

621.396(06)

P 15

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ISSN 0485-8972

РАДИО- ТЕХНИКА

149/2007



МІНІСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

РАДИОТЕХНИКА

Всеукраинский межведомственный
научно-технический сборник

Основан в 1965 г.

ВЫПУСК 149



Харків
Харківський національний
університет радіоелектроніки
2007

Сборник включен в список специальных изданий ВАК Украины по физико-математическим и техническим наукам

Регистрационное свидетельство КВ № 12098-969 ПР от 14. 12. 2006.

Ответственность за содержание статей несут авторы.

Редакционная коллегия: главный редактор *В.М. Шокало*, д-р техн. наук, проф.; зам. главного редактора *А.И. Лучанинов*, д-р физ.-мат. наук, проф.; ответственный секретарь *Ж.Ф. Пащенко*, канд. техн. наук, проф.; *В.М. Ажажа*, академик НАН Украины; *Б.М. Булгаков*, д-р физ.-мат. наук, проф.; *И.Д. Горбенко*, д-р техн. наук, проф.; *Ю.Е. Гордиенко*, д-р физ.-мат. наук, проф.; *А.И. Довбня*, д-р физ.-мат. наук, проф.; *В.В. Конин*, д-р техн. наук, проф.; *А.А. Коноваленко*, академик НАН Украины; *Н.И. Кравченко*, д-р техн. наук, проф.; *В.М. Кузмичев*, д-р физ.-мат. наук, проф.; *Л.Н. Литвиненко*, академик НАН Украины; *И.М. Неклюдов*, академик НАН Украины; *А.Г. Пащенко*, канд. физ.-мат. наук, доцент; *В.В. Поповский*, д-р техн. наук, проф.; *Э.Д. Прохоров*, д-р физ.-мат., проф.; *Е.Г. Прошкин*, д-р техн. наук, проф.; *А.И. Стрелков*, д-р техн. наук, проф.; *К.С. Сундучков*, д-р техн. наук, проф.; *Я.С. Шифрин*, д-р техн. наук, проф.; *С.Н. Шостка*, д-р техн. наук, проф.

Ответственный за выпуск д-р физ.-мат. наук, проф. *Б.М. Булгаков*

Рекомендовано Ученым советом Харьковского национального университета радиозлектроники, протокол №32 от 27.04.2007

Адрес редакционной коллегии Харьковский национальный университет радиозлектроники (ХНУРЭ), просп. Ленина, 14, Харьков, 61166, тел. (0572) 7021-397.

Сборник «Радиотехника» включен в Каталог подписных изданий Украины, подписной индекс 08391

СОДЕРЖАНИЕ

<i>А. Г. Нерух, А. В. Возианова.</i> Резольвентный оператор уравнений Максвелла для 6-мерного вектора поля	5
<i>И. В. Гребенник, А. В. Баранов.</i> Решение некоторых экстремальных задач на множестве композиций перестановок	12
<i>В. К. Корнєєнков, О. М. Сухоручко, О. І Білоус, А. І. Фісун.</i> Багатодзеркальний відкритий резонатор міліметрового діапазону хвиль. Е-поляризовані коливання	18
<i>С. Д. Прийменко, Л. А. Бондаренко.</i> Истокообразная функция Грина круглого резонатора	22
<i>А. Г. Тыжненко, Е. В. Резник.</i> Особенности рассеяния электромагнитных волн на морской поверхности, приводящие к аномальному рассеянию	27
<i>В. А. Дорошенко, Е. А. Дзигора, Ю. Д. Шимук.</i> Рассеяние поля точечного нестационарного источника на конусе с продольными щелями	32
<i>Е. В. Рогожкин, В. А. Пуляев, Д. П. Белозёров.</i> Моделирование сигнала некогерентного рассеяния с заданными корреляционными свойствами	38
<i>А. В. Карпунин, Ж. В. Дейнеко, М. В. Клименко.</i> Проектирование нелинейных динамических систем с использованием численно-аналитических методов	43
<i>В. А. Игнатов, Г. Ф. Конахович, И. А. Мачалин.</i> Показатели эффективности скалярного метода оптимального диагностирования стробированием	52
<i>А. Ф. Величко, Д. А. Величко, А. Н. Роечко, В. Ю. Левантовский, Е. В. Одноволик.</i> Экспериментальные исследования характеристик запаздывания сигнала ретрансляционного измерителя	56
<i>Д. Ю. Горелов, Ю. И. Волощук.</i> Уточнение методики учета физического фактора замечаемости при построении истинных распределений параметров радиометеоров	62
<i>И. О. Лисковский.</i> Пример расчета ожидаемых уровней электромагнитного поля с учетом реального местоположения радиотехнических средств	69
<i>А. П. Бондарев, С. В. Давиденко, Б. О. Павлов.</i> Аналіз лінеарізованого пристрою ФАПЧ при різних видах кутової модуляції	75
<i>Г. С. Гайворонская.</i> Метод формализации описания процесса эволюции телекоммуникационной сети	79
<i>В. В. Саламатин, Г. А. Лукьянчук, Г. В. Лемешко, Ю. А. Мельниченко, М. Р. Османов.</i> Определение составляющих комплексных диэлектрических и магнитных проницаемостей материала и оценка погрешности	84
<i>И. А. Делов, Н. И. Слипченко, А. В. Леонидов.</i> О механизме, вызывающем наблюдаемый эффект анизотропии молекулярных процессов в атмосфере Земли	89
<i>В. А. Абдулкадыров, Д. В. Абдулкадыров, Э. М. Хуторян.</i> Электронно-волновые явления в композитной полупроводниковой структуре	101
<i>В. В. Лысак, С. И. Петров, А. В. Шулика.</i> Полупроводниковые оптические усилители на основе асимметричных многослойных квантово-размерных структур. Часть 2. Численные исследования. ...	106
<i>А. И. Филипенко, О. В. Сычева, О. В. Легкая.</i> Исследование влияния сварки на дисперсионные свойства волоконно-оптических компонентов	118
<i>В. М. Кичак, В. Д. Рудик, С. Ф. Гончар.</i> Компенсація нестационарних часових похибок вимірювальних каналів	125
<i>В. С. Василенко, О. К. Юдін.</i> Алгоритм кодирования – декодирования узагальненого завадостійкого коду умовних лишків в задачах забезпечення цілісності	133
<i>Ф. Ю. Дранищев, Л. А. Поспелов.</i> Псевдостатическое приближение в электродинамической теории ВЧ-гипертермии	140
<i>Э. А. Сукачев, Д. Ю. Ильин.</i> Математические аспекты синтеза многопараметрических селективных сигналов с финитным спектром	145
<i>Д. І. Олійник.</i> Цінове регулювання діяльності операторів (провайдерів) щодо надання загальнодоступних (універсальних) телекомунікаційних послуг	150
<i>В. Ф. Єрохін, О. Г. Соловей.</i> Сумісна фільтрація дискретно-неперервних та неперервних марківських дифузійних процесів	156
<i>І. Д. Горбенко, Д. В. Шевченко.</i> Кільцевий підпис на основі удосконаленого криптопримітиву зведення множини значень в одне	164
РЕФЕРАТЫ	173

CONTENTS

<i>A. G. Nerukh, A. V. Voizanova</i> The Maxwell's equation resolvent operator for the 6-D field vector.....	5
<i>I. V. Grebennik, A. V. Baranov</i> Solution of some extremal problems on permutations compositions set.....	12
<i>V. K. Korneenkov, O. N. Suchoruchko, O. I. Belous, A. I. Fisun</i> Millimeter wave multimirror open resonator. E-polarized modes	18
<i>S. D. Priymenko, L. A. Bondarenko</i> Sourcewise Green's function of the circular cavity.....	22
<i>A. G. Tyzhnenko, Y. V. Ryzhnik</i> Specific features of e. m. waves scattering from the sea surface. causing anomaly scattering	27
<i>V. A. Daroshenko, E. A. Dzigora, Y. D. Shimuk</i> Unsteady source field scattering on a cone with longitudinal slots.....	32
<i>E. V. Rogozhkin, V. A. Pulayev, D. P. Belozеров</i> Simulation of the incoherent scatter signal with specified correlation properties.....	38
<i>A. V. Karpukhin, Zh. V. Deyneko, M. V. Klimenko</i> Design of nonlinear dynamic systems using numerically-analytical methods.....	43
<i>V. O. Ignatov, G. F. Konachovich, I. O. Machalin.</i> Indices of efficiency of scalar method for the optimum diagnosing by sampling.....	52
<i>A. F. Velichko, D. A. Velichko, A. N. Roenko, V. Yu. Levantovsky, E. V. Odnovolik</i> Experimental investigations of signal delay in retransmission meter.....	56
<i>D. Y. Gorelov, Y. I. Voloshchuk</i> The revision of the methods of the selectivity physical factor account when building the radiometers parameter true distribution.....	62
<i>I. O. Liskovsky</i> An example of calculation of the electromagnetic field anticipated levels, with allowance for the actual site location of radio engineering means.....	69
<i>A. P. Bondarev, S. V. Davidenko, B. A. Pavlov</i> The analysis of the linearized PLL	75
<i>G. S. Gayvoronska</i> A Method for Formalization of Telecommunication Network Evolution Process.....	79
<i>V. V. Salamatin, G. A. Lukvanchuk, G. V. Lemesheko, Y. A. Melnichenko, M. R. Osmanov</i> Determination of complex permittivity and magnetic conductivity material constituents and estimation of mistake.....	84
<i>I. A. Delov, N. I. Slipchenko, A. V. Leonidov</i> About the mechanism responsible for the observed effect of anisotropy of the molecular processes in the Earth atmosphere	89
<i>V. A. Abdulkadyrov, D. V. Abdulkadyrov, E. M. Khutoryan.</i> Electron-wave phenomena in the composite semiconductor structure.....	101
<i>V. V. Lysak, S. I. Petrov, O. V. Shulika.</i> Asymmetrical multiple quantum-well semiconductor optical amplifiers. Part 2. Numerical simulations.....	106
<i>A. Filipenko, O. Sychova, O. Legka</i> Research on the welding action on the dispersion properties of optical fibers components.....	118
<i>V. M. Kichak, V. D. Rudyk, S. F. Gonchar</i> Compensation of nonstationary temporal errors of the measurement channel.....	125
<i>V. S. Vasylenko, O. K. Yudin</i> Generalized antigambling code of conditional deductions in the tasks of providing of integrity.....	133
<i>F. Dranischev, L. Pospelov</i> Pseudo-static approximation electrodynamic theory HF hyperthermia.....	140
<i>E. A. Sukachev, D. Y. Ilyin.</i> Mathematical aspects of synthesis of multiparametric selective signals with finite spectrum.....	145
<i>D. I. Olevnik.</i> Price control of operators (providers) activity in relation to rendering popular (universal) telecommunication services.....	150
<i>V. F. Erokhun, O. G. Solovey.</i> Discrete-continuous and continuous Markov diffusion processes common filtering.....	156
<i>I. D. Gorbenko, D. V. Shevchenko</i> Ring signature based on advanced accumulator.....	164
ABSTRACTS.....	173

**РЕЗОЛЬВЕНТНЫЙ ОПЕРАТОР УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА
ДЛЯ 6-МЕРНОГО ВЕКТОРА ПОЛЯ****Введение**

Современное развитие технологий требует исследования электромагнитных нестационарных полей в сложных ограниченных средах, (например, киральные среды, движущиеся среды, искусственные среды, метаматериалы и т.п.). Моделирование соответствующих явлений приводит к необходимости решения сложных начально-краевых электромагнитных задач с явным учетом зависимости полей от времени, как правило, отличающейся от гармонической. Очень часто в таких задачах векторная структура поля имеет существенное значение и ее приходится учитывать. При этом не удается разделить материальные уравнения на независимые электрическую и магнитную составляющие, и тогда необходимо учитывать существенно 6-мерную структуру электромагнитного поля.

