

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

(повна назва)

Кафедра прикладної математики

(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Урахування нерівномірності розподілу швидкостей при

моделюванні перехідних режимів по

ділянці трубопроводу

(тема)

Виконав:

здобувач 2 року навчання, групи ПМм-23-2

Кагітін Ю.М.

(прізвище, ініціали)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика

(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. Гусарова І.Г.

(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри ПМ

(підпис)

Сидоров М.В.

(прізвище, ініціали)

2025 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри ПМ _____

(підпис)

“ 25 ” листопада 2024 р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві Кагітіну Юрію Миколайовичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Урахування нерівномірності розподілу швидкостей при моделюванні перехідних режимів по ділянці трубопроводу

затверджена наказом по університету від 22 листопада 2024 р. № 1223 Ст

2. Термін подання здобувачем роботи до екзаменаційної комісії 6 січня 2025 р.

3. Вихідні дані до роботи загальна математична модель, нерівномірність розподілу швидкостей в перетині ділянки трубопроводу

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1. Аналіз предметної області

2. Вибір і обґрунтування методу розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Результати обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій _____

1. Актуальність теми роботи _____

2. Постановка задачі _____

3. Аналіз предметної області _____

4. Метод чисельного аналізу _____

5. Результати обчислювального експерименту _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи	25 листопада – 1 грудня 2024 р.	виконано
2	Вибір та обґрунтування методу	2 – 8 грудня 2024 р.	виконано
3	Розробка алгоритму і програми	9 – 22 грудня 2023 р.	виконано
4	Проведення аналітичних досліджень та розрахунків	23 – 29 грудня 2024 р.	виконано
5	Робота над текстом пояснювальної записки	30 грудня 2024 р. – 9 січня 2025 р.	виконано
6	Представлення роботи на рецензію в ЕК	10 січня 2025 р.	виконано

Дата видачі завдання 25 листопада 2024 р.

Здобувач _____
(підпис)

Керівник роботи _____ проф. Гусарова І.Г.
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 85 с., 28 табл., 62 рис., 1 дод., 8 джерела.

ПЕРЕХІДНИЙ РЕЖИМ, КОЕФІЦІЄНТ КОРІОЛІСА, ДІЛЯНКА ТРУБОПРОВОДА, МЕТОД СКІНЧЕННИХ РІЗНИЦЬ, КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ, ПОЧАТКОВО-КРАЙОВА ЗАДАЧА.

Об'єкт дослідження – є перехідний режим течій газу по ділянці трубопроводу.

Мета роботи – урахування нерівномірності розподілу швидкостей при моделюванні перехідних режимів по ділянці трубопроводу.

Методи дослідження – у роботі використовуються методи чисельного розв'язання квазілінійних систем диференціальних рівнянь в частинних похідних, у тому числі метод скінченних різниць, методи розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.

В ході виконання кваліфікаційної роботи проведено аналіз проблеми моделювання перехідних режимів по ділянці трубопроводу (ДТп) з урахуванням нерівномірності розподілу швидкостей газового потоку. Побудовано математичну модель, яка враховує цю нерівномірність як в рівнянні руху так і в рівнянні енергії при завданні кінетичної енергії. Для розв'язання початково-крайової задачі застосовано метод скінченних різниць з використанням неявної скінченно-різницевої сітки. Розроблено алгоритм та програмний продукт моделювання перехідних режимів по ДТп, які враховують нерівномірність розподілу швидкостей газового потоку в перетині.

Результати чисельних експериментів дозволили оцінити вплив нерівномірності розподілу швидкостей на динамічні характеристики потоку газу. Встановлено, що врахування цього фактора підвищує точність моделювання та може бути ефективно використане в газовій промисловості для оптимізації режимів роботи трубопроводів, в умовах позаштатних ситуацій.

ABSTRACT

Introductory note: 85 pages, 28 tables, 62 figures, 1 appendixes, 8 sources.

TRANSIENT REGIME, CORIOLIS COEFFICIENT, PIPE-PIPELINE SECTION, FINITE DIFFERENCE METHOD, KINETIC ENERGY, INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEM.

The object of study is a transient regime of gas flows along a pipeline section.

Purpose – to take into account the unevenness of the velocity distribution in modeling transient regimes along the pipeline section.

Research methods – the work uses methods of numerical solution of quasilinear systems of partial differential equations, including the method of finite differences, methods of solving systems of nonlinear algebraic equations.

In the course of the qualification work, the problem of modeling transient modes along the pipeline section (PTS) was analyzed, taking into account the uneven distribution of gas flow velocities. A mathematical model is constructed that takes into account this non-uniformity both in the equation of motion and in the energy equation when setting the kinetic energy. To solve the initial-boundary-value problem, the finite difference method was applied using an implicit finite difference grid. An algorithm and a software product for modeling transient modes in a PTS have been developed that take into account the uneven distribution of gas flow velocities in the cross section.

The results of numerical experiments made it possible to evaluate the influence of the uneven distribution of velocities on the dynamic characteristics of the gas flow. It was found that taking this factor into account increases the accuracy of modeling and can be effectively used in the gas industry to optimize pipeline operation modes in emergency situations.

ЗМІСТ

	С.
Перелік скорочень, умовних познач, одиниць і термінів	7
Вступ	8
1 Аналіз предметної області та постановка задач дослідження	10
1.1 Математичні моделі перехідних режимів течії газу	10
1.2 Методи чисельного аналізу перехідних режимів течії газу	11
1.3 Змістовна та формальна постановка задачі	13
1.4 Постановка задач дослідження	15
2 Побудова математичної моделі та вибір і обґрунтування методу розв'язання	17
2.1 Математична модель перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням нерівномірності розподілу швидкостей в перетині	17
2.2 Застосування методу скінченних різниць при моделюванні та дослідженні перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням нерівномірності розподілу швидкостей в перетині	28
Висновки за розділом 2	33
3 Програмна реалізація	34
3.1 Програмний пакет Wolfram Mathematica 13.3	34
3.2 Опис програми	34
Висновки за розділом 3	35
4 Результати обчислювального експерименту та їх аналіз	36
Висновки за розділом 4	66
Висновки	68
Перелік джерел посилання	69
Додаток А Лістинг програми	71

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАК, ОДИНИЦЬ І ТЕРМІНІВ

ПР – перехідний режим;

РмСРС – рівномірна скінченно-різницева сітка;

НсНіРТГ – нестационарний неізотермічний режим течії газу;

ДТп – ділянка трубопроводу;

Ктр – кількість точок розбиття

ПрПр – програмного продукту;

ГТС – газотранспортна система.

ВСТУП

Актуальність теми. Актуальність роботи зумовлена тим, що течія газу є одним із ключових явищ у багатьох інженерних та наукових областях, таких як аеродинаміка, енергетика, хімічна промисловість та медицина. Перехідні режими течії газу характеризуються тим, що параметри течії, такі як швидкість, тиск і температура, змінюються з часом. Це відрізняє їх від стаціонарних режимів, де ці параметри залишаються постійними у просторі або часі. Розуміння та моделювання перехідних режимів течії газу є важливим для проектування ефективних систем, забезпечення їх безпеки та оптимізації роботи.

Актуальність роботи також зумовлена важливістю вивчення перехідних режимів течії газу для різноманітних галузей промисловості, в тому числі для газової. Перехідні процеси є невід'ємною частиною функціонування газопроводів. Нестабільні режими можуть спричинити коливання тиску, температури або швидкості, що в свою чергу впливає на надійність, безпеку та ефективність систем.

Математичні моделі, які здатні точно передбачати поведінку газу в перехідних умовах, є важливим інструментом для оптимізації та проектування нових технологій. Наприклад, моделювання перехідних режимів дозволяє уникнути аварійних ситуацій у ГТС. Крім того, розвиток чисельних методів та програмних засобів дає можливість інженерам і науковцям вирішувати все більш складні завдання в галузі газодинаміки.

У зв'язку з цим, дослідження і розробка математичних моделей та методів розрахунку перехідних режимів течії газу є важливою задачею для забезпечення безпеки, економічної ефективності та технологічного прогресу для ГТС.

Мета і завдання кваліфікаційної роботи. Метою кваліфікаційної роботи є урахування нерівномірності розподілу швидкостей при моделюванні перехідних режимів по ділянці трубопроводу. Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання:

- провести огляд і аналіз сучасного стану задачі «Урахування нерівномі-

рності розподілу швидкостей при моделюванні перехідних режимів по ділянці трубопроводу»;

- зробити аналіз предметної області та постановку задач дослідження;
- побудувати математичну модель, яка враховує нерівномірність розподілу швидкостей в перетині трубопроводу;
- зробити вибір і обґрунтування методу розв’язання задачі моделювання;
- розробити програмний продукт для обчислення тиску, температури, питомої масової витрати течії газу по ділянці трубопроводу для перехідного режиму;
- провести аналіз результатів обчислювального експерименту щодо впливу нерівномірності розподілу швидкостей на параметри течії.

Об’єктом дослідження є перехідний режим течій газу по ділянці трубопроводу.

Предметом дослідження математична модель та чисельний метод, які враховують нерівномірний розподіл швидкостей потоку газу в перетині трубопроводу та його вплив на моделювання перехідних режимів. Це включає аналіз механізмів впливу нерівномірності швидкостей на точність моделей, що описують поведінку потоків у перехідних режимах.

Методи дослідження. У роботі використовуються методи чисельного розв’язання квазілінійних систем диференціальних рівнянь в частинних похідних, у тому числі метод скінченних різниць при моделюванні та дослідженні перехідних режимів течії газу, методи розв’язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.

У роботі використовується квазілінійна система диференціальних рівнянь в частинних похідних. Ця система отримується із загальних рівнянь газової динаміки Нав’є-Стокса для випадку одного виміру. Вона доповнюється початковими та крайовими умовами.

Публікації. Результати, отримані у роботі, було представлено на VII International Scientific and Practical Conference «Education and science of today: intersectoral issues and development of sciences» (Cambridge, October 18, 2024) [1].

1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Математичні моделі перехідних режимів течії газу

Розглянемо типи математичних моделей перехідних режимів течії газу.

Математичні моделі перехідних режимів течії газу можна класифікувати за різними ознаками, зокрема за рівнем спрощень, використовуваними методами та областями застосування. Основні типи моделей включають наступні моделі.

1. Аналітичні моделі: ці моделі намагаються отримати точні розв'язки рівнянь газодинаміки за допомогою математичних методів. Вони зазвичай застосовуються до спрощених задач, де геометрія системи та початкові умови дозволяють знайти аналітичні вирази для параметрів течії.

2. Чисельні моделі: через складність рівнянь газодинаміки для більшості реальних задач використовуються чисельні методи. Вони дозволяють апроксимувати розв'язок за допомогою дискретизації простору та часу, що робить можливим моделювання складних геометрій та умов.

3. Спрощені моделі: для полегшення аналізу використовуються моделі з певними припущеннями, такими як одновимірність течії, адіабатичний або ізотермічний процес, ігнорування в'язкості тощо. Ці моделі дозволяють отримати загальне уявлення про поведінку системи без необхідності вирішувати повний набір рівнянь.

Розглянемо основні підходи до моделювання перехідних режимів.

1. Гідродинамічні моделі: використовуються для опису макроскопічної поведінки газу. Вони базуються на класичних рівняннях збереження і враховують середньо-макроскопічні властивості газу, такі як густина, швидкість та температура.

2. Мікродинамічні моделі: ці моделі враховують молекулярну структуру газу та взаємодії між окремими молекулами. Вони більш детально описують фізичні процеси, але значно складніші у використанні.

3. Детерміновані моделі: передбачають, що всі параметри течії можна точно визначити з початкових умов. Вони зазвичай використовують класичні рівняння газодинаміки без врахування випадкових коливань.

4. Стохастичні моделі: враховують випадкові процеси та флуктуації, які можуть виникати в реальних системах. Вони використовуються для моделювання процесів, де вплив випадкових факторів значущий.

1.2 Методи чисельного аналізу перехідних режимів течії газу

Розглянемо чисельні методи для розв'язання моделей перехідних режимів течії газу.

Перехідні режими течії газу характеризуються змінами параметрів течії з часом, що робить аналітичне розв'язання відповідних рівнянь складним або навіть неможливим для більшості практичних задач. Тому чисельні методи стають незамінним інструментом для моделювання та аналізу таких процесів. У цій секції розглянемо основні чисельні методи, які використовуються для розв'язання моделей перехідних режимів течії газу, а також їхні переваги, недоліки та сфери застосування.

1. Метод кінцевих різниць (МКР).

Принцип роботи: метод скінченних різниць полягає у дискретизації простору та часу, замінюючи похідні в рівняннях їхніми різницевиими апроксимаціями на сітці обчислювальної області. Це дозволяє перетворити диференціальні рівняння в систему алгебраїчних рівнянь, яку можна вирішити за допомогою чисельних алгоритмів.

Переваги: простота реалізації, особливо для регулярних сіток; добре підходить для задач з простими геометриями.

Недоліки: обмежена точність для складних геометрій; може мати проблеми зі стабільністю та точністю при високих швидкостях течії або різких змінах параметрів.

Застосування: використовується для моделювання одновимірних або двовимірних задач з простими геометриями, де необхідна висока швидкість обчислень.

2. Метод кінцевих об'ємів (МКОБ).

Принцип роботи: метод кінцевих об'ємів базується на поділі обчислювальної області на кінцеві об'єми (ячейки) і застосуванні законів збереження до кожного об'єму окремо. Це забезпечує точне збереження інтегральних властивостей, таких як маса, імпульс та енергія.

Переваги: гарантує збереження інтегральних властивостей рівнянь збереження; добре підходить для складних геометрій та багатовимірних задач; висока стабільність при розв'язанні задач з різкими змінами параметрів, таких як ударні хвилі.

Недоліки: складніша реалізація порівняно з методом кінцевих різниць; вимагає більше обчислювальних ресурсів для складних геометрій.

Застосування: Широко використовується в комп'ютерній газодинаміці (Computational Fluid Dynamics, CFD) для моделювання складних газових потоків у різноманітних інженерних системах, таких як реактивні двигуни, турбокомпресори та газопроводи.

3. Метод кінцевих елементів (МКЕ).

Принцип роботи: метод кінцевих елементів полягає у розбитті обчислювальної області на малі елементи (трикутники, квадрати, тетраедри тощо) і апроксимації розв'язку за допомогою функцій апроксимації, визначених на кожному елементі. Рівняння розв'язуються локально для кожного елемента з урахуванням суміжних елементів.

Переваги: висока гнучкість у моделюванні складних геометрій та неоднорідних матеріалів; можливість адаптивного уточнення сітки для підвищення точності в критичних областях; добре підходить для багатовимірних задач зі складними граничними умовами.

Недоліки: складність реалізації та потреба у висококваліфікованих методах для побудови сітки; вища обчислювальна вартість порівняно з методами кі-

нцевих різниць та об'ємів.

Застосування: використовується в інженерних застосуваннях, де важлива точність моделювання складних геометрій та матеріальних властивостей, наприклад, у моделюванні турбокомпресорів, реакторів та систем охолодження.

4. Метод характеристик.

Принцип роботи: метод характеристик спеціалізується на розв'язанні гіперболічних рівнянь, які часто виникають у газодинаміці. Він базується на відстеженні характеристичних ліній, вздовж яких інформація поширюється, і дозволяє розв'язувати рівняння у напрямку цих ліній.

Переваги: висока точність для задач з поширенням хвиль та ударних хвиль; ефективне відстеження напрямків поширення інформації в течії.

