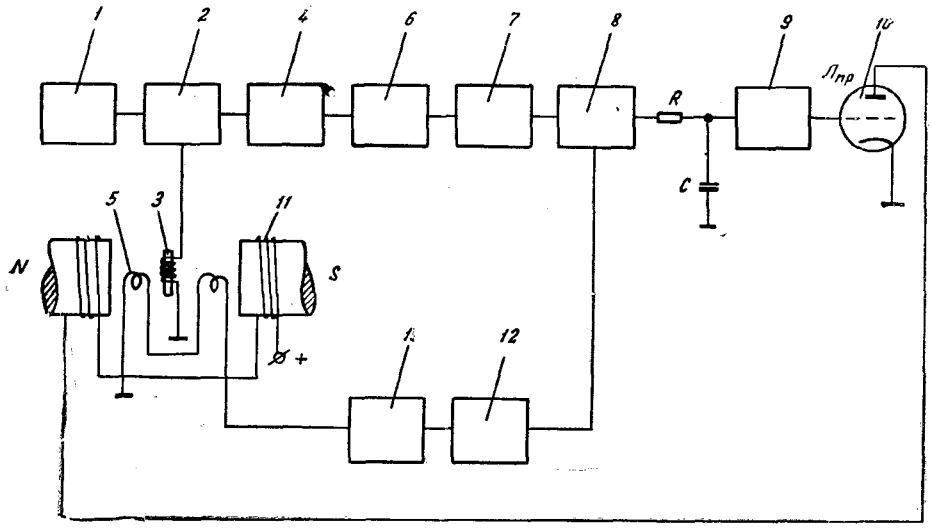


Рис. 2. Функциональная схема ЯМР-стабилизатора резонансных условий:
1 — генератор высокой частоты; *2* — радиочастотный мост; *3* — катушка индуктивности; *4* — усилитель высокой частоты; *5* — катушки модуляции; *6* — амплитудный детектор; *7* — усилитель низкой частоты; *8* — фазовый детектор; *9* — усилитель постоянного тока; *10* — проходной элемент; *11* — исполнительные катушки; *12* — фазовращатель; *13* — источник тока модуляции.

Практически возможно применение двух следующих режимов стабилизации.

1. Стабилизация на первой боковой частоте, возникающей при модуляции поля звуковой частотой, $\omega_0 = \gamma H_0 \pm \omega_m$ (знак «плюс» или «минус» зависит от того, для какой именно боковой выполняется условие отрицательной обратной связи в тракте усиления и компенсации сигнала).

Этому режиму соответствуют, согласно принятым в литературе обозначениям фазы [5], $\varphi_{в.\,ч} = 90°$; $\varphi_{н.\,ч} = 0°$.

При этом (для небольших индексов модуляции $\frac{\gamma H_m}{\omega_m}$, где γH_m — интенсивность поля модуляции, ед. частоты) характеристика разомкнутой системы будет представлять собой два сигнала дисперсии с разными наклонами по отношению к оси расстроек $\Delta\omega$ и сдвигом по оси расстроек на величину $\beta = 2\omega_m$. Эти положения соответствуют условиям резонанса на верхнем $(+\omega_m)$ и нижнем $(-\omega_m)$ боковых участках.

2. Стабилизация на центральном резонансном участке $\omega_0 = \gamma H_0$.

Для этого режима $\varphi_{в.\,ч} = 0°$; $\varphi_{н.\,ч} = 90°$. В этом случае характеристика разомкнутой системы будет представлять собой три дисперсии: на центральном и боковых участках с противоположным по отношению к центральному сигналу наклоном, если $J_0\left(\frac{\gamma H_m}{\omega_m}\right) - J_2\left(\frac{\gamma H_m}{\omega_m}\right) \neq 0$ где J_0,

J_2 — функции Бесселя; или (если $J_0 = J_2$) сигналы дисперсии на центральной и двух боковых частотах, соответствующих условиям резонанса, составят $\omega_0 = \gamma H_0 \pm 2\omega_m$.

В настоящей работе проведен анализ устойчивости системы стабилизации для режима второго типа при допущении, что частотные характеристики тракта усиления определяются постоянной времени τ апериодического звена. Режим первого типа является предметом особого рассмотрения. Кроме того, будем считать, что модуляция выполняет лишь роль поднесущей, с помощью которой осуществляется бездрейфовое усиление продетектированного по высокой частоте сигнала ЯМР. Для простоты анализа индекс модуляции принимаем таким, чтобы интенсивности сигналов на центральной и боковых частотах были одинаковыми.

