$$V(B_0)=\frac{E\left\{\left[\dfrac{\partial F\left[\varepsilon(z(i),c)\right]}{\partial c}\right]^2\right\}}{\left\{E\left[\dfrac{\partial^2 F\left[\varepsilon(z(i),c\right]}{\partial c^2}\right]\right\}^2}\cdot A(c^*,\sigma^2(p_0))^{-1}. \quad (18)$$

Можно показать, что $\dfrac{\partial^2 V}{\partial B^2}$ есть положительно определенная матрица. Это достаточное условие минимума матричного функционала $\tau' V\tau$.

Поскольку найдено единственное значение экстремума $\tau' V\tau$, то значение B_0 из (17) определяет его глобальный минимум.

Выбрав оптимальную матрицу B_0, можно построить либо оптимальный (если известна плотность распределения шума объекта) по асимптотической скорости сходимости алгоритм идентификации исследуемого стохастического объекта, либо реализуемый оптимальный алгоритм (если плотность распределения шума объекта p_0 и дисперсия $\sigma^2(p_0)$ неизвестны), определяемый выражением

$$c(n)=c(n-1)+\frac{1}{nE\left\{\dfrac{\partial^2 F\left[\varepsilon(z(i),c)\right]}{\partial c^2}\right\}}\cdot A(c(n-1),$$

$$\sigma^2(p_0))^{-1}\times$$

$$\times\frac{\partial F\left[\varepsilon(z(i),c(i-1))\right]}{\partial c}\cdot\frac{\partial\left(c'(i-1)x(i)\right)}{\partial c}. \quad (19)$$

Здесь нормированная информационная матрица $A(c^*,\sigma^2(p_0))$ заменена выборочной

$$A(c(n-1),\sigma^2(p_0))^{-1}.$$

Таким образом, с использованием принципов матричного дифференциального исчисления выбрана матрица усиления, минимизирующая ковариацию ошибок оценки, что позволяет сформировать асимптотически оптимальный на классе алгоритм идентификации стохастического объекта, обладающий максимально возможной скоростью сходимости. При этом окончательное выражение для B_0 не противоречит результатам выбора оптимальной матрицы B_0 в [3].

Литература: 1. *Катковник В.Я.* Линейные оценки и стохастические задачи оптимизации. М.: Наука, 1976. 138с. 2. *Подвинцев Ю.В., Первухина Е.Л.* К вопросу идентификации в линейных динамических системах с помощью матричного дифференцирования. Деп. в УкрНИИНТИ 02.01.86, № 19-Ук86, 6с. 3. *Цыпкин Я.З.* Информационная теория идентификации. М.: Наука, 1984. 140с. 4. *Bentler, P. Lee, S.* Matrix derivatives with chain rule and rules for simple, Hadamard and Kronecker products; Journal of Mathematical Psychology. 1978. N17. P. 255-262. 5. *Magnus & Neudecer.* Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics. Wiley, New York,1988. 180p.

Поступила в редколлегию 21.06.99

Рецензент: д-р техн. наук Стенин А.А.

Первухина Елена Львовна, канд. техн. наук, доцент Севастопольского государственного технического университета. Научные интересы: методы стохастической оптимизации Адрес: Украина, 310007, Харьков, ул. Мира, 4, кв. 52, тел. 30-82-18.

УДК 519.237

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

БЕЗРУК В.М.

С единых позиций излагается методология оптимизации информационных систем при учете совокупности показателей качества, включая особенности многокритериальной постановки задачи, методы формирования множества допустимых вариантов и нахождения подмножества Парето-оптимальных систем, а также выбора среди них единственного варианта системы.

В настоящее время наблюдается повышенное внимание к проблемам оптимизации сложных систем по совокупности показателей качества. Это объясняется необходимостью более глубокого изучения предельных возможностей систем, а также практическими потребностями конструктивного учета совокупности противоречивых требований при проектировании систем. В работах [1-9] рассмотрены особенности отдельных этапов решения многокритериальных задач. В данной статье обобщаются и с единых позиций анализируются все этапы решения многокритериальных задач применительно к оптимизации информационных систем, включая постановку задачи, нахождение Парето-оптимальных систем и выбор единственного варианта системы.