Недоліки: обмежена застосовність до задач з сильно нелінійними або дифузійними ефектами; складність реалізації для багатовимірних задач зі складними геометріями.

Застосування: застосовується для моделювання ударних хвиль, вибухових процесів та інших явищ, де важлива точна передача інформації вздовж певних напрямків у течії.

1.3 Змістовна та формальна постановка задачі

Змістовна постановка задачі. У реальних умовах параметри течії газів у трубопроводах зазнають змін як у величині швидкості, так і в її розподілі по перерізу. При цьому, перехідні режими, такі як раптова зміна швидкості чи тиску (наприклад, при закритті або відкритті клапанів), призводять до виникнення складних гідродинамічних явищ. У випадку нерівномірного розподілу швидкостей, виникають додаткові фактори, які можуть значно впливати на розрахунки й точність моделювання процесів у трубопроводі.

Змістовне формулювання задачі полягає у наступному: розглядається ділянка трубопроводу постійного діаметру, відомо про нерівномірний розподіл

швидкостей у перетині трубопроводу та про великі швидкості течії. Виникає аварійна або нештатна ситуація, тому на межах ділянки здійснюється різка зміна параметрів газу та виникає перехідний режим.

Формальна постановка задачі. Розглядається ділянка трубопроводу довжини L з площею перерізу S . Будемо вважати, що початок ділянки відповідає координаті 0 , кінець – L .

Тому що на межах ділянки здійснюється різка зміна параметрів газу, то виникає перехідний режим, який буде нестационарним та неізотермічним.

Задавати такий режим будемо за допомогою функцій $P(x,t)$, $T(x,t)$, $W(x,t)$ – тиску, температури, питомої масової витрати, які задані в області $\Sigma = \{(x,t), x \in [0,L], t \in [0, T_{\text{кінц}}]\}$, де $T_{\text{кінц}}$ – кінцевий час процесу, що розглядається.

На початку ділянки у 0 -й точці задані крайові умови

$$P(0,t) = P^{\text{нач}}(t), \quad (1.1)$$

$$T(0,t) = T^{\text{нач}}(t), \text{ якщо } G(0,t) > 0, \quad (1.2)$$

де $P^{\text{нач}}(t)$, $T^{\text{нач}}(t)$ – задані функції;

$G(0,t) = W(0,t) \cdot S$ – масова витрата у 0 -ій точці.

На кінці ділянки у точці L задані наступні крайові умови

$$G(L,t) = G^{\text{кінц}}(t), \quad (1.3)$$

де $G^{\text{кінц}}(t)$ – задана функція.

Початковий розподіл у 0 -й момент часу заданий так

$$\begin{cases} W(x,0) = \widehat{W}_0(x), \\ P(x,0) = \widehat{P}_0(x), \\ T(x,0) = \widehat{T}_0(x), \end{cases} \quad x \in (0,L), \quad (1.4)$$

де $\widehat{T}_0(x)$, $\widehat{W}_0(x)$, $\widehat{P}_0(x)$ – задані функції.

В якості початкового розподілу для температури, масової витрати, тиску береться, як правило, стаціонарний розподіл параметрів течії газу.

Необхідно розробити математичну модель, яка враховує нерівномірність розподілу швидкостей потоку в трубопроводі та великі швидкості течії при моделюванні перехідних режимів. Завдання полягає в тому, щоб на основі гідродинамічних рівнянь і законів збереження кількості руху, маси та енергії описати процес зміни швидкості рідини (або газу) в перехідних режимах, враховуючи вплив нерівномірності розподілу швидкостей у перерізі трубопроводу. Створення такої математичної моделі необхідно для підвищення точності розрахунків. Також необхідно обрати чисельний метод для знаходження тиску, температури, питомої масової витрати в області Σ .

1.4 Постановка задач дослідження

Об'єктом дослідження є перехідний режим течій газу по ділянці трубопроводу.

Предметом дослідження математична модель та чисельний метод, які враховують нерівномірний розподіл швидкостей потоку газу в перерізі трубопроводу та його вплив на моделювання перехідних режимів.

Метою кваліфікаційної роботи є урахування нерівномірності розподілу швидкостей при моделюванні перехідних режимів по ділянці трубопроводу, для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання:

– провести огляд і аналіз сучасного стану задачі «Урахування нерівномірності розподілу швидкостей при моделюванні перехідних режимів по ділянці трубопроводу»;

– побудувати математичну модель, яка враховує нерівномірність розподілу швидкостей в перетині трубопроводу та великі швидкості течії газу;

– зробити вибір і обґрунтування методу розв’язання задачі моделювання;

– розробити програмний продукт для обчислення тиску, температури, питомої масової витрати течії газу по ділянці трубопроводу для перехідного режиму;

– провести аналіз результатів обчислювального експерименту щодо впливу нерівномірності розподілу швидкостей на параметри течії.

2 ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ВИБІР І ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ

2.1 Математична модель перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням нерівномірності розподілу швидкостей в перетині

Основні етапи розробки математичної моделі перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням нерівномірності розподілу швидкостей в перетині.

Визначити фізичні та гідродинамічні характеристики потоку, такі як температура, питома масова витрата та тиск.

Описати перехідні режими роботи трубопроводу за допомогою рівнянь Нав'є-Стокса, а саме рівнянь руху, безперервності потоку та енергетичного рівняння.

Врахувати нерівномірний розподіл швидкостей у перерізі трубопроводу та його вплив на поведінку потоку у перехідних режимах.

У загальному випадку перехідний режим течії газу по ділянці трубопроводу описується квазілінійною системою диференціальних рівнянь в частинних похідних. Ця система отримується із загальних рівнянь газової динаміки Нав'є-Стокса для випадку одного виміру. Вона доповнюється початковими та крайовими умовами.

Якщо нехтувати масообміном з навколишнім середовищем та теплофізичними властивостями середовища, вважати стаціонарним режим теплообміну з навколишнім середовищем, то система матиме вигляд [2, 3]:

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [P + \beta_{kk} \rho V^2] = -\rho \left[\frac{\lambda}{2D} |V| V + g \frac{dh}{dx} \right], \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho V) = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(E + \frac{P}{\rho} \right) \rho V \right) = \frac{4K}{D} (T_{zp} - T) - Vg\rho \frac{dh}{dx}, \quad (2.3)$$

де $\rho(x, t)$ – щільність газу;

$V(x, t)$ – швидкість газу;

$T(x, t)$ – температура газу;

$P(x, t)$ – тиск газу;

t, x – часова і просторова координата;

λ – коефіцієнт гідравлічного опору;

D – діаметр труби;

K – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту;

T_{zp} – температура ґрунту;

h – глибина залягання труби;

β_{kk} – коефіцієнт Коріоліса на нерівномірний розподіл швидкостей в перетині;

g – прискорення вільного падіння;

E – повна енергія одиниці маси [3].

Для отримання рівнянь математичної моделі для перехідного режиму течії газу, який пов'язаний з різкою зміною крайових умов на кінцях ділянки трубопроводу та який враховує нерівномірність розподілу швидкостей в перетині трубопроводу будемо припускати:

а) через великі швидкості в рівнянні (2.3) будемо врахувати кінетичну енергію;

б) через нерівномірність розподілу швидкостей в перетині трубопроводу будемо враховувати коефіцієнт Коріоліса в рівняннях (2.1) та (2.3).

Доповнимо систему (2.1) – (2.3) рівнянням стану

$$\rho = \frac{P}{zgRT}.$$

Ведемо позначення

$$\alpha_0 = zgR, \quad (2.4)$$

отримаємо рівняння стану у цих позначках

$$\rho = \frac{P}{\alpha_0 T}. \quad (2.5)$$

Зауважимо, що питома масова витрата W

$$W = \rho V. \quad (2.6)$$

Підставимо (2.5) і (2.6) до рівняння руху (2.1):

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \beta_{kk} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{W^2}{P} \alpha_0 T \right) = - \frac{P}{\alpha_0 T} \left[\frac{\lambda |W| W (\alpha_0 T)^2}{2D P^2} + g \frac{dh}{dx} \right].$$

Зробимо перетворення

$$\begin{aligned} & \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \alpha_0 \beta_{kk} \left[\frac{T}{P} \frac{\partial W^2}{\partial x} + W^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{T}{P} \right) \right] + \\ & + \frac{\lambda \alpha_0 T |W| W}{2D P} + \frac{Pg}{\alpha_0 T} \frac{dh}{dx} = 0, \\ \Rightarrow & \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \alpha_0 \beta_{kk} \left(2W \frac{T}{P} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{W^2}{P} \frac{\partial T}{\partial x} - T \frac{W^2}{P^2} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \end{aligned}$$

$$+\frac{\lambda\alpha_0}{2D}\frac{T|W|W}{P}+\frac{Pg}{\alpha_0T}\frac{dh}{dx}=0.$$

Отже отримаємо рівняння руху

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + \left(1 - \alpha_0\beta_{kk}\frac{W^2}{P^2}T\right)\frac{\partial P}{\partial x} + 2\alpha_0T\beta_{kk}\frac{W}{P}\frac{\partial W}{\partial x} + \\ + \frac{\lambda\alpha_0}{2D}\frac{T|W|W}{P} + \frac{Pg}{\alpha_0T}\frac{dh}{dx} = 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Далі отримаємо рівняння неперервності (2.2), враховуючи (2.5) і (2.6):

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{P}{\alpha_0T}\right) + \frac{\partial W}{\partial x} = 0.$$

Тоді

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_0T}\left(\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{P}{T}\frac{\partial T}{\partial t}\right) + \frac{\partial W}{\partial x} = 0, \\ \frac{1}{\alpha_0T}\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial x} = 0. \end{aligned}$$

Отже, отримаємо рівняння неперервності

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \alpha_0T\frac{\partial W}{\partial x} = 0. \quad (2.8)$$

Для виведення третього рівняння – рівняння енергії підставимо в рівняння (2.3) значення повної енергії $E = U_{внутр} + E_{кин} = C_P T - \frac{P}{\rho} + \frac{\beta_{kk}V^2}{2}$, де C_P –

питома теплоємність газу, та зробимо низку перетворень.

Після підстановки значення повної енергії маємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho C_p T - P + \frac{\beta_{kk} V^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \rho V \left(C_p T + \frac{\beta_{kk} V^2}{2} \right) = \\ = \frac{4K}{D} (T_{zp} - T) - \rho V g \frac{dh}{dx}. \end{aligned}$$

З урахування формули (2.6) для питомої масової витрати:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho C_p T - P + \frac{\beta_{kk} W^2}{2\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} W \left(C_p T + \frac{\beta_{kk} W^2}{2\rho^2} \right) = \\ = \frac{4K}{D} (T_{zp} - T) - W g \frac{dh}{dx}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Позначимо далі

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho C_p T - P + \frac{\beta_{kk} W^2}{2\rho} \right), \\ A_2 &= \frac{\partial}{\partial x} W \left(C_p T + \frac{\beta_{kk} W^2}{2\rho^2} \right). \end{aligned}$$

Знайдемо спочатку A_1 , враховуючи формулу для $\rho = \frac{P}{\alpha_0 T}$:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho C_p T - P + \frac{\beta_{kk} W^2}{2\rho} \right) = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{\alpha_0 T} C_p T - P + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0 T}{2P} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{\alpha_0} C_P - P + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0 T}{2P} \right) = \\
&= \frac{C_P}{\alpha_0} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0 T}{2P^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\beta_{kk} W \alpha_0 T}{P} \frac{\partial W}{\partial t} = \\
&= \left(\frac{C_P}{\alpha_0} - 1 - \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0 T}{2P^2} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\beta_{kk} W \alpha_0 T}{P} \frac{\partial W}{\partial t} = \\
&= \left(\frac{2P^2 C_P - \alpha_0 2P^2 - \beta_{kk} W^2 \alpha_0^2 T}{2P^2 \alpha_0} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\beta_{kk} W \alpha_0 T}{2P} \frac{\partial W}{\partial t}.
\end{aligned}$$

З рівняння (2.8) отримаємо

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\alpha_0 T \frac{\partial W}{\partial x}. \quad (2.10)$$

Підставимо значення $\frac{\partial P}{\partial t}$ у співвідношення для A_1 :

$$\begin{aligned}
A_1 &= -\alpha_0 T \left(\frac{2P^2 C_P - \alpha_0 2P^2 - \beta_{kk} W^2 \alpha_0^2 T}{2P^2 \alpha_0} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\beta_{kk} W \alpha_0 T}{P} \frac{\partial W}{\partial t} = \\
&= \left(\frac{2\alpha_0 P^2 T + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2 - 2C_P P^2 T}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\beta_{kk} W \alpha_0 T}{2P} \frac{\partial W}{\partial t}.
\end{aligned}$$

Знайдемо $\frac{\partial W}{\partial t}$ з рівняння (2.7), тоді

$$\begin{aligned}
A_1 &= \left(\frac{2\alpha_0 P^2 T + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2 - 2C_P P^2 T}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{P} \frac{\partial T}{\partial t} + \\
&+ \frac{\beta_{kk} W \alpha_0 T}{2P} \left(- \left(1 - \alpha_0 \beta_{kk} \frac{W^2}{P^2} T \right) \frac{\partial P}{\partial x} - 2\alpha_0 T \beta_{kk} \frac{W}{P} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\lambda \alpha_0}{2D} \frac{T|W|W}{P} - \frac{Pg}{\alpha_0 T} \frac{dh}{dx} \right) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{2\alpha_0 P^2 T + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2 - 2C_P P^2 T}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \\
&+ \frac{\beta_{kk} W \alpha_0 T}{P} \left(\left(\frac{\alpha_0 \beta_{kk} W^2 T - P^2}{P^2} \right) \frac{\partial P}{\partial x} - 2\alpha_0 T \beta_{kk} \frac{W}{P} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\lambda \alpha_0 T |W| W}{2D} - \frac{Pg}{\alpha_0 T} \frac{dh}{dx} \right) = \\
&= \left(\frac{2\alpha_0 P^2 T + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2 - 2C_P P^2 T}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \\
&+ \frac{\beta_{kk} W \alpha_0 T}{P} \left(\left(\frac{\alpha_0 \beta_{kk} W^2 T - P^2}{P^2} \right) \frac{\partial P}{\partial x} - 2\alpha_0 T \beta_{kk} \frac{W}{P} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\lambda \alpha_0 T |W| W}{2D} - \frac{Pg}{\alpha_0 T} \frac{dh}{dx} \right) = \\
&= \left(\frac{2\alpha_0 P^2 T + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2 - 2C_P P^2 T}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \\
&+ \left(\frac{\alpha_0^2 \beta_{kk}^2 W^3 T^2 - \beta_{kk} W \alpha_0 T P^2}{P^3} \right) \frac{\partial P}{\partial x} - 2\alpha_0^2 T^2 \beta_{kk}^2 \frac{W^2}{P^2} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\lambda \beta_{kk} \alpha_0^2 T^2 |W| W^2}{2D} - \\
&\quad - \frac{\beta_{kk} W P g}{P} \frac{dh}{dx} = \\
&= \left(\frac{2\alpha_0 P^2 T + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2 - 2C_P P^2 T - 4\alpha_0^2 T^2 \beta_{kk}^2 W^2}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \\
&+ \left(\frac{\alpha_0^2 \beta_{kk}^2 W^3 T^2 - \beta_{kk} W \alpha_0 T P^2}{P^3} \right) \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\lambda \beta_{kk} \alpha_0^2 T^2 |W| W^2}{2D} - \beta_{kk} W g \frac{dh}{dx}.
\end{aligned}$$