Известно, что система стабилизации описывается уравнениями Блоха [6] и дифференциальным уравнением обратной связи. Боковые частоты, наблюдающиеся в разомкнутой системе при наличии модуляции, учитываются принудительным введением в спектр образца дополнительных линий, описываемых уравнениями Блоха. Данные линии отстоят от «рабочей» на величину $\pm\frac{1}{2}\beta$ по оси расстроек и отличаются тем, что в канале обратной связи для них выполняются условия положительной обратной связи при стабилизации по центральному резонансному сигналу.

Такая система описывается следующей системой уравнений:

$$\dot{U}_1 + \frac{1}{T_2}U_1 + \left(\Delta\omega + \gamma h_к + \gamma h_{вн} - \frac{1}{2}\beta\right)V_1 = 0; \tag{1}$$

$$\dot{V}_1 + \frac{1}{T_2}V_1 - \left(\Delta\omega + \gamma h_к + \gamma h_{вн} - \frac{1}{2}\beta\right)U_1 = -\omega_1 M_{z_1}; \tag{2}$$

$$\dot{M}_{z_1} + \frac{1}{T_1}M_{z_1} - \omega_1 V_1 = \frac{M_0}{T_1}; \tag{3}$$

$$\dot{U}_2 + \frac{1}{T_2}U_2 + (\Delta\omega + \gamma h_к + \gamma h_{вн})V_2 = 0; \tag{4}$$

$$\dot{V}_2 + \frac{1}{T_2}V_2 - (\Delta\omega + \gamma h_к + \gamma h_{вн})U_2 = -\omega_1 M_{z_2}; \tag{5}$$

$$\dot{M}_{z_2} + \frac{1}{T_1}M_{z_2} - \omega_1 V_2 = \frac{M_0}{T_1}; \tag{6}$$

$$\dot{U}_3 + \frac{1}{T_2}U_3 + \left(\Delta\omega + \gamma h_к + \gamma h_{вн} + \frac{1}{2}\beta\right)V_3 = 0; \tag{7}$$

$$\dot{V}_3 + \frac{1}{T_2}V_3 - \left(\Delta\omega + \gamma h_к + \gamma h_{вн} + \frac{1}{2}\beta\right)U_3 = -\omega_1 M_{z_3}; \tag{8}$$

$$\dot{M}_{z_3} + \frac{1}{T_1}M_{z_3} - \omega_1 V_3 = \frac{M_0}{T_1}; \tag{9}$$

$$\gamma\dot{h}_к + \frac{1}{\tau}\gamma h_к = -\frac{\gamma K}{\tau}(-U_1 + U_2 - U_3). \tag{10}$$

Здесь U_1, U_2, U_3; V_1, V_2, V_3 — сигналы дисперсии и поглощения; M_{z_1}, M_{z_2}, M_{z_3} — сигнал динамической намагниченности; T_1, T_2 — времена релаксации (продольной и поперечной); $\omega_1 = \gamma H_1$ — амплитуда радиочастотного поля, ед. частоты; K — коэффициент усиления, содержащий в качестве сомножителей коэффициенты усиления и преобразования всех звеньев, входящих в приемно-усилительный тракт; $\Delta\omega = \omega_0 - \gamma H$ — расстройка резонансных условий; $\gamma h_{вн}$ — внешнее воздействие, ед. частоты; $\gamma h_к$ — компенсирующее воздействие, ед. частоты; τ — постоянная времени интегрирующей цепи.

Прежде всего исследуем состояние равновесия системы. Следующие уравнения состояния равновесия получим после приравнивания нулю всех производных в соотношениях (1)—(10) при $h_{вн} = 0$:

$$U_{1s} + T_2\left(\Delta\omega + \gamma h_{к_s} - \frac{1}{2}\beta\right)V_{1s} = 0; \tag{11}$$

$$-T_2\left(\Delta\omega + \gamma h_{к_s} - \frac{1}{2}\beta\right)U_{1s} + f^2 V_{1s} = -\omega_1 M_0 T_2; \tag{12}$$

$$U_{2s} + T_2(\Delta\omega + \gamma h_{к_s})V_{2s} = 0; \tag{13}$$

$$-T_2(\Delta\omega + \gamma h_{к_s})U_{2s} + f^2 V_{2s} = -\omega_1 M_0 T_2; \tag{14}$$