1. Постановка задачи проектирования оптимальной системы

В самом общем случае систему можно рассматривать как упорядоченное множество элементов, отношений и их свойств [1]. Однозначное их задание полностью определяет систему, т.е. ее структуру, цель, эффективность. Основной задачей проектирования является конкретизация и определение всех указанных категорий. Решение этой задачи включает определение исходного множества решений, формирование подмножества допустимых решений, задание критерия оптимальности системы, а также выбор системы, оптимальной по заданному критерию [1-4]. Предполагается, что система $\phi=(s,\vec{\beta})$ определяется структурой s (совокупностью элементов и связей) и вектором параметров $\vec{\beta}$. Для информационной системы должно быть задано множество входных воздействий X и выходных результатов Y, что определяет систему как отображение

$\phi : X \to Y$. Это абстрактное определение системы при проектировании должно конкретизироваться. В частности, при формализации постановки задачи должно быть составлено математическое описание условий работы (сигналов, помех) и функционального назначения системы (решений, получаемых на ее выходе), которые и определяют множество возможных вариантов системы $\phi \in \Phi$. При описании входных воздействий информационных систем, которые, как правило, носят сучайный характер, должны использоваться адекватные вероятностные модели сигналов и помех [9]. Вид выбранной модели и функциональное назначения информационной системы во многом определяет ее структуру.

Ограничения на условия работы, структуру $s \in S_\partial$ и параметры $\beta \in B_\partial$ системы задают множество допустимых проектных решений $\Phi_\partial = S_\partial \times B_\partial$. Возможны разные способы задания множества допустимых проектных решений, в частности [3]:

– неявное задание с использованием ограничений на условия работы, сформулированных в строгой математической форме;

– перечисление допустимых вариантов системы;

– определение формального механизма формирования вариантов системы.

Выбор критерия оптимальности связан с формализацией представления заказчика системы об ее оптимальности. Существуют два подхода к описанию предпочтения заказчика одного варианта системы другому: ординалистический и кардиналистический [2].

Ординалистический подход аппелирует к порядку (лучше-хуже) и основан на введении некоторых бинарных отношений на множестве допустимых альтернатив. В этом случае предпочтение заказчика– бинарное отношение R на множестве Φ_∂ , отражающее представление заказчика, что альтернатива ϕ' лучше альтернативы ϕ'' : $\phi' R \phi''$.

Предположим, заказчик при выборе проектных решений на множестве допустимых альтернатив Φ_∂ руководствуется некоторым отношением строгого предпочтения $\succ$, являющегося асимметричным и транзитивным. Решение $\phi^{(o)} \in \Phi_\partial$ называется оптимальным по отношению $\succ$, если не существует других решений $\phi \in \Phi_\partial$, для которых справедливо отношение $\phi \succ \phi^{(o)}$. Множество всех оптимальных решений по отношению $\succ$ обозначается через $opt_{\succ}\Phi_\partial$. В зависимости от структуры допустимого множества и свойств отношения $\succ$ множество оптимальных решений может содержать единственный элемент, конечное либо бесконечное число элементов. Если отношение неразличимости совпадает с отношением равенства =, то множество $opt_{\succ}\Phi_\partial$ (если оно не пусто) содержит единственный элемент.

Кардиналистический подход к описанию предпочтений заказчика приписывает каждой альтернативе $\phi \in \Phi_\partial$ некоторое число U , интерпретируемое как полезность альтернативы ϕ. Каждая функция полезности определяет соответствующий порядок (или предпочтение) R на множестве Φ_∂ ($\phi' R \phi''$) тогда и только тогда, когда $U(\phi') \geq U(\phi'')$. В этом случае говорят, что функция полезности $U(\cdot)$ является индикатором предпочтения R . Фактически этот подход связан с заданием некоторой скалярной целевой функции (условного критерия предпочтения), оптимизация которой в общем случае может привести к выбору единственного оптимального варианта системы.