Наряду с дифференциальным подходом к описанию электромагнитного поля, новым мощным и быстро развивающимся средством для временного моделирования электромагнитных процессов в сложных структурах являются сейчас интегральные уравнения [1]. Для их решения применяются как аналитические, так и, большей частью, численные методы (методы моментов [2], методы вспомогательных источников [3] и т.д.). Однако, кроме существующей в численных схемах проблемы точности и стабильности, которая к тому же существенно усугубляется в многомерных задачах, численные методы обладают еще и тем недостатком, что область исследования с их помощью ограничена конкретными значениями параметров и основных величин. Это сужает видение картины явления или процесса в целом, позволяющей выявить общие закономерности, присущие данному явлению или процессу, и это значительной мере снижает эффективность метода интегральных уравнений, одним из преимуществ которого как раз и является интегральность описания. Поэтому важным является развитие аналитических методов исследования и построение на их базе аналитико-численных схем исследований, позволяющих проводить анализ явлений распространения электромагнитных волн в сложных средах, актуальный как теоретически, так и с практической точки зрения.

Формулирование интегральных уравнений во временной области, независимо от способа их дальнейшего решения, требует знание явного выражения для пространственно-временной функции Грина. Такая функция используется как в задачах в свободном пространстве [4], так и в задачах в средах: трехмерные векторные задачи со сложными средами [5], анизотропные среды [6], задачи с многослойными диэлектрическими структурами [7], задачи о структурах с запрещенными зонами [8]. Временная функция Грина уравнений Максвелла в неограниченном пространстве позволяет решать многие электродинамические задачи, такие как задачи для нестационарных источников [9, 10], задачи рассеяния во временном борновском приближении [11], задачи об электромагнитных колебаниях в фотонных кристаллах [12, 13] и т.д. В работе [4] рассмотрена полная функция Грина свободного пространства для уравнений Максвелла во временной области. Функция Грина получена с помощью метода операторов распространения (пропагаторов), обычных в квантовой механике, но сравнительно редко используемых в классической электродинамике. Существует немного работ, использующих такой подход, например, временные интегральные операторы распространения получены в работе [14] для исследования распространения импульсов в нестационарной, однородной и изотропной диэлектрической и магнитной среде.

В данной работе приводится общий подход к исследованию начально-краевой задачи для уравнений Максвелла в однородной среде во временной области, путем сведения их к интегральному уравнению Вольтера второго рода для 6-мерного вектора поля. Это достигается с помощью полученной функции Грина в 6-мерной формулировке во временной области. Интегральное уравнение эквивалентно уравнениям Максвелла и содержит в себе начальные и граничные условия, а также единым образом определяет поле во всем пространстве, включая

как нестационарную область неоднородности, так и окружающее пространство. Получен разрешающий (резольвентный) оператор для этого уравнения, и он применен к исследованию преобразования плоской волны, а также излучения сосредоточенного источника в среде с резкими временными изменениями параметров. Произвольная нестационарность среды может быть аппроксимирована последовательностью таких резких изменений ее параметров, причем при каждом изменении рассчитывается точное аналитическое решение, полученное с помощью метода резольвенты.

Функция Грина уравнений Максвелла для 6-мерного вектора поля

Математический аппарат теории нестационарных электромагнитных явлений должен включать описание как непрерывных, так и скачкообразных изменений функций, а также учитывать взаимосвязь пространственных и временных изменений. Такая взаимосвязь имеет место, например, при движении границы среды, когда в каждой фиксированной точке, через которую проходит граница, происходит резкий временной скачок параметров среды. Адекватным математическим аппаратом является теория обобщенных функций [15]. Применение этой теории означает, в первую очередь, замену в уравнениях Максвелла обычных (классических) производных на обобщенные. Это позволяет включить в уравнения условия на поверхностях разрыва параметров среды. После перехода к обобщенным производным форма уравнений не измениться.

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{B} = m_0 \left(\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \right) + m_0 (\operatorname{rot} \mathbf{M} + \mathbf{j}) \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь \mathbf{P} и \mathbf{M} – векторы электрической и магнитной поляризации среды, \mathbf{j} – ток проводимости, ϵ_0 – электрическая постоянная, μ_0 – магнитная постоянная.

Если соединить оба эти уравнения в одно волновое, то мы получим уравнение, содержащее вторые производные и по времени и по координатам.

$$\left(\operatorname{rot} \operatorname{rot} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E} = -\mu_0 \left(\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} + \operatorname{rot} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \right) \quad (2)$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ – скорость света в вакууме.

Для такого уравнения функция Грина тоже содержит вторые производные по времени [16], что усложняет как анализ, так и вычисление последующих выражений. Избежать повышения порядка производной по времени можно при использовании исходной системы уравнений Максвелла (1), записывая ее в виде одного матричного уравнения. Тогда и функция Грина для обобщенного матричного уравнения не должна содержать вторые производные по времени.

Сформулируем начально-краевую задачу, которая состоит в том, что в некоторой области, заданной характеристической функцией χ , которая равна 1 внутри области и нулю вне этой области, начиная с некоторого момента параметры среды становятся функцией от времени. В дальнейшем такой момент будем считать нулевым. Введем уравнения, описывающие всю среду во всем пространстве.

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \chi (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_{ex}) + \mathbf{P}_{ex} \\ \mathbf{M} &= \chi (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_{ex}) + \mathbf{M}_{ex} \\ \mathbf{j} &= \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_{extr} \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь величины с индексом “ex” относятся к среде вне области, величины с индексом “1” описывают среду внутри области. Пусть $\mathbf{P}_{ex} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \mathbf{E}$, $\mathbf{M}_{ex} = \frac{\mu - 1}{\mu_0 \mu} \mathbf{B}$. Тогда обобщенное

матричное уравнение Максвелла относительно шестимерного вектора $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix}$ имеет следующий вид

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t} \times \bar{\mathbf{I}} & -\nabla \times \bar{\mathbf{I}} \\ \nabla \times \bar{\mathbf{I}} & \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} = -\mu\mu_0 \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} & \nabla \times \bar{\mathbf{I}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{ex}) \\ \chi(\mathbf{M}_i - \mathbf{M}_{ex}) \end{pmatrix} - \mu\mu_0 \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{I}} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi j_i + j_{exi} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

где $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ – фазовая скорость, j_{exi} – токи, описывающие сторонние источники, ∇ – оператор набла, $\bar{\mathbf{I}}$ – единичная матрица размерности 3×3 .

Наряду с координатным представлением векторов и операторов в дальнейшем будем использовать импульсное представление, переход к которому осуществляется посредством преобразования Фурье-Лапласа $\langle \mathbf{p} | \mathbf{F} \rangle = \int \langle \mathbf{p} | \mathbf{x} \rangle \langle \mathbf{x} | \mathbf{F} \rangle dx$ с помощью функций преобразования

$$\langle x | \mathbf{p}' \rangle_y = \delta_y e^{p' + ik'x}, \quad \langle \mathbf{p} | x \rangle_y = \delta_y e^{-p' - ik'x}, \quad \mathbf{p} = (p, \mathbf{k})$$

Здесь p переменная преобразования Лапласа, \mathbf{k} – переменная трехмерного преобразования Фурье.

Фундаментальное решение (функцию Грина) уравнения (4) будем искать в импульсном (Фурье-Лапласа) представлении в виде 6×6

$$\langle \mathbf{p} | G | \mathbf{p}' \rangle = \langle \mathbf{p} | \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} | \mathbf{p}' \rangle \quad (5)$$

где G_{11} , G_{12} , G_{21} , G_{22} – искомые матрицы размерности 3×3 . Уравнение для нахождения функции Грина примет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{L} \\ \mathbf{L} & v^2 \mathbf{K} \end{pmatrix} \langle \mathbf{p} | \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} | \mathbf{p}' \rangle = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{I}} & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{I}} \end{pmatrix} \quad (6)$$

где \mathbf{K} – матрица с элементами $K_{ij} = v^{-2} p \delta_{ij}$, \mathbf{L} – матрица с элементами $L_{ij} = i e_{mij} k_n$.

Здесь δ_{ij} – символ Кронекера, e_{mij} – кососимметрический тензор третьего ранга, $i, j, n = 1, 2, 3$. Полученное матричное уравнение $\hat{Q}X = \hat{I}$ относительно неизвестной матрицы

$$\mathbf{X} = \langle \mathbf{p} | \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} | \mathbf{p}' \rangle,$$

где \hat{I} – единичная матрица размерности 6×6 , решается обычным способом. Если $\det \hat{Q} = p^2 + v^2 k^2 \neq 0$, то функция Грина совпадает с обратной матрицей к матрице \hat{Q} и имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p} | G_{11} | \mathbf{p}' \rangle &= \mu \frac{p^2 \delta_{ij} + v^2 k_i k_j}{p(k^2 + v^2 p^2)} \Delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') = \frac{v^2}{\mu} \langle \mathbf{p} | G_{22} | \mathbf{p}' \rangle \\ \langle \mathbf{p} | G_{12} | \mathbf{p}' \rangle &= \frac{i e_{mij} k_n}{k^2 + v^2 p^2} \Delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') = -\mu \langle \mathbf{p} | G_{21} | \mathbf{p}' \rangle \end{aligned} \quad (7)$$

где $\Delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') = \frac{(2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')}{p - p'}$.