$$U_{3s} + T_2\left(\Delta\omega + \gamma h_{к_s} + \frac{1}{2}\beta\right)V_{3s} = 0; \tag{15}$$

$$-T_2\left(\Delta\omega + \gamma h_{к_s} + \frac{1}{2}\beta\right)U_{3s} + f^2 V_{3s} = -\omega_1 M_0 T_2; \tag{16}$$

$$\gamma h_{к_s} = -\gamma K(-U_{1s} + U_{2s} - U_{3s}). \tag{17}$$

Здесь $f^2 = 1 + \omega_1^2 T_2^2$ и принято $T_1 = T_2$, что обычно имеет место для реальных образцов.

Из уравнений (11)—(17) получаем окончательное выражение для состояний равновесия системы при произвольной расстройке $\Delta\omega$:

$$\gamma h_{k_s} = -\frac{\gamma K \omega_1 M_0 T_2^2}{f^2}\left[-\frac{\Delta\omega + \gamma h_{к_s} - \frac{1}{2}\beta}{1 + \frac{T_2^2}{f^2}\left(\Delta\omega + \gamma h_{к_s} - \frac{1}{2}\beta\right)^2} + \frac{\Delta\omega + \gamma h_{к_s}}{1 + \frac{T_2^2}{f^2}(\Delta\omega + \gamma h_{к_s})^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\Delta\omega - \gamma h_{к_s} + \frac{1}{2}\beta}{1 + \frac{T_2^2}{f^2}\left(\Delta\omega + \gamma h_{к_s} + \frac{1}{2}\beta\right)^2}\right]. \tag{18}$$

На рис. 3 показано графическое построение решений уравнения (18), соответствующих точкам равновесия системы. При достаточно большом K точками равновесия с высокой степенью точности можно считать корни функции F_2 — правой части выражения (18).

Если $\frac{1}{4}\beta \gg \frac{f}{T_2}$, то с большой точностью корнями уравнения (18) можно считать следующие значения:

$$(\Delta\omega + \gamma h_{k_s})_1 \simeq \frac{1}{2}\beta;$$

$$(\Delta\omega + \gamma h_{k_s})_2 \simeq 0;$$

$$(\Delta\omega + \gamma h_{к_s})_3 \simeq -\frac{1}{2}\beta.$$

Значения параметров в состоянии равновесия в точке 2 (рис. 3), соответствующей второму корню уравнения (18), оказываются равными

$$U_{1s} \simeq -\frac{2\omega_1 M_0}{\beta};\ U_{2s} \simeq 0;\ U_{3s} = \frac{2\omega_1 M_0}{\beta};$$

$$V_{1s} = -\frac{4\omega_1 M_0}{\beta^2 T_2};\ V_{2s} = -\frac{\omega_1 M_0 T_2}{f^2};\ V_{3s} = -\frac{4\omega_1 M_0}{\beta^2 T_2}.$$

Далее, руководствуясь методами теории устойчивости [8], рассмотрим возмущенное состояние системы, полагая

$$U_1 = U_{1s} + x_1;\ V_1 = V_{1s} + y_1;\ M_{z_1} = M_{z_{1s}} + z_1;$$
$$U_2 = U_{2s} + x_2;\ V_2 = V_{2s} + y_2;\ M_{z_2} = M_{z_{2s}} + z_2;$$
$$U_3 = U_{3s} + x_3;\ V_3 = V_{3s} + y_3;\ M_{z_3} = M_{z_{3s}} + z_3;$$
$$\gamma h_к = \gamma h_{к_s} + r.$$