Выбор критерия оптимальности связан с формализацией представления заказчика системы (т.е. лица, принимающего решения (ЛПР)) об ее оптимальности. Однако из-за информационной энтропии о строго формализованных представлениях ЛПР об оптимальности системы при постановке задачи часто не удается в явном виде задать скалярный критерий оптимальности, приводящий к выбору единственного варианта решения $\phi^{(o)} = \underset{\phi \in \Phi_\partial}{opt}\left[U(\phi)\right]$,

где $U(\phi)$ – некоторая целевая функция ценности (полезности) системы.

Поэтому на начальных этапах проектирования систему характеризуют совокупностью целевых функций [2,4]

$$\vec{k}(\phi) = (k_1(\phi), ..., k_m(\phi)) , \qquad (1)$$

определяющих влияние структуры s и параметров $\vec{\beta}$ системы $\phi = (s, \vec{\beta})$ на ее основные показатели качества.

При этом возникают задачи оптимизации проектных решений по совокупности показателей качества, которые также называются задачами многокритериальной либо векторной оптимизации. По существу постановка и решение многокритериальных задач связаны с заменой (аппроксимацией) представления заказчика об оптимальности системы некоторым другим понятием оптимальности, которое удается формализовать в виде векторного критерия оптимальности и довести решение задачи до конструктивной оптимизационной процедуры.

2. Формирование множества допустимых вариантов и выбор Парето-оптимальных систем

При оптимизации систем по совокупности показателей качества, когда заданы их декомпозиции на подсистемы, рационально основываться на морфологическом подходе, широко используемом при проектировании сложных систем [3].

При этом полагается, что любой вариант системы обладает определенной структурой, т.е. состоит из конечного числа элементов (подсистем), и распределение системных функций между ними может быть осуществлено конечным числом способов.

Рассмотрим особенности формирования структурного множества допустимых вариантов системы. Будем предполагать, что выполнена функциональная декомпозиция системы на некоторое множество элементов

$$\left\{\phi_j\ ,\ j=\overline{1,L},\quad \bigcup_{j=1}^{L}\phi_j=\phi\right\}.$$

Считаются заданными [3] конечное множество элементов системы Е, а также разбиение множества E на L морфологических классов $\sigma(l)$, $l=1,L$ таких, что $\sigma(l)\bigcap\sigma(l')=\otimes$ при $l\neq l'$.

Вводится понятие морфологического пространства $\Lambda\subseteq 2^E$, элементами которого являются морфологические варианты системы $\phi=(\phi_1,\phi_2,...,\phi_L)$.

Каждый морфологический вариант ϕ есть некоторая совокупность представителей классов $\phi(l)\in\sigma(l)$. При этом для всех $\phi\in\Lambda$ и для любого индекса $l=\overline{1,L}$ множество $\Phi\in\Lambda$ одноэлементное.

В предположении, что существует некоторое множество альтернативных способов реализации каждой подсистемы ϕ_{lk}, $k=\overline{1,K}$, $l=\overline{1,L}$, может быть задана морфологическая таблица.

Морфологические классы	Возможные способы реализации элементов системы	Число способов реализации системы
$\sigma(1)$	$\phi_{11}\left[\phi_{12}\right]\phi_{13}...\phi_{1K_1}$	K_1
$\sigma(2)$	$\phi_{21}\ \phi_{22}\ \phi_{23}...\left[\phi_{2K_2}\right]$	K_2
...	...	...
$\sigma(l)$	$\phi_{l1}\ \phi_{l2}\ \left[\phi_{l3}\right]...\phi_{lK_l}$	K_l
...	...	...
$\sigma(L)$	$\left[\phi_{L1}\right]\phi_{L2}\ \phi_{L3}...\phi_{LK_L}$	K_L

В таблице для примера показан некоторый q-й морфологический вариант системы

$$\phi^q=\left\langle\phi_{12},\phi_{2K_2},...,\phi_{l3},...,\phi_{L1}\right\rangle,$$

определяющий ее структуру. Общее число всех возможных морфологических вариантов системы в общем случае определяется как $Q=\prod_{l=1}^{L}K_l$.