Следует отметить, что полюсы в формулах (7) или особые точки функции Грина $\langle \mathbf{p} | G | \mathbf{p}' \rangle$, имеют место при значениях \mathbf{k} и p удовлетворяющих дисперсионному соотношению $p^2 + v^2 k^2 = 0$, т.е. равенства нулю детерминанта \hat{Q} . Это существенно при выполнении

обратного преобразования Фурье-Лапласа для получения выражения для функции Грина в координатном (пространственно-временном) представлении

$$\langle x | G_{11} | x' \rangle = \frac{1}{4\pi} \mu \left(\partial_t \frac{\delta(h)}{R} - v^2 \nabla \nabla \frac{\theta(h)}{R} \right) = \frac{v^2}{\mu} \langle x | G_{22} | x' \rangle, \quad \langle x | G_{12} | x' \rangle = \frac{1}{4\pi} \text{rot} \frac{\delta(h)}{R} = -\mu \langle x | G_{21} | x' \rangle, \quad (8)$$

где $h = T - \frac{R}{v}$, $T = t - t'$, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$.

Если $\det \hat{Q} = p^2 + v^2 k^2 = 0$, то решение матричного уравнения будет псевдообратной матрицей \hat{Q}^+ [17], и функция Грина будет иметь вид

$$\langle \mathbf{p} | G_{11}^+ | \mathbf{p}' \rangle = \frac{(p^2 \delta_{jm} + 3v^2 k_j k_m)}{2pk^2} \Delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') = v^2 \langle \mathbf{p} | G_{22}^- | \mathbf{p}' \rangle, \quad (9)$$

$$\langle \mathbf{p} | G_{12}^+ | \mathbf{p}' \rangle = \frac{-ie_{jmm} k_m}{2k^2} \Delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') = -\langle \mathbf{p} | G_{21}^- | \mathbf{p}' \rangle,$$

Обратное преобразование Фурье-Лапласа в этом случае, при условии что $p = \pm ikv$, дает интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin kr}{kr} f(p) dk$. Это есть двойной интеграл от функции двух переменных в

комплексной плоскости. Этот интеграл обращается в ноль, как двойной интеграл по множеству меры нуль (по паре мнимых прямых $p = \pm ikv$). Следовательно, при условии $\det \hat{Q} = p^2 + v^2 k^2 = 0$ функция Грина обращается в ноль. Таким образом, выражение (8) исчерпывает все решения уравнения (4). В (8) содержатся производные по времени только первого порядка. Структура полученной функции Грина совпадает с результатом, полученным в [8] с помощью метода рассеяния [18].

Оператор резольвенты

Переход от уравнения Максвелла в дифференциальной форме к интегральному уравнению Вольтера второго рода производится посредством свертки функции Грина с правой частью уравнения (4), которая содержит всю информацию о нестационарности и границах неоднородности.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{B}_0 \end{pmatrix} - \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\begin{array}{cc} \mu \left(\partial_t \frac{\delta(h)}{R} - v^2 \nabla \nabla \frac{\theta(h)}{R} \right) & \text{rot} \frac{\delta(h)}{R} \\ -\mu \text{rot} \frac{\delta(h)}{R} & \frac{1}{v^2} \left(\partial_t \frac{\delta(h)}{R} - v^2 \nabla \nabla \frac{\theta(h)}{R} \right) \end{array} \right] \otimes \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} & \text{rot} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_{ex}) \\ \chi(\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_{ex}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \chi j_1 + j_{ext} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Матричные уравнения можно записать в операторном виде

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_{ex}) \\ (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_{ex}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{P}_e & \hat{P}_m \\ \hat{M}_e & \hat{M}_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Уравнение (10) может быть записано в операторной форме следующим образом

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \hat{K}\mathbf{F} \quad (12)$$

где \hat{K} – интегральный оператор в уравнении (10), \mathbf{F}_0 – свободный член этого уравнения. Тогда решение этого уравнения может быть представлено через резольвентный оператор

$\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \hat{R}\mathbf{F}$. Оператор резольвенты $\hat{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}$, сам удовлетворяет такому уравнению

$$\hat{R} = \hat{K} + \hat{K}\hat{R} \quad (13)$$

где $R_{11}, R_{12}, R_{21}, R_{22}$ – матрицы размерности 3×3 .

Рассмотрим случай, когда параметры среды меняются скачком в нулевой момент времени $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_1$ и $\mu \rightarrow \mu_1$. Тогда параметры, характеризующие среду, имеют следующий вид:

$$\hat{P}_e = \varepsilon_0(\varepsilon_1 - \varepsilon), \hat{M}_m = \frac{1}{\mu_0\mu} \left(1 - \frac{\mu}{\mu_1} \right), \hat{P}_m = 0, \hat{M}_e = 0 \quad (14)$$

В этом случае уравнение (10) примет вид

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{B}_0 \end{pmatrix} - \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\begin{array}{cc} \mu \left(\partial_i \frac{\delta(h)}{R} - v^2 \nabla \nabla \frac{\theta(h)}{R} \right) & \text{rot} \frac{\delta(h)}{R} \\ -\mu \text{rot} \frac{\delta(h)}{R} & \frac{1}{v^2} \left(\partial_i \frac{\delta(h)}{R} - v^2 \nabla \nabla \frac{\theta(h)}{R} \right) \end{array} \right) \times \\ \times \left[\begin{pmatrix} \partial_i & \text{rot} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{P}_e & 0 \\ 0 & \hat{M}_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \chi_{l1} + j_{\text{ext}} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \quad (15)$$

Оператор резольвенты для уравнения (13) будем искать в импульсном (Фурье-Лапласа) представлении

$$\langle \mathbf{p} | \hat{R} | \mathbf{p}' \rangle = \langle \mathbf{p} | \hat{K} | \mathbf{p}' \rangle + \int d\mathbf{p}'' \langle \mathbf{p} | \hat{K} | \mathbf{p}'' \rangle \langle \mathbf{p}'' | \hat{R} | \mathbf{p}' \rangle \quad (16)$$

После вычисления интеграла в свертке $\int d\mathbf{p}'' \langle \mathbf{p} | \hat{K} | \mathbf{p}'' \rangle \langle \mathbf{p}'' | \hat{R} | \mathbf{p}' \rangle$, получаем систему линейных уравнений для элементов матриц $R_{11}, R_{12}, R_{21}, R_{22}$. Решив систему уравнений, получим оператор резольвенты в импульсном представлении

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p} | R_{11} | \mathbf{p}' \rangle &= -\frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} \frac{p^2 \delta_{ij} + v_1^2 k_i k_j}{p^2 + v_1^2 k^2} \Delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \\ \langle \mathbf{p} | R_{12} | \mathbf{p}' \rangle &= -\frac{\mu_1 - \mu}{\mu} v_1^2 \frac{i p e_{im} k_n}{p^2 + v_1^2 k^2} \Delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \\ \langle \mathbf{p} | R_{21} | \mathbf{p}' \rangle &= \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} \frac{i p e_{im} k_n}{p^2 + v_1^2 k^2} \Delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \\ \langle \mathbf{p} | R_{22} | \mathbf{p}' \rangle &= \frac{\mu_1 - \mu}{\mu} v_1^2 \frac{k^2 \delta_{ij} - k_i k_j}{p^2 + v_1^2 k^2} \Delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \end{aligned} \quad (17)$$

где $v_1 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \mu_0 \mu_1}}$ – фазовая скорость в новой среде.

Выполнив обратное преобразование Фурье-Лапласа, получим выражение для резольвенты в координатном представлении

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{x} | R_{11} | \mathbf{x}' \rangle &= -\frac{1}{4\pi} \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} (\partial_i^2 + v_1^2 \Delta) \times \bar{1} \delta(h_1) \\ \langle \mathbf{x} | R_{12} | \mathbf{x}' \rangle &= -\frac{1}{4\pi} \frac{\mu_1 - \mu}{\mu} \cdot v_1 \partial_i \nabla \times \bar{1} \delta(h_1) \\ \langle \mathbf{x} | R_{21} | \mathbf{x}' \rangle &= \frac{1}{4\pi} \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} \partial_i \nabla \times \bar{1} \frac{1}{R} \delta(h_1) \\ \langle \mathbf{x} | R_{22} | \mathbf{x}' \rangle &= \frac{1}{4\pi} \frac{\mu_1 - \mu}{\mu} \cdot v_1^2 (\Delta - \nabla \nabla) \times \bar{1} \frac{1}{R} \delta(h_1) \end{aligned} \quad (18)$$

где $h_1 = T - \frac{R}{v_1}$.

Этот оператор дает единое сжатое выражение, описывающее изменение электрического и магнитного полей. Также заметим, что оператор резольвенты содержит вторую производную по времени, в отличие от функции Грина, которая содержит только первую производную по времени.

Преобразование электромагнитного поля в среде с изменяющимися во времени параметрами

Рассмотрим преобразование плоской гармонической волны в однородной среде, параметры которой изменяются скачком в нулевой момент времени. Начальное поле волны до скачка диэлектрической поляризации описывается вектором $F_0(t, r) = \begin{pmatrix} E_0 \\ \frac{1}{\omega} [k_0, E_0] \end{pmatrix} e^{i(\omega t - k_0 r)}$. В результате скачка волна распадается на две, противоположно распространяющиеся волны, имеющие новую частоту $\omega_1 = \frac{v_1}{v} \omega$, но сохраняющие прежнее значение волнового вектора

$$\begin{pmatrix} E(t, r) \\ B(t, r) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} + \frac{v_1}{v} \right) \begin{pmatrix} E_0 \\ \omega_1 [k_0, E_0] \end{pmatrix} e^{i\omega_1 t + ik_0 r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - \frac{v_1}{v} \right) \begin{pmatrix} E_0 \\ -\omega_1 [k_0, E_0] \end{pmatrix} e^{-i\omega_1 t + ik_0 r} \quad (19)$$

Этот результат находится в соответствии с полученным ранее в работе [19] для скалярного случая. Как следует из (19) характер волн сохраняется, амплитуды электрического и магнитного полей преобразуются одинаково, однако магнитные поля в новых волнах направлены в противоположные стороны.