Отже,

$$\begin{aligned}
A_1 &= \left(\frac{2\alpha_0 P^2 T + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2 - 2C_P P^2 T - 4\alpha_0^2 T^2 \beta_{kk}^2 W^2}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \\
&+ \left(\frac{\alpha_0^2 \beta_{kk}^2 W^3 T^2 - \beta_{kk} W \alpha_0 T P^2}{P^3} \right) \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\lambda \beta_{kk} \alpha_0^2 T^2 |W| W^2}{2D} - \beta_{kk} W g \frac{dh}{dx}.
\end{aligned}$$

Перетворимо вираз для A_2

$$\begin{aligned}
A_2 &= \frac{\partial}{\partial x} W \left(C_p T + \frac{\beta_{kk} W^2}{2\rho^2} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(C_p W T + \frac{\beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T^2}{2P^2} \right) = \\
&= C_p T \frac{\partial W}{\partial x} + C_p W \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{3\beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2}{2P^2} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T^2}{P^3} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T}{P^2} \frac{\partial T}{\partial x} = \\
&= \left(\frac{2C_p T P^2 + 3\beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T^2}{P^3} \frac{\partial P}{\partial x} + \left(\frac{C_p W P^2 + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T}{P^2} \right) \frac{\partial T}{\partial x}.
\end{aligned}$$

З рівняння (2.9) маємо

$$A_1 + A_2 = \frac{4K}{D} (T_{ep} - T) - Wg \frac{dh}{dx}.$$

Підставимо значення A_1 та A_2 в попереднє рівняння

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{2\alpha_0 P^2 T + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2 - 2C_p P^2 T - 4\alpha_0^2 T^2 \beta_{kk} W^2}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \\
&+ \left(\frac{\alpha_0^2 \beta_{kk} W^3 T^2 - \beta_{kk} W \alpha_0 T P^2}{P^3} \right) \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\lambda \beta_{kk} \alpha_0^2 T^2 |W| W^2}{2D P^2} - \beta_{kk} Wg \frac{dh}{dx} + \\
&+ \left(\frac{2C_p T P^2 + 3\beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T^2}{P^3} \frac{\partial P}{\partial x} + \left(\frac{C_p W P^2 + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T}{P^2} \right) \frac{\partial T}{\partial x} = \\
&= \frac{4K}{D} (T_{ep} - T) - Wg \frac{dh}{dx}.
\end{aligned}$$

Тоді

$$\left(\frac{2\alpha_0 P^2 T + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2 - 2C_p P^2 T - 4\alpha_0^2 T^2 \beta_{kk} W^2 + 2C_p T P^2 + 3\beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \\
& + \left(\frac{\alpha_0^2 \beta_{kk}^2 W^3 T^2 - \beta_{kk} W \alpha_0 T P^2 - \beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T^2}{P^3} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \\
& + \left(\frac{C_p W P^2 + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T}{P^2} \right) \frac{\partial T}{\partial x} = \\
& = \frac{\lambda \beta_{kk} \alpha_0^2}{2D} \frac{T^2 |W| W^2}{P^2} + \beta_{kk} W g \frac{dh}{dx} \frac{4K}{D} (T_{zp} - T) - W g \frac{dh}{dx}.
\end{aligned}$$

Після спрощення отримаємо

$$\begin{aligned}
& \frac{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}{2P} \frac{\partial T}{\partial t} + \\
& + \left(\frac{2\alpha_0 P^2 T - 4\alpha_0^2 \beta_{kk}^2 W^2 T^2 + 4\beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2}{2P^2} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \\
& + \left(\frac{\alpha_0^2 \beta_{kk}^2 W^3 T^2 - \beta_{kk} W \alpha_0 T P^2 - \beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T^2}{P^3} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \\
& + \left(\frac{C_p W P^2 + \beta_{kk} \alpha_0^2 W^3 T}{P^2} \right) \frac{\partial T}{\partial x} = \\
& = \frac{\lambda \beta_{kk} \alpha_0^2}{2D} \frac{T^2 |W| W^2}{P^2} + \beta_{kk} W g \frac{dh}{dx} + \frac{4K}{D} (T_{zp} - T) - W g \frac{dh}{dx}.
\end{aligned}$$

Помножимо обидві частини рівняння на $\frac{2P}{\beta_{kk} W^2 \alpha_0}$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{2\alpha_0 P^2 T - 4\alpha_0^2 \beta_{kk}^2 W^2 T^2 + 4\beta_{kk} \alpha_0^2 W^2 T^2}{\alpha_0 \beta_{kk} W^2 P} \right) \frac{\partial W}{\partial x} +$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{2\alpha_0 W T^2 (\beta_{kk} - 1)}{P^2} - \frac{2T}{W} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \\
& + \left(\frac{2PC_p}{\beta_{kk}\alpha_0 W} + \frac{2\alpha_0 W T}{P} \right) \frac{\partial T}{\partial x} = \\
& = \frac{2P}{\beta_{kk} W^2 \alpha_0} \left(\frac{\lambda \beta_{kk} \alpha_0^2 T^2 |W| W^2}{2D} + (\beta_{kk} - 1) W g \frac{dh}{dx} + \frac{4K}{D} (T_{zp} - T) \right).
\end{aligned}$$

Отже, рівняння енергії матиме вид

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{2PT}{\beta_{kk} W^2} + \frac{4\alpha_0 (1 - \beta_{kk}) T^2}{P} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \\
& + \left(\frac{2\alpha_0 (\beta_{kk} - 1) W T^2}{P^2} - \frac{2T}{W} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \\
& + \left(\frac{2C_p P}{\alpha_0 \beta_{kk} W} + \frac{2\alpha_0 W T}{P} \right) \frac{\partial T}{\partial x} = \\
& = \frac{\lambda \alpha_0 |W| T^2}{DP} + \frac{2(\beta_{kk} - 1) g P}{\beta_{kk} \alpha_0 W} \frac{dh}{dx} + \frac{8KP}{D \alpha_0 \beta_{kk} W^2} (T_{zp} - T). \quad (2.11).
\end{aligned}$$

З рівнянь (2.7), (2.10), (2.11) формується система рівнянь математичної моделі нестационарних неізотермічних перехідних режимів течії газу, яка враховує нерівномірність розподілу швидкостей у перетині трубопроводу та кінетичну енергію [1]:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial W}{\partial t} + \left(1 - \alpha_0 \beta_{kk} \frac{W^2}{P^2} T \right) \frac{\partial P}{\partial x} + 2\alpha_0 T \beta_{kk} \frac{W}{P} \frac{\partial W}{\partial x} = \\
& = -\frac{\lambda \alpha_0 T |W| W}{2D} - \frac{Pg}{\alpha_0 T} \frac{dh}{dx}, \\
& \frac{\partial P}{\partial t} + \alpha_0 T \frac{\partial W}{\partial x} = 0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{2PT}{\beta_{kk}W^2} + \frac{4\alpha_0(1-\beta_{kk})T^2}{P} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \\
& + \left(\frac{2\alpha_0(\beta_{kk}-1)WT^2}{P^2} - \frac{2T}{W} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \left(\frac{2C_pP}{\alpha_0\beta_{kk}W} + \frac{2\alpha_0WT}{P} \right) \frac{\partial T}{\partial x} = \\
& = \frac{\lambda\alpha_0|W|T^2}{DP} + \frac{2(\beta_{kk}-1)gP}{\beta_{kk}\alpha_0W} \frac{dh}{dx} + \frac{8KP}{D\alpha_0\beta_{kk}W^2} (T_{zp} - T).
\end{aligned}$$

Напишемо цю систему рівнянь у матричній формі

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \tilde{B}(x, t, \eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} = \tilde{F}(x, t, \eta), \quad (2.12)$$

де

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 2\alpha_0T\beta_{kk}\frac{W}{P} & 1 - \alpha_0\beta_{kk}\frac{W^2}{P^2}T & 0 \\ \alpha_0T & 0 & 0 \\ \frac{2PT}{\beta_{kk}W^2} + \frac{4\alpha_0(1-\beta_{kk})T^2}{P} & \frac{2\alpha_0(\beta_{kk}-1)WT^2}{P^2} - \frac{2T}{W} & \frac{2C_pP}{\alpha_0\beta_{kk}W} + \frac{2\alpha_0WT}{P} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{F}(x, t, \eta) = \begin{bmatrix} -\frac{\lambda\alpha_0}{2D} \frac{T|W|W}{P} - \frac{Pg}{\alpha_0T} \frac{dh}{dx} \\ 0 \\ \frac{\lambda\alpha_0|W|T^2}{DP} + \frac{2(\beta_{kk}-1)gP}{\beta_{kk}\alpha_0W} \frac{dh}{dx} + \frac{8KP}{D\alpha_0\beta_{kk}W^2} (T_{zp} - T) \end{bmatrix},$$

де $\eta(x, t) = (W(x, t), P(x, t), T(x, t))$.

Ця система доповнюється початковими умовами (1.4) та крайовими умовами (1.1) – (1.3).

Розроблена математична модель описує процес перехідних режимів газо-

вої течії та враховує нерівномірність розподілу швидкостей у перерізі трубопроводу, що дозволяє підвищити точність розрахунків.

2.2 Застосування методу скінченних різниць при моделюванні та дослідженні перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням нерівномірності розподілу швидкостей в перетині

Чисельний розв'язок системи (2.12) з початковим розподілом (1.4) та крайовими умовами (1.1) – (1.3) будемо знаходити за допомогою РмСРС [3 – 9]. Розіб'ємо відрізок $[0, L]$ на n відрізків довжиною Δ , що дозволить отримати рівномірну скінченно-різницеву координатну сітку з n відрізками і $(n + 1)$ -ю точками розбиття x_i , $i = \overline{0, n}$.

Апроксимуємо похідні на початку ділянки за шаблоном на рисунку 2.1, а похідні в i -й точці – за шаблоном на рисунку 2.2.

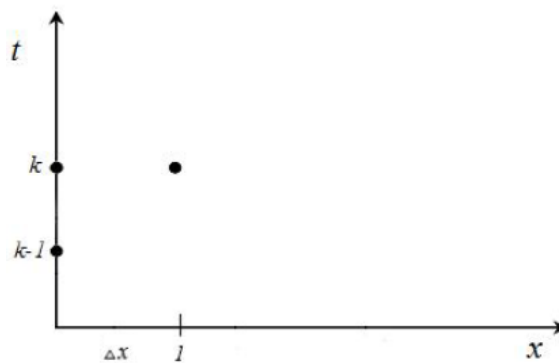


Рисунок 2.1 – Шаблон для апроксимації похідних на початку ділянки в нульовій точці

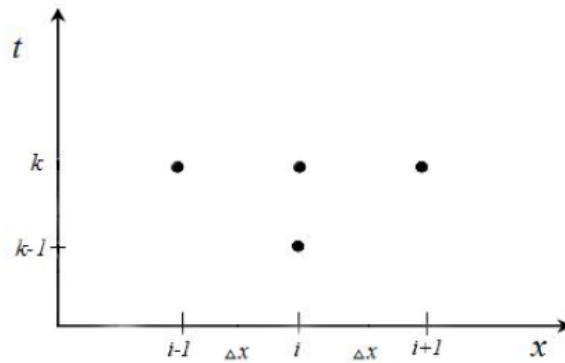


Рисунок 2.2 – Шаблон для апроксимації похідних в i -й точці

Загальна формула для знаходження похідної $\left. \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_i^k$ матиме наступний вид

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_i^k = \begin{cases} \frac{\eta_1^k - \eta_0^k}{\Delta}, & i = 0, \\ \frac{\eta_{i+1}^k - \eta_{i-1}^k}{2\Delta}, & i = \overline{1, n-1}, \\ \frac{\eta_n^k - \eta_{n-1}^k}{\Delta}, & i = n. \end{cases} \quad (2.13)$$

Загальну формулу для знаходження $\left. \frac{\partial \eta}{\partial t} \right|_i^k$ представляємо у вигляді:

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial t} \right|_i^k = \frac{\eta_i^k - \eta_i^{k-1}}{\tau}, \quad i = \overline{0, n}. \quad (2.14)$$

Враховуючи формули (2.13) та (2.4) отримаємо наступну систему різницевих рівнянь для системи (2.12)

$$\begin{cases} -\frac{1}{\Delta} \bar{B}_0^k \eta_0^k + \frac{1}{\tau} \eta_0^k + \frac{1}{\Delta} \bar{B}_0^k \eta_1^k = \bar{F}_0^k + \frac{1}{\tau} \eta_0^{k-1}, & i=0, \\ -\frac{1}{2\Delta} \bar{B}_i^k \eta_{i-1}^k + \frac{1}{\tau} \eta_i^k + \frac{1}{2\Delta} \bar{B}_i^k \eta_{i+1}^k = \bar{F}_i^k + \frac{1}{\tau} \eta_i^{k-1}, & i=\overline{1, n-1}, \\ -\frac{1}{\Delta} \bar{B}_n^k \eta_{n-1}^k + \frac{1}{\tau} \eta_n^k + \frac{1}{\Delta} \bar{B}_n^k \eta_n^k = \bar{F}_n^k + \frac{1}{\tau} \eta_n^{k-1}, & i=n. \end{cases} \quad (2.15)$$

Розв'язком системи рівнянь (2.15) буде вектор

$$\eta^k = (\eta_0^k, \eta_1^k, \dots, \eta_i^k, \dots, \eta_n^k) = (W_0^k, P_0^k, T_0^k, W_1^k, P_1^k, T_1^k, \dots, W_n^k, P_n^k, T_n^k).$$

Нелінійні системи рівнянь розв'яжемо методом Ньютона [3 –5, 8].

На $(s+1)$ -й ітерації k -го часового шару отримаємо систему лінійних рівнянь, яка загалом має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \bar{A}^{k,s} \delta \eta^{k,s+1} &= \psi^{k,s}, \\ \bar{A}^{k,s} &= \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \eta^k} \right]_{\eta^{k,s}}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

де $\delta \eta^{k,s+1}$ – вектор поправок до невідомих на $(s+1)$ -й ітерації k -го часового шару;

$\psi^{k,s}$ – вектор нев'язок, визначений на розв'язку, отриманому на попередній s -й ітерації k -го часового шару;

$\bar{A}^{k,s}$ – матриця Якобі, яка визначена на розв'язку, отриманому на попередній s -й ітерації.

Компоненти векторів поправок до невідомих отримуються з лінійної системи (2.16).