При формировании множества допустимых вариантов системы Φ_∂ должно учитываться ограничение на структуру, параметры и техническую реализацию элементов и системы в целом, а также допустимые комбинации соединения элементов и ограничения на значение показателей качества системы в целом.

Здесь существуют противоречивые требования. С одной стороны, желательно с максимальной полнотой представить все возможные варианты системы, чтобы не пропустить потенциально лучших вариантов. С другой — существуют ограничения, определяемые допустимыми затратами (времени и средств) на проектирование системы.

После задания указанным выше способом множества допустимых вариантов системы, определяемых вполне конкретной структурой (набором элементов системы и связей между ними), не представляет особых сложностей оценить значения показателей качества и одним из известных способов выделить множество Парето-оптимальных вариантов, а также в последующем выполнить сужение множества до единственного наиболее предпочтительного варианта системы.

3. Нахождение Парето-оптимальных вариантов системы

С введением совокупности целевых функций (1) каждый вариант системы ϕ отображается из множества допустимых вариантов Φ_∂ в критериальное пространство оценок $V\in R^m$ [4]:

$$V=\vec{K}(\Phi_\partial)=(\bar{v}\in R^m\big|\bar{v}=\vec{k}(\phi),\phi\in\Phi_\partial). \qquad (2)$$

При этом каждому проектному решению ϕ соответствует своя оценка выбранных показателей качества $\bar{v}=\vec{k}(\phi)$ и, наоборот, каждой оценке соответствует проектное решение (в общем случае не обязательно одно).

Отношению строгого предпочтения $\succ$ на множестве Φ_∂ соответствуют отношения $\succ$ и $\geq$ в критериальном пространстве оценок V. Согласно первой аксиоме Парето [4] для любых двух оценок $\bar{v}',\bar{v}''\in V$, удовлетворяющих векторному неравенству $\bar{v}'\geq\bar{v}'$, всегда выполняется соотношение $\bar{v}'\succ\bar{v}'$. Кроме того, согласно второй аксиоме Парето для любых двух проектных решений $\phi',\phi''\in\Phi_\partial$, для которых верно $\vec{k}(\phi')\geq\vec{k}(\phi'')$, всегда имеет место соотношение $\phi'\succ\phi''$. Аксиома Парето накладывает определенные требования на характер отношения предпочтения в многокритериальных задачах.

Для заказчика желательно по каждому критерию получить по возможности наилучшее значение. Однако на практике этот случай встречается очень редко. Здесь следует отметить, что показатели качества (целевые функции) системы (1) могут быть трех типов: нейтральными, согласованными между собой и конкурирующими друг с другом [7]. В первых двух случаях оптимизация системы может осуществляться в отдельности по каждому из показателей качества. В третьем случае достигнуть потенциального значения каждого из показателей в отдельности не представляется возможным. При этом может быть достигнут лишь согласованный оптимум введенных целевых функций — оптимум по критерию Парето, означающий что дальнейшее улучшение каждого из показателей может быть достигнуто лишь за счет ухудшения остальных показателей качества системы.

Оптимуму по критерию Парето в критериальном пространстве соответствует множество Парето-оптимальных оценок, удовлетворяющих условию [4]

$$P(V)=opt_{\geq}V=(V^o\in R^m\big|\forall\bar{v}=\vec{k}(\phi)\in V:\vec{k}(\phi^o)\geq\vec{k}(\phi)).(3)$$

Нахождение оптимума по критерию Парето может производиться либо непосредственно согласно (3) путем перебора всех допустимых вариантов системы Φ_∂, либо с использованием специальных методов, например, весового, метода рабочих характеристик [2-7].

В случае применения *весового метода* Парето-оптимальные решения находим путем оптимизации взвешенной суммы целевых функций

$$\underset{\phi\in\Phi_\partial}{opt}\left[k_p(\phi)=\lambda_1 k_1(\phi)+\lambda_2 k_2(\phi)+...+\lambda_m k_m(\phi)\right], \quad (4)$$

в которой весовые коэффициенты $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m$ выбираем из условия $\lambda_i>0, \sum_{i=1}^{m}\lambda_i=1$. Парето-оптимальными решениями являются те варианты системы, которые удовлетворяют условию (4) при разных допустимых комбинациях весовых коэффициентов $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m$. При решении этой оптимизационной задачи варьируются варианты системы $\phi=(s,\vec{\beta})\in\Phi_\partial$ в пределах заданных ограничений на ее структуру и параметры.