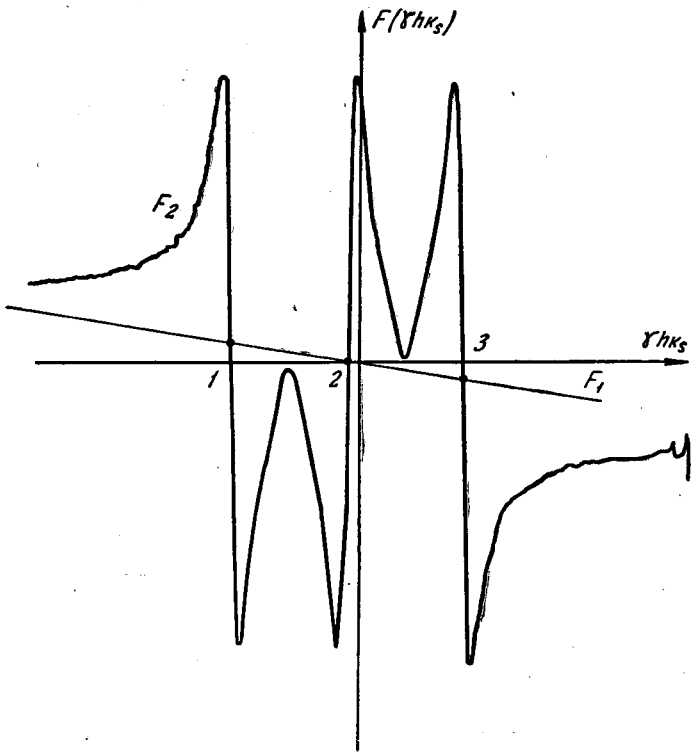


Рис. 3. Построение точек равновесия системы стабилизации.

Подставляя значения переменных в выражения (1)—(7) и отбрасывая нелинейные члены, после некоторых преобразований получаем систему уравнений в вариациях:

$$x_1\left(p + \frac{1}{T_2}\right) + y_1\left(\Delta\omega + \gamma h_{к_s} - \frac{1}{2}\beta\right) = -(r + \gamma h_{вн})\, V_{1s}; \qquad (1')$$

$$-x_1\left(\Delta\omega + \gamma h_{к_s} - \frac{1}{2}\beta\right) + y_1\left(p + \frac{1}{T_2}\right) = (r + \gamma h_{вн})\, U_{1s} - \omega_1 z_1; \qquad (2')$$

$$\left(p + \frac{1}{T_2}\right) z_1 - \omega_1 y_1 = 0; \qquad (3')$$

$$x_2\left(p + \frac{1}{T_2}\right) + y_2\,(\Delta\omega + \gamma h_{к_s}) = -(rh_{вн})\, V_{2s}; \qquad (4')$$

$$-x_2\,(\Delta\omega + \gamma h_{к_s}) + y_2\left(p + \frac{1}{T_2}\right) = (r + \gamma h_{вн})\, U_{2s} - \omega_1 z_2; \qquad (5')$$

$$\left(p + \frac{1}{T_2}\right) z_2 - \omega_1 y_2 = 0; \qquad (6')$$

$$x_3\left(p+\frac{1}{T_2}\right)+y_3\left(\Delta\omega+\gamma h_{к_s}+\frac{1}{2}\beta\right)=-(r+\gamma h_{вн})V_{3s}; \tag{7'}$$

$$-x_3\left(\Delta\omega+\gamma h_{к_s}+\frac{1}{2}\beta\right)+y_3\left(p+\frac{1}{T_2}\right)=(r+\gamma h_{вн})U_{3s}-\omega_1 z_3; \tag{8'}$$

$$\left(p+\frac{1}{T_2}\right)z_3-\omega_1 y_3=0; \tag{9'}$$

$$r\left(p+\frac{1}{\tau}\right)=-\frac{\gamma K}{\tau}(-x_1+x_2-x_3). \tag{10'}$$

Здесь и далее p — оператор дифференцирования. Для точки 2 (рис. 3)

$$\Delta\omega+\gamma h_{к_s}=0;$$

$$x_1=(r+\gamma h_{вн})\frac{-V_{1s}\left(p+\frac{1}{T_2}+\frac{\omega_1^2}{p+\frac{1}{T_2}}\right)+\frac{1}{2}\beta U_{1s}}{\left(p+\frac{1}{T_2}\right)^2+\omega_1^2+\frac{1}{4}\beta^2}; \tag{19}$$

$$x_2=(r+\gamma h_{вн})\frac{-v_{2s}}{p+\frac{1}{T_2}}; \tag{20}$$

$$x_3=(r+\gamma h_{вн})\frac{-V_{3s}\left(p+\frac{1}{T_2}+\frac{\omega_1^2}{p+\frac{1}{T_2}}\right)-\frac{1}{2}\beta U_{3s}}{\left(p+\frac{1}{T_2}\right)^2+\omega_1^2+\frac{1}{4}\beta^2}; \tag{21}$$