Тепер отримаємо вектори нев'язок в граничних точках 0 та n для k -го часового шару s -ої ітерації

$$\psi_0^{k,s} = \left(\frac{1}{\tau} \eta_0^{k,s} - \frac{1}{\Delta} \bar{B}_0^{k,s} \eta_0^{k,s} \right) + \frac{1}{\Delta} \bar{B}_0^{k,s} \eta_1^{k,s} - \bar{F}_0^{k,s} - \frac{1}{\tau} \eta_0^{k-1}, \quad (2.17)$$

$$\psi_n^{k,s} = \left(\frac{1}{\tau} \eta_n^{k,s} + \frac{1}{\Delta} \bar{B}_n^{k,s} \eta_n^{k,s} \right) - \frac{1}{\Delta} \bar{B}_n^{k,s} \eta_{n-1}^{k,s} - \bar{F}_n^{k,s} - \frac{1}{\tau} \eta_n^{k-1}. \quad (2.18)$$

Для внутрішніх точок ділянки ($i = \overline{1, n-1}$) на s -й ітерації k -го часового шару вектори нев'язок обчислюються за формулою:

$$\psi_i^{k,s} = \frac{1}{\tau} \eta_i^{k,s} - \frac{1}{2\Delta} \bar{B}_i^{k,s} \eta_{i-1}^{k,s} + \frac{1}{2\Delta} \bar{B}_i^{k,s} \eta_{i+1}^{k,s} - \bar{F}_i^{k,s} - \frac{1}{\tau} \eta_i^{k-1}. \quad (2.19)$$

Згідно (2.18) з урахуванням системи запишемо вираз для координат вектору нев'язок $\psi_n^{k,s}$ в n -ї точці розбиття:

$$\begin{aligned} \psi_{n,1} = & \frac{\frac{2T_n W_n^2 \alpha_0 \beta_{kk}}{P_n} + P_n \left(1 - \frac{T_n W_n^2 \alpha_0 \beta_{kk}}{P_n^2} \right)}{\Delta} - \\ & - \frac{\frac{2T_n W_n W_{n-1} \alpha_0 \beta_{kk}}{P_n} + P_{n-1} \left(1 - \frac{T_n W_n^2 \alpha_0 \beta_{kk}}{P_n^2} \right)}{\Delta} + \\ & + \frac{W_n}{\tau} - \frac{W_n^{k-1}}{\tau} + \frac{T_n W_n \alpha_0 \lambda |W_n|}{2DP_n} + \frac{gP_n h'(x)}{T_n \alpha_0}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\psi_{n,2} = \frac{T_n W_n \alpha_0}{\Delta} - \frac{T_n W_{n-1} \alpha_0}{\Delta} + \frac{P_n}{\tau} - \frac{P_n^{k-1}}{\tau}, \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \psi_{n,3} = & \frac{8KP_n(T_n - T_{gr})}{DW_n^2 \alpha_0 \beta_{kk}} + \frac{P_n}{\Delta} \left(-\frac{2T_n}{W_n} + \frac{2T_n^2 W_n \alpha_0 (-1 - \beta_{kk})}{P_n^2} \right) + \\ & + \frac{W_n}{\Delta} \left(\frac{4T_n^2 \alpha_0 (1 - \beta_{kk})}{P_n} + \frac{2P_n T_n}{W_n^2 \beta_{kk}} \right) + \frac{T_n}{\Delta} \left(\frac{2T_n W_n \alpha_0}{P_n} + \frac{2Cp P_n}{W_n \alpha_0 \beta_{kk}} \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{P_{n-1}}{\Delta} \left(-\frac{2T_n}{W_n} + \frac{2T_n^2 W_n \alpha_0 (-1 - \beta_{kk})}{P_n^2} \right) + \frac{W_{n-1}}{\Delta} \left(\frac{4T_n^2 \alpha_0 (1 - \beta_{kk})}{P_n} + \frac{2P_n T_n}{W_n^2 \beta_{kk}} \right) + \\
& + \frac{T_{n-1}}{\Delta} \left(\frac{2T_n W_n \alpha_0}{P_n} + \frac{2Cp P_n}{W_n \alpha_0 \beta_{kk}} \right) + \frac{T_n - T_n^{k-1}}{\tau} - \frac{T_n^2 \alpha_0 \lambda |W_n|}{D P_n} + \frac{2g P_n (1 - \beta_{kk}) h'(x)}{T_n \alpha_0 \beta_{kk}}. \quad (2.22)
\end{aligned}$$

Аналогічно (2.20) – (2.22) отримаємо вирази для визначення нев'язок в точці 0 та в точці i ($i = \overline{1, n-1}$) за допомогою формул (2.17) та (2.19) відповідно.

Алгоритм розрахунку НсНіРТГ по ДТп для k -го часового шару виглядає наступним чином [4]:

а) $s = 0$, обчислення вектору початкових значень параметрів $\eta^{k,0}$;

б) обчислення нев'язок $\psi^{k,s}$;

в) розрахунок елементів матриці Якобі $\tilde{A}^{k,s} = \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \eta^k} \right]_{\eta^{k,s}}$;

г) визначення векторів поправок шляхом розв'язання лінійної системи алгебраїчних рівнянь (2.16);

д) обчислення нових значень невідомих параметрів газового потоку на $(s+1)$ -й ітерації

$$\eta_i^{k,s+1} = \eta_i^{k,s} - \delta \eta_i^{k,s+1}, \quad i = \overline{0, n};$$

е) перевірка збіжності $\|\psi^{k,s+1}\| \leq \varepsilon$, де ε – задана точність: якщо ε не досягнута, то $s = s + 1$ і переходимо до п. б), а в іншому випадку – до п. ж);

ж) завершення розрахунку часового шару.

Висновки за розділом 2

Побудовано математичну модель, яка враховує нерівномірності розподілу швидкостей у перетині трубопроводу як в рівнянні руху так і в рівнянні енергії при завданні кінетичної енергії. Для розв'язання початково-крайової задачі застосовано метод скінченних різниць з використанням неявної скінченно-різницевої сітки. Розроблено алгоритм моделювання ПР по ДТп, який враховує нерівномірність розподілу швидкостей газового потоку в перетині та великі швидкості течії.

3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 Програмний пакет Wolfram Mathematica 13.3

Mathematica 13.3 – це сучасний програмний пакет для вирішення широкого спектра задач у прикладній математиці, розроблений компанією Wolfram Research. На основі мови Wolfram Language, Mathematica надає потужні інструменти для аналітичних і чисельних обчислень, моделювання динамічних систем, обробки даних, оптимізації та роботи з великими обчислювальними моделями. Версія 13.3 включає вдосконалені алгоритми розв’язання диференціальних рівнянь, покращену підтримку багатовимірних інтегралів та рядів, а також інструменти для роботи з випадковими процесами та статистичними моделями [8].

Вбудована підтримка символічних обчислень робить Mathematica ідеальним інструментом для розв’язання рівнянь у закритій формі та створення узагальнених аналітичних рішень.

Після аналізу можливостей різних програмних середовищ і математичних пакетів для виконання поставленого завдання було обрано Wolfram Mathematica версії 13.3. Тож саме цей пакет буде використовуватися для проведення теоретичного та чисельного аналізу.

3.2 Опис програми

Реалізацію програми для розрахунку $H_c H_i P T G$ за допомогою математичного пакета Wolfram Mathematica версії 13.3 виконуємо в кілька етапів.

На першому етапі задаємо початкові параметри:

а) технічні характеристики ДТп, такі як довжина ділянки, діаметр труби, товщина стінки труби.

б) фізичні характеристики газу, такий як питома теплоємність, коефіці-

єнт стисливості газу.

в) інші характеристики температура ґрунту, тиск і температура газу на початку ділянки, комерційна витрата газу, поправка Коріоліса.

На другому етапі визначимо граничні умови на початку та в кінці ДТп, а також встановимо кількість точок для розбиття ділянки.

На третьому етапі проводимо розрахунки параметрів потоку газу за допомогою нашої програми для кожного часового шару при вказаних значеннях коефіцієнту Коріоліса за вказаним алгоритмом в підрозділі 2.2.

Висновки за розділом 3

За допомогою математичного пакета Wolfram Mathematica версії 13.3 зроблено програму, результатом виконання якої є значення параметрів газового потоку, зокрема комерційної витрати, тиску та температури, в точках розбиття ділянки трубопроводу при фіксованому значенні коефіцієнту Коріоліса.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Для розв'язання завдання обчислення для ДТп було розроблено програмний продукт, що дає змогу моделювати перехідні (НнНіРТГ) з врахуванням поправки Коріоліса. Код програми подано в додатку А.

Розглянемо ПР, пов'язаний з підключенням великого споживача через 225 хв. (45 часовий шар) з початку розрахунків. Технічні характеристики ДТп: довжина ділянки $L = 68$ км, діаметр труби $D = 1400$ мм. Інші параметри: коефіцієнт теплопередачі $K = 1,4$, відносна щільність газу по повітрю $\Delta var = 0,60471$, температура ґрунту $T_{zp} = 12^\circ C$, питома теплоємність $C_p = 0,65595$, дискрета по часу $\tau = 300$ с, Ктр $n = 12$, загальний час розрахунку 14 годин (168 часовий шар), $\hat{T}_0(0) = 38,7^\circ C$, $\hat{W}_0(x) = 93,8$ млн.м³/доб, $\hat{P}_0(0) = 67,3$ атм.

Обчислювальний експеримент проводимо з різними значеннями поправки Коріоліса: $\beta_{kk}^1 = 1.0$, $\beta_{kk}^2 = 1.025$, $\beta_{kk}^3 = 1.035$, $\beta_{kk}^4 = 1.045$.

Крайові умови:

$$\begin{cases} P(0, t) = 67,3 \text{ атм,} \\ T(0, t) = 38,7^\circ C, \end{cases}$$

$$G(L, t) = \begin{cases} 93,8 \text{ млн.м}^3/\text{доб, } 0 \leq t < 225 \text{ хв,} \\ 113,8 \text{ млн.м}^3/\text{доб, } 225 \leq t \leq 840 \text{ хв.} \end{cases}$$

Розглянемо отримані параметри газового потоку (комерційну витрату, тиск, температуру) на часових шарах: 1, 44, 45, 46, 47, 48, 68, 168 при різних значеннях поправки Коріоліса для порівняння. Результати розміщені у таблицях 4.1 – 4.24, в нижньому рядку кожної таблиці вказані максимуми модуля різниць відповідних параметрів при $\beta_{kk}^1 = 1.0$ та $\beta_{kk}^i, i = \overline{1,4}$. Підсумок отриманих результатів вказаний у таблицях 4.25 – 4.27.

Таблиця 4.1 – Значення комерційної витрати на 1-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	95.1207209	95.1198123	95.1194488	95.1190853
1	95.0472962	95.0463863	95.0460223	95.0456583
2	95.0883822	95.0874678	95.0871021	95.0867363
3	95.0465038	95.0456028	95.0452425	95.0448821
...
9	94.7170189	94.7164232	94.7161848	94.7159465
10	94.4851578	94.4847126	94.4845345	94.4843564
11	94.258045	94.2577724	94.2576633	94.2575542
12	93.8	93.8	93.8	93.8
Максимум модуля різниць		0.0009144	0.0012801	0.0016379

Таблиця 4.2 – Значення тиску на 1-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	67.3	67.3	67.3	67.3
1	66.1686365	66.1686376	66.1686	66.1686
2	65.0054873	65.0054855	65.0055	65.0055
3	63.8346429	63.8346393	63.8346	63.8346
...
9	56.324155	56.324105	56.3241	56.3241
10	54.9839549	54.9838916	54.9839	54.9838
11	53.6296297	53.6295425	53.6295	53.6295
12	52.2380487	52.2379418	52.2379	52.2379
Максимум модуля різниць		0.0001069	0.0001487	0.0001549

Таблиця 4.3 – Значення температури на 1-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	38.7	38.7	38.7	38.7
1	38.2447672	38.2446611	38.2446186	38.244576
2	37.7457683	37.7456865	37.7456537	37.745621
3	37.2929659	37.2927641	37.2926833	37.2926025
...
9	34.7938554	34.7932279	34.7929769	34.7927259
10	34.4933349	34.4926746	34.4924106	34.4921466
11	34.189698	34.1888387	34.188495	34.1881513
12	34.0144663	34.0135299	34.0131554	34.012781
Максимум модуля різниць		0.0009364	0.0013109	0.0016853

Таблиця 4.4 – Значення комерційної витрати на 44-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	93.8001457	93.8001455	93.8001455	93.8001454
1	93.8001478	93.8001477	93.8001476	93.8001476
2	93.8001416	93.8001414	93.8001414	93.8001413
3	93.8001392	93.800139	93.800139	93.8001389
...
9	93.8000622	93.8000621	93.8000621	93.8000621
10	93.8000418	93.8000418	93.8000417	93.8000417
11	93.8000222	93.8000222	93.8000222	93.8000222
12	93.8	93.8	93.8	93.8
Максимум модуля різниць		0.0000002	0.0000002	0.0000003

Таблиця 4.5 – Значення тиску на 44-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	67.3	67.3	67.3	67.3
1	66.2011295	66.2011072	66.2010983	66.2010894
2	65.0693455	65.0692997	65.0692814	65.069263
3	63.935067	63.9349941	63.934965	63.9349359
...
9	56.6407455	56.6404712	56.6403614	56.6402517
10	55.3318185	55.3315083	55.3313843	55.3312602
11	54.0057038	54.005338	54.0051916	54.0050453
12	52.6356508	52.6352426	52.6350793	52.634916
Максимум модуля різниць		0.0004082	0.0005715	0.0007348

Таблиця 4.6 – Значення температури на 44-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	38.7	38.7	38.7	38.7
1	38.1941081	38.1938774	38.193785	38.1936926
2	37.7202366	37.7202141	37.7202051	37.7201961
3	37.2319596	37.2316964	37.231591	37.2314856
...
9	34.5505681	34.550177	34.5500204	34.5498637
10	34.1454066	34.1452479	34.1451844	34.1451209
11	33.7207595	33.7203104	33.7201306	33.7199507
12	33.3312029	33.3309904	33.3309055	33.3308206
Максимум модуля різниць		0.0004491	0.0006289	0.0008088

Таблиця 4.7 – Значення комерційної витрати на 45-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	95.4634957	95.4627749	95.4624866	95.4621982
1	95.4624498	95.462311	95.4622558	95.4622007
2	95.6716886	95.6708918	95.6705731	95.6702543
3	95.8814871	95.881197	95.8810812	95.8809657
...
9	102.072421	102.071241	102.070769	102.070297
10	105.168713	105.167388	105.166858	105.166327
11	108.14433	108.14335	108.142958	108.142566
12	113.8	113.8	113.8	113.8
Максимум модуля різниць		0.001457	0.002039	0.002622

Таблиця 4.8 – Значення тиску на 45-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	67.3	67.3	67.3	67.3
1	66.160023	66.1600163	66.1600136	66.1600109
2	64.9866719	64.9866559	64.9866495	64.9866431
3	63.7956853	63.7956522	63.795639	63.7956257
...
9	55.7277522	55.7274678	55.727354	55.7272403
10	54.1638402	54.1634922	54.163353	54.1632138
11	52.3562009	52.3556148	52.3553803	52.3551459
12	50.4907996	50.490031	50.4897236	50.4894162
Максимум модуля різниць		0.0007686	0.0008206	0.0013834

Таблиця 4.9 – Значення температури на 45-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	38.7	38.7	38.7	38.7
1	37.8767729	37.8722526	37.8704425	37.8686312
2	37.6401243	37.6402299	37.6402722	37.6403146
3	36.720164	36.7155897	36.7137579	36.7119251
...
9	31.2558166	31.2507073	31.2486617	31.2466151
10	29.8639245	29.8637529	29.8636848	29.8636171
11	27.8944322	27.8884077	27.8859961	27.8835834
12	25.5506535	25.5490723	25.5484405	25.5478091
Максимум модуля різниць		0.0060245	0.0084361	0.0108488

Таблиця 4.10 – Значення комерційної витрати на 46-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	97.9839952	97.9828895	97.9824472	97.9820048
1	97.919624	97.9188718	97.9185711	97.9182704
2	98.2967021	98.2955535	98.2950941	98.2946346
3	98.5589376	98.5581168	98.5577886	98.5574605
...
9	105.792773	105.792077	105.791798	105.79152
10	108.284437	108.283798	108.283542	108.283286
11	110.713853	110.713644	110.71356	110.713477
12	113.8	113.8	113.8	113.8
Максимум модуля різниць		0.001223	0.001712	0.002201