Метод рабочих характеристик состоит в том, что все целевые функции кроме одной, например, первой переводятся в разряд ограничений типа равенства и ищется ее оптимум на множестве допустимых альтернатив

$$\underset{\phi\in\Phi_\partial}{opt}\left[k_1(\phi)\right], \quad k_2(\phi)=K_{2\phi};\ k_3(\phi)=K_{3\phi},...,k_m(\phi)=K_{m\phi}. (5)$$

Здесь $K_{2\phi},K_{3\phi},...,K_{m\phi}$ – некоторые фиксированные, но произвольные значения показателей качества.

Оптимизационная задача (5) решается последовательно для всех допустимых комбинаций значений $K_{2\phi}\le K_{2\partial},K_{3\phi}\le K_{3\partial},...,K_{m\phi}\le K_{m\partial}$. В каждом случае путем вариаций $\phi\in\Phi_\partial$ находится оптималное значение показателя k_{1opt}. В результате определяется некоторая многомерная рабочая поверхность в критериальном пространстве:

$$k_{1opt}=f_p(K_{2\phi},K_{3\phi},...,K_{m\phi}). \quad (6)$$

Если найденная зависимость (6) имеет монотонно убывающий характер по каждому из аргументов, рабочая поверхность совпадает с Парето-оптимальной поверхностью [7]. Эта поверхность может быть связной, несвязной и просто набором изолированных точек.

Следует отметить, что каждая точка Парето-оптимальной поверхности обладает свойством m-кратного оптимума, т.е. этой точке соответствует потенциально достижимое (при вариации $\phi\in\Phi_\partial$) значение одного из показателей k_{iopt} при фиксированных (соответствующих этой точке) значениях остальных $(m-1)$ показателей качества. Парето-оптимальная поверхность может быть описана любым из следующих соотношений:

$$k_{1opt}=f^1_{no}(k_2,k_3,...,k_m),...,k_{mopt}=f^m_{no}(k_1,k_2,...,k_{m-1}), (7)$$

которые представляют собой многомерные диаграммы обмена между показателями качества, подтверждающими, что потенциально достижимое значение соответствующего показателя зависит от значений $m-1$ других показателей.

Таким образом, Парето-оптимальная поверхность связывает потенциально достижимые значения показателей и представляет собой согласованный оптимум по Парето в общем случае зависимых и конкурирующих между собой показателей качества. Поэтому, получая Парето-оптимальную поверхность в критериальном пространстве, тем самым находят многомерные потенциальные характеристики (МПХ) системы и связанные с ними многомерные диаграммы обмена (МДО) [7].

По сравнению с широко используемыми одномерными потенциальными характеристиками системы МПХ доставляют качественно новую информацию для анализа проектных решений, поскольку дают представления о потенциально возможных значениях совокупности показателей и рассматриваемых возможностях. Анализируя МДО, можно выяснить, как необходимо изменить значения одних показателей качества системы ради улучшения других показателей, а также как при этом следует изменить структуру и параметры соответствующей системы.

Следует отметить, что в зависимости от постановки задачи существуют различные типы оптимизационных задач [7]:

Дискретный выбор. Исходное множество Φ_∂ задано конечным числом вариантов построения системы $\{\phi_l,\ l=\overline{1,L_\partial},\ \phi\in\Phi_\partial\}$. Требуется выбрать множество Парето-оптимальных вариантов системы $opt_{\succ}\Phi_\partial$.

Параметрическая оптимизация. Структура системы $S_з$ задана. Необходимо найти такие значения векторов $\vec{\beta}^o\in B_\partial$, при которых $\phi=(s_з,\vec{\beta})\in opt_{\succ}\Phi_\partial$.

Структурно-параметрическая оптимизация. Требуется синтезировать структуру $s\in S_\partial$ и найти такие значения вектора параметров $\vec{\beta}\in B_\partial$, при которых $\phi=(s,\vec{\beta})\in opt_{\succ}\Phi_\partial$.

В теории многокритериальной оптимизации хорошо разработаны методы решения первых двух типов задач [2-4]. Решение третьего типа задач представляет наибольшую сложность. Для синтеза Парето-оптимальной структуры и нахождения оптимальных параметров системы следует производить оптимизацию совокупности функционалов $K_1(s,\vec{\beta}), K_2(s,\vec{\beta}),...,K_m(s,\vec{\beta})$. Однако оптимизация функционалов даже в скалярном случае часто наталкивается на трудности не только математического, но и принципиального характера. В векторном случае решение таких оптимизационных задач еще больше усложняется. Поэтому при проектировании систем с учетом совокупности показателей качества приходится производить упрощение оптимизационной задачи путем декомпозиции системы на более простые подсистемы, сокращать число используемых при синтезе структуры системы показателей качества.

Если найденное в результате оптимизации множество Парето-оптимальных вариантов системы оказалось узким, то в качестве оптимального можно использовать любой из них. В таком случае можно считать, что отношение строгого предпочтения $\succ$ совпадает с отношением $\geq$ и поэтому $opt_{\succ}V = P(V)$.

Однако часто на практике множество $P(V)$ оказывается достаточно широким. Это означает, что отношения $\succ$ и $\geq$ хотя и связаны аксиомой Парето, однако не совпадают. При этом справедливы включения $opt_{\succ}V \subset P(V)$, а также $opt_{\succ}\Phi_{\partial} \subset P_{k}(\Phi_{\partial})$.

Поэтому в последующем возникает задача сужения найденного множества Парето-оптимальных решений с привлечением дополнительной информации об отношении строгого предпочтения заказчика. Однако все же окончательный выбор оптимальных проектных решений должен производиться лишь в пределах найденного множества Парето-оптимальных решений. Вне его оптимальных решений быть не может.

4. Сужение множества Парето-оптимальных решений до единственного варианта системы

Формальная модель задачи Парето-оптимизации не содержит информации для выбора единственной альтернативы. При этом множество допустимых вариантов лишь сужается до множества Парето-оптимальных решений за счет исключения безусловно худших вариантов по отношению строгого предпочтения.

Однако для последующих этапов проектирования, как правило, должен быть выбран единственный вариант системы. Поэтому возникает необходимость сужения множества Парето-оптимальных решений до единственного варианта системы с привлечением дополнительной информации об отношении строгого предпочтения заказчика. Такая информация появляется в результате всестороннего анализа Парето-оптимальных вариантов системы, в частности, структуры, параметров, рабочих характерстик полученных вариантов системы, относительной важности введенных показателей качества и т.п. Полученные при этом дополнительные сведения о предпочтениях заказчика используются для построения функции (целевой скалярной функции), оптимизация которой приводит к выбору единственного варианта системы.

Для сужения множества Парето-оптимальных решений могут использоваться различные подходы, в частности, основанные на теории полезности, теории размытых множеств и др. [4-8]. Кратко рассмотрим некоторые из них.

Выбор оптимальных проектных решений с использованием скалярной функции ценности. Одним из распространенных способов сужения множества Парето-оптимальных решений является построение скалярной функции ценности, использование которой приводит к выбору одного из оптимальных вариантов системы.