$$r\left(p+\frac{1}{T_2}\right)=-\frac{\gamma K}{\tau}\left\{-\frac{-V_{1s}\left(p+\frac{1}{T_2}+\frac{\omega_1^2}{p+\frac{1}{T_2}}\right)+\frac{1}{2}\beta U_{1s}}{\left(p+\frac{1}{T_2}\right)^2+\omega_1^2+\frac{1}{4}\beta^2}+\frac{-V_{2s}}{p+\frac{1}{T_2}}-\right.$$

$$\left.-\frac{-V_{3s}\left(p+\frac{1}{T_2}+\frac{\omega_1^2}{p+\frac{1}{T_2}}\right)-\frac{1}{2}\beta U_{3s}}{\left(p+\frac{1}{T_2}\right)^2+\omega_1^2+\frac{1}{4}\beta^2}\right\}. \tag{22}$$

Передаточная функция реакции системы на малое возмущение (в пренебрежении членами с V_{1s} и V_{3s} и с учетом $U_{1s}=-U_{3s}$) выразится следующим образом:

$$\frac{r}{\gamma h_{вн}}(p)=\frac{-\frac{\gamma K}{\tau}\left\{-V_{2s}\left[\left(p+\frac{1}{T_2}\right)^2+\omega_1^2+\frac{1}{4}\beta^2\right]+\beta U_{3s}\left(p+\frac{1}{T_2}\right)\right\}}{\left[\left(p+\frac{1}{\tau}\right)\left(p+\frac{1}{T_2}\right)-\frac{\gamma K}{\tau}V_{2s}\right]\left[\left(p+\frac{1}{T_2}\right)^2+\omega_1^2+\frac{1}{4}\beta^2\right]+\frac{\gamma K}{\tau}\beta U_{3s}\left(p+\frac{1}{T_2}\right)}. \tag{23}$$

Характеристическое уравнение свободного движения системы при отсутствии внешних возмущений будет получено в результате приравнивания нулю знаменателя передаточной функции, т. е.

$$\left[\left(p+\frac{1}{\tau}\right)\left(p+\frac{1}{T_2}\right)-\frac{\gamma K}{\tau}V_{2s}\right]\left[\left(p+\frac{1}{T_2}\right)^2+\omega_1^2+\frac{1}{4}\beta^2\right]+$$

$$+\frac{\gamma K}{\tau}\beta U_{3s}\left(p+\frac{1}{T_2}\right)=0. \tag{24}$$

Исследуем это уравнение на устойчивость в условиях оптимального насыщения $f_2 = 2$. Тогда

$$\omega_1 = \frac{1}{T_2};\ V_{2s} = -\frac{1}{2}M_0;\ U_{3s} = \frac{2M_0}{\beta T_2}.$$

Если считать $\tau \gg T_2$ и обозначать $\gamma K M_0 = A$, то характеристическое уравнение (24) примет вид

$$p^4 + \frac{3}{T_2}p^3 + p^2\left(\Omega^2 + \frac{2}{T_2^2} + \frac{A}{2\tau}\right) + p\left(\frac{\Omega^2}{T_2} + \frac{2}{T_2^2\tau} + \frac{3A}{T_2\tau}\right) + \frac{\Omega^2 A}{2\tau} + \frac{\Omega^2}{T_2\tau} + \frac{2A}{T_2^2\tau} = 0, \tag{25}$$

где

$$\Omega^2 = \frac{1}{4}\beta^2 + \omega_1^2 + \frac{1}{T_2^2} = \frac{1}{4}\beta^2 + \frac{2}{T_2^2}.$$

Поскольку, согласно теореме Ляпунова, устойчивость системы определяется наличием отрицательной вещественной части у корней характеристического уравнения, существование в решении чисто мнимых корней можно считать условием, соответствующим границе устойчивости. Подставляем $p = j\omega$ и после разделения действительной и мнимой частей получаем два уравнения

$$-\frac{3}{T_2}\omega^2 + \frac{\Omega^2}{T_2} + \frac{2}{T_2^2\tau} + \frac{3A}{T_2\tau} = 0; \tag{26}$$

$$\omega^4 - \omega^2\left(\Omega^2 + \frac{2}{T_2^2} + \frac{A}{2\tau}\right) + \frac{\Omega^2}{2\tau}A + \frac{\Omega^2}{T_2\tau} + \frac{2A}{T_2^2\tau} = 0. \tag{27}$$

Из (26) находим

$$\omega^2 = \frac{1}{3}\Omega^2 + \frac{A}{\tau}. \tag{28}$$

Подставляя значение ω^2 в соотношение (27), получаем квадратное уравнение относительно

$$\frac{A^2}{2\tau^2} - \frac{2}{9}\Omega^4 - \frac{2}{3}\cdot\frac{\Omega^2}{T_2^2} = 0, \tag{29}$$

откуда $A = \frac{2}{3}\Omega^2\tau + \frac{\tau}{T_2^2}$, а соответствующее границе устойчивости значение частоты

$$\omega_{гр}^2 = \Omega^2 + \frac{1}{T_2^2} = \frac{\beta^2}{4} + \frac{3}{T_2^2}. \tag{30}$$

Исследования уравнения при различных значениях τ (в частности, при $\tau = T_2$) дали следующие значения $\omega_{гр}^2$ и A:

$$\omega_{гр}^2 \simeq \Omega^2 + \frac{4}{T_2^2} = \frac{\beta^2}{4} + \frac{6}{T_2^2};\quad A \simeq \frac{2}{3}\Omega^2 T_2 + \frac{14}{3T_2}.$$

Распространим произведенный анализ системы на реальную систему с модуляцией поля и последующей демодуляцией усиленных сигналов на частоте ω_m. В системе с модуляцией на частоте потеря устойчивости на частоте $\omega_{гр}$ должна в конечном счете привести к условиям, при которых в спектре частот сигнала существует компонента $\omega_{гр} = \omega_m + \alpha$, где α — частота, меньшая, чем ω_m.

Первым таким условием является наличие второго переменного поля, модулирующего поле образца с частотой $\omega_{гр}$.

Наличие второго поля модуляции приведет к появлению в спектре сигнала частотных компонент $\omega_{гр}$ [8]. Эти компоненты, смешиваясь на фазовом детекторе с частотой ω_m, выделяют колебания разностной частоты α, которые по каналу обратной связи попадают в катушки подмагничивания и производят дополнительную модуляцию поля H_0. В свою очередь эта модуляция, действуя одновременно с имеющейся частотой модуляции ω_m, в спектре частот сигнала возбуждает компоненту с частотой $\omega_m + \alpha = \omega_{гр}$. Следовательно, возможно замыкание обратной связи на частоте α при обеспечении баланса фаз и амплитуд для устойчивой генерации.

Таким образом, при определенных условиях неустойчивость системы на частоте $\omega_{гр} = \omega_m + \alpha$ может проявиться в виде дополнительной периодической модуляции поля с частотой α, обеспечивающей в точке стабилизации существование в спектре сигнала ЯМР компоненты с частотой $\omega_{гр}$.

В заключение автор выражает благодарность кандидату физико-математических наук А. Н. Любимову за ценные указания в работе.

ВЫВОДЫ

1. Анализ системы стабилизации с учетом реальной характеристики системы, которая наблюдается в условиях модуляции постоянного поля переменным с частотой, гораздо большей ширины линии образца, показал возможность неустойчивости в такой системе за счет действия дополнительных модуляционных линий в спектре образца.

2. Самовозбуждение системы возможно при наличии в тракте усиления одного апериодического звена.

3. Анализ уравнений Блоха в случае двух полей модуляции показывает, что неустойчивость системы на частоте $\omega_{гр} = \omega_m + \alpha$ может проявляться в реальной системе в виде дополнительной модуляции поля с частотой α, обеспечивающей условие существования в спектре сигнала ЯМР частотной компоненты, которая соответствует граничной частоте самовозбуждения, определенной из анализа устойчивости системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. E. Packard. Rev. Sci. Instr,, 19, 435 (1948).
2. W. Anderson. Phys. Rev., 102, 151 (1956).
3. А. Леше. Ядерная индукция. Изд-во «Мир», М., 1963.
4. В. И. Федоров, В. В. Узихин. Сб. «Радиоспектроскопия», т. XII, вып. 2, 1969.
5. ЯМР- и ЭПР-спектроскопия. Изд-во «Мир»., М., 1964.
6. F. Bloch. Phys. Rev., 70, 460 (1946).
7. В. Каннингхэм. Введение в теорию нелинейных систем. Госэнергоиздат, 1962.
8. K. Drescher, D. Garte. Exper. Techn. Phys., 11, 2 (1963).