Рассмотрим теперь преобразование более сложного первичного поля, а именно поле точечного источника $F_0(t, r) = \frac{ik_0}{|r - r_0|} \begin{pmatrix} a \\ \frac{1}{\omega} [k_0, a] \end{pmatrix} e^{i\omega t - ik_0(r - r_0)}$, расположенного в точке r_0 . Скачок диэлектрической проницаемости приводит к более сложному, чем в предыдущем случае, изменению поля.

$$\begin{pmatrix} E(t, r) \\ B(t, r) \end{pmatrix} = \frac{ik_0}{|r - r_0|} \left[\begin{pmatrix} a \\ \frac{1}{\omega} [k_0, a] \end{pmatrix} e^{i\omega t - ik_0(r - r_0)} \theta \left(\frac{|r - r_0|}{v_1} - t \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} + \frac{v_1}{v} \right) \begin{pmatrix} a \\ \omega_1 [k_0, a] \end{pmatrix} e^{i v_1 k_0 t - ik_0 r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - \frac{v_1}{v} \right) \begin{pmatrix} a \\ -\omega_1 [k_0, a] \end{pmatrix} e^{-i v_1 k_0 t - ik_0 r} + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} + \frac{v_1}{v} \right) \begin{pmatrix} a \\ \omega_1 [k_0, a] \end{pmatrix} e^{i \omega_1 \left(t - \frac{|r - r_0|}{v_1} \right)} + \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - \frac{v_1}{v} \right) \begin{pmatrix} a \\ -\omega_1 [k_0, a] \end{pmatrix} e^{-i \omega_1 \left(t - \frac{|r - r_0|}{v_1} \right)} \right) \theta \left(t - \frac{|r - r_0|}{v_1} \right) \right] \quad (20)$$

Первичное излучение также расщепляется на две противоположно распространяющиеся, но теперь уже сферические волны. Одна из них представляет собой прямую волну, расходящуюся от источника, вторая – обратную волну, сходящуюся к источнику. Частота этих волн изменяется таким же образом, как и в случае плоской волны. Однако, в отличие от того случая, в пространстве образуется сферическая граница $|r - r_0| - v_1 t = 0$, расширяющаяся от точки источника со скоростью, равной фазовой скорости волн в новой среде. Внутри этой сферы существует только одна из расщепившихся волн, а именно волна, сходящаяся к точке источника. Кроме этой волны внутри сферы существует также волна излучения источника в новой среде, имеющая частоту источника. Расходящаяся волна существует только вне сферы. Волна, сходя-

двоящая к источнику. фокусируется в точке источника, которая является для нее особой точкой. Однако, это является артефактом, так как рассмотренная модель предполагает бесконечно мощный источник механизма изменения диэлектрической проницаемости. В реальной ситуации обращения в бесконечность не будет, однако, явление фокусировки сохранится.

Выводы

Получена пространственно-временная функция Грина уравнений Максвелла для шести-мерного вектора поля, объединяющего электрическую и магнитную составляющие. В отличие от обычно используемой трехмерной функции Грина волнового уравнения полученная функция не содержит вторую производную по времени, а только первую. С ее помощью получены интегральные уравнения Вольтера второго рода во временной области, полностью эквивалентные уравнениям Максвелла с граничными и начальными условиями.

Рассмотрена начальная электромагнитная задача, описывающая динамику поля в случае резкого временного скачка параметров неограниченной среды. Для этой задачи построен оператор резольвенты интегрального уравнения. С помощью этого оператора проанализировано преобразование электромагнитного поля, вызванное резким изменением во времени диэлектрической проницаемости среды. Рассмотрено как поле плоской волны, так и поле излучения точечного источника.

Литература: 1. *J. Pingenot, S. Chakraborty, V. Jandhyala.* Polar integration for exact space-time quadrature in time-domain integral equations // *IEEE Trans. on Antennas and Propag.* 2006. Vol. 54, No 10. P 3037-3042. 2. *R. F. Harrington.* Field Computation by Moment Methods. New York: MacMillan, 1968. 3. *A. Ludwig, Y. Leviatan.* Towards a stable two-dimensional time-domain source-model solution by use of a combined source formulation // *IEEE Trans. On Antennas and Propag.* 2006. Vol.54, No 10. P. 3010-3021. 4. *R. Nevels, J. Jeong.* The time domain Green's function and propagator. *IEEE Trans. on Antennas and Propag.*, vol. 52, pp. 3012-3018. 2004. 5. *I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, A. J. Viitanen* Electromagnetic waves on chiral and bi-isotropic media. Norwood, MA: Artech House, 1994. 6. *P. G. Cottis, G. D. Kondylis* Properties of the Green's function for an unbounded medium // *IEEE Trans. on Antennas and Propag.* 1995. Vol. 43, No 2. P. 154-161. 7. *K. A. Michalski, J. R. Mosig.* Multilayered media Green's functions in integral equation formulations // *IEEE Trans. on Antennas and Propag.* 1997. Vol. 45, No 3. P. 508-518. 8. *C. Serier, C. Cheype, R. Chantalat, M. Thevenot, T. Monediere, A. Reineix, B. Jecko.* 1-D photonic bandgap resonator antenna // *Microwave Opt. Technol. Lett.* 2001. Vol. 29, No 5. P.312-315. 9. *Y. He, M. Maruyama, T. Uno, S. Adachi, T. Mashiko.* Dipole antenna resection of transient electromagnetic fields refracted from a dipole antenna buried in a lossy half-space // *IEICE Trans.* 1991. Vol. E 74, No 9. P. 2870-2876. 10. *R. Cicchetti.* Transient analysis of radiated field from electric dipoles and microstrip lines // *IEEE Trans. on Antennas and Propag.*, 1991. Vol.39. No 7. P. 910-918. 11. *D. Quak, A. T. de Hoop.* Time domain Born approximation to the far-field scattering of plane electromagnetic waves by a penetrable object // *Radio Science.* 1986. Vol. 21, No 5. P. 815-821. 12. *M. Skorobogaty, J. D. Joannopoulos.* Rigid vibrations of a photonic crystal and induced interband transitions // *Physical Review.* 2000. Vol. 61, No 8. P. 5293-5302. 13. *M. Skorobogaty, J. D. Joannopoulos.* Photon modes in photonic crystals undergoing rigid vibrations and rotations // *Physical Review.* 2000. Vol. 61, No 23. P. 15554-15557. 14. *S. Rikie, I. Aberg.* One-way wave operators for nonstationary dielectrics. *Wave Motion* 32 (2000) 25-36. 15. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. 16. *A. G. Nerukh, Scherbatko, M. Marciniak.* Electromagnetic of modulated media with application to photonics. Warsaw, 2001. 17. *Гантмахер Ф. П.* Теория матриц. М.: Наука, 1988. 18. *G. Barton.* Elements of Green's function and propagation. Oxford, U.K.: Clarendon Press, 1989. 19. *F. R. Morgenthaler.* Velocity modulation of electromagnetic waves, 1959, 1958. Vol. MTT- 6, 167-172.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редакцию 21.03.2007

И. В. ГРЕБЕННИК, канд. физ.-мат. наук, А. В. БАРАНОВ

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ
НА МНОЖЕСТВЕ КОМПОЗИЦИЙ ПЕРЕСТАНОВОК

Введение

При построении математических моделей задач компоновки объектов в сложных технических системах возникает необходимость применения методов математического моделирования. Проблема генерации и исследования свойств различных комбинаторных множеств является актуальной при математическом моделировании и решении задач во многих областях, в том числе в геометрическом проектировании, принятии решений. Задачи такого класса возникают при разработке радиотехнических устройств и систем, систем контроля параметров в заданной области [1-3].

В качестве средств описания классов комбинаторных множеств могут быть использованы различные подходы. Это, прежде всего, классические методы, использующие понятия конфигураций Берга и теорию пересчета Пойа [4,5], понятия поликомбинаторного множества [6] и другие. С целью формализации описаний новых комбинаторных множеств на основе описаний известных комбинаторных множеств в работе [7] предложены композиционные образы комбинаторных множеств.

Введение и описание новых комбинаторных множеств предполагает их использование при построении математических моделей классов задач и методов их анализа. Для этого необходимо исследование комбинаторных свойств вводимых множеств. Разработка комбинаторных оптимизационных моделей и методов решения научных и прикладных задач предполагает исследование и применение экстремальных свойств различных классов функций, заданных на комбинаторных множествах.

Целью настоящей работы является решение ряда задач оптимизации на новом классе композиционных образов комбинаторных множеств – композиции перестановок.

Определение композиции перестановок

В статье [8] введено новое комбинаторное множество – композиция перестановок, обозначенное через PW_N . Согласно [8] композиция перестановок представляет собой композиционный образ комбинаторных множеств $P_{nk}, P_{m_1k_1}, P_{m_2k_2}, \dots, P_{m_kk_n}$, порожденный множествами $\{a_1^1, a_2^1, \dots, a_{m_1}^1\}, \{a_1^2, a_2^2, \dots, a_{m_2}^2\}, \dots, \{a_1^n, a_2^n, \dots, a_{m_n}^n\}$. Здесь P_{nk} – множество перестановок из n элементов, k из которых являются различными, $a_i^j \in R^1, i \in J_{m_j}, j \in J_n, J_j = \{1, 2, \dots, s_j\}$. Мощность множества PW_N составляет $Card PW_N = Card P_{nk} \cdot Card P_{m_1k_1} \cdot \dots \cdot Card P_{m_kk_n}$. При этом мощность множества перестановок зависит от кратностей порождающих элементов и определяется соотношением $M = Card P_{nk} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$, где n_1, n_2, \dots, n_k – кратности различных порождающих элементов множества P_{nk} .

Множество PW_N состоит из элементов вида $w = (\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_n)$, где $\bar{w}_j = (a_{s_j}^j, a_{s_j-1}^j, \dots, a_1^j)$, $j \in J_n$. В наборе $\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_n$ k элементов являются различными, среди элементов $a_{s_j}^j, a_{s_j-1}^j, \dots, a_1^j$ ровно k_j различных. Последовательность индексов $(s_1, s_2, \dots, s_{m_j}) \in L_{m_j}$, а $(i_1, i_2, \dots, i_n) \in L_n$ где через L_k обозначено множество всевозможных перестановок элементов индексного множества J_k .

Множество PW_N представляет собой множество перестановок упорядоченных наборов $\bar{w}_j = (a'_{s_1}, a'_{s_2}, \dots, a'_{s_{m_j}})$. При этом каждый набор \bar{w}_j является элементом комбинаторного множества перестановок P_{m_j, k_j} , порожденного множеством $\{a'_1, a'_2, \dots, a'_{m_j}\}$. Таким образом, элементы множества PW_N отличаются друг от друга порядком следования элементов $\bar{w}_j \in P_{m_j, k_j}$ и порядком следования элементов $a'_1, a'_2, \dots, a'_{m_j}$ в наборе \bar{w}_j , $j \in J_n$.

На основе способа погружения комбинаторных множеств в евклидово пространство [1] в работе [8] выполнено отображение множества PW_N в пространство R^N . Образ множества PW_N в пространстве R^N обозначим $EW_{n, m_1 m_2 \dots m_n}$ или для краткости EW_N . Исследованы свойства композиции перестановок PW_N при отображении f в пространство R^N : $EW_N = f(PW_N)$, $EW_N \subset R^N$. Элементами множества EW_N являются векторы $x \in R^N$ вида: $x = (x_1, x_2, \dots, x_N) = (e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_n})$, где $(i_1, i_2, \dots, i_n) \in L_n$, $e_i = (a'_{s_1}, a'_{s_2}, \dots, a'_{s_{m_i}})$, $(s_1, s_2, \dots, s_{m_i}) \in L_{m_i}$, $i \in J_n$.

В результате погружения множество $EW_N = f(PW_N)$ представляет собой множество векторов в R^N , координаты которых принимают значения всевозможных перестановок векторов $e_i = (e'_{s_1}, e'_{s_2}, \dots, e'_{s_{m_i}}) = (a'_{s_1}, a'_{s_2}, \dots, a'_{s_{m_i}})$, где $(a'_{s_1}, a'_{s_2}, \dots, a'_{s_{m_i}}) \in E_{m_i, k_i}$, а множество перестановок $E_{m_i, k_i} = f(P_{m_i, k_i})$ порождено элементами $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_{m_i}$ [9].

В дальнейших построениях будем считать, что множество PW_N является композиционным образом комбинаторных множеств $P_{n, k}$, P_{m_1, k_1} , $P_{m_2, k_2}, \dots, P_{m_n, k_n}$, таких что $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$.

Оптимизация линейной функции на композиции перестановок

Рассмотрим задачу оптимизации

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^N c_i x_i \rightarrow \min, \quad (1)$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_N) \in EW_N \subset R^N$, $c = (c_1, c_2, \dots, c_N) \in R^N$.

Зададим на множестве векторов e_i , $i \in J_n$, следующее отношение порядка:

$$e_i \prec_{\zeta} e_k \Leftrightarrow (e'_1, e'_2, \dots, e'_m) \prec_{\zeta} (e'_1, e'_2, \dots, e'_m) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow ((\sum_{i=1}^m c_{(j-1)m+\alpha_i} e'_{p_i} + \sum_{i=1}^m c_{(k-1)m+\alpha_i} e'_{q_i} - \sum_{i=1}^m c_{(j-1)m+\alpha_i} e'_{r_i} - \sum_{i=1}^m c_{(k-1)m+\beta_i} e'_{\delta_i}) \leq 0) \quad (2)$$

где $i \in J_n$, а последовательность индексов удовлетворяет условиям:

$$\{s_1, s_2, \dots, s_m\}: c_{(j-1)m+s_1} \geq c_{(j-1)m+s_2} \geq \dots \geq c_{(j-1)m+s_m} \\ \{p_1, p_2, \dots, p_m\}: e'_{p_1} \leq e'_{p_2} \leq \dots \leq e'_{p_m}, \{q_1, q_2, \dots, q_m\}: e'_{q_1} \leq e'_{q_2} \leq \dots \leq e'_{q_m}, \\ \{r_1, r_2, \dots, r_m\}: c_{(k-1)m+r_1} \geq c_{(k-1)m+r_2} \geq \dots \geq c_{(k-1)m+r_m}, \\ \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}: c_{(j-1)m+\alpha_1} \geq c_{(j-1)m+\alpha_2} \geq \dots \geq c_{(j-1)m+\alpha_m}, \\ \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m\}: e'_{\gamma_1} \leq e'_{\gamma_2} \leq \dots \leq e'_{\gamma_m}, \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m\}: e'_{\delta_1} \leq e'_{\delta_2} \leq \dots \leq e'_{\delta_m}, \\ \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}: c_{(k-1)m+\beta_1} \geq c_{(k-1)m+\beta_2} \geq \dots \geq c_{(k-1)m+\beta_m}.$$

Смысл введенного отношения порядка состоит в том, что два вектора e_i и e_k находятся в отношении \prec_{ζ} , если при транспозиции значений координат $x_{m(j-1)+1}, x_{m(j-1)+2}, \dots, x_{m, j}$ и $x_{m(k-1)+1}, x_{m(k-1)+2}, \dots, x_{m, k}$ точки $x \in EW_N$, принимающих соответственно переупорядоченные

значения координат векторов e_{i_j} и e_{i_k} , значение функции $\varphi(x)$ вида (1) возрастает. Если обозначить значение функции $\varphi(x)$ в точке $x \in EW_N$ до транспозиции и переупорядочения φ_{i_j} , а после этого φ_{i_k} , то $e_{i_j} \prec_c e_{i_k}$, если $\varphi_{i_j} \leq \varphi_{i_k}$.

Отметим некоторые свойства введенного отношения.

Из структуры отношения (1) следует, что любые два вектора $e^{i'}$ и e^{i_k} сравнимы между собой.

Отношение \prec_c рефлексивно, так как

$$\sum_{i=1}^m c_{(j-1)m+s} e_{p_i}^{i'} + \sum_{i=1}^m c_{(j-1)m+r} e_{q_i}^{i'} - \sum_{i=1}^m c_{(j-1)m+\alpha} e_{r_i}^{i'} - \sum_{i=1}^m c_{(j-1)m+\beta} e_{\delta_i}^{i'} = 0.$$

Отношение \prec_c антисимметрично, поскольку для него справедливо соотношение:

$$(e_1^{i'}, e_2^{i'}, \dots, e_m^{i'}) \prec_c (e_1^{i_k}, e_2^{i_k}, \dots, e_m^{i_k}) \& (e_1^{i_k}, e_2^{i_k}, \dots, e_m^{i_k}) \prec_c (e_1^{i'}, e_2^{i'}, \dots, e_m^{i'}) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (e_1^{i'}, e_2^{i'}, \dots, e_m^{i'}) = (e_1^{i_k}, e_2^{i_k}, \dots, e_m^{i_k}).$$

Это соотношение справедливо, так как неравенства

$$\sum_{i=1}^m c_{(j-1)m+s} e_{p_i}^{i'} + \sum_{i=1}^m c_{(k-1)m+r} e_{q_i}^{i_k} - \sum_{i=1}^m c_{(j-1)m+\alpha} e_{r_i}^{i_k} - \sum_{i=1}^m c_{(k-1)m+\beta} e_{\delta_i}^{i'} \leq 0, \\ \sum_{i=1}^m c_{(k-1)m+r} e_{q_i}^{i_k} + \sum_{i=1}^m c_{(j-1)m+s} e_{p_i}^{i'} - \sum_{i=1}^m c_{(k-1)m+\beta} e_{\delta_i}^{i'} - \sum_{i=1}^m c_{(j-1)m+\alpha} e_{r_i}^{i_k} \leq 0$$

одновременно выполняются только при $(e_1^{i'}, e_2^{i'}, \dots, e_m^{i'}) = (e_1^{i_k}, e_2^{i_k}, \dots, e_m^{i_k})$.

Отношение \prec_c транзитивно, так как из соотношений $e_{i_j} \prec_c e_{i_k}$, $e_{i_k} \prec_c e_{i_l}$ следует $e_{i_j} \prec_c e_{i_l}$. Это справедливо, так как соотношения $e_{i_j} \prec_c e_{i_k}$, $e_{i_k} \prec_c e_{i_l}$ означают выполнение условий $\varphi_{i_j} \leq \varphi_{i_k}$, $\varphi_{i_k} \leq \varphi_{i_l}$, из которых следует $\varphi_{i_j} \leq \varphi_{i_l}$, а значит $e_{i_j} \prec_c e_{i_l}$.

Поскольку для введенного отношения выполняются свойства рефлексивности, антисимметричности, транзитивности и любые два элемента множества EW_N сравнимы по отношению \prec_c , то такое отношение является отношением линейного порядка.

Упорядочим множества e_i , $i \in J_n$, в соответствии с отношением (2). Пусть последовательность $\{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ такова, что

$$e_{i_1} \prec_c e_{i_2} \prec_c \dots \prec_c e_{i_m} \quad (3)$$

где $e_i = (e_1^{i'}, e_2^{i'}, \dots, e_m^{i'})$, $i_j \in J_n$, $j \in J_n$. Справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. Минимум линейной функции $\varphi(x)$ задачи (1) на множестве EW_N достигается в точке

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*) \in EW_N, \quad (4)$$

где $x_{(j-1)m+r}^* = e_{r_i}^{i'}$, $i \in J_m$, $j \in J_n$, $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ и $\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ таковы, что $c_{(j-1)m+s} \geq c_{(j-1)m+s_2} \geq \dots \geq c_{(j-1)m+s_m}$ и $e_{r_1}^{i'} \leq e_{r_2}^{i'} \leq \dots \leq e_{r_m}^{i'}$, а последовательность $\{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ удовлетворяет (3).

Доказательство. Предположим противное. Пусть минимум $\varphi(x)$ достигается в точке $y \in EW_N$, отличной от x^* . Значит можно указать такое значение $p = s \cdot m + \alpha$, $\alpha \in J_m$, $s \in J_{n-2}$, что $x_j^* = y_j$, $j \in J_{p-1}$, $x_p^* \neq y_p$. Тогда в соответствии с комбинаторной структурой множества EW_N существует такое $q = t \cdot m + \beta$, $\beta \in J_m$, $t \in J_{n-1}$, $t > s$, что $y_i = x_k^*$,

$i \in \{s \cdot m + 1, s \cdot m + 2, \dots, (s+1)m\}$, а $\{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ представляет собой перестановку индексов $\{t \cdot m + 1, t \cdot m + 2, \dots, (t+1)m\}$. В векторе y выполним транспозицию координат, принимающих значения векторов e_i и e_j , при этом переупорядочим значения координат векторов e_i и e_j так, чтобы выполнялось условие:

$$\{s_1, s_2, \dots, s_m\} \text{ таковы, что } c_{(t-1)m+s_1} \geq c_{(t-1)m+s_2} \geq \dots \geq c_{(t-1)m+s_m},$$

$$\{p_1, p_2, \dots, p_m\} \text{ таковы, что } e_{p_1}^s \leq e_{p_2}^s \leq \dots \leq e_{p_m}^s,$$

$$\{r_1, r_2, \dots, r_m\} \text{ таковы, что } c_{(s-1)m+r_1} \geq c_{(s-1)m+r_2} \geq \dots \geq c_{(s-1)m+r_m},$$

$$\{q_1, q_2, \dots, q_m\} \text{ таковы, что } e_{q_1}^t \leq e_{q_2}^t \leq \dots \leq e_{q_m}^t.$$

Полученный вектор обозначим \bar{y} . Очевидно, что $\bar{y} \in EW_N$. Рассмотрим разность:

$$\begin{aligned} \varphi(\bar{y}) - \varphi(y) &= \sum_{i=1}^n c_{p-i+1} y_{q-i+1} + \sum_{i=1}^m c_{q-i+1} y_{p-i+1} - \sum_{i=1}^m c_{p-i+1} y_{p-i+1} - \\ &- \sum_{i=1}^m c_{q-i+1} y_{q-i+1} = \sum_{i=1}^m (c_{p-i+1} - c_{q-i+1})(y_{q-i+1} - y_{p-i+1}) = \sum_{i=1}^m (c_{p-i+1} - c_{q-i+1})(x_{p-i+1}^* - y_{p-i+1}). \end{aligned}$$

В соответствии с (3), (4)

$$x_{p-i+k_1}^* = e_{d_1}^i, x_{p-i+k_2}^* = e_{d_2}^i, \dots, x_{p-i+k_m}^* = e_{d_m}^i; y_{p-i+k_1} = e_{b_1}^i, y_{p-i+k_2} = e_{b_2}^i, \dots, y_{p-i+k_m} = e_{b_m}^i,$$

где $c_{p-i+k_1} \geq c_{p-i+k_2} \geq \dots \geq c_{p-i+k_m}$, $e_{d_1}^i \leq e_{d_2}^i \leq \dots \leq e_{d_m}^i$, $e_{b_1}^i \leq e_{b_2}^i \leq \dots \leq e_{b_m}^i$.

При этом, $v > s$, $i_s, i_v \in J_n$, $v, s \in J_n$. Тогда $\varphi(\bar{y}) - \varphi(y) = \sum_{i=1}^m (c_{p-i+1} - c_{q-i+1})(e_{d_i}^i - e_{b_i}^i)$.

Согласно (3), (4) $e_{b_i}^i < e_{d_i}^i$, поэтому $\varphi(\bar{y}) - \varphi(y) \leq 0$. Это противоречит предположению о достижении в точке $y \in EW_N$ минимума функции $\varphi(x)$ задачи (1) и приводит к справедливости утверждения теоремы.

Оптимизация нормы разности на композициях перестановок

Результаты теоремы 1 можно применить при решении следующей задачи:

$$\psi(y) = \|y - d\|^2 \rightarrow \min, y \in EW_N, \quad (5)$$

где $d = (d_1, d_2, \dots, d_N) \in R^N$. Для $\psi(y)$ при $y \in EW_N$ справедливо:

$$\psi(y) = \|y - d\|^2 = \sum_{i=1}^N y_i^2 + \sum_{i=1}^N d_i^2 - 2 \sum_{i=1}^N d_i y_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (e_j^i)^2 + \sum_{i=1}^N d_i^2 - 2 \sum_{i=1}^N d_i y_i,$$

$$\min_{y \in EW_N} \psi(y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a_j^i)^2 + \sum_{i=1}^N d_i^2 + 2 \min_{j \in EW_N} \sum_{i=1}^N d_i y_i,$$

где $d_i^* = -d_i$, $i \in J_N$. В соответствии с теоремой 1 минимум в правой части достигается в точке $y^* \in EW_N$, где $y_{(j-1)m+i}^* = e_{s_j}^i$, $i_j \neq i_s$ при $s \neq j$, $i_j, i_s \in J_n$, $j \in J_n$, $s \in J_n$, $i \in J_m$, $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ и $\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ таковы, что $c_{(j-1)m+s_1} \geq c_{(j-1)m+s_2} \geq \dots \geq c_{(j-1)m+s_m}$ и $e_{r_1}^i \leq e_{r_2}^i \leq \dots \leq e_{r_m}^i$, а последовательность $\{i_1, i_2, \dots, i_n\}$ удовлетворяет соотношению (3) при $c = d^*$, то есть $e_{i_1}^i < e_{i_2}^i < \dots < e_{i_n}^i$. Тогда решение задачи (5):

$$\min_{y \in EW_N} \psi(y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a_j^i)^2 + \sum_{i=1}^N d_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N d_i y_i^*. \quad (6)$$

Рассмотрим задачу оптимизации вида

$$\psi(y) = \|y - d\|^2 \rightarrow \max, y \in EW_N, \quad (7)$$

где $d = (d_1, d_2, \dots, d_N) \in R^N$. По аналогии с выводом соотношения (6) получим

$$\max_{y \in EW_N} \|y - d\|^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (e'_j)^2 + \sum_{i=1}^N d_i^2 + \max_{y \in EW_N} (-2 \sum_{i=1}^N d_i y_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a'_j)^2 + \sum_{i=1}^N d_i^2 - \min_{y \in EW_N} (2 \sum_{i=1}^N d_i y_i)$$

На основании теоремы 1 минимум в правой части равенства достигается в точке $\tilde{y} \in EW_N$, где $\tilde{y}_{(j-1)m+r_s} = e'_{s_j}$, $i_j \neq i_s$ при $s \neq j$, $i_j, i_s \in J_n$, $j \in J_n$, $s \in J_n$, $t \in J_m$, $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ и $\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ таковы, что $c_{(j-1)m+s_1} \geq c_{(j-1)m+s_2} \geq \dots \geq c_{(j-1)m+s_m}$ и $e'_{r_1} \leq e'_{r_2} \leq \dots \leq e'_{r_m}$ а последовательность $\{i_1, i_2, \dots, i_n\}$ удовлетворяет соотношению (4) при $c = d$, то есть $e_{i_1} <_d e_{i_2} <_d \dots <_d e_{i_n}$. Тогда

$$\max_{y \in EW_N} \|y - d\|^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a'_j)^2 + \sum_{i=1}^N d_i^2 - 2 \sum_{i=1}^N d_i \tilde{y}_i. \quad (8)$$

Предположим теперь, что $d \in R^N$ является элементом множества EW_N . Тогда справедливо соотношение $\sum_{i=1}^N d_i^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (e'_j)^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a'_j)^2$. Значит,

$$\max_{y \in EW_N} \|y - d\|^2 = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (e'_j)^2 - 2 \sum_{i=1}^N d_i \tilde{y}_i = L - 2 \sum_{i=1}^N d_i \tilde{y}_i, \quad (9)$$

где $L = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (e'_j)^2 = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a'_j)^2 = const$. Рассмотрим функцию $l_d(y) = \sum_{i=1}^N d_i y_i$, где $d \in EW_N$. Покажем, что минимальное значение $l_d(y)$ на множестве EW_N не зависит от выбора вектора коэффициентов $d \in EW_N$ и равно $M = \sum_{i=1}^N d_i \tilde{y}_i$, где $\tilde{y} \in EW_N$ удовлетворяет соотношению (8). С этой целью введем функцию $l_{d^1}(y) = \sum_{i=1}^N d^1_i y_i$, где $d^1 \in EW_N$, $d^1 \neq d$. Поскольку

d^1 можно получить из d путем конечного числа транспозиций векторов $e_i = (e'_1, e'_2, \dots, e'_m)$ и значений e'_j , изменим порядок суммирования слагаемых в выражении для $l_{d^1}(y)$ таким образом, чтобы выполнялось условие $l_{d^1}(y) = \sum_{j=1}^N d^1_j y_j$, $d^1_j = d_j$, $j \in J_N$. Но тогда, поскольку $y \in EW_N$ принимает значения всевозможных перестановок элементов $e_i = (e'_1, e'_2, \dots, e'_m) = (a'_{s_1}, a'_{s_2}, \dots, a'_{s_m})$, $i \in J_n$, то

$$\min_{y \in EW_N} l_d(y) = \min_{y \in EW_N} l_{d^1}(y) = M \quad (10)$$

что и требовалось показать. Это значит, что для любой точки $d \in EW_N$ расстояние до наиболее удаленной от нее точки множества EW_N является величиной постоянной, ее значение определяется соотношением (9) и равно $D_0 = \sqrt{L - 2M}$, где $L = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (e'_j)^2$, а M определяется соотношением (10). Приведенные рассуждения доказывают справедливость следующего утверждения.

Теорема 2. Диаметр множества EW_N

$$diam EW_N = \sqrt{2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a'_j)^2 - 2 \sum_{i=1}^N y_i^0 \tilde{y}_i},$$

где y^0 – произвольный элемент множества EW_N , а $\tilde{y} \in EW_N$ удовлетворяет условиям $\tilde{y}_{(j-1)m+r_s} = e'_{s_j}$, $i_j \neq i_s$ при $s \neq j$, $i_j, i_s \in J_n$, $j \in J_n$, $s \in J_n$, $t \in J_m$, $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ и $\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$

таковы, что $c_{(j-1)m+s_1} \geq c_{(j-1)m+s_2} \geq \dots \geq c_{(j-1)m+s_m}$ и $e_{r_1}^{i_1} \leq e_{r_2}^{i_2} \leq \dots \leq e_{r_m}^{i_m}$, последовательность $\{i_1, i_2, \dots, i_n\}$ удовлетворяет соотношению (3) при $c = y^0$, то есть $e_{i_1} \prec_{y^0} e_{i_2} \prec_{y^0} \dots \prec_{y^0} e_{i_n}$.

Рассмотрим пример. Пусть множество $EW_9 = EW_{9,3,3,3}$ порождено множествами $\{4, -2, 2\}$, $\{5, 6, -1\}$, $\{2, -1, 3\}$. Координаты точек множества EW_9 принимают значения всевозможных перестановок элементов $e_1 \in P_3(4, -2, 2)$, $e_2 \in P_3(5, 6, -1)$, $e_3 \in P_3(2, -1, 3)$ вида: $(4, -2, 2, 5, 6, -1, 2, -1, 3)$, $(5, 6, -1, 4, -2, 2, 2, -1, 3)$, ..., $(2, -2, 4, -1, 6, 5, 3, -1, 2)$. Мощность данного множества EW_9 равна $Card EW_9 = 3! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 3! = 1296$.

Пусть на множестве EW_9 задана линейная функция вида (1), вектор коэффициентов которой имеет вид $c = (3, 4, -1, 5, 6, -7, -2, 1, -3)$. Задавая на множестве e^i , $i \in J_3$, отношение порядка (2), получим следующее упорядочение: $(2, -1, 3) \prec_c (2, -2, 4) \prec_c (5, -1, 6)$. В соответствии с теоремой 1 минимум линейной функции с вектором коэффициентов c на множестве EW_9 достигается в точке $y^0 = (2, -1, 3, 2, -2, 4, 5, -1, 6)$ и равен -60 .

Для определения диаметра множества EW_9 выберем точку $d = y^0$ и введем соотношение \prec_{y^0} вида (3). В соответствии с этим отношением $(2, 3, -1) \prec_{y^0} (5, 6, -1) \prec_{y^0} (2, 4, -2)$. Диаметр множества EW_9 найдем по теореме 2: $diam EW_9 = \sqrt{200 + 28} = 15,1$.

Заключение

Таким образом, в работе решен ряд экстремальных задач на новом классе комбинаторных множеств – композиции перестановок. Результаты могут быть использованы при математическом моделировании комбинаторных оптимизационных задач геометрического проектирования, при разработке радиотехнических устройств и систем, систем контроля параметров в заданной области и решении соответствующих задач комбинаторной оптимизации.

Полученные результаты могут послужить основой для построения оптимизационных моделей и методов решения задач со сложной комбинаторной структурой, чем определяется их научная ценность и практическая значимость.

Дальнейшие исследования в данном направлении могут быть связаны с постановкой и решением на основе описанных результатов классов задач оптимизации на композиционных образах комбинаторных множеств.

Список литературы: 1. Стоян Ю.Г., Яковлев С.В. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. К.: Наук. думка, 1986. 268 с. 2. Петровский А.Б. Многокритериальное принятие решений по противоречивым данным: подход теории множеств // Информационные технологии и вычислительные системы. 2004. №2. С. 56–66. 3. Тимофеева Н.К. Об особенностях формирования и упорядочения выборок // Кибернетика и системный анализ. 2004. № 3. С.179–187. 4. Сачков В.Н. Комбинаторные методы дискретной математики. М.: Наука, 1977. 320 с. 5. Поля Дж. Комбинаторные вычисления для групп, графов и химических соединений // Перечислительные задачи комбинаторного анализа. М.: Мир, 1979. С. 36–138. 6. Емец О.А., Роскладка А.А., Роскладка Е.В. Применение евклидовых поликомбинаторных множеств к построению моделей оптимизационных задач // Abstracts Second International School on Actuarial and Financial Mathematics (June, 8–12, 1999, Kyiv). Kyiv, 1999. P 20. 7. Стоян Ю.Г., Гребенник И.В. Композиционные образы комбинаторных множеств и некоторые их свойства // Пробл. машиностроения. 2005. Т.8. № 3. С. 56–62. 8. Гребенник И.В. Классы композиционных образов комбинаторных множеств в математических моделях задач геометрического проектирования // Радиоэлектроника и информатика. 2005. № 3. С. 69 – 73. 9. Стоян Ю.Г., Емец О.О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. К.: ІСДО, 1993. 188 с.

Харьковский национальный
университет радиотехники

Поступила в редколлегию 13.03.2007

В. К. КОРНЕЕНКОВ, канд. техн. наук, О. Н. СУХОРУЧКО, канд. физ.-мат. наук,
О. И. БЕЛЮС, канд. физ.-мат. наук, А. И. ФИСУН, д-р физ.-мат. наук

МНОГОЗЕРКАЛЬНЫЙ ОТКРЫТЫЙ РЕЗОНАТОР МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА ВОЛН. Е-ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Открытые резонаторы (ОР) с отражательными дифракционными решетками типа "эшелетт" широко применяются в высокостабильных по частоте твердотельных и электронно-вакуумных источниках излучения миллиметрового диапазона длин волн [1,2]. Чаше используются эшелетты со штрихами прямоугольного профиля с возбуждением в ОР H -поляризованных колебаний (вектор \vec{E} перпендикулярен образующим граней решетки). При H -поляризованном возбуждении эшелетт используется в режиме автоколлимационного отражения с коэффициентом отражения, близким к 1 [3]. Если на эшелеттную решетку падает E -поляризованная волна, поведение коэффициента отражения и характер его частотной зависимости существенно отличается от случая H -поляризованной волны. При H -поляризованной волне эшелетт может сконцентрировать практически всю энергию вторичного поля в одной выбранной гармонике. При этом период решетки примерно одного порядка с длиной волны. При дифракции E -поляризованной волны такое поведение коэффициента отражения не наблюдается. По этой причине двузеркальные ОР с эшелеттной решеткой возбуждаются, как правило, на H -поляризованных типах колебаний.

Практические задачи в ряде случаев, например использование эшелеттов в оротроне [2] или построение многозеркальных ОР [4], требуют возбуждения E -поляризованных колебаний. В ОР, в котором одно из зеркал выполнено в виде уголково-эшелеттного зеркала [1], возбуждение E -поляризованных колебаний стало возможным благодаря использованию эффекта "запертых колебаний", при котором дифракция электромагнитной волны на решетке не учитывается. В трехзеркальном ОР [4] возможно возбуждение как H -, так и E -поляризованных колебаний, однако в последнем случае эшелетт работает в режиме зеркального отражения и на частоте возбуждения его можно заменить эквивалентным плоским зеркалом. Перечисленные ОР с эшелеттными зеркалами не исчерпывают возможных вариантов построения ОР с дифракционными эшелеттными решетками. Многозеркальные ОР относятся к классу резонаторов с дополнительным ограничением резонансного пространства [5], в которых наблюдается изменение спектров и добротности некоторых возбуждаемых колебаний. Кроме того, возникают другие функциональные возможности [6].

Конструкция резонатора

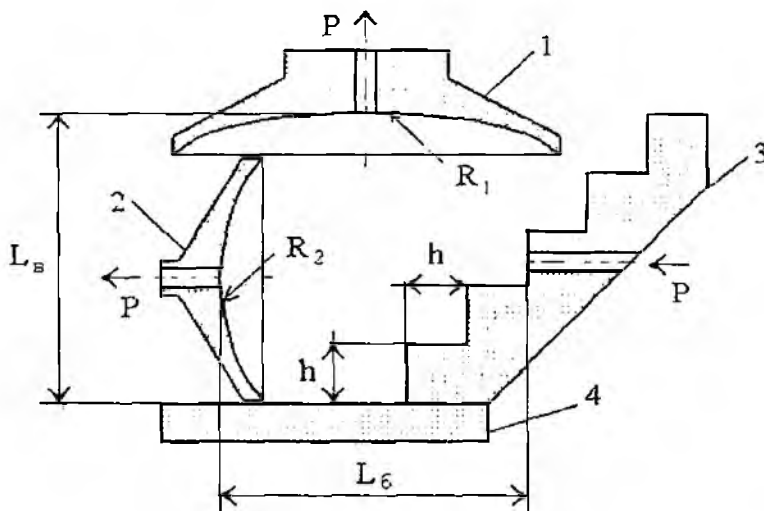


Рис. 1

Сложный открытый резонатор (СОР) образован четырьмя отражателями: верхним 1 и боковым 2 сферическими, эшелеттным 3 и плоским 4 зеркалами (рис. 1). В эксперименте использовался ОР со следующими геометрическими размерами: верхнее сферическое зеркало: диаметр апертуры $2a = 40$ мм, срез сегментов до 36 мм, радиус кривизны $- R_1 = 110$ мм; боковое сферическое зеркало: диаметр апертуры $2a = 40$ мм, срез сегментов до 19 мм, радиус кривизны $- R_2 = 80$ мм; эшелетт имеет 5 зубцов с равными гранями высотой $h = 4,2$ мм.

В центральной части сферических зеркал выполнены щели связи $0,15 \times 7,2$ мм, переходящие в волновод стандартного сечения для вывода СВЧ энергии. На третьей грани эшелетта также выполнено отверстие связи для подачи энергии в СОР.

Перестройку частоты СОР можно осуществлять перемещением верхнего и бокового зеркал как одновременно, так и перемещением каждого зеркала в отдельности.

Методика и аппаратное обеспечение исследования спектральных и других характеристик СОР практически не отличается от общепринятых [7].

Экспериментальные результаты

На рис. 2 показана зависимость частоты СОР при изменении расстояния между эшелеттом и боковым зеркалом L_6 и фиксированном расстоянии (22 мм) L_6 между верхним сферическим и плоским зеркалами. При изменении расстояния между зеркалами на 10 мм частота изменяется на 8 ГГц; при этом возбуждается 10 типов колебаний. Крутизна механической перестройки для колебаний составляет 0,69 ГГц/мм.

На рис. 3 представлен спектр колебаний при изменении расстояния между плоским и верхним сферическим зеркалами на 4,5 мм при фиксированном расстоянии (17 мм) между нижней гранью эшелетта и боковым зеркалом. Из рисунка видно, что в СОР возбуждается 8 типов колебаний в диапазоне частот 31–38 ГГц. Крутизна механической перестройки частоты для этих колебаний составляет 1,06 ГГц/мм.

Визуализация распределения поля возбуждаемых колебаний получены с помощью метода пробного тела [7].

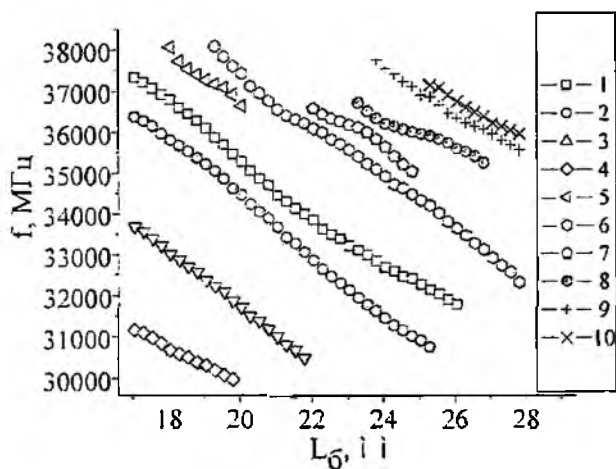


Рис. 2

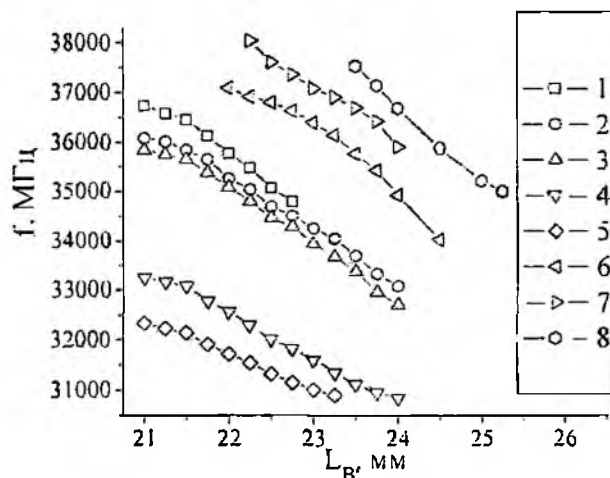


Рис. 3

На рис. 4 представлены распределения полей вблизи верхнего сферического зеркала, на рис. 5 – вблизи бокового сферического зеркала. Как видно из рисунков, в спектре СОР присутствуют как низшие типы колебаний, так и высшие: TEM_{00q} (рис. 4. д, 5. е); TEM_{20q} (рис. 4. б, 5. д); TEM_{22q} (рис. 4. в, 5. в); TEM_{40q} (рис. 4. а). Колебания, представленные на рисунках 4. б, г, е, 5. а, г идентифицировать не представляется возможным.

На рис. 6 представлен спектр колебаний СОР: сплошной линией – при снятии мощности с бокового зеркала, пунктирной – с верхнего зеркала. Из рисунка видно, что максимальная амплитуда для колебаний на частотах 32,2 ГГц и 36,0 ГГц (см. рис. 4. б) для верхнего зеркала 1, и на частотах 31,25 ГГц и 37,0 ГГц (см. рис. 5. а, е) для бокового зеркала 2. Добротности возбуждающихся типов колебаний не превышают 1000. Столь невысокие добротности можно объяснить достаточно малыми размерами резонатора, что значительно уменьшает уровни запасаемой в резонаторе электромагнитной энергии. Тем не менее, такие размеры резонатора и полученные значения добротностей принято использовать для стабилизации рабочей частоты генераторов дифракционного излучения [6].

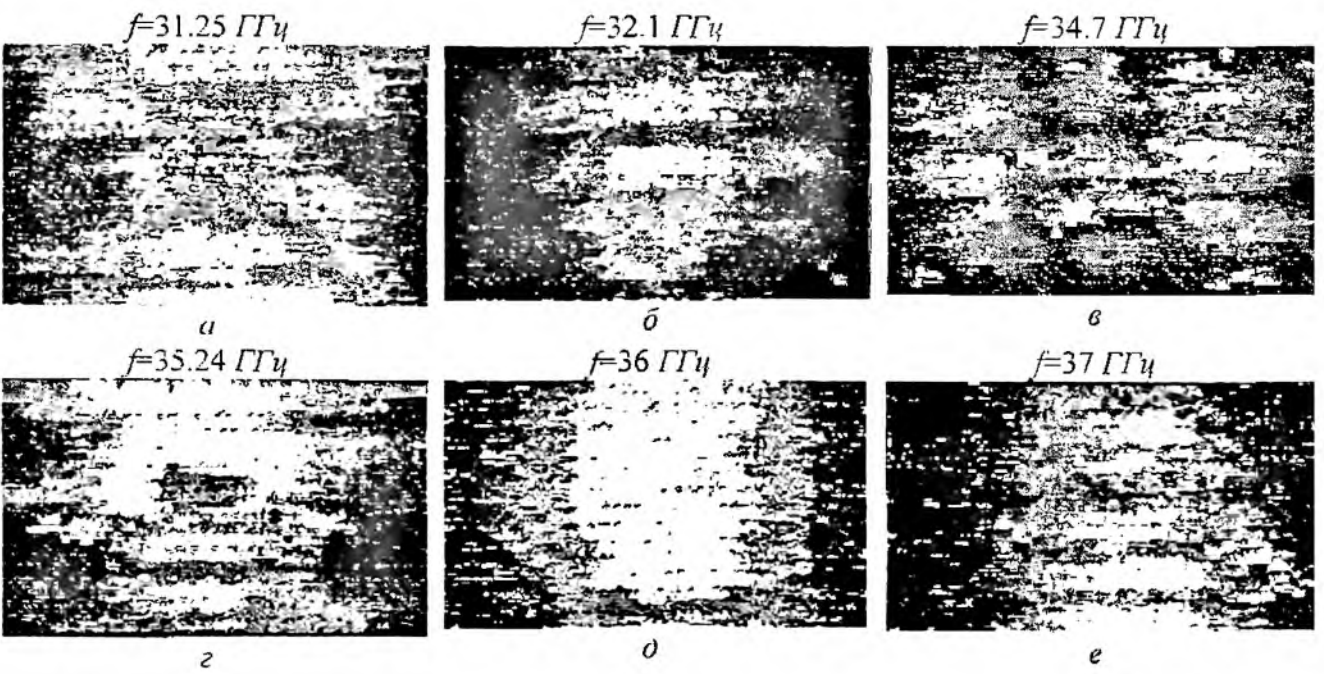


Рис. 4

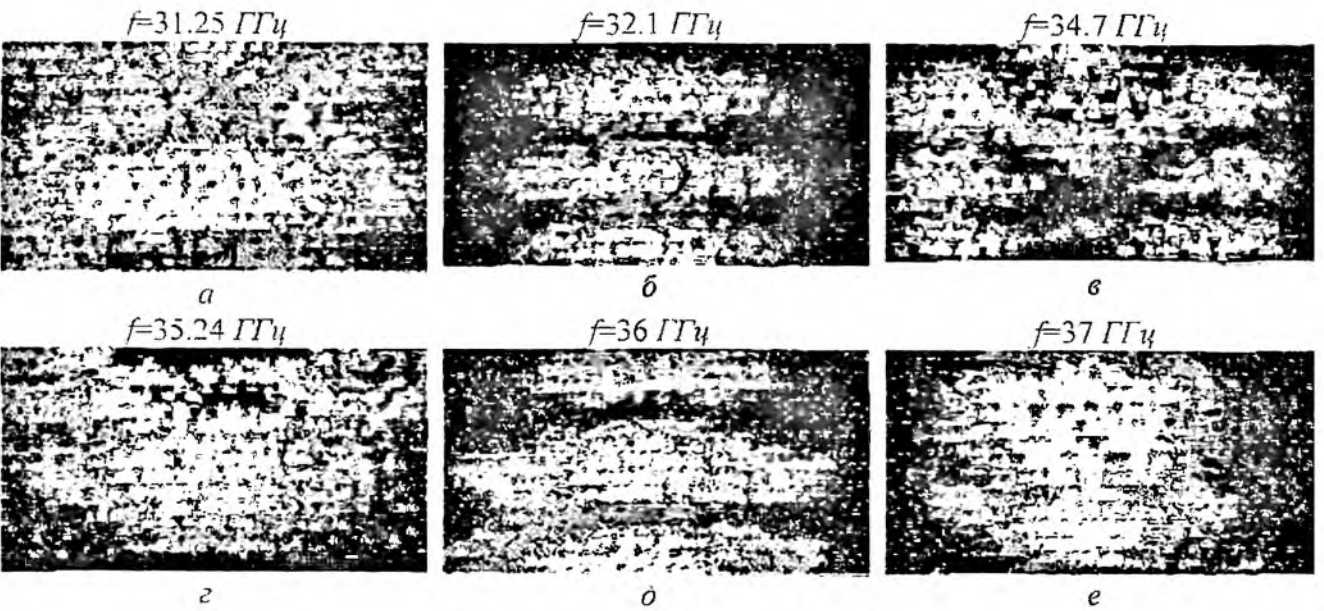


Рис. 5

В заключение отметим некоторые функциональные возможности, заложенные в конструкции предложенной многозеркальной открытой резонансной системы. При использовании многозеркального ОР в генераторе дифракционного излучения (замедляющая система и электронный пучок находятся на плоском зеркале) путем подстройки бокового сферического зеркала 2 и эшелетта возможно улучшить энергетические характеристики за счет изменения степени связи поля ОР и электронного пучка; возможна также дополнительная перестройка частоты при неизменном положении верхнего зеркала 1. Выбор оптимального положения зеркал 1, 2 и эшелетта позволит улучшить связь с твердотельным активным элементом (диодом Ганна или ЛПД) при установке его на плоском зеркале 4 или на эшелетте 3 и привести к повышению КПД.

Таким образом, предложена многозеркальная открытая резонансная система, которая может найти широкое применение в электронике миллиметрового диапазона волн для стабилизации частоты электронно-вакуумных и твердотельных приборов.

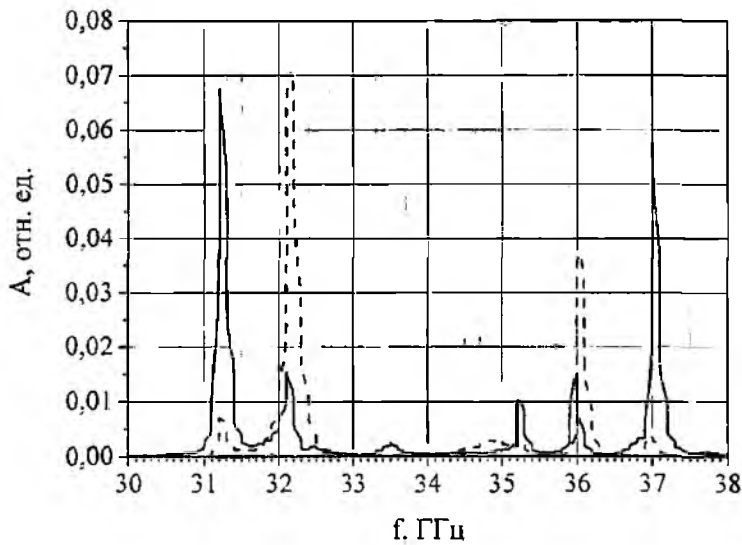


Рис. 6

Список литературы: 1. Фисун А.И., Белоус О.И. Квазиоптические твердотельные источники излