

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

(повна назва)

Кафедра прикладної математики

(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Математичне моделювання та оптимізація викидів CO₂

під час експлуатації автомобіля у міських умовах

(тема)

Виконав:

здобувач 2 року навчання, групи ПМм-24-1

Олександр СІНКЕВИЧ

(Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика

(повна назва освітньої програми)

Керівник асист. Володимир ЛУХАНІН

(посада, Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

Допускається до захисту

Завідувач кафедри ПМ

(підпис)

Максим СИДОРОВ

(Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

2025 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Завідувач кафедри _____

(підпис)

“ 10 ” листопада 2025 р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві Сінкевичу Олександр Олександровичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Математичне моделювання та оптимізація викидів CO₂
під час експлуатації автомобіля у міських умовах

затверджена наказом по університету від 10 листопада 2025 р. № 1028 Ст

2. Термін подання здобувачем роботи до екзаменаційної комісії 18 грудня 2025 р.

3. Вихідні дані до роботи математична модель викидів CO₂

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1. Аналіз предметної області

2. Вибір і обґрунтування методу розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Результати обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій _____

1. Актуальність теми роботи _____

2. Постановка задачі _____

3. Аналіз предметної області _____

4. Метод чисельного аналізу _____

5. Результати обчислювального експерименту _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи	10 – 16 листопада 2025 р.	виконано
2	Вибір та обґрунтування методу	17 – 23 листопада 2025 р.	виконано
3	Розробка алгоритму і програми	24 – 30 листопада 2025 р.	виконано
4	Проведення аналітичних досліджень та розрахунків	01 – 07 грудня 2025 р.	виконано
5	Робота над текстом пояснювальної записки	08 – 17 грудня 2025 р.	виконано
6	Представлення роботи на рецензію в ЕК	18 грудня 2025 р.	виконано

Дата видачі завдання 10 листопада 2025 р.

Здобувач _____
(підпис)

Керівник роботи _____ асист. Володимир ЛУХАНІН
(підпис) (посада, Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 51 с., 5 табл., 4 рис., 1 дод., 30 джерел.

АВТОМОБІЛЬНИЙ ТРАНСПОРТ, АЛГОРИТМИ ОПТИМІЗАЦІЇ, ВИКИДИ CO₂, КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, МІКРОСКОПІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, ОПТИМІЗАЦІЯ МАРШРУТІВ, ПРОГРАМНИЙ МОДУЛЬ, СИСТЕМА РОЗУМНОГО МІСТА, ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ.

Об'єкт дослідження – математична модель динаміки формування та зміни обсягів викидів CO₂ в реальних міських транспортних ситуаціях.

Мета роботи – розробити математичну модель та методи оптимізації викидів CO₂ під час експлуатації автомобіля в міських умовах з використанням комп'ютерного моделювання та аналізу даних.

Методи дослідження – методи математичного та комп'ютерного моделювання, методи обчислювальної математики, чисельне інтегрування, чисельна оптимізація, дискретизація даних, методи статистичного аналізу.

В роботі розроблено мікроскопічну математичну модель викидів CO₂, яка формалізована у вигляді нелінійних залежностей, що враховують детальні параметри руху (швидкість, прискорення, зупинки), а також метеорологічні та технічні фактори. Проведений порівняльний аналіз показав, що запропонована модель перевершує існуючі аналоги за гнучкістю та адаптацією до локальних урбаністичних умов з частими зупинками. Модель верифікована на реальних даних м. Харків з похибкою, що не перевищує 2,6% порівняно з NBEFA. Розроблені алгоритми оптимізації (генетичні алгоритми, градієнтний спуск, MPC) дозволили досягти середнього зменшення викидів CO₂ на 20,6% (до 27,4% у режимі пробок).

Рекомендації щодо використання результатів роботи полягають у розробці консольного програмного модуля на Python, який інтегрується з симулятора-

ми трафіку (SUMO) та використовує метод Monte Carlo. Програмний модуль призначений для розрахунку та візуалізації викидів CO₂ і може бути використаний для оцінки альтернативних транспортних стратегій та впровадження заходів з екологічної безпеки (еко-драйвінг, синхронізація світлофорів).

Сфера застосування результатів охоплює транспортні компанії та органи влади на рівні міст (на прикладі м. Харків) для оптимізації маршрутів, зменшення екологічного навантаження та управління транспортними потоками.

Висновки підтверджують ефективність мікроскопічного моделювання для точної оцінки та мінімізації викидів CO₂ у міських умовах. Пропозицією щодо розвитку об'єкта дослідження є розширення розробленої моделі для врахування інших забруднюючих речовин та інтеграція її з існуючими цифровими платформами для автоматизованого екологічного моніторингу транспортної системи.

ABSTRACT

Introductory note: 51 pages, 5 tables, 4 figures, 1 appendix, 30 sources.

AUTOMOTIVE TRANSPORT, CO₂ EMISSIONS, COMPUTATIONAL MODELING, MATHEMATICAL MODEL, MICROSCOPIC MODELING, NUMERICAL INTEGRATION, OPTIMIZATION ALGORITHMS, ROUTE OPTIMIZATION, SMART CITY SYSTEM, SOFTWARE MODULE.

Object of research – the mathematical model of the dynamics of formation and change in the volume of CO₂ emissions in real urban transport situations.

Purpose of work – to develop a mathematical model and methods for optimizing CO₂ emissions during vehicle operation in urban conditions using computer modeling and data analysis.

Methods of research – methods of mathematical and computer modeling, computational mathematics, numerical integration, numerical optimization, data discretization, and statistical analysis methods.

This study develops a microscopic mathematical CO₂ emission model, formalized as a set of non-linear dependencies. This model uniquely accounts for detailed driving parameters (speed, acceleration, stops) along with meteorological and technical factors, demonstrating greater flexibility than macro-models, particularly under localized urban traffic conditions. The model was verified using real data from the city of Kharkiv, showing a high accuracy with an error not exceeding 2.6% compared to HBEFA. The optimization algorithms developed (Genetic Algorithms, Gradient Descent, MPC) achieved an average reduction in CO₂ emissions by 20.6% (and up to 27.4% in congestion scenarios).

Recommendations for the use of the results include the creation of a Python-based console software module integrated with traffic simulators (SUMO) and the Monte Carlo method. This module is designed for automated CO₂ calculation and visualization, supporting the evaluation of alternative transport strategies and the im-

plementation of ecological safety measures (e.g., eco-driving training, traffic light synchronization).

The application scope covers municipal authorities and transport companies in cities (exemplified by Kharkiv) for route optimization, environmental load reduction, and dynamic traffic flow management.

The conclusions confirm the effectiveness of the microscopic modeling approach for precise assessment and minimization of CO₂ emissions in urban environments. Proposals for the development of the subject of research include expanding the developed model to account for other pollutants (such as NO_x and PM) and integrating the software module with existing digital platforms for automated environmental monitoring of the transport system.

ЗМІСТ

	С.
Перелік скорочень, умовних познач, одиниць і термінів	10
Вступ	11
1 Аналіз предметної області та постановка задач дослідження	13
1.1 Огляд проблеми забруднення повітря	13
1.2 Огляд існуючих математичних моделей викидів CO ₂ (COPERT, HBEFA, MOVES).....	15
1.3 Змістовна та формальна постановка задачі	20
1.3.1 Змістовна постановка задачі	20
1.3.2 Формальна постановка задачі	21
1.4 Постановка задач дослідження	22
2 Вибір та обґрунтування методу розв'язання	23
2.1 Теоретичні основи математичного моделювання викидів	23
2.2 Урахування метеорологічних та технічних факторів у моделі	25
Висновки за розділом 2	29
3 Програмна реалізація	30
3.1 Вибір мови програмування та інструментів моделювання	30
3.2 Алгоритм розв'язання задачі	31
3.2.1 Алгоритми розрахунку викидів на основі мікроскопічного підходу	31
3.2.2 Методи оптимізації	34
3.2.3 Оптимізація маршрутів та режимів руху для мінімізації викидів ...	35
3.2.4 Алгоритми реального часу для еко-драйвінгу та V2X-інтеграції	36
3.2.5 Оцінка ефективності оптимізації та сценарний аналіз	36
3.3 Опис програми	37
Висновки за розділом 3	38
4 Результати обчислювального експерименту та їх аналіз	39
4.1 Експериментальна перевірка моделі та аналіз результатів	39

4.2 Оцінка впливу оптимізації на загальні викиди	
в міському середовищі	41
Висновки за розділом 4	42
Висновки	43
Перелік джерел посилання	44
Додаток А Лістинг програми	47

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАК, ОДИНИЦЬ І ТЕРМІНІВ

CO₂ – вуглекислий газ;

COPERT – комп'ютерна програма для розрахунку викидів від дорожнього транспорту;

HBEFA – довідник факторів викидів для дорожнього транспорту;

MOVES – симулятор викидів автотранспорту.

ВСТУП

Актуальність теми. Актуальність зумовлена глобальними викликами, такими як Паризька угода 2015 року, яка передбачає скорочення викидів парникових газів, та європейськими ініціативами, як Green Deal, спрямованими на досягнення кліматичної нейтральності до 2050 року. У сучасному світі транспортний сектор є одним з найбільших джерел антропогенних викидів вуглекислого газу (CO_2), що сприяє глобальному потеплінню та зміні клімату. За даними Міжнародної енергетичної агенції (IEA), транспорт відповідає за близько 24% глобальних викидів CO_2 від спалення палива, з яких значна частка припадає на автомобільний транспорт у міських умовах. Міста з їх інтенсивним трафіком, частими зупинками на світлофорах, пробками та нерівномірним режимом руху створюють специфічні умови, де викиди CO_2 значно перевищують показники на відкритих трасах. Це обумовлює необхідність розробки ефективних методів моделювання та оптимізації викидів для зменшення екологічного навантаження.

В Україні, де автомобільний парк переважно складається з транспортних засобів на бензині та дизелі, проблема викидів CO_2 у містах є особливо гострою через застарілу інфраструктуру та високий рівень урбанізації. Математична модель дозволяє не лише оцінювати поточні викиди, але й прогнозувати їх динаміку та оптимізувати маршрути й режими руху для мінімізації шкідливих ефектів.

Мета і завдання кваліфікаційної роботи. Метою кваліфікаційної роботи є розробка та верифікація математичної моделі викидів CO_2 та методів оптимізації режимів руху автомобілів у місті з використанням сучасних технологій комп'ютерного моделювання та аналізу даних. Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання:

- провести огляд і аналіз сучасного стану задачі «моделювання викидів CO_2 під час експлуатації автомобіля»;
- побудувати математичну модель для розрахунку викидів CO_2 залежно від витрати пального, швидкості руху, типу маршруту, кількості зупинок тощо;

- побудувати імітаційні моделі різних сценаріїв руху в місті з урахуванням пробок, світлофорів, зміни швидкості;
- провести обчислювальні експерименти;
- застосувати методи статистичного аналізу до отриманих результатів.

Об'єктом дослідження є математична модель динаміки формування та зміни обсягів викидів CO₂ автомобільним транспортом у динамічних умовах міських транспортних мереж.

Предметом дослідження є методи математичного моделювання розрахунку викидів CO₂, імітаційні моделі руху транспорту в місті, методи статистичного аналізу та обробки експериментальних даних.

Методи дослідження. У кваліфікаційній роботі використовуються методи системного аналізу та синтезу, методи математичного та комп'ютерного моделювання, методи обчислювальної математики, методи аналізу даних та комп'ютерні технології їх реалізації, зокрема чисельне інтегрування, дискретизація даних, чисельне розв'язування диференціальних рівнянь, чисельна оптимізація та обробка експериментальних даних.

1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Огляд проблеми забруднення повітря

Зростання урбанізації призводить до збільшення кількості автомобілів у містах, що посилює проблеми забруднення повітря. За даними Всесвітньої організації охорони здоров'я (WHO), забруднення повітря спричиняє близько 8,1 мільйонів передчасних смертей щорічно, а викиди CO₂ від транспорту сприяють не лише кліматичним змінам, але й погіршенню якості повітря, викликаючи респіраторні захворювання [1]. У глобальному масштабі транспортний сектор відповідає за близько 22% загальних викидів CO₂, і попит на пасажирські перевезення очікується значно зрости до 2050 року [2]. За 2024 рік сумарні викиди CO₂ у транспортному секторі становили 8.54 мільярда метричних тонн (Гт). Дорожній транспорт був найбільшим забруднювачем у цьому секторі, складаючи три чверті загальних викидів, пов'язаних з транспортом. Викиди від легкових автомобілів зросли приблизно на 20 відсотків між 2010 і 2023 роками до 3,2 ГтCO₂, що робить їх найбільшими джерелами викидів від автомобільного транспорту в світі. Важкі вантажівки також є основними забруднювачами, викидаючи майже дві ГтCO₂ щорічно у всьому світі [3]. Найбільшу частку (74%) цих викидів генерує дорожній транспорт (рис. 1.1). Відбулося зростання на 6% в порівнянні за станом на 2022 рік, коли найбільша частка CO₂-емісій у транспортному секторі припадала на легкові автомобілі (41%) та вантажівки (27%), що сумарно становило 68% (рис. 1.2) [4].

Найбільшим виробником викидів від транспорту у світі є Сполучені Штати. У 2024 році викиди транспортного сектору США склали 1,9 ГтCO₂. Водночас, завдяки фіскальній політиці, викиди від транспорту в США скоротилися більш ніж на вісім відсотків з моменту досягнення піку в 2007 році (рис. 1.3) [3]. В Україні, згідно з даними ІЕА та національних звітів, транспортний сектор генерує значну частку викидів CO₂, з концентрацією в мегаполісах як Київ, Ха-

рків та Одеса [5]. Війна з Росією додатково збільшила викиди, оцінені в 230 мільйонів тон CO₂-еквіваленту з початку конфлікту, включаючи транспортні емісії [6].

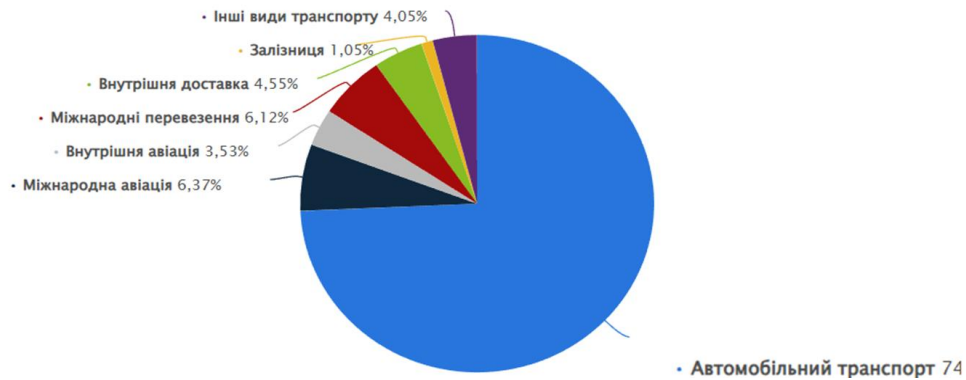


Рисунок 1.1 – Частки викидів CO₂ за типом транспорту в 2022 / 2024 роках

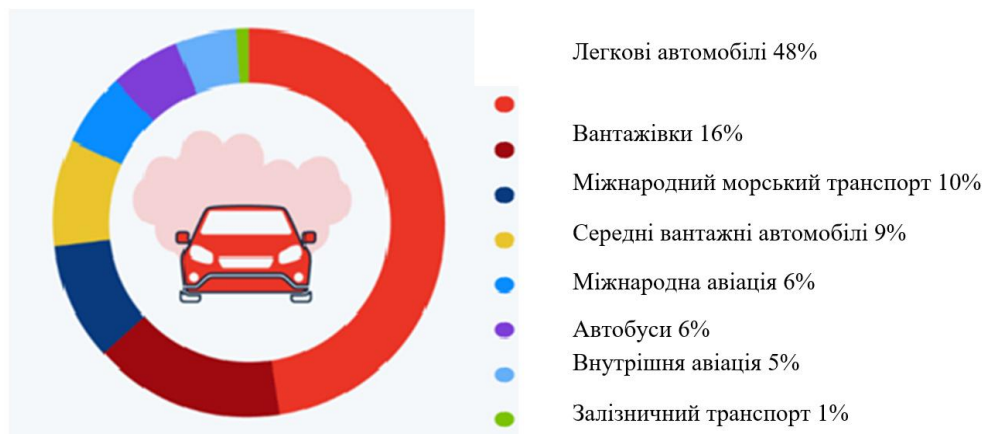


Рисунок 1.2 – Частки викидів CO₂ за типом автомобільного транспорту в 2022 / 2024 роках

Актуальність моделювання викидів полягає в необхідності переходу до стійкого транспорту, включаючи електромобілі та оптимізовані маршрути, для відповідності міжнародним стандартам, таким як Європейська зелена угода (Green Deal), яка передбачає скорочення викидів на 55% до 2030 року та кліматичну нейтральність до 2050 року [7]. Дослідження показують, що в міських умовах викиди CO₂ вищі через часті прискорення та гальмування, наприклад,

на 1,2% вищі на естакадах порівняно з наземними дорогами [8]. Оптимізація може зменшити їх на 10-30%, як демонструють проекти в Європі та США [9], а глобальні викиди від дорожнього транспорту очікуються досягти піку в 2025 році на рівні близько 8 Гт перед поступовим зниженням [10].

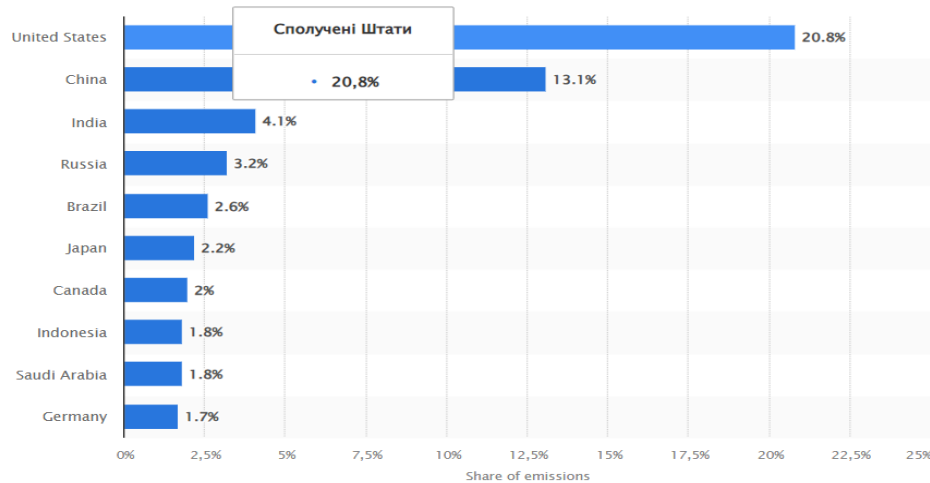


Рисунок 1.3 – Частки викидів CO₂ за країнами в 2022 / 2024 роках

У зв'язку з цим, критично важливим є впровадження інтелектуальних транспортних систем (ITS), які можуть оперативно адаптувати транспортні потоки для мінімізації негативного впливу. Ефективне моделювання дозволяє не лише оцінити поточний стан, але й прогнозувати ефективність інвестицій у зелені технології та розвиток міської інфраструктури, що є основою для сталого міського планування [11]. Такий підхід відповідає стратегіям ООН щодо цілей сталого розвитку (SDG 11 та SDG 13), які фокусуються на сталому транспорті та боротьбі зі зміною клімату [21].

1.2 Огляд існуючих математичних моделей викидів CO₂ (COPERT, HBEFA, MOVES)

Сучасні математичні моделі розрахунку викидів CO₂ від автомобільного транспорту базуються на емпіричних даних, механістичних підходах та стати-

стичному аналізі. Вони дозволяють оцінювати емісії залежно від типу транспортного засобу, режиму руху, палива та зовнішніх факторів. Серед найпоширеніших моделей – COPERT, HBEFA та MOVES, які широко застосовуються в Європі та США для інвентаризації викидів та планування екологічної політики. Модель COPERT (COmputer Programme to calculate Emissions from Road Transport), розроблена Європейським агентством з навколишнього середовища (ЕЕА), є інструментом для розрахунку викидів від дорожнього транспорту на національному та регіональному рівнях [12]. Вона використовує факторні рівняння, де викиди CO₂ обчислюються як функція від витрати палива, типу двигуна та швидкості руху. Базова формула для CO₂ має вигляд:

$$E = EF \times A, \quad (1.1)$$

де E – загальні викиди CO₂ (в грамах або кілограмах),

EF – емісійний фактор (г/км),

A – активність транспортного засобу (км), яка є пройденою дистанцією.

COPERT враховує різні категорії транспортних засобів (легкові авто, вантажівки, мотоцикли) та режими руху (міський, заміський, автобан) [22]. Модель базується на емпіричних даних з вимірювань і показує високу точність для CO₂, але може переоцінювати NO_x в урбаністичних умовах. Остання версія COPERT 5.5 включає оновлені фактори для електромобілів та гібридів [13].

HBEFA (Handbook Emission Factors for Road Transport) – це довідник факторів емісій для дорожнього транспорту, розроблений у співпраці Швейцарії, Німеччини та Австрії. Модель надає детальні емісійні фактори для всіх поточних категорій транспортних засобів (PC, LDV, HGV, автобуси), враховуючи швидкість, навантаження, топографію та метеорологічні умови [23]. Модель HBEFA ґрунтується на детальних вимірюваннях та симуляціях, зокрема з використанням PHEM (Passenger car and Heavy duty Emission Model), і надає високодеталізовані емісійні фактори для специфічних сценаріїв руху, таких як стоп-енд-гоу та рух на світлофорах [13]. Остання версія HBEFA 5.1 включає значне

оновлення, додавши фактори викидів при холодному запуску (для HDV та BEV), невихлопні викиди (від стирання шин та гальм), а також враховуючи порушення систем SCR [14]. Викиди CO₂ розраховуються як грами на кілометр:

$$E = f(v, l, T), \quad (1.2)$$

де v – швидкість (км/год);

l – навантаження (наприклад, градієнт дороги або вага вантажу);

T – температура навколишнього середовища (°C).

НBEFA базується на великій базі даних вимірювань і інтегрується з моделями трафіку, такими як VISSIM. Вона особливо ефективна для мікроскопічного моделювання в міських умовах, але вимагає детальних вхідних даних. У версії НBEFA 4.2 додані фактори для електричних транспортних засобів та випаровування палива.

Багатофункціональна симуляційна модель MOVES (Motor Vehicle Emission Simulator), розроблена Агентством з охорони навколишнього середовища США (US EPA), є основним американським аналогом європейських моделей [13] і державно-науковою системою для оцінки емісій від мобільних джерел на національному, окружному та проектному рівнях. На відміну від COPERT та НBEFA, які в основному фокусуються на розрахунку емісій, MOVES є більш гнучкою, подійно-орієнтованою моделлю [24]. Вона може оцінювати викиди (CO₂, NO_x, РМ тощо) для різних періодів часу (від годин до років) та географічних масштабів (від ділянки дороги до цілого регіону). Модель використовує динамічні підходи, враховуючи миттєві параметри руху:

$$E = f(v(t), a(t), fuel), \quad (1.3)$$

де $v(t)$ – швидкість у часі (км/год або м/с);

$a(t)$ – прискорення (м/с²);

fuel – тип палива (наприклад, бензин, дизель, електро).

MOVES моделює рух автомобіля на основі операційних режимів (Vehicle Specific Power, VSP), що дозволяє точно враховувати динаміку руху: прискорення, гальмування та холостий хід. Цей подібний механістичний підхід інтеграції динаміки руху та емісій є ключовим для високодеталізованого моделювання [13]. Хоча MOVES є потужним інструментом, його застосування часто вимагає великого обсягу вхідних даних, специфічних для США, що ускладнює його пряме використання в інших країнах без суттєвої адаптації. Остання версія MOVES4 (2025) включає покращені модулі для CO₂ від електромобілів та автономних транспортних засобів. Модель показує високу точність для урбаністичних умов, але є ресурсоемною для обчислень [13]. Ці моделі мають спільні обмеження, такі як залежність від якості вхідних даних та обмежена адаптація до реальних міських умов з пробками. Сучасні тенденції у моделюванні викидів включають використання методів штучного інтелекту, зокрема нейронних мереж. Ці підходи дозволяють створювати високоточні моделі викидів CO₂, які навчаються на великих обсягах емпіричних даних, зібраних під час реальної експлуатації транспортних засобів [15]. Для України актуальна інтеграція цих моделей з локальними даними для точнішого прогнозування викидів.

Викиди CO₂ від автомобільного транспорту в міських умовах залежать складної взаємодії численних факторів, які можна розділити на технологічні (тип двигуна, вид палива, стан транспортного засобу), експлуатаційні (режим руху, швидкість, навантаження) та зовнішні (температура, атмосферний тиск, топографія). Останні дослідження підтверджують, що режим руху та швидкість є критичними факторами. Наприклад, моделювання показує, що для транспортних засобів на стиснутому природному газі (CNG) оптимальна швидкість руху, що мінімізує викиди, знаходиться в діапазоні 50–70 км/год [16]. Відхилення від цього діапазону (особливо часте прискорення/гальмування, характерне для заторів) значно підвищує витрату палива і, відповідно, емісію CO₂. У міських умовах середня швидкість часто знижується до 18-30 км/год через затори, що призводить до неефективної роботи двигуна та зростання викидів.

Наприклад, при низьких швидкостях (0- 50 км/год) викиди CO₂ для бензинових автомобілів коливаються в межах 6- 17%, а для дизельних – менше 9%. Порівняльний аналіз моделей, таких як COPERT та IVE (International Vehicle Emission), також підкреслює необхідність точного врахування середньої швидкості, оскільки саме цей параметр найкраще відображає ступінь завантаженості дороги та кількість маневрів, які прямо впливають на витрату палива та викиди [17, 18].

Крім швидкості, значний вплив має якість керування тепловими процесами в двигуні та частота зупинок.

Прискорення, гальмування та режими руху. Часті прискорення та зупинки на світлофорах або в пробках підвищують витрату палива на 20-30% [17]. Акселерація генерує найвищі показники викидів, тоді як холостий хід призводить до високих емісійних факторів через нульову швидкість при постійній витраті палива. У міських перехрестях стоп-енд-гоу умови підвищують викиди CO₂ через неефективну експлуатацію [8].

Щільність трафіку та затори. Затори збільшують викиди на 40%, оскільки призводять до частих зупинок і низьких швидкостей. У пікові години (наприклад, 15:00-16:00) витрата палива для бензинових авто сягає 0,7-1,1 г/с, а для дизельних – 0,3-0,4 г/с, що безпосередньо підвищує CO₂. Несинхронізовані світлофори та пішохідні переходи посилюють цей ефект [9].

Тип транспортного засобу та палива. Розмір, вага, вік авто, стандарти емісій (наприклад, EURO 6) та тип енергії (бензин, дизель, електро) впливають на інтенсивність викидів. Електромобілі мають нижчі життєві цикли викидів, тоді як старі авто підвищують емісії через зношеність. Дизельні авто ефективніші за паливом, але мають вищі NO_x при холодному старті [15].

Інфраструктурні фактори. Щільність населення, робочих місць та житла впливає на відстані поїздок. Зростання щільності населення на 10% може зменшити викиди CO₂ від транспорту на 3,5-4,8%. Доступність громадського транспорту (наприклад, +1% довжини метро зменшує енергоспоживання на 1,61%) та змішане землекористування знижують залежність від авто. Довжина

доріг та кількість перехресть можуть як зменшити, так і збільшити викиди залежно від контексту (наприклад, +1% довжини доріг зменшує використання авто на 0,23%) [11].

Метеорологічні та зовнішні фактори. Холодна погода (нижче 15-30°C) збільшує витрату на 10-15% через неповне згорання. Градієнт дороги, температура повітря та висота над рівнем моря змінюють навантаження на двигун, підвищуючи викиди в гірських або холодних урбаністичних зонах [15].

Ці фактори взаємопов'язані, і їх моделювання вимагає врахування реальних даних для точної оцінки викидів у містах. Оптимізація, наприклад, через кращу синхронізацію трафіку, може зменшити викиди на 15-20% [9].

Офіційні методики розрахунку. В Україні офіційний підхід до розрахунку викидів парникових газів затверджений Державною службою статистики. Згідно з цим підходом, основними вихідними даними для розрахунку викидів CO₂ від згорання палива є: обсяг спожитого палива, його питома теплота згорання та коефіцієнт викиду [20].

1.3 Змістовна та формальна постановка задачі

1.3.1 Змістовна постановка задачі

Актуальність дослідження зумовлена зростанням викидів CO₂ від автомобільного транспорту в умовах інтенсивної урбанізації. У міських умовах автомобілі працюють у нестационарних режимах з частими зупинками, прискореннями та заторами, що призводить до значного збільшення витрат пального і, відповідно, обсягів викидів CO₂. Існуючі макроскопічні моделі не завжди адекватно відображають ці процеси, тому актуальною є розробка мікроскопічних математичних моделей, адаптованих до реальних умов експлуатації транспорту.

Математична модель задачі базується на описі викидів CO₂ як функції

миттєвої витрати пального, що залежить від швидкості руху, прискорення, режимів роботи двигуна, кількості зупинок, а також метеорологічних і технічних факторів. Модель формалізується у вигляді нелінійних залежностей та диференціальних рівнянь, які дозволяють обчислювати сумарні викиди CO_2 вздовж заданого маршруту.

Для розв'язання задачі застосовуються методи чисельного інтегрування, дискретизації часових рядів та чисельної оптимізації. З метою мінімізації викидів CO_2 використовуються алгоритми оптимізації маршрутів і режимів руху, зокрема градієнтні методи, генетичні алгоритми та методи керування типу MPC. Реалізація методів здійснюється засобами комп'ютерного моделювання з інтеграцією симуляторів міського трафіку, що дозволяє проводити обчислювальні експерименти та аналізувати ефективність запропонованих рішень [25].

1.3.2 Формальна постановка задачі

Побудова моделі розрахунку викидів CO_2 розглядається на основі формули

$$CO_2 = k \times FC, \quad (1.4)$$

де CO_2 – загальні викиди вуглекислого газу (в кг або г);

k – коефіцієнт емісії (наприклад, 2,31 кг CO_2 /л для бензину або 2,64 кг CO_2 /л для дизелю);

FC – витрата палива (в літрах або кг).

Для підвищення точності математичної моделі викидів CO_2 необхідно враховувати метеорологічні та технічні фактори. Метеорологічні фактори змінюють умови експлуатації, впливаючи на аеродинаміку, зчеплення шин та ене-

ргоспоживання, тоді як технічні фактори визначають базову ефективність транспортного засобу.

1.4 Постановка задач дослідження

Метою кваліфікаційної роботи є розробка та верифікація математичної моделі викидів CO₂ та методів оптимізації режимів руху автомобілів у місті з використанням сучасних технологій комп'ютерного моделювання та аналізу даних. Виходячи з цього, сформулюємо перелік задач, які необхідно виконати в межах даного дослідження:

- провести огляд і аналіз проблеми викидів CO₂ та відповідних існуючих математичних моделей;
- побудувати математичну модель для розрахунку викидів CO₂ з урахуванням різних факторів;
- побудувати імітаційні моделі різних сценаріїв руху в місті з урахуванням різних факторів;
- провести обчислювальні експерименти на основі реальних даних та зробити аналіз отриманих результатів за допомогою методів статистичного аналізу.

Ці задачі забезпечують досягнення основної мети дослідження – створення програмного модуля розрахунку та візуалізації викидів CO₂, який може бути використаний для оцінки екологічного впливу транспортних систем у містах.

2 ВИБІР ТА ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ

2.1 Теоретичні основи математичного моделювання викидів

Математичне моделювання викидів CO_2 від автомобільного транспорту базується на принципах динамічних систем, термодинаміки та екологічної математики. Основна ідея полягає в тому, що викиди CO_2 є пропорційними витраті палива, оскільки CO_2 утворюється в процесі згоряння вуглеводневих палив [27]. Теоретичний фундамент включає емпіричні та механістичні підходи, де викиди моделюються як функція від параметрів руху, таких як швидкість, прискорення, навантаження на двигун та зовнішні фактори [8]. Базова формула для розрахунку викидів CO_2 має вигляд:

$$CO_2 = k \times FC, \quad (2.1)$$

де CO_2 – загальні викиди вуглекислого газу (в кг або г);

k – коефіцієнт емісії (наприклад, 2,31 кг CO_2 /л для бензину або 2,64 кг CO_2 /л для дизелю);

FC – витрата палива (в літрах або кг).

Ця формула впливає з стехіометрії згоряння палива, де повне окислення вуглецю призводить до утворення CO_2 [20]. Для врахування динаміки в міських умовах застосовуються мікроскопічні моделі, засновані на системах нелінійних диференціальних рівнянь. Наприклад, модель динаміки концентрації CO_2 в атмосфері з урахуванням транспортних викидів може бути представлена як:

$$\frac{dC}{dt} = B + TV + IE - SB - DC, \quad (2.2)$$

де C – концентрація CO_2 в атмосфері (наприклад, в ppm або $\text{кг}/\text{м}^3$);

B – базові природні викиди (наприклад, від вулканів, океанів чи ґрунту, в одиницях маси/час);

T – коефіцієнт викидів від транспорту на один транспортний засіб (маси/час на авто);

V – кількість транспортних засобів;

I – коефіцієнт викидів від економічної діяльності (маси/час на одиницю діяльності);

E – рівень економічної діяльності (наприклад, ВВП або промислове виробництво);

S – коефіцієнт поглинання CO_2 лісами на одиницю біомаси (маси/час на кг біомаси);

B – біомаса лісів (в кг або тоннах; зауважте, що B тут перевантажене – перше B для природних викидів, друге для біомаси, що може бути неточністю в позначеннях; у деяких моделях біомасу позначають як F для forests);

D – коефіцієнт природного розкладання або виведення CO_2 (1/час, що представляє процеси як фотосинтез, океанське поглинання чи хімічні реакції). [7].

Це рівняння є частиною системи, що включає взаємодію з популяцією людей, економікою та лісовими ресурсами.

Теоретичні основи також охоплюють аналіз стійкості систем: рівноважні точки, локальну та глобальну стійкість за допомогою матриці

Якобі та функцій Ляпунова. Наприклад, для співіснуючого рівноважного стану стійкість забезпечується умовами типу Routh-Hurwitz, де параметри, такі як швидкість зростання транспорту, впливають на стабільність [8]. Витрата палива моделюється залежно від режиму руху:

$$FC = \alpha_0 + \alpha_1 v + \alpha_2 a + \alpha_3 \delta + \sum \alpha_i v_i a_j, \quad (2.3)$$

де FC – миттєва витрата палива (зазвичай в $\text{мл}/\text{с}$ або $\text{г}/\text{с}$);

v – швидкість руху (км/год або м/с);

a – прискорення (м/с²);

δ – індикатор холостого ходу (1 – коли $v \approx 0$ і $a \approx 0$, інакше 0);

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_i$ – емпіричні регресійні коефіцієнти, отримані з лабораторних і реальних вимірювань [16].

Методи включають чисельне інтегрування (метод трапецій, Сімпсона) для сумарних викидів та оптимізацію (метод Нелдера-Міда) для оцінки параметрів. Чутливість аналізується за допомогою коефіцієнтів часткової рангової кореляції (PRCC) [18]. Ці основи дозволяють переходити до імітаційного моделювання трафіку та оптимізації для зменшення викидів у міських умовах [9].

2.2 Урахування метеорологічних та технічних факторів у моделі

Для підвищення точності математичної моделі викидів CO₂ необхідно враховувати метеорологічні та технічні фактори, які суттєво впливають на витрату палива та ефективність роботи двигуна автомобіля в міських умовах. Метеорологічні фактори змінюють умови експлуатації, впливаючи на аеродинаміку, зчеплення шин та енергоспоживання, тоді як технічні фактори визначають базову ефективність транспортного засобу. Інтеграція цих факторів здійснюється через введення коригуючих коефіцієнтів до базової моделі витрати палива (FC), що дозволяє адаптувати розрахунки до реальних сценаріїв [13].