Таблиця 4.11 – Значення тиску на 46-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	67.3	67.3	67.3	67.3
1	66.0982429	66.0982453	66.0982463	66.0982472
2	64.8605529	64.8605504	64.8605494	64.8605485
3	63.5960386	63.5960202	63.5960128	63.5960054
...
9	54.9172571	54.9169004	54.9167577	54.916615
10	53.2172822	53.2168432	53.2166676	53.216492
11	51.3005905	51.2998989	51.2996222	51.2993456
12	49.3148759	49.3140333	49.3136963	49.3133593
Максимум модуля різниць		0.0008426	0.0011796	0.0015166

Таблиця 4.12 – Значення температури на 46-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	38.7	38.7	38.7	38.7
1	38.067498	38.0644082	38.0631709	38.0619327
2	37.6061936	37.6061785	37.6061726	37.6061667
3	36.8324296	36.8292018	36.8279092	36.8266159
...
9	31.0834434	31.0792998	31.0776409	31.0759813
10	29.8480921	29.8472181	29.8468687	29.8465195
11	28.3357759	28.330991	28.3290756	28.3271594
12	26.9635651	26.9621022	26.9615173	26.9609325
Максимум модуля різниць		0.0047849	0.0067003	0.0086165

Таблиця 4.13 – Значення комерційної витрати на 47-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	100.501186	100.500036	100.499576	100.499117
1	100.416332	100.415468	100.415122	100.414777
2	100.817132	100.815988	100.815531	100.815073
3	101.069304	101.068453	101.068113	101.067773
...
9	107.632717	107.632298	107.632131	107.631964
10	109.592292	109.591927	109.591781	109.591635
11	111.51342	111.513312	111.513268	111.513224
12	113.8	113.8	113.8	113.8
Максимум модуля різниць		0.00115	0.00161	0.002069

Таблиця 4.14 – Значення тиску на 47-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	67.3	67.3	67.3	67.3
1	66.0358112	66.035813	66.0358137	66.0358143
2	64.7317298	64.7317247	64.7317226	64.7317206
3	63.398591	63.398565	63.3985546	63.3985441
...
9	54.2532376	54.2528199	54.2526528	54.2524857
10	52.4691035	52.4686071	52.4684086	52.4682101
11	50.4927348	50.4919846	50.4916845	50.4913844
12	48.439997	48.4391166	48.4387645	48.4384124
Максимум модуля різниць		0.0008804	0.0012325	0.0015846

Таблиця 4.15 – Значення температури на 47-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	38.7	38.7	38.7	38.7
1	38.1259345	38.1232111	38.1221202	38.1210286
2	37.6293906	37.6293287	37.629304	37.6292793
3	36.9140846	36.9111823	36.9100199	36.9088567
...
9	31.5796427	31.5758146	31.574282	31.5727485
10	30.5521715	30.5512259	30.5508479	30.55047
11	29.2914023	29.2871137	29.2853968	29.283679
12	28.2093599	28.208023	28.2074885	28.2069542
Максимум модуля різниць		0.0042886	0.0060055	0.0077233

Таблиця 4.16 – Значення комерційної витрати на 48-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	102.699983	102.698947	102.698532	102.698117
1	102.613494	102.6127	102.612382	102.612065
2	102.980938	102.979929	102.979525	102.979121
3	103.197971	103.197221	103.196921	103.196622
...
9	108.803544	108.803241	108.80312	108.802999
10	110.397673	110.397411	110.397306	110.397201
11	111.961096	111.961011	111.960976	111.960942
12	113.8	113.8	113.8	113.8
Максимум модуля різниць		0.0010360	0.0014510	0.0018660

Таблиця 4.17 – Значення тиску на 48-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	67.3	67.3	67.3	67.3
1	65.9802886	65.9802854	65.9802842	65.9802829
2	64.6164055	64.6163917	64.6163861	64.6163806
3	63.2243688	63.2243269	63.2243102	63.2242934
...
9	53.7054712	53.7050067	53.7048209	53.7046351
10	51.8589009	51.8583643	51.8581497	51.8579351
11	49.8376041	49.836812	49.8364951	49.8361782
12	47.7339797	47.7330693	47.7327051	47.732341
Максимум модуля різниць		0.0009104	0.0012746	0.0016387

Таблиця 4.18 – Значення температури на 48-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	38.7	38.7	38.7	38.7
1	38.1553862	38.1528528	38.151838	38.1508222
2	37.6680878	37.6680162	37.6679876	37.6679591
3	37.0002358	36.9975218	36.9964346	36.9953466
...
9	32.1582214	32.15466	32.1532339	32.1518069
10	31.2723922	31.2715148	31.271164	31.2708134
11	30.1727267	30.1687767	30.1671952	30.1656127
12	29.2483497	29.2471373	29.2466525	29.2461679
Максимум модуля різниць		0.0039500	0.0055315	0.0071140

Таблиця 4.19 – Значення комерційної витрати на 68-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	113.424771	113.42472	113.424699	113.424679
1	113.417971	113.417913	113.41789	113.417866
2	113.434324	113.434274	113.434254	113.434234
3	113.438326	113.438271	113.43825	113.438228
...
9	113.630835	113.630811	113.630802	113.630793
10	113.685568	113.685554	113.685549	113.685544
11	113.737616	113.737607	113.737604	113.737601
12	113.8	113.8	113.8	113.8
Максимум модуля різниць		0.0000580	0.0000810	0.0001050

Таблиця 4.20 – Значення тиску на 68-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	67.3	67.3	67.3	67.3
1	65.6925594	65.6925134	65.692495	65.6924766
2	64.0115395	64.0114537	64.0114194	64.011385
3	62.3203634	62.3202048	62.3201414	62.320078
...
9	50.9235578	50.9228509	50.922568	50.9222852
10	48.7617995	48.7610295	48.7607216	48.7604138
11	46.5176026	46.5165797	46.5161705	46.5157613
12	44.1446633	44.1435348	44.1430834	44.1426321
Максимум модуля різниць		0.0011285	0.0015799	0.0020312

Таблиця 4.21 – Значення температури на 68-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	38.7	38.7	38.7	38.7
1	38.2349872	38.2334925	38.232893	38.2322926
2	37.8823837	37.8823539	37.882342	37.8823302
3	37.4234295	37.4218508	37.4212177	37.4205836
...
9	35.0750658	35.0730754	35.0722777	35.071479
10	34.7597641	34.7593707	34.7592136	34.7590566
11	34.3186136	34.3163843	34.3154909	34.3145966
12	34.0120839	34.011459	34.0112093	34.0109598
Максимум модуля різниць		0.0022293	0.0031227	0.0040170

Таблиця 4.22 – Значення комерційної витрати на 168-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	113.8	113.8	113.8	113.8
1	113.8	113.8	113.8	113.8
2	113.8	113.8	113.8	113.8
3	113.8	113.8	113.8	113.8
...
9	113.8	113.8	113.8	113.8
10	113.8	113.8	113.8	113.8
11	113.8	113.8	113.8	113.8
12	113.8	113.8	113.8	113.8
Максимум модуля різниць		0.0000000	0.0000000	0.0000000

Таблиця 4.23 – Значення тиску на 168-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	67.3	67.3	67.3	67.3
1	65.6819553	65.6819069	65.6818875	65.6818682
2	63.9889272	63.9888362	63.9887999	63.9887635
3	62.2868455	62.2866805	62.2866146	62.2865486
...
9	50.8189218	50.8181992	50.8179101	50.817621
10	48.6442748	48.643484	48.6431677	48.6428514
11	46.391948	46.390908	46.3904919	46.3900758
12	44.007641	44.0064898	44.0060294	44.005569
Максимум модуля різниць		0.0011512	0.0016116	0.0020720

Таблиця 4.24 – Значення температури на 168-му часовому шарі при різних значеннях коефіцієнту Коріоліса β_{kk}

Точка розбиття	$\beta_{kk}=1.0$	$\beta_{kk}=1.025$	$\beta_{kk}=1.035$	$\beta_{kk}=1.045$
0	38.7	38.7	38.7	38.7
1	38.2365709	38.2351321	38.234555	38.2339771
2	37.8892286	37.8892	37.8891886	37.8891772
3	37.4361736	37.4346547	37.4340455	37.4334355
...
9	35.1711063	35.1691962	35.1684305	35.167664
10	34.875001	34.8746249	34.8744747	34.8743246
11	34.4571115	34.4549707	34.4541128	34.453254
12	34.1718735	34.1712708	34.1710299	34.1707892
Максимум модуля різниць		0.0021408	0.0029987	0.0038575

Таблиця 4.25 – Порівняльні результати для комерційної витрати, тиску і температури при значеннях коефіцієнта Кореоліса $\beta_{kk}=1.0$ та $\beta_{kk}=1.025$

Часовий шар	Витрата	Тиск	Температура
1	0.0009144	0.0001069	0.0009364
44	0.0000002	0.0004082	0.0004491
45	0.001457	0.0007686	0.0060245
46	0.001223	0.0008426	0.0047849
47	0.00115	0.0008804	0.0042886
48	0.0010360	0.0009104	0.0039500
68	0.0000580	0.0011285	0.0022293
168	0	0.0011512	0.0021408
Максимум модуля різниць	0.001457	0.0011512	0.0060245

Таблиця 4.26 – Порівняльні результати для комерційної витрати, тиску і температури при значеннях коефіцієнта Кореоліса $\beta_{kk}=1.0$ та $\beta_{kk}=1.035$

Часовий шар	Витрата	Тиск	Температура
1	0.0012801	0.0001487	0.0013109
44	0.0000002	0.0005715	0.0006289
45	0.002039	0.0008206	0.0084361
46	0.001712	0.0011796	0.0067003
47	0.00161	0.0012325	0.0060055
48	0.0014510	0.0012746	0.0055315
68	0.0000810	0.0015799	0.0031227
168	0	0.0016116	0.0029987
Максимум модуля різниць	0.002039	0.0016116	0.0084361

Таблиця 4.27 – Порівняльні результати для комерційної витрати, тиску і температури при значеннях коефіцієнта Кореоліса $\beta_{kk}=1.0$ та $\beta_{kk}=1.045$

Часовий шар	Витрата	Тиск	Температура
1	0.0016379	0.0001549	0.0016853
44	0.0000003	0.0007348	0.0008088
45	0.002622	0.0013834	0.0108488
46	0.002201	0.0015166	0.0086165
47	0.002069	0.0015846	0.0077233
48	0.0018660	0.0016387	0.0071140
68	0.0001050	0.0020312	0.0040170
168	0	0.0020720	0.0038575
Максимум модуля різниць	0.002622	0.002072	0.0108488

Аналіз даних у таблицях 4.1 – 4.24 показує, що зі збільшенням значення коефіцієнту Кореоліса збільшується різниця між параметрами газового потоку в порівнянні зі значеннями при $\beta_{kk} = 1.0$.

За результатами експерименту бачимо, що незалежно від значення коефіцієнту Кореоліса, максимум модуля різниць значень комерційної витрати і температури газу досягаються на 45 часовому шарі (на початку ПР) і потім ці значення поступово зменшуються, але максимум модуля різниць по тиску на 45 часовому шарі має незначне збільшення, в порівнянні зі значеннями на 44 часовому шарі, і в подальшому значення максимум модуля різниць поступово збільшуються в кожному з чотирьох експериментів (при різних значеннях β_{kk}), це вказано в таблицях 4.25 – 4.27. Якщо розглянути в цілому, то при максимальному значенні $\beta_{kk} = 1,045$, різниця по комерційної витраті та тиску спостерігається у третьому знаку після коми, по температури – у другому.

На рис. 4.1 – 4.60 надані графіки параметрів газового потоку.

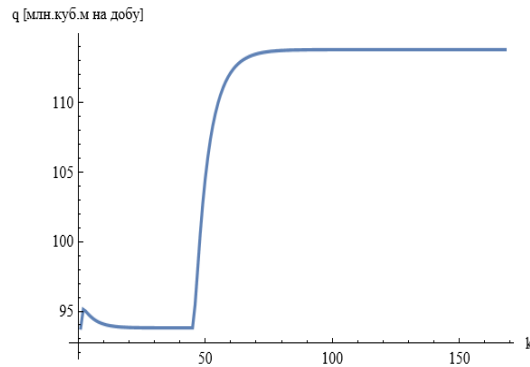


Рисунок 4.1 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk}=1.0$ в 0 точці розбиття

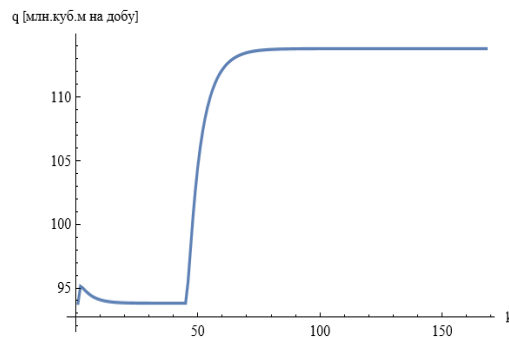


Рисунок 4.2 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk}=1.025$ в 0 точці розбиття

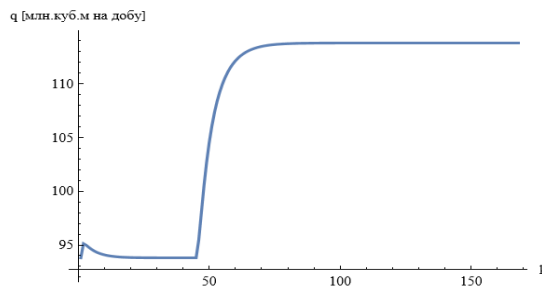


Рисунок 4.3 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk}=1.035$ в 0 точці розбиття

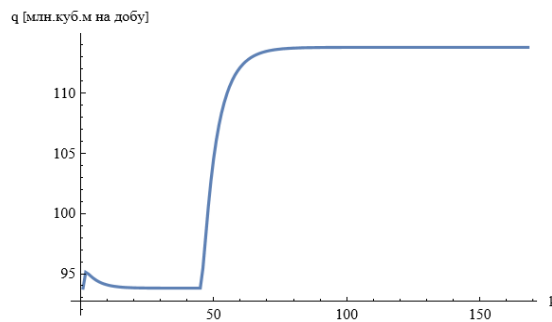


Рисунок 4.4 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk}=1.045$ в 0 точці розбиття

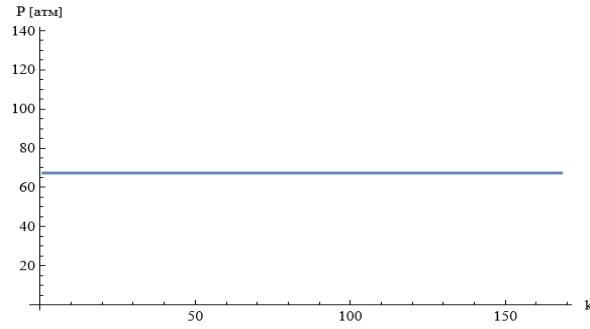


Рисунок 4.5 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.0$ в 0 точці розбиття

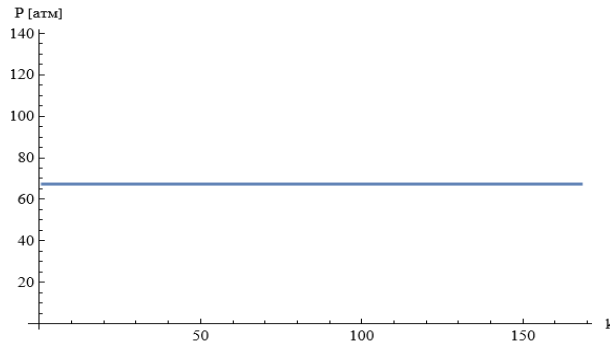


Рисунок 4.6 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.025$ в 0 точці розбиття

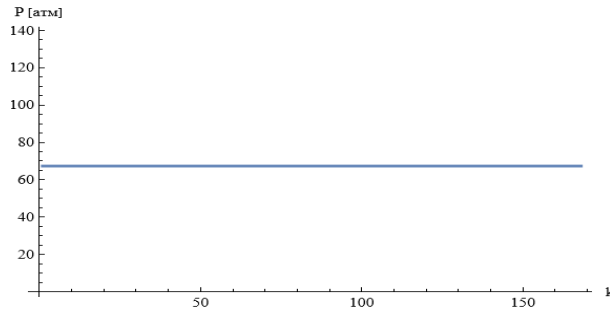


Рисунок 4.7 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.035$ в 0 точці розбиття

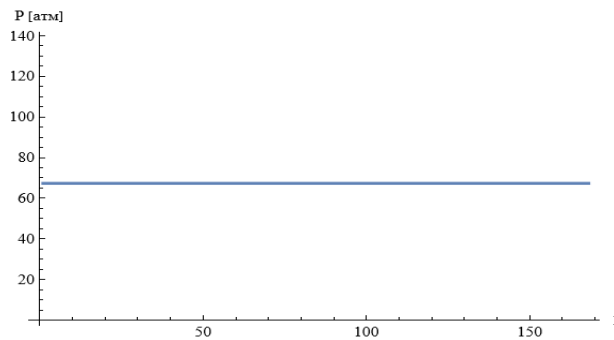


Рисунок 4.8 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.045$ в 0 точці розбиття

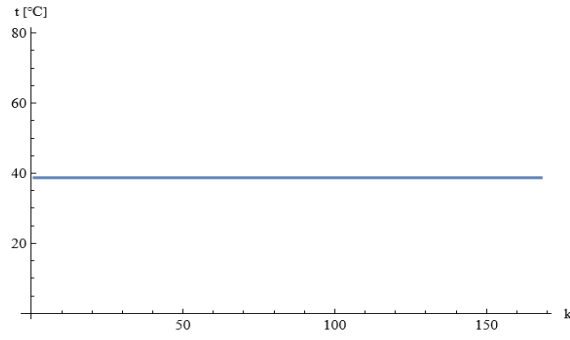


Рисунок 4.9 – Температура газу $\beta_{kk}=1.0$ в 0 точці розбиття

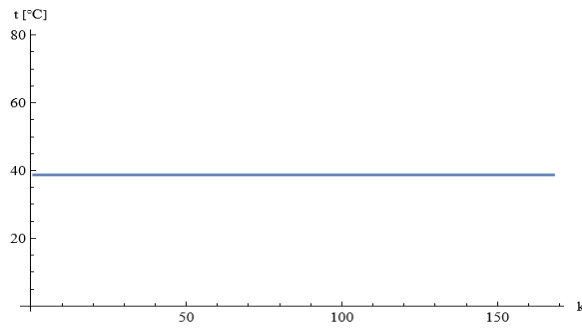


Рисунок 4.10 – Температура газу $\beta_{kk}=1.025$ в 0 точці розбиття

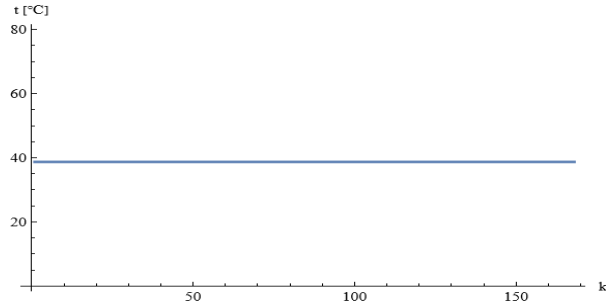


Рисунок 4.11 – Температура газу $\beta_{kk}=1.035$ в 0 точці розбиття

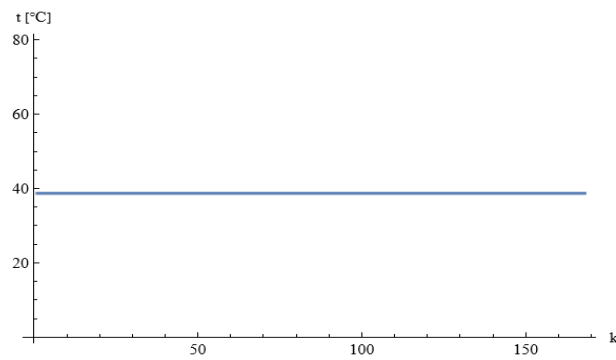


Рисунок 4.12 – Температура газу $\beta_{kk}=1.045$ в 0 точці розбиття

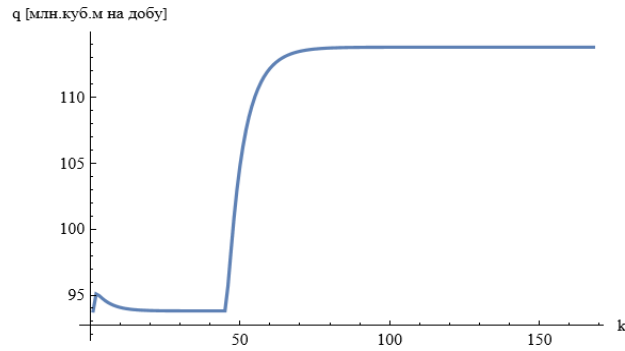


Рисунок 4.13 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.0$ в 2 точці розбиття

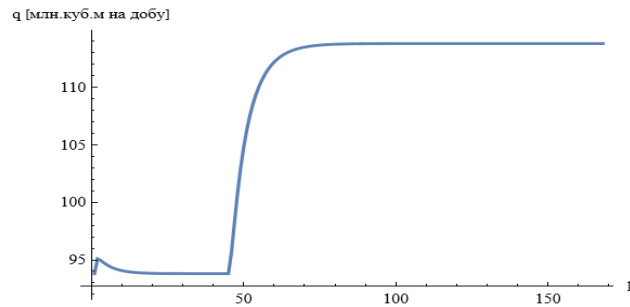


Рисунок 4.14 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.025$ в 2 точці розбиття

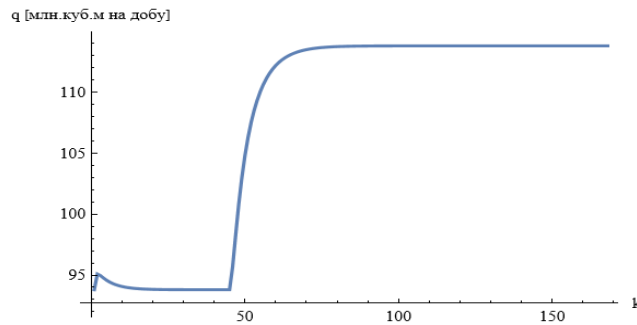


Рисунок 4.15 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.035$ в 2 точці розбиття

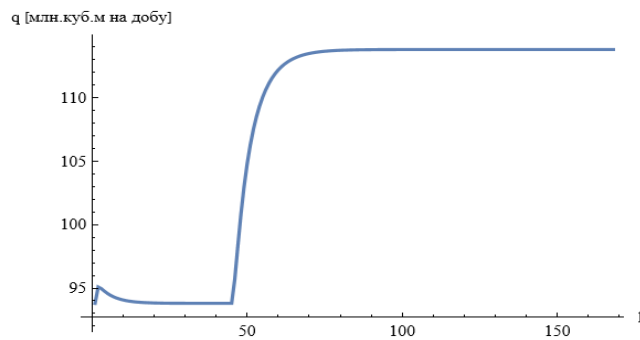


Рисунок 4.16 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.045$ в 2 точці розбиття

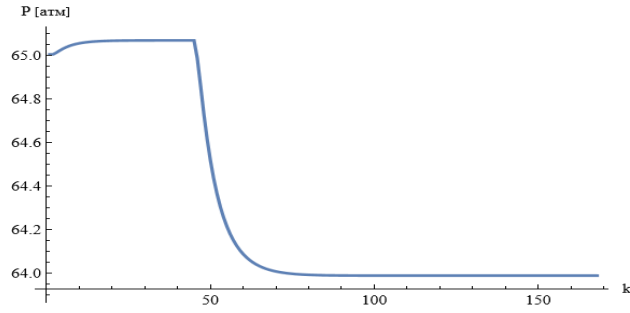


Рисунок 4.17 – Тиск газу $\beta_{kk} = 1.0$ в 2 точці розбиття

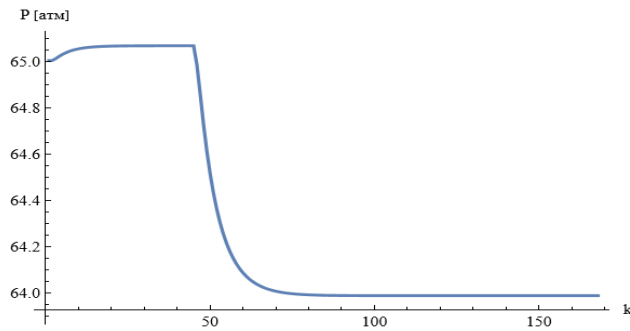


Рисунок 4.18 – Тиск газу $\beta_{kk} = 1.025$ в 2 точці розбиття

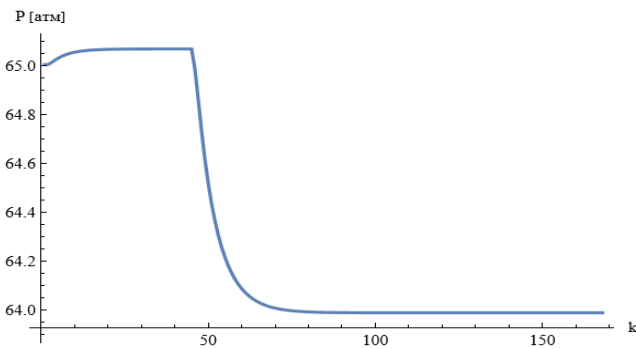


Рисунок 4.19 – Тиск газу $\beta_{kk} = 1.035$ в 2 точці розбиття

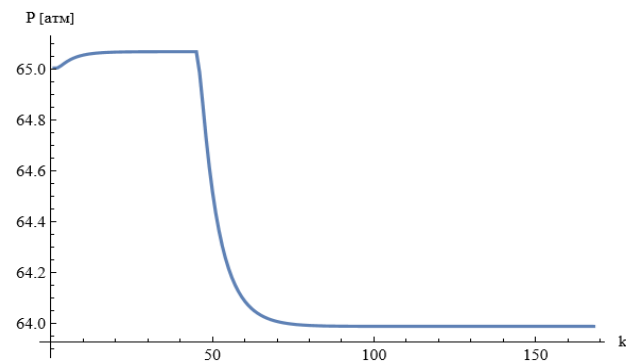


Рисунок 4.20 – Тиск газу $\beta_{kk} = 1.045$ в 2 точці розбиття

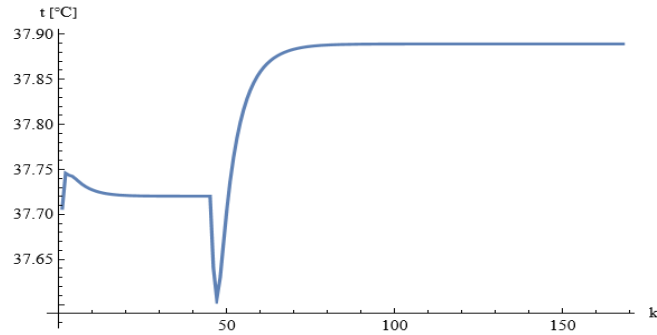


Рисунок 4.21 – Температура газу $\beta_{kk}=1.0$ в 2 точці розбиття

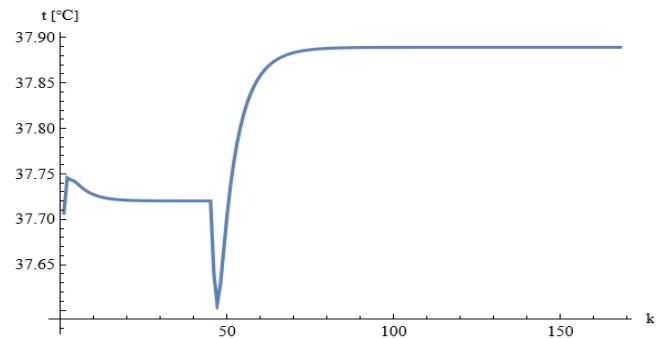


Рисунок 4.22 – Температура газу $\beta_{kk}=1.025$ в 2 точці розбиття

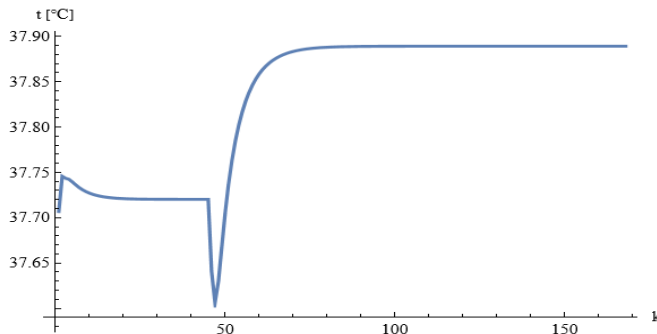


Рисунок 4.23 – Температура газу $\beta_{kk}=1.035$ в 2 точці розбиття

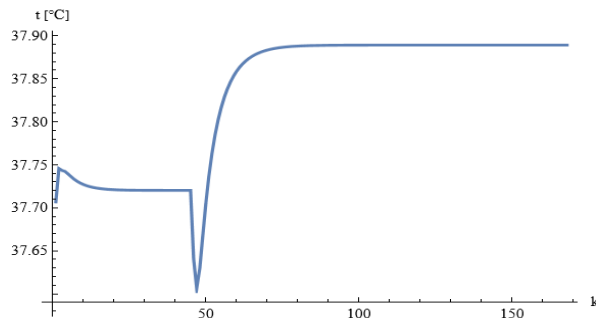


Рисунок 4.24 – Температура газу $\beta_{kk}=1.045$ в 2 точці розбиття

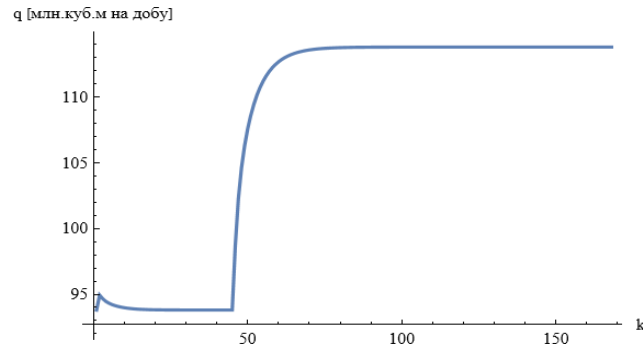


Рисунок 4.25 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.0$ в 7 точці розбиття

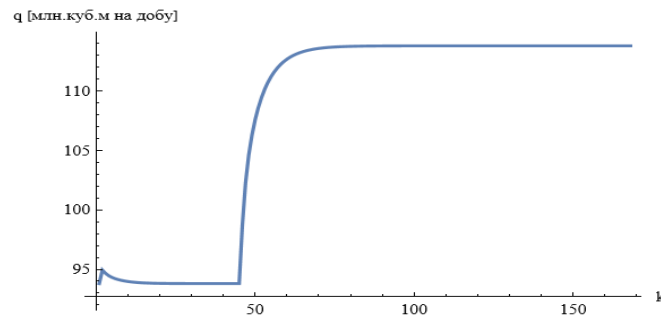


Рисунок 4.26 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.025$ в 7 точці розбиття

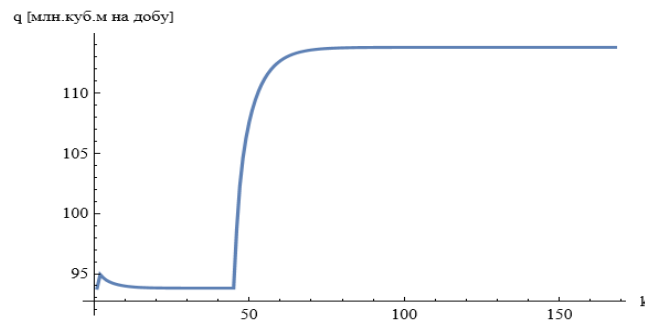


Рисунок 4.27 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.035$ в 7 точці розбиття

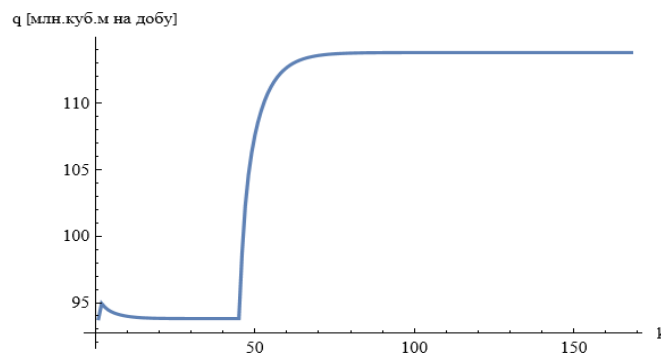


Рисунок 4.28 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.045$ в 7 точці розбиття

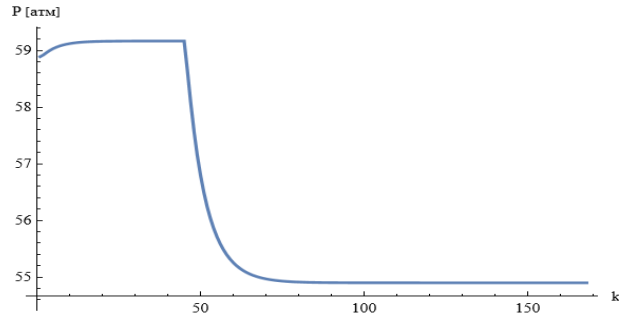


Рисунок 4.29 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.0$ в 7 точці розбиття

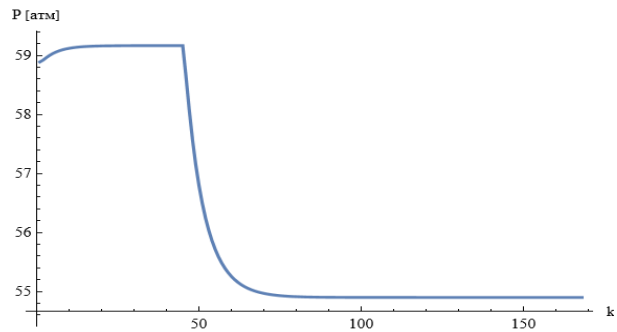


Рисунок 4.30 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.025$ в 7 точці розбиття

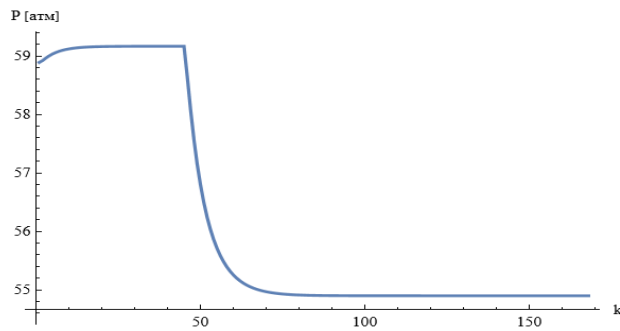


Рисунок 4.31 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.035$ в 7 точці розбиття

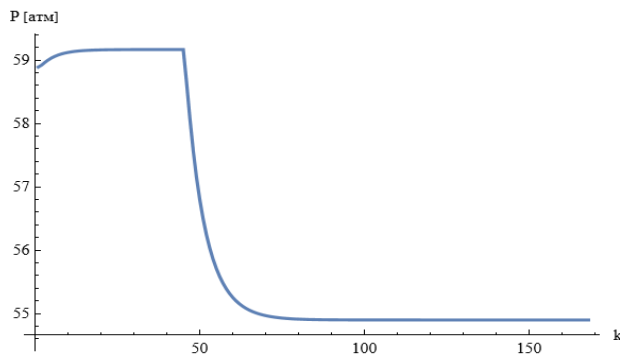


Рисунок 4.32 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.045$ в 7 точці розбиття

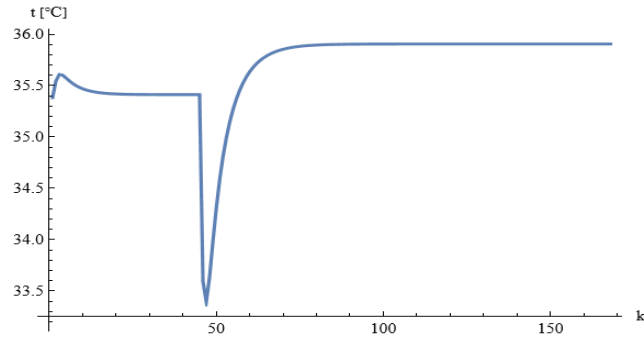


Рисунок 4.33 – Температура газу $\beta_{kk}=1.0$ в 7 точці розбиття

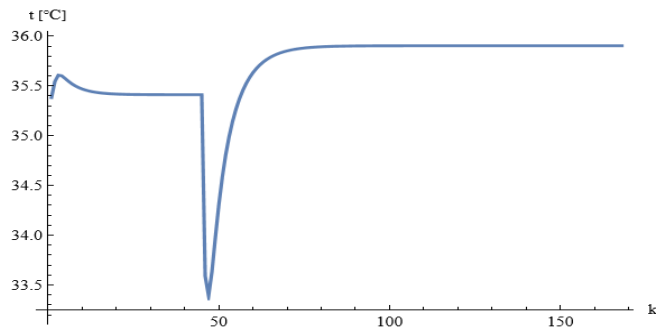


Рисунок 4.34 – Температура газу $\beta_{kk}=1.025$ в 7 точці розбиття

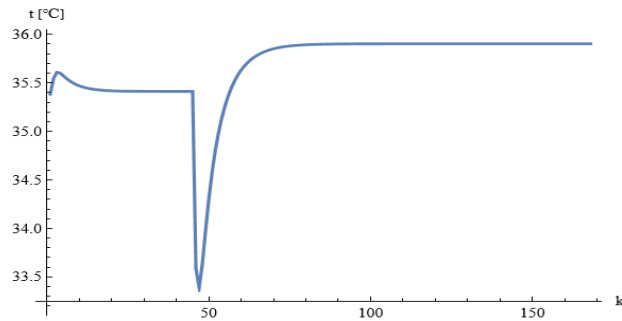


Рисунок 4.35 – Температура газу $\beta_{kk}=1.035$ в 7 точці розбиття

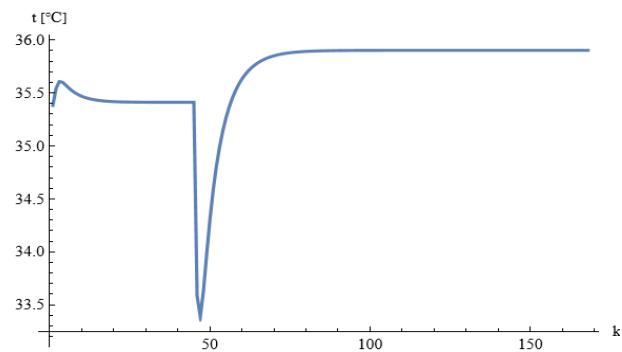


Рисунок 4.36 – Температура газу $\beta_{kk}=1.045$ в 7 точці розбиття

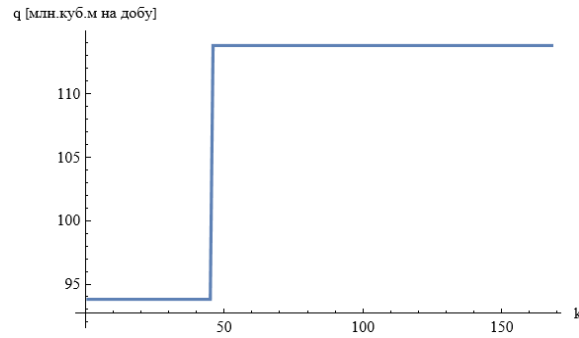


Рисунок 4.37 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.0$ в 12 точці розбиття

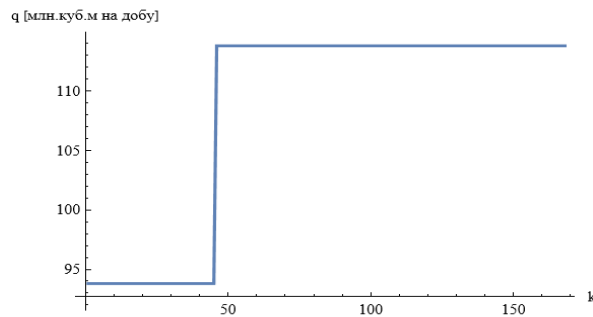


Рисунок 4.38 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.025$ в 12 точці розбиття

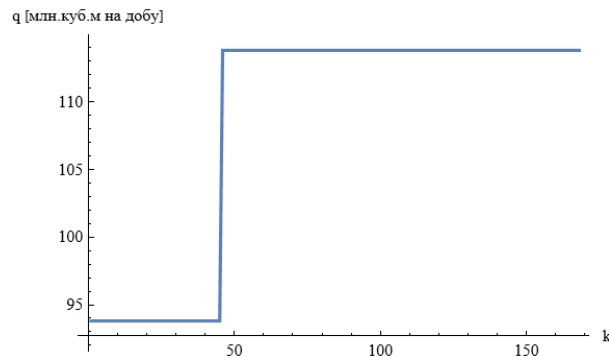


Рисунок 4.39 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.035$ в 12 точці розбиття

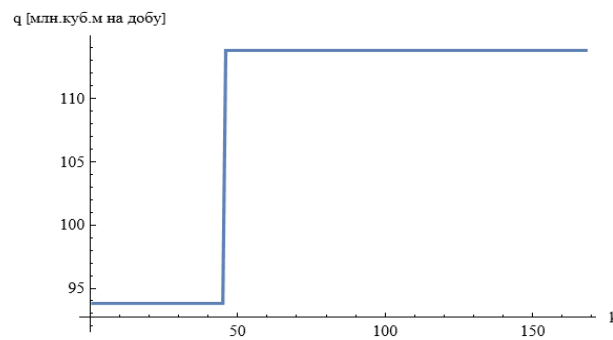


Рисунок 4.40 – Комерційна витрата газу $\beta_{kk} = 1.045$ в 12 точці розбиття

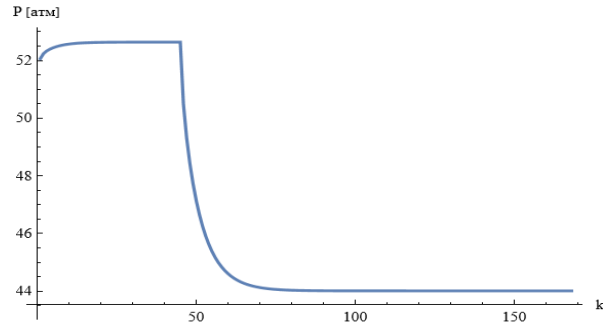


Рисунок 4.41 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.0$ в 12 точці розбиття

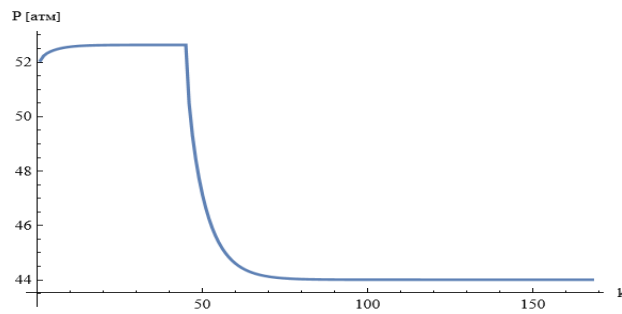


Рисунок 4.42 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.025$ в 12 точці розбиття

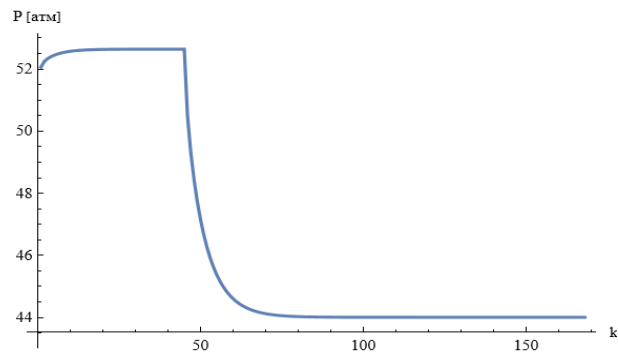


Рисунок 4.43 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.035$ в 12 точці розбиття

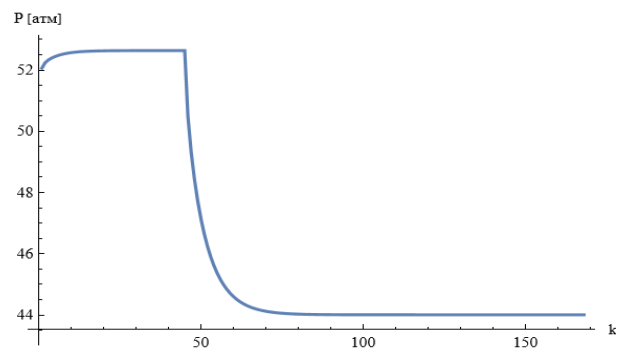


Рисунок 4.44 – Тиск газу $\beta_{kk}=1.045$ в 12 точці розбиття

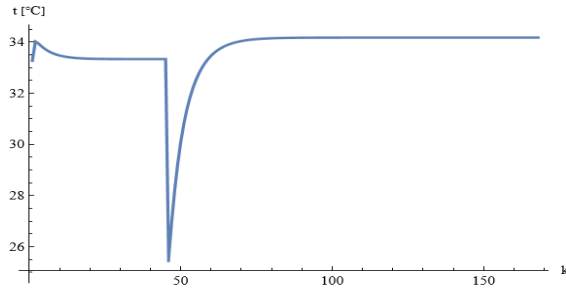


Рисунок 4.45 – Температура газу $\beta_{kk}=1.0$ в 12 точці розбиття

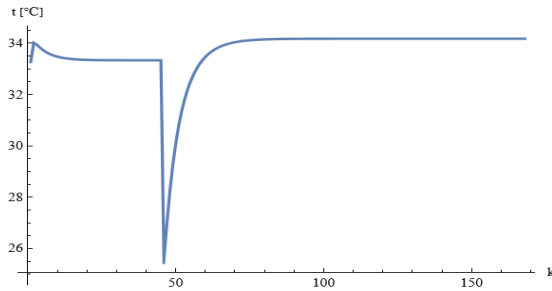


Рисунок 4.46 – Температура газу $\beta_{kk}=1.025$ в 12 точці розбиття

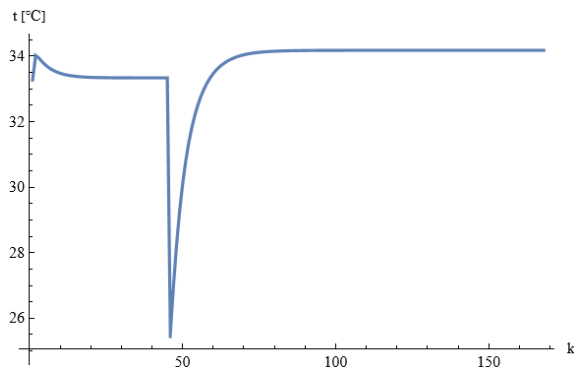


Рисунок 4.47 – Температура газу $\beta_{kk}=1.035$ в 12 точці розбиття

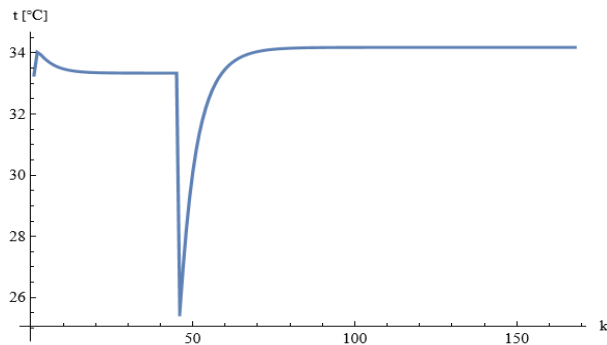


Рисунок 4.48 – Температура газу $\beta_{kk}=1.045$ в 12 точці розбиття

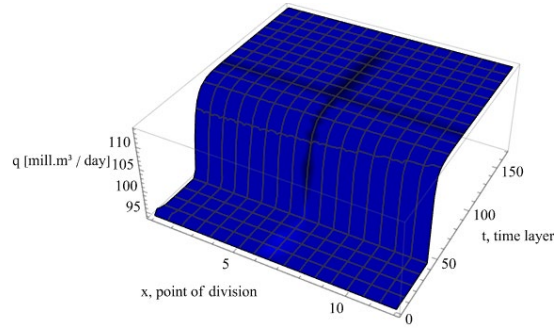


Рисунок 4.49 – 3D-графік комерційної витрата газу $\beta_{kk}=1.0$

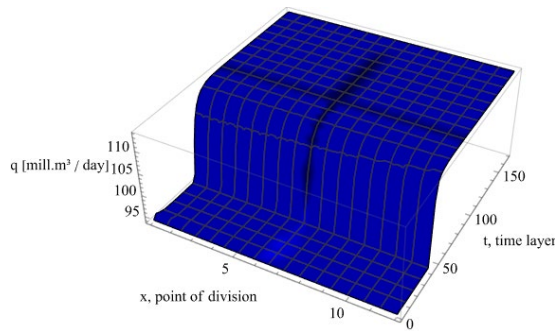


Рисунок 4.50 – 3D-графік комерційної витрата газу $\beta_{kk}=1.025$

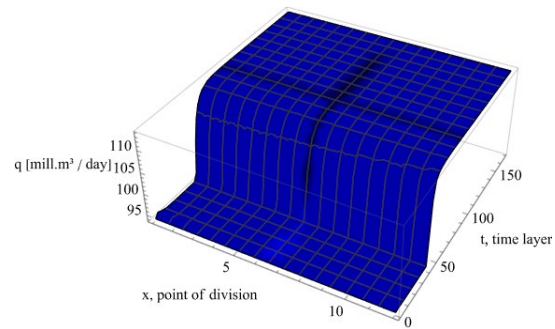


Рисунок 4.51 – 3D-графік комерційної витрата газу $\beta_{kk}=1.35$

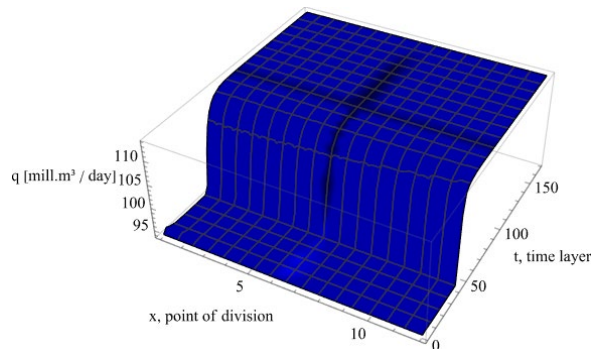


Рисунок 4.52 – 3D-графік комерційної витрата газу $\beta_{kk}=1.045$

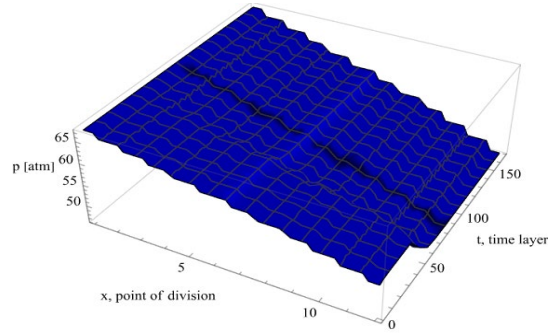


Рисунок 4.53 – 3D-графік тиску газу $\beta_{kk}=1.0$

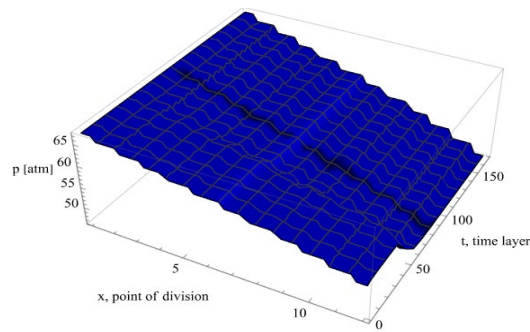


Рисунок 4.54 – 3D-графік тиску газу $\beta_{kk}=1.025$

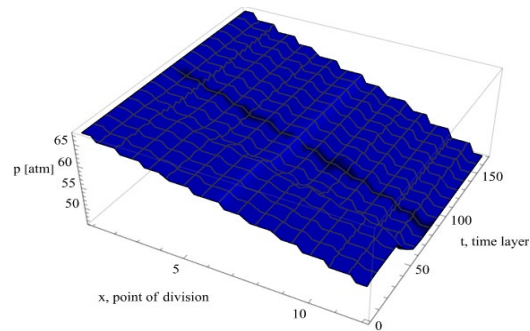


Рисунок 4.55 – 3D-графік тиску газу $\beta_{kk}=1.035$

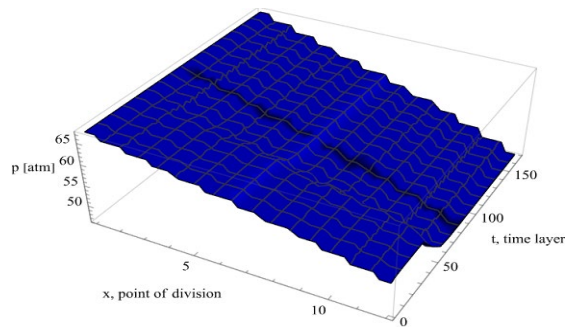


Рисунок 4.56 – 3D-графік тиску газу $\beta_{kk}=1.045$

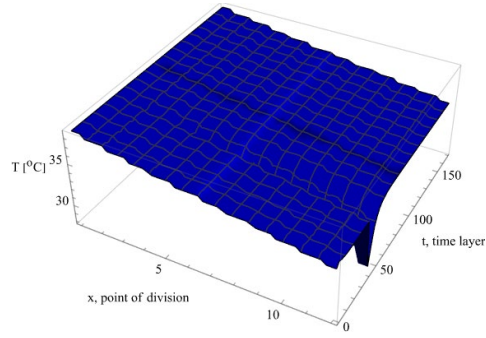


Рисунок 4.57 – 3D-графік температури газу $\beta_{kk}=1.0$

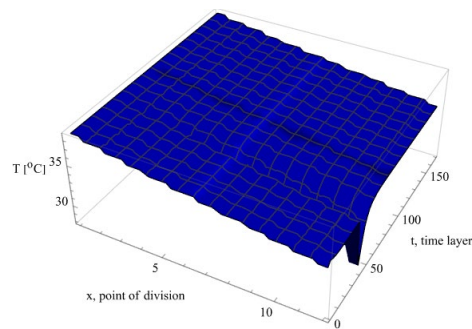


Рисунок 4.58 – 3D-графік температури газу $\beta_{kk}=1.025$

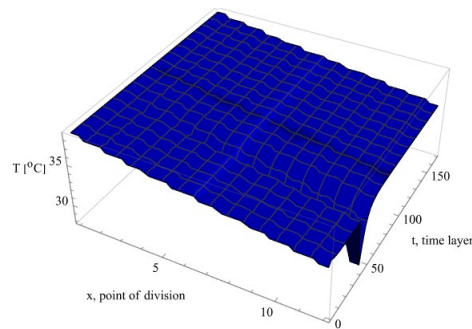


Рисунок 4.59 – 3D-графік температури газу $\beta_{kk}=1.035$

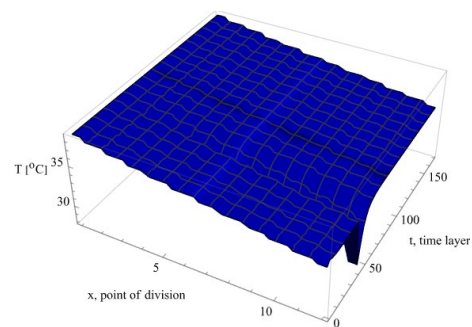


Рисунок 4.60 – 3D-графік температури газу $\beta_{kk}=1.045$

Графіки на рисунках 4.1 – 4.48 при різних значеннях β_{kk} і в різних точках розбиття та 3D-графіки на рисунках 4.49 – 4.60 показують, що при зміні поправки Коріоліса в допустимому діапазоні, характер поведінки параметрів газового потоку не змінюється.

Розрахунки були виконані за допомогою ПрПр Wolfram Mathematica 13.3 на персональному комп'ютері з наступними параметрами: процесор Intel(R) Core(TM) i5-13420H, оперативна пам'ять DDR5 16 GB, SSD Western Digital типу NVME 1.4. Середній час витрачений на роботу програми вказаний в таблиці 4.28.

Таблиця 4.28 – Середній час для розрахунку для програми з побудовою таблиць і графіків при різних значення β_{kk}

β_{kk}	Час в секундах	Час в хвилинах
$\beta_{kk}^1 = 1.0$	8.8219145	0.147032
$\beta_{kk}^2 = 1.025$	10.4176816	0.173628
$\beta_{kk}^3 = 1.035$	6.1576949	0.102628
$\beta_{kk}^4 = 1.045$	5.6001044	0.0933351

ПрПр показав високу ефективність щодо часу розрахунку та точності отриманих результатів.

Висновки за розділом 4

Результати чисельного експерименту представлені у вигляді таблиць та графіків. За отриманими даними можна стверджувати, що при зміні поправки Коріоліса в допустимому діапазоні для нестационарних режимів, характер

поведінки параметрів газового потоку не змінюється. Зі збільшенням значення коефіцієнту Коріоліса збільшується різниця між параметрами газового потоку в порівнянні зі значеннями при $\beta_{kk} = 1.0$.

Найбільша різниця у значеннях параметрів потоку газу, таких як комерційна витрата і температура, спостерігається на початку перехідного процесу (різниця у третьому та у другому знаках після коми), після цього ця різниця йде спад. Різниця по тиску на протязі всього експерименту збільшується поступово, але ця різниця спостерігається тільки у третьому знаку після коми.

ПрПр показав високу ефективність щодо часу розрахунку та точності отриманих результатів.

ВИСНОВКИ

Під час виконання кваліфікаційної роботи були виконані дослідження, що охоплювали аналіз фізичних процесів у трубопроводах.

Розроблено математичну модель для моделювання перехідних режимів течії газового потоку, що враховує вплив нерівномірності розподілу швидкостей в перетині на такі процеси та кінетичну енергію. Застосовано метод скінченних різниць для чисельного розв'язання системи диференціальних рівнянь у частинних похідних, якими описується побудована математична модель. Розроблено алгоритм знаходження тиску, питомої масової витрати та температури в області, яка розглядається.

Розроблено програмний продукт на основі алгоритму, розробленому для отриманої математичної моделі. Проведено обчислення з різними значеннями коефіцієнту Коріоліса та отримано результати розрахунків. Результати обчислень наведено у роботі, також вказано витрати на час роботи програми.

За результатами роботи можна сказати, що поставлена мета досягнута, бо є можливість використання розробленої математичної моделі.

Результати можна застосовувати для оптимізації роботи трубопровідних систем у перехідних режимах, особливо під час позаштатних ситуацій. Практичні рекомендації можуть допомогти знизити енергетичні втрати та підвищити стабільність роботи системи, враховуючи вплив нерівномірного розподілу швидкостей на загальну ефективність роботи трубопроводу.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Гусарова І. Г., Кагітін Ю. М. Урахування нерівномірності розподілу швидкостей при моделюванні перехідних режимів по ділянці трубопроводу. Застосування модифікованого методу Ньютона при моделюванні перехідних режимів по ділянці газогону великого діаметру. *Education and science of today: intersectoral issues and development of sciences: Collection of scientific papers «ΛΟΓΟΣ» with Proceedings of the VII International Scientific and Practical Conference, Cambridge, October 18, 2024. Cambridge-Vinnitsia : P.C. Publishing House & UKRLOGOS Group LLC, 2024. P.200–202.*
2. Husarova I. H., Tevyashev A. D., Tevyasheva O. A. Mathematical modeling of non-stationary gas flow modes along a linear section of a gas transmission system. *Mathematical Modeling and Computing*. 2022. Vol. 9, No. 2, P. 416–430.
3. Гусарова І. Г., Меліневський Д. В. Чисельне моделювання перехідних режимів потоку газу з використанням різних скінченно-різницевих сіток. *Системи обробки інформації*. 2017. № 2. С. 29–33.
4. Chen Z. Finite Elements Methods and Their Applications. Leipzig : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005. 410 p.
5. Гусарова І. Г., Соловйов О. М. Застосування методу Бройдена при комп'ютерному моделюванні перехідних режимів течії газу. *Системи обробки інформації*. 2019. № 2. С. 33–39.
6. Гусарова І. Г., Губська А. Д. Аналіз математичної моделі нестационарного режиму течії газу по ділянці трубопроводу великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса. *Здобутки та досягнення прикладних та фундаментальних наук XXI століття: матеріали II Міжнародної наукової конференції, м. Рівне, 5 листопада, 2021 р. Т. 2. Міжнародний центр наукових досліджень. Вінниця : Європейська наукова платформа, 2021. С.49-50.*
7. Гусарова І. Г., Глущенко Б.С. Чисельне моделювання нестационарних режимів потоку газу із застосуванням модифікованого методу Ньютона. *Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології*

та системи»: тези доповідей, 10-11 квітня 2019 р. Харків : ХНЕУ імені Семена Кузнеця, 2019. С. 5.

8. Посилання на опис Математика 13.3 URL:
<https://writings.stephenwolfram.com/2023/06/llm-tech-and-a-lot-more-version-13-3-of-wolfram-language-and-mathematica/> (дата звернення: 05.01.2025).