Числовую функцию $F(v_1, v_2, ..., v_m)$ m переменных называют функцией ценности (полезности) для отношения $\succ$, если для произвольных оценок $\bar{v}', \bar{v}'' \in V$ неравенство $F(\bar{v}') > F(\bar{v}'')$ имеет место тогда и только тогда, когда $\bar{v}' \succ \bar{v}''$ [4,6]. Если для отношения $\succ$ существует функция ценности $F(\bar{v})$, то, очевидно,

$$opt_{\succ}V = \left\{ \bar{v}^{o} \in V : F(\bar{v}^{o} = \max_{\bar{v} \in V} F(\bar{v}) \right\}$$

и отыскание оптимальной оценки сводится к решению однокритериальной задачи оптимизации функции $F(\bar{v})$ на множестве V. При этом могут быть использованы аддитивная, мультипликативная, полилинейная функции ценности [6]. Часто используется функция ценности вида

$$F(v_1, v_2, ..., v_m) = \sum_{j=1}^{m} c_j f_j(v_j) \,, \qquad (8)$$

где c_j – шкалирующие коэффициенты, $f_j(v_j)$ – некоторые одномерные функции ценности, являющиеся оценками полезности варианта системы ϕ по показателю $k_j(\phi)$.

Задача построения функции ценности (8) сводится к оценке шкалирующих коэффициентов, построению одномерных функций полезности $f_j(v_j)$, а также проверке их независимости и согласованности. При этом существенно используются сведения, которые получены в результате опросов заказчика по отношению анализируемых вариантов проектируемой системы. Разработаны специальные методики опроса и пакеты программ, предназначенные для получения дополнительной информации о предпочтениях заказчика [5,6].

Выбор оптимальных проектных решений на основе теории размытых множеств. Этот подход основан на том, что из-за априорной неопределенности в отношении предпочтения заказчика понятие “наилучший вариант системы” нельзя определить точно. Можно считать, что это понятие представляет собой размытое множество и для оценивания системы могут быть использованы основные положения теории размытых множеств [9].

Пусть X – некоторое множество возможных значений частного показателя качества системы. Размытое множество G на множестве X задается функцией принадлежности $\xi_G : X \to [0,1]$, которая ставит в соответствие каждому элементу множества X действительное число ξ_G в интервале [0,1]. Значение ξ_G определяет степень принадлежности элементов множества X размытому множеству G. Чем ближе значение ξ_G к единице, тем выше степень принадлежности. Функция принадлежности $\xi_G(x)$ является обобщением характеристической функции множеств, которая принимает лишь два значения: 1– при $x \in G$; 0 – при $x \notin G$. В случае дискретных множеств X применяется запись размытого множества G как множество пар: $G = \{x, \xi_G(x)\}$.

Таким образом, в соответствии с теорией размытых множеств каждый из показателей качества может быть задан в виде размытого множества

$$k_j = \{k_j, \xi_{k_j}(k_j)\},$$

где $\xi_{k_j}(.)$ – функция принадлежности конкретного значения j-го показателя размытому множеству наилучшего значения.

Такая запись частного показателя обладает высокой информативностью, так как дает представление о его физическом смысле, конкретном значении и "ценности" относительно наилучшего (экстремального) значения, которую характеризует функция принадлежности $\xi_{k_j}(\cdot)$.

Основную трудность в практической реализации рассмотренного подхода представляет выбор вида функции принадлежности. В некотором смысле универсальная форма функции принадлежности, интерпретированная в терминах теории размытых множеств при учете совокупности показателей, имеет вид [8]

$$\xi_{\bar{k}}(k_1,k_2,...,k_m)=\frac{1}{m}\left\{\sum_{j=1}^{m}\left[\xi_{k_j}(k_j)\right]^{\beta}\right\}^{\frac{1}{\beta}}. \qquad (9)$$

Преимуществом этой формы является то, что в зависимости от значения параметра β реализуется широкий класс функций от линейной аддитивной формы при $\beta=1$ до сугубо нелинейных зависимостей при $\beta\to\infty$.

Следует отметить, что и при данном подходе существенно должна быть использована информация, получаемая от заказчика методом экспертных оценок для выбора функций принадлежности, а также различного рода коэффициентов.

Выбор оптимальных проектных решений при строго упорядоченных по важности показателях качества. Иногда для заказчика желательно получить возможно большее значение одного из показателей, например k_1, даже за счет "потерь" по остальным показателям. Это означает, что k_1 оказывается более важным, чем остальные показатели.

Возможен также случай, когда весь набор показателей $k_1,k_2,...,k_m$ строго упорядочен по важности так, что показатель k_1 более важен, чем все остальные показатели $k_1,k_2,...,k_m$; показатель k_2 более важен, чем все показатели $k_3,k_4,...,k_m$ и т.д. Это соответствует ситуации, когда при сравнении оценок проектных решений используется лексико-графическое отношение [4]. Приведем его определение.

Пусть имеются два вектора оценок $\vec{v}',\vec{v}''\in V\subset R^m$. Лексико-графическое отношение $\underset{\succ}{lex}$ определяется следующим образом: отношение $\underset{\succ}{lex}$ имеет место тогда и только тогда, когда выполнено одно из следующих условий:

$$\begin{aligned}
&1)\ v_1' > v_1'';\\
&2)\ v_1' = v_1'';\quad v_2' > v_2'';\\
&......................................\\
&m)\ v_j' = v_j'',\ j=1,2,...,m-1,\quad v_m' > v_m'',\\
&\vec{v}'=(v_1',v_2',...,v_m');\quad \vec{v}''=(v_1'',v_2'',...,v_m'').
\end{aligned} \qquad (10)$$

В этом случае говорят, что компоненты $v_1,v_2,...,v_m$, т.е. оценки показателей качества системы $k_1(\phi),k_2(\phi),...,k_m(\phi)$, строго упорядочены по важности. При выполнении соотношения $\vec{v}'\underset{\succ}{lex}\vec{v}''$ говорят, что вектор $\vec{v}'$ лексико-графически больше, чем вектор $\vec{v}'$. При $m=1$ лексико-графическое отношение совпадает с отношением > на подмножестве вещественных чисел.

В определении лексико-графического отношения важную роль играет порядок перечисления показателей качества. Изменение нумерации показателей качества приводит к другому лексико-графическому отношению.

5. Выводы

Рассмотрена методология формирования и выбора вариантов информационных систем при их оптимизации по совокупности показателей качества. Многокритериальные задачи оптимизации систем решаются в три этапа. Вначале с использованием морфологического подхода формируется структурное множество допустимых вариантов системы, которое отображается в пространство векторных оценок. В этом пространстве выделяется подмножество Парето-оптимальных оценок, определяющих потенциальные характеристики системы по совокупности показателей качества. На заключительном этапе среди Парето-оптимальных вариантов системы выделяется единственный вариант из условия экстремума некоторого скалярного функционала, вид которого определяется с использованием дополнительной информации, получаемой от заказчика.

Литература: 1. *Сингх М., Титл.* Системы: декомпозиция, оптимизация, управление. М.:Мир, 1986. 486с. 2. *Березовский Б.А., Барышников Ю.М., Борзенко В.И., Кепнер Л.М.* Многокритериальная оптимизация: Математические аспекты. М.:Наука,1986. 186с. 3. *Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н.* Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.:Наука, 1986. 296с. 4. *Подиновский В. Д., Ногин В. Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.:Наука, 1982. 256с. 5. *Саати Т., Керс К.* Аналитическое планирование. Организация систем. М.:Радио и связь, 1991. 224с. 6. *Кини Р.Л., Райфа Х.* Принятие решений при многих критериях предпочтения и замещения. М.:Радио и связь, 1981. 524с. 7.*Гуткин Л.С.* Проектирование радиосистем и радиоустройств. М.:Сов. радио, 1986.352с. 8. *Кузьмин И.В.* Оценка эффективности и оптимизации АСКУ. М.:Сов радио, 1980. 284с. 9. *Прикладная* теория случайных процессов и полей / Под ред. Васильева К.К, Омельченко В.А. Ульяновск:УлГТУ, 1995. 256с.

Поступила в редколлегию 27.06.99

Рецензент: д-р техн. наук Яковлев С.В.

Безрук Валерий Михайлович, канд. техн наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник кафедры приема и обработки сигналов ХТУРЭ. Научные интересы: распознавание сигналов, моделирование и оптимизация систем распознавания сигналов. Увлечения и хобби: активный отдых, музыка, чтение литературы. Адрес: Украина, 61726, Харьков, просп. Ленина, 14, тел. 40-94-32.