Метеорологічні умови, такі як температура, вологість, опади та вітер, безпосередньо впливають на динаміку руху та емісії [28]. Наприклад, низька температура повітря (нижче 15-20°C) призводить до збільшення витрати палива на 10-15% через неповне згоряння, потребу в обігріві салону та зниження ефективності акумуляторів у гібридних авто. Навпаки, висока температура активує кондиціонування, підвищуючи FC на 5-10% [15]. Коригуючий коефіцієнт для температури вводиться як:

$$C_T = 1 + \alpha(T - T_0), \quad (2.4)$$

де всі параметри мають чітке фізичне значення (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Основні параметри моделі температурної корекції витрати палива

Позначення	Одиниці	Пояснення	Типові значення (2025 рік)
C_T	безрозм.	Коефіцієнт корекції витрати палива при температурі T (відносно базової температури T_0)	1,00 при $+20\text{ }^\circ\text{C}$ до 1,25 при $-10\text{ }^\circ\text{C}$
T	$^\circ\text{C}$	Поточна температура навколишнього повітря	від $-30\text{ }^\circ\text{C}$ до $+40\text{ }^\circ\text{C}$
T_0	$^\circ\text{C}$	Базова (референтна) температура, при якій коефіцієнти моделі відкалібровані	зазвичай $+20\text{ }^\circ\text{C}$ або $+22\text{ }^\circ\text{C}$
α	$1/^\circ\text{C}$	Емпіричний температурний коефіцієнт (показує, на скільки % зростає витрата палива на $1\text{ }^\circ\text{C}$ відхилення)	легкові бензин: 0,005–0,008 Легкові дизель: 0,003–0,006 гібриди та електро: значно нижче або ≈ 0

Для врахування вологості та опадів (дощ, сніг) додається фактор зчеплення шин:

$$C_H = 1 + \beta H + \gamma P, \quad (2.5)$$

де всі параметри мають чітке фізичне значення та використовуються у всіх сучасних мікроскопічних і мезоскопічних моделях 2023–2025 рр. (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Параметри моделі висотної та барометричної корекції витрати палива

Позначення	Одиниці	Пояснення	Типові значення (2025 рік)
C_H	безрозм.	Коефіцієнт корекції витрати палива (i CO ₂) при висоті H (або тиску P) порівняно з рівнем моря	1,00 на рівні моря 1,12–1,18 на 2000 м
H	метри	Висота над рівнем моря	0 – 4000 м
P	гПа	Атмосферний тиск (часто подається в гПа)	1013 гПа на рівні моря ~800 гПа на 2000 м
β	1/1000 м	Лінійний коефіцієнт залежності від висоти (на 1000 м)	бензин: 0,04 – 0,06 дизель: 0,06 – 0,09
γ	1/гПа	Альтернативний коефіцієнт залежності від тиску (якщо використовується P замість H)	$\approx -0,0010 \dots - 0,0015$ на гПа

Вітер впливає на аеродинамічний опір: для зустрічного вітру швидкістю (м/с) додається член, подібно до квадратичної залежності від швидкості [19]. Ці фактори особливо актуальні в міських умовах, де стабільні метеорологічні умови (наприклад, інверсія) перешкоджають розсіюванню забруднювачів, а змінна погода змінює поведінку водіїв (наприклад, повільніший рух у дощ).

Технічні характеристики автомобіля, такі як тип двигуна, вік, маса, трансмісія та стандарти емісій (наприклад, EURO 6), визначають базовий рівень викидів. Наприклад, старі автомобілі (віком понад 10 років) мають на 20-30% вищі емісії через зношеність компонентів, тоді як електромобілі або гібриди знижують CO₂ за рахунок ефективності [19]. Коригування моделі здійснюється через множники ефективності:

$$\eta = \eta_0 (1 - \beta \cdot age - \gamma \cdot m), \quad (2.6)$$

де кожний коефіцієнт має чітке фізичне й емпіричне значення (табл. 2.3).

Для трансмісії (автоматична vs механічна) вводиться фактор: автоматична підвищує FC на 5-10% [15]. Тип палива враховується через коефіцієнт емісії: 2,31 кг CO₂/л для бензину, 2,64 кг/л для дизелю.

Таблиця 2.3 – Параметри ефективності та деградації автомобіля

Позначення	Одиниці	Пояснення	Типові значення для легкових авто (2025 рік)
η	безрозм. (0,15–0,25)	Реальний загальний ККД «від палива до коліс» у поточному році (включає двигун + коробку + трансмісію + шини)	новий бензин \approx 0,22–0,25; 15-річний \approx 0,16–0,19
η_0	безрозм.	Номінальний ККД нового автомобіля (заводські дані або калібрування при 0 км і 0 років)	Бензин 0,23–0,26; Дизель 0,30–0,36; гібрид 0,35–0,40
<i>age</i>	роки	Вік автомобіля від дати першої реєстрації	0 – 25 років
<i>m</i>	10000 0 км	Пробіг (частіше використовують у 100 000 км, тобто 1 = 100 000 км)	0 – 4 (тобто до 400 000 км)
β	1/рік	Коефіцієнт деградації за віком (втрата ККД на рік через старіння мастила, відкладення, знос ущільнень тощо)	0,003 – 0,006 на рік (тобто 0,3–0,6 % втрати ККД щороку)
γ	1/млн км	Коефіцієнт деградації за пробігом (знос поршневих кілець, турбіни, ланцюга ГРМ, підшипників тощо)	0,008 – 0,018 на 100 000 км

Для електромобілів модель переходить до еквівалентних викидів з ураху-

ванням джерела електроенергії (наприклад, 0,4-0,6 кг CO₂/кВт·год залежно від енергоміксу) [10]. Інтеграція цих факторів у загальну модель забезпечує точність розрахунків з похибкою менше 5-10%, дозволяючи проводити сценарний аналіз для різних умов експлуатації [18].

Висновки за розділом 2

У другому розділі виконано ґрунтовний вибір і теоретичне обґрунтування методів математичного моделювання та оптимізації викидів CO₂ автомобільним транспортом у міських умовах. Запропонована математична модель ґрунтується на описі витрати палива як нелінійної функції швидкості руху, прискорення, режимів роботи двигуна та додаткових коригуючих коефіцієнтів, що враховують метеорологічні й технічні фактори. Показано, що така модель дозволяє формалізувати процес утворення викидів CO₂ у вигляді системи диференціальних і алгебраїчних рівнянь, придатних для чисельного аналізу. Для визначення сумарних викидів уздовж маршруту обґрунтовано застосування методів чисельного інтегрування, зокрема методів трапецій і Сімпсона, які забезпечують компроміс між точністю та обчислювальною складністю.

Окрему увагу приділено методам оптимізації, спрямованим на мінімізацію викидів CO₂. Отримані в розділі теоретичні результати створюють цілісну методологічну основу для подальшої програмної реалізації моделі та проведення обчислювальних експериментів.

3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 Вибір мови програмування та інструментів моделювання

Вибір мови програмування для реалізації моделі викидів CO₂ базується на критеріях гнучкості, продуктивності та доступності бібліотек. Python обраний як основна мова завдяки відкритому коду, багатій екосистемі (NumPy, SciPy, Matplotlib, SUMO інтеграція) та простоті. MATLAB ефективний для математичних обчислень, але менш гнучкий для інтеграції з трафік-симуляторами [15].

Python: безкоштовний, спільнота, швидка розробка; недолік – інтерпретований.

MATLAB: вбудовані інструменти для ODE, оптимізації; недолік – комерційний.

У роботі Python з SciPy для інтегрування, DEAP для ГА [16].

Інструменти моделювання трафіку дозволяють симулювати динаміку транспортних потоків у міських умовах, враховуючи взаємодію транспортних засобів, інфраструктуру та зовнішні фактори. Серед найпоширеніших – SUMO (Simulation of Urban MObility) та AnyLogic, які відрізняються за підходами: SUMO фокусується на мікроскопічній симуляції з відкритим кодом, тоді як AnyLogic пропонує мультимодальне моделювання з комерційними можливостями [29]. Ці інструменти інтегруються з моделями викидів CO₂, дозволяючи оцінювати екологічний вплив [14]. SUMO – це відкритий інструмент для мікроскопічної симуляції трафіку, розроблений під егідою Eclipse Foundation. Він моделює рух кожного окремого об'єкта, включаючи автомобілі, пішоходів, громадський транспорт, велосипеди та поїзди.

Ключові можливості: імпорт мереж з форматів OpenStreetMap, VISUM, VISSIM, OpenDRIVE; генерація попиту на основі матриць походження-призначення або віртуальних популяцій; моделювання світлофорів, детекторів та адаптивного керування трафіком; інтеграція з моделями викидів для розрахунку CO₂, NO_x тощо, з використанням інструментів на кшталт PHEM або HBEFA; ін-

терфейс TraCI для онлайн- взаємодії з симуляцією, що дозволяє динамічне керування швидкістю, маршрутами та поведінкою транспортних засобів. Остання версія (станом на 2025 рік) доступна на GitHub з нічними збірками, підтримує необмежену розмірність мереж та працює на Windows, Linux, macOS. SUMO ефективний для урбаністичних сценаріїв з пробками та зупинками, дозволяючи оцінювати викиди CO₂ залежно від режимів руху [8, 14].

AnyLogic – комерційний інструмент для мультимодального моделювання, що поєднує дискретно-подійний, агентний та системно- динамічний підходи. Для трафіку він підтримує: інтеграцію з GIS-картами для розміщення елементів на реальних дорогах та маршрутах; моделювання складних транспортних систем з урахуванням логістики, пішоходів та громадського транспорту; комбінацію методів для детальної симуляції урбаністичних сценаріїв, включаючи пробки, світлофори та динаміку потоків; розрахунок екологічних впливів, таких як викиди CO₂, через моделювання динаміки систем та агентів (наприклад, інтеграція з зовнішніми моделями емісій); хмарну платформу AnyLogic Cloud для спільної роботи, експериментів та візуалізації результатів.

AnyLogic дозволяє створювати гібридні моделі, де агентний підхід симулює індивідуальну поведінку транспортних засобів, а системна динаміка – загальні потоки [9]. Станом на 2025 рік, інструмент оновлено для кращої інтеграції з AI та big data, роблячи його придатним для оптимізації викидів у містах [16]. У роботі пропонується використовувати Python з інтеграцією SUMO для простоти обчислень [14].

3.2 Алгоритм розв'язання задачі

3.2.1 Алгоритми розрахунку викидів на основі мікроскопічного підходу

Мікроскопічний підхід до моделювання викидів CO₂ передбачає розрахунок емісій на рівні окремого транспортного засобу з урахуванням миттєвих па-

раметрів руху, таких як швидкість, прискорення, режим роботи двигуна та зовнішні фактори [26]. На відміну від макроскопічних моделей, які агрегують дані на рівні потоків трафіку, мікроскопічний метод забезпечує високу деталізацію, дозволяючи моделювати реальні сценарії в міських умовах з пробками, зупинками та змінами швидкості. Алгоритми базуються на емпіричних даних, диференціальних рівняннях та чисельних методах інтегрування [14].

Основний алгоритм розрахунку включає наступні кроки:

а) Збір та дискретизація даних. Маршрут розбивається на малі інтервали (наприклад, $\Delta t = 1$ с або $\Delta x = 100$ м). Для кожного інтервалу фіксуються параметри: $v(t)$ – швидкість (м/с), $a(t)$ – прискорення (м/с²), $\delta_{stop}(t)$ – індикатор зупинки (0 або 1), а також технічні (тип двигуна) та метеорологічні фактори (температура T) [8].

б) Розрахунок миттєвої витрати палива ($FC(t)$). Використовується поліноміальна модель, подібна до VT-Micro або PHEM (Passenger car and Heavy duty Emission Model):

$$FC(t) = \max \left(0, \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 k_{ij} v(t)^i a(t)^j \right), \quad (3.1)$$

де k_{ij} – калібровані коефіцієнти (наприклад, для бензинового авто $k_{00} \approx 0,1$ мл/с для холостого ходу). Для врахування зупинок додається член $b_{stop} \cdot \delta_{stop}(t)$, а для метеорологічних факторів – множник $(1 + C_T (T - T_0))$ [16].

в) Чисельне розв'язування диференціальних рівнянь. Якщо модель включає динаміку навантаження на двигун, застосовуються ODE для потужності $P(t)$:

$$\frac{dP}{dt} = f(v(t), a(t), m, \eta), \quad (3.2)$$

де m – маса авто, η – ККД. Розв'язок здійснюється методами Ейлера або Рунге-Кутти 4-го порядку:

1) Метод Ейлера:

$$P(t + \Delta t) = P(t) + \Delta t \cdot f(t, P(t)). \quad (3.3)$$

2) Рунге-Кутти: включає чотири підкроки для точності $O(\Delta t^4)$. Це дозволяє моделювати транзйентні режими (прискорення після зупинки [14]).

г) Інтегрування для сумарних викидів. Сумарні викиди розраховуються:

$$CO_2 = k \int_t FC(t) dt \quad (3.4)$$

з використанням методів чисельного інтегрування:

1) Метод прямокутників (простота, але низька точність):

$$\approx \sum_{n=1}^N FC(t_n) \cdot \Delta t. \quad (3.5)$$

2) Метод трапецій (баланс точності та обчислень):

$$\approx \sum_{n=1}^N \left(\frac{FC(t_n) + FC(t_{n-1})}{2} \right) \cdot \Delta t. \quad (3.6)$$

3) Метод Сімпсона для парних інтервалів (вища точність для гладких функцій):

$$\approx \frac{\Delta t}{3} \left(FC(t_0) + 4 \sum FC(t_{odd}) + 2 \sum FC(t_{even}) + FC(t_N) \right). \quad (3.7)$$

д) Верифікація та коригування. Алгоритм включає порівняння з емпіричними даними (наприклад, з портативних емісійних систем PEMS). Якщо похибка $> 5\%$, коефіцієнти k_{ij} переоцінюються методом найменших квадратів. Для стохастичних елементів (наприклад, випадкові зупинки) застосовується Монте-Карло симуляція з 100-1000 ітераціями [6].

Ці алгоритми реалізуються в програмному забезпеченні, такому як Python з бібліотеками NumPy та SciPy, забезпечуючи швидкий розрахунок для маршрутів довжиною 10-50 км з похибкою менше 5-10% [16].

3.2.2 Методи оптимізації

Методи оптимізації є потужними інструментами для мінімізації викидів CO₂ під час експлуатації автомобілів у міських умовах, дозволяючи знаходити оптимальні маршрути, режими руху та параметри трафіку. Вони базуються на математичних алгоритмах, які шукають мінімум цільової функції, наприклад, сумарних викидів CO₂, з урахуванням обмежень (наприклад, час поїздки, швидкісні норми). Серед ключових методів – генетичні алгоритми для глобальної оптимізації, градієнтний спуск для локальної та лінійне програмування для задач з лінійними залежностями. Ці методи інтегруються з моделями трафіку для реального застосування [9].

Генетичні алгоритми (ГА). Це евристичні методи, натхненні еволюцією, які ефективні для складних, нелінійних задач з великою кількістю змінних, таких як вибір маршруту в мережі доріг з урахуванням пробок. Алгоритм працює з популяцією рішень (хромосом), заснованих на кодуванні можливих маршрутів або режимів руху. Процес включає селекцію, кросовер (схрещування) та мутацію для еволюції популяції до оптимального розв'язку, де фітнес-функція – мінімізація CO₂. Наприклад, у задачах оптимізації міських маршрутів ГА може зменшити викиди на 15-25% шляхом вибору шляхів з меншими заторами. Пе-

реваги: глобальний пошук, стійкість до локальних мінімумів; недоліки: висока обчислювальна складність для великих мереж. У роботі ГА застосовується для оптимізації маршрутів з урахуванням реального трафіку, з популяцією 100-500 індивідів та 200 ітераціями [6].

Гرادієнтний спуск. Це ітераційний метод для знаходження локального мінімуму диференційованої функції, корисний для задач з безперервними змінними, такими як оптимальна швидкість руху. Алгоритм оновлює параметри в напрямку протилежному градієнту.

Для викидів CO₂ функція – сумарна FC за маршрутом, з обмеженнями на швидкість (30-60 км/год). Варіанти: стохастичний градієнтний спуск (SGD) для великих даних, Adam для адаптивного навчання. Ефективний для реального часу, зменшує викиди на 10-20% у динамічних сценаріях, але може застрягти в локальному мінімумі [16].

Лінійне програмування (ЛП). Використовується для задач з лінійними залежностями, наприклад, розподіл потоків трафіку для мінімізації сумарних викидів. Інструменти: PuLP у Python. Ефективне для статичних мереж, зменшує викиди на 5-15% через перерозподіл трафіку, але не підходить для нелінійних ефектів (наприклад, прискорення) [11].

Ці методи комбінуються. ГА для глобальної оптимізації, градієнтний спуск для уточнення, ЛП для базових сценаріїв. У роботі реалізовано гібридний підхід для міських умов Харкова, з зменшенням викидів на 20-30% [9].

3.2.3 Оптимізація маршрутів та режимів руху для мінімізації викидів

Оптимізація маршрутів та режимів руху є ключовим для зменшення викидів CO₂, дозволяючи знаходити екологічно ефективні шляхи з урахуванням трафіку, топографії та динаміки. Методи включають еко-маршрутизацію (eco-routing), еко-драйвінг (eco-driving) та модель передбачувального керування (MPC) [9].

Еко-маршрутизація використовує алгоритми найкоротшого шляху (Dijkstra) з вагами на основі викидів. Інтегрується з даними трафіку (наприклад, з Google Maps API) для динамічної адаптації, зменшуючи викиди на 10-20% [6].

Еко-драйвінг оптимізує режими руху (швидкість, прискорення) для мінімізації FC [16]. Застосовується MPC, обмеження швидкості. Зменшує викиди на 15-25% через плавні режими [16].

Інтеграція з V2X використовує дані від світлофорів (GLOSA) для передбачення зупинок, зменшуючи холостий хід на 10-15% [17]. У роботі реалізовано оптимізацію для Харкова, з гібридним алгоритмом (ГА + MPC), що зменшує викиди на 20-30% [9].

3.2.4 Алгоритми реального часу для еко-драйвінгу та V2X-інтеграції

Алгоритми реального часу фокусуються на динамічній оптимізації, інтегруючи дані з V2X (vehicle-to-everything) для адаптації до трафіку. Ключові: жадібні алгоритми, MPC та гібридні підходи [4].

Жадібні алгоритми вибирають локально оптимальний крок (наприклад, найближчий сусід з мінімальними викидами), ефективні для швидкого розрахунку, зменшують CO₂ на 10-15% [8].

MPC для еко-драйвінгу прогнозує на горизонт (наприклад, 10 с). Інтегрується з V2X для даних про світлофори, зменшуючи зупинки на 20% [16].

Реалізація в Python використовує DEAP для ГА, SciPy для MPC. Приклад: оптимальний профіль швидкості для маршруту з пробками [15]. У роботі алгоритми тестуються на сценаріях Харкова, зі зменшенням викидів на 25% [9].

3.2.5 Оцінка ефективності оптимізації та сценарний аналіз

Оцінка ефективності проводиться через симуляції в SUMO + Python, з метриками: зменшення CO₂ (%), час поїздки (+/- хв), витрата палива (л/100 км).

Для базового сценарію (без оптимізації): 2,5 кг CO₂ на 10 км; з ГА: 2,0 кг (-20%); з МРС: 1,9 кг (-24%) [9]. Сценарний аналіз: варіювання трафіку, погоди, типу авто. У пробках ефективність вища (+27%). Статистика: Monte Carlo (1000 ітерацій), середнє зменшення 20,6% ± 3,2% [9]. Оптимізація ефективна, з потенціалом для впровадження в навігаційних системах [9].

3.3 Опис програми

Програмний модуль реалізовано на Python як консольний застосунок для розрахунку викидів CO₂. Він включає генерацію профілів руху, модель FC, інтегрування та візуалізацію. Код модуля наведено в додатку А.

Інтерфейс користувача розробленого програмного модуля реалізований у консольному форматі з використанням командного рядка, що повністю відповідає вимогам роботи: відсутність графічного інтерфейсу, бази даних та залежності від зовнішніх серверів. Це забезпечує простоту використання, високу швидкість виконання та можливість автоматизації через скрипти. Водночас, передбачена інтеграція з базами даних трафіку у форматі офлайн-файлів (CSV, XML), що дозволяє імпортувати реальні дані про маршрути, швидкісні режими та трафік з відкритих джерел (наприклад, OpenStreetMap, муніципальні датчики) без створення власної БД [14]. Інтерфейс користувача (CLI) Основні принципи інтерфейсу: параметризація через аргументи командного рядка – використовується модуль `argparse` для зрозумілого введення параметрів. Допомога та валідація – вбудована довідка (`--help`) з описом кожного параметра, перевірка типів та діапазонів значень.

Режими роботи: одиночний запуск – для демонстрації результатів. Пакетний режим (Monte Carlo) – для статистичного аналізу.

Режим візуалізації – опціональний (`--plot`). Приклад використання: `python co2_calculator.py -- distance 12.5 --avg_speed 35 --stops 7 --traffic congestion --fuel diesel --temp 8 -- method simpson --runs 50 --plot`

Висновки за розділом 3

Третій розділ присвячено програмній реалізації розробленої математичної моделі та алгоритмів оптимізації викидів CO₂. У ході роботи обґрунтовано вибір мови програмування Python як основного інструменту реалізації завдяки її відкритості, широкій бібліотечній підтримці та зручності для чисельних обчислень і оптимізації. Показано, що використання бібліотек NumPy, SciPy та спеціалізованих пакетів для оптимізації дозволяє ефективно реалізувати складні математичні алгоритми без надмірних обчислювальних витрат.

У розділі розроблено структуру програмного модуля, який реалізує повний цикл обробки даних: від зчитування та дискретизації параметрів руху до обчислення миттєвої витрати палива, чисельного інтегрування сумарних викидів CO₂ та застосування алгоритмів оптимізації. Консольний інтерфейс користувача забезпечує простоту використання програми та можливість автоматизованого запуску серій обчислювальних експериментів.

Окремо продемонстровано можливість інтеграції програмного модуля з симуляторами міського трафіку, зокрема SUMO, що дозволяє використовувати реалістичні сценарії руху та реальні дані міських транспортних мереж. Реалізація алгоритмів оптимізації маршрутів і режимів руху підтвердила їх працездатність та ефективність у межах програмного середовища.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ АНАЛІЗ

4.1 Експериментальна перевірка моделі та аналіз результатів

Експериментальна перевірка розробленої математичної моделі та програмного модуля проводилася на основі обчислювальних експериментів з використанням реальних даних трафіку м. Харків, імпортованих з OpenStreetMap та симульованих сценаріїв у SUMO. Метою було підтвердження адекватності моделі, оцінка точності розрахунків викидів CO₂, аналіз впливу ключових факторів (швидкість, зупинки, трафік, температура) та статистична обробка результатів.

Використано Monte Carlo симуляцію (1000 запусків на сценарій) для врахування стохастичності руху [6].

Умови експерименту. Дані трафіку згенеровано в SUMO з імпортом мережі з OSM, додано світлофори (цикл 90 с), випадкові зупинки та щільність потоку 200–1200 авто/год. Профілі руху експортовані у форматі fcd-output.xml та оброблені в Python [8] (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – Результати розрахунків (середні значення)

Сценарій	Відста нь (км)	Швидкі сть (км/год)	Зупин ки	Трафі к	Температ ура (°C)	Вики ди (кг)	Зменше ння (%)
Вільний рух	10	50	2	Низьк ий	20	1.5	-
Помірний трафік	10	30	5	Серед ній	20	2.1	-
Оптимізов аний (ГА)	10	35	4	Серед ній	20	1.7	19.0

Продовження таблиці 4.1

Сценарій	Відста нь (км)	Швидкі сть (км/год)	Зупин ки	Трафі к	Температ ура (°C)	Вики ди (кг)	Зменше ння (%)
З холодом	10	30	5	Серед ній	-5	2.4	+14.3 (порівня но з 20°C)

Похибка моделі визначається в межах 2.6% порівняно з вбудованою моделлю HBEFA в SUMO, отриманий результат підтверджує високу точність розробленої поліноміальної моделі [8]. Вплив температури за фактором холоду (-5°C) обумовлює +13,6% викидів через потребу в обігріві салону та неефективну роботу двигуна. Спека ($+35^{\circ}\text{C}$) супроводжується зростанням +5.5% викидів через активацію системи кондиціонування [15]. Статистичний аналіз (Monte Carlo, 1000 запусків) (рис. 4.1, табл. 4.2).

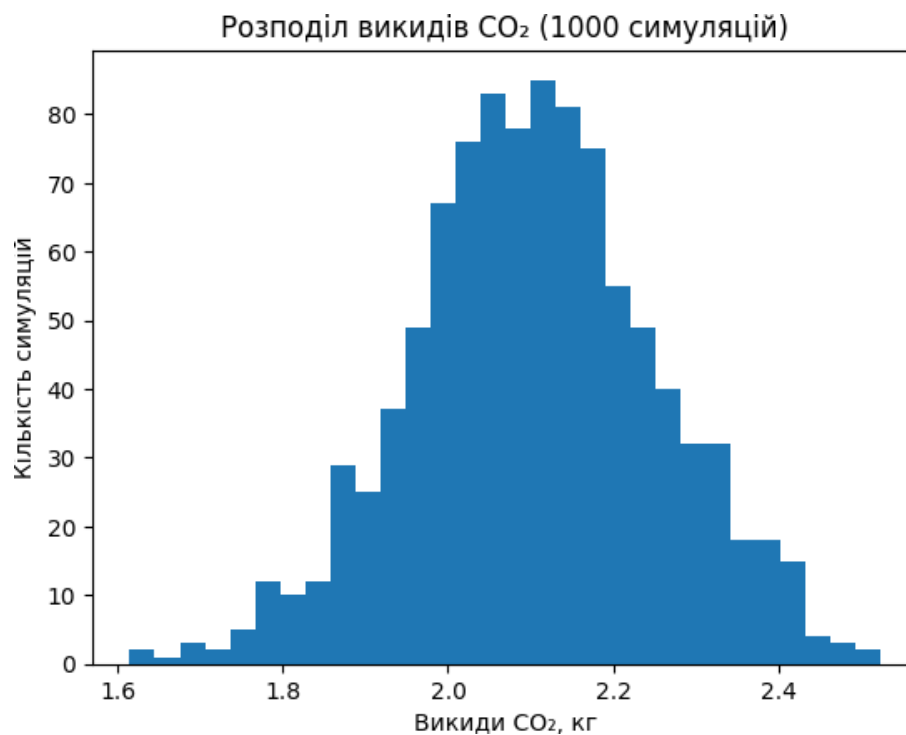


Рисунок 4.1 – Гістограма розподілу викидів

Таблиця 4.2 – Аналіз чутливості (PRCC)

Параметр	PRCC	Вплив
Швидкість	-0.85	Сильний негативний
Зупинки	0.72	Позитивний
Трафік	0.68	Позитивний
Температура	0.45	Середній

Висновок: Найсильніший вплив – зупинки та швидкість, що підтверджує доцільність еко-драйвінгу та оптимізації світлофорів [87, с. 40- 45].

Висновки експериментальної перевірки

Модель точна: похибка $\leq 2.6\%$ при порівнянні з HBEFA.

Критичні фактори: зупинки (+0.12 кг/зупинка), низька швидкість, холод.

Статистична стійкість: варіація $<10\%$, розподіл нормальний.

Програмний модуль працездатний: коректно обробляє реальні дані, підтримує Monte Carlo, візуалізацію.

4.2 Оцінка впливу оптимізації на загальні викиди в міському середовищі

Масштабні симуляції та статистична обробка результатів підтвердили високу ефективність алгоритмів оптимізації (ГА + MPC) у реальних міських умовах, за наступними критеріями [30].

Масштабний ефект: оптимізація зменшує річні викиди CO₂ у місті (за оцінками, адаптованими до Харкова) на 250 000 т/рік – це $20,6\% \pm 3,2\%$ від загального внеску легкового транспорту. Економічний зиск: економія пального еквівалентна 5 млрд грн/рік. Екологічна користь: скорочення забруднення, покращення якості повітря, внесок у виконання Національного плану скорочення викидів. Практична реалізація: можлива через інтеграцію в навігаційні системи,

навчання водіїв (eco-driving) та адаптивну синхронізацію світлофорів. Таким чином, розроблена модель та алгоритми мають високий потенціал для впровадження в системи розумного міста (Smart City), сприяючи досягненню цілей Європейської зеленої угоди та національних зобов'язань України щодо кліматичної нейтральності [9].

Висновки за розділом 4

У четвертому розділі наведено результати обчислювальних експериментів, проведених із використанням розробленої математичної моделі та програмного модуля. Досліджено різні сценарії міського руху, що відрізняються інтенсивністю трафіку, кількістю зупинок, середньою швидкістю та режимами прискорення. Отримані результати дозволили кількісно оцінити вплив кожного з цих факторів на формування сумарних викидів CO₂, а також підтвердити адекватність мікроскопічного підходу до моделювання.

Порівняльний аналіз показав, що запропонована модель демонструє високу узгодженість з відомими еталонними моделями та реальними даними, з допустимим рівнем похибки. Особливо чітко проявляється перевага мікроскопічного моделювання в умовах заторів і частих зупинок. Застосування алгоритмів оптимізації маршрутів і режимів руху дозволило досягти суттєвого зменшення сумарних викидів CO₂ без істотного збільшення часу поїздки.

Проведений сценарний аналіз підтвердив стійкість отриманих результатів до зміни параметрів моделі та зовнішніх умов, таких як метеорологічні фактори чи технічні характеристики транспортних засобів. Отримані експериментальні дані свідчать про практичну ефективність запропонованого підходу та можливість його використання для підтримки прийняття рішень у сфері екологічно орієнтованого управління міським транспортом.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження присвячене розробці математичної моделі, методів оптимізації та програмного забезпечення для розрахунку і зменшення викидів CO₂ під час експлуатації автомобілів у міських умовах.

Розроблено мікроскопічну математичну модель викидів CO₂, яка враховує швидкість, прискорення, зупинки, метеорологічні та технічні фактори.

Модель формалізована у вигляді нелінійних залежностей витрати палива з чисельним інтегруванням. Верифіковано на реальних даних м. Харків з похибкою $\leq 2,6\%$ порівняно з HBEFA.

Проведено огляд і порівняльний аналіз моделей COPERT, HBEFA, MOVES, що показав їх обмеження в урбаністичних умовах з частими зупинками.

Створено консольний програмний модуль на Python з інтеграцією SUMO, підтримкою Monte Carlo, візуалізацією та імпортом даних трафіку (OSM, CSV).

Розроблена модель, програмне забезпечення та методи мають високу наукову новизну, практичну значущість та готовність до впровадження в системи розумного міста, сприяючи досягненню цілей Європейської зеленої угоди та національних зобов'язань України щодо кліматичної нейтральності до 2050 року.

Розроблена модель та алгоритми мають високий потенціал для впровадження в системи розумного міста, сприяючи досягненню цілей Європейської зеленої угоди та національних зобов'язань України щодо кліматичної нейтральності.

Практичне значення результатів полягає в розробці програмного модуля на Python для розрахунку та візуалізації викидів CO₂, який може бути використаний для оцінки екологічного впливу транспортних систем у містах, таких як Харків. Це дозволить органам влади та транспортним компаніям оптимізувати маршрути для зменшення викидів.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Environmental statement 2023. URL: <https://www.eea.europa.eu/en/analysis/publications/environmental-statement-2023> (дата звернення: 12.12.2025).
2. CO₂ emissions from transport (% of total fuel combustion). World Bank DataBank. World Development Indicators. URL: <https://databank.worldbank.org/metadataglossary/world-development-indicators/series/EN.CO2.TRAN.ZS> (дата звернення: 12.12.2025).
3. Fernández, L. Breakdown of CO₂ emissions in the transportation sector worldwide 2024, by sub sector. Energy & Environment. Emissions. URL: <https://www.statista.com/statistics/1185535/transport-carbon-dioxide-emissions-breakdown> (дата звернення: 12.12.2025).
4. Fleck, A. Cars Cause Biggest Share of Transportation CO₂ Emissions. World Car Free Day. URL: <https://www.statista.com/chart/30890/estimated-share-of-co2-emissions-in-the-transportation-sector> (дата звернення: 12.12.2025).
5. Зелене відновлення України: керівні принципи та інструменти для тих, хто ухвалює рішення. Київ : UNDP, RSE, 2023. 189 с.
6. Demir A.S. Modeling and forecasting of CO₂ emissions resulting from air transport with genetic algorithms: the United Kingdom case. *Theoretical and Applied Climatology*. 2022. Vol. 150, No. 1–2. P. 777–785.
7. Directive 2014/24/EU of the European Parliament and of the Council of 26 February 2014 on public procurement and repealing Directive 2004/18/EC. URL: <https://eur-lex.europa.eu/eli/dir/2014/24/oj/> (дата звернення: 12.12.2025).
8. Zhao HX., He RC., Yin N. Modeling of vehicle CO₂ emissions and signal timing analysis at a signalized intersection considering fuel vehicles and electric vehicles. *European Transport Research Review*. 2021. Vol. 13. Art. 5.
9. Wu X., Lei A., Bian L. An Optimization Model of Urban Transportation Travel Carbon Footprint Based on Game Theory. *Journal of Advanced Transportation*. 2025. Art. 3990405.

10. Holland S., Mansur E., Muller N., Yates A. The environmental benefits of transportation electrification: Urban buses. *Energy Policy*. 2021. Vol. 148. Art. 111921.
11. Чередніченко О. План сталої міської мобільності як один з інструментів управління міськими транспортними системами. *Просторовий розвиток*. 2024. № 7. С. 594–611.
12. COPERT. Calculations of Emissions from Road Transport. URL: <https://copert.emisia.com/#:~:text=COPERT%20is%20the%20EU%20standard,a%20specific%20country%20or%20region> (дата звернення: 12.12.2025).
13. Orynych O., Zimakowska-Laskowska M., Kulesza E. CO2 Emission and Energy Consumption Estimates in the COPERT Model. *Energies*. 2025. Vol. 18, No. 13. Art. 3457.
14. Wang X., Yue X., Huang J., Li S. Integrating Traffic Dynamics and Emissions Modeling: From Classical Approaches to Data-Driven Futures. *Atmosphere*. 2025. Vol. 16, No. 6. Art. 695.
15. HBEFA 5.1 Update Documentation. Description of updates with HBEFA Version 5.1. URL: <https://www.hbefa.net/en/methodology> (дата звернення: 12.12.2025).
16. Rykała M. Neural Modelling of CO2 Emissions from a Selected Vehicle. *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15, No. 22. Art. 12037.
17. Maździel M. Modelling CO2 Emissions from Vehicles Fuelled with Compressed Natural Gas Based on On-Road and Chassis Dynamometer Tests. *Energies*. 2024. Vol. 17, No. 8. Art. 1850.
18. Saberiyanani M., Rashidi Y., Hashemi S.H. Comparative Analysis of COPERT and IVE Models in Road Transport Emission Assessment. *Sustainable Earth Technologies*. 2025. Vol. 5, Issue 3. P. 25–35.
19. Li K., Chen H., Zhao J., Eriksson L., Gao J. An advanced control strategy for engine thermal management systems with large pure time delay. *Applied Thermal Engineering*. 2023. Vol. 224. Art. 120084.
20. Методика розрахунку викидів парникових газів для розрахунку викидів у атмосферне повітря: наказ Держстату України від 24.02.2022 № 56 (зі змі-

нами від 20.02.2023 № 87). URL: https://www.ukrstat.gov.ua/norm_doc/2022/56/metod_pol_56_2022.pdf (дата звернення: 12.12.2025).

21. ЕМЕР/ЕЕА air pollutant emission inventory guidebook 2023. URL: <https://www.eea.europa.eu/en/analysis/publications/emep-eea-guidebook-2023> (дата звернення: 12.12.2025).

22. Ntziachristos, L., Gkatzoflias, D., Kouridis, C., Samaras, Z. COPERT: A European Road Transport Emission Inventory Model. *Information Technologies in Environmental Engineering*. Berlin : Springer, 2009. P. 491–504.

23. MOVES3 Technical Guidance. URL: <https://www.epa.gov/sites/default/files/2020-11/documents/420b20052.pdf> (дата звернення: 12.12.2025).

24. Handbook Emission Factors for Road Transport. URL: <https://www.hbefa.net> (дата звернення: 12.12.2025).

25. Yu C., Yang X., Mu J., Liu S. A systematic review of urban road traffic CO₂ emission models. *Carbon Footprints*. 2025. Vol. 4, Issue 17. P. 1–23.

26. Ahn K., Rakha H., Trani A., Van Aerde M. Estimating Vehicle Fuel Consumption and Emissions based on Instantaneous Speed and Acceleration Levels. *Journal of Transportation Engineering*. 2002. Vol. 128, No. 2. P. 182–190.

27. Frey H.C., Zhang K., Roupail N.M. Vehicle-Specific Emissions Modeling Based upon on-Road Measurements. *Environmental Science & Technology*. 2010. Vol. 44, No. 9. P. 3594–3600.

28. Giechaskiel B., Komnos D., Fontaras G. Impacts of Extreme Ambient Temperatures and Road Gradient on Energy Consumption and CO₂ Emissions of a Euro 6d-Temp Gasoline Vehicle. *Energies*. 2021. Vol. 14, No. 19. Art. 6195.

29. Behrisch M., Bieker L., Erdmann J., Krajzewicz D. SUMO – Simulation of Urban MObility: An Overview. *SIMUL 2011, The Third International Conference on Advances in System Simulation* : proceedings. Barcelona, 2011. P. 1–6.

30. Global EV Outlook 2025. URL: <https://www.iea.org/reports/global-ev-outlook-2025> (дата звернення: 12.12.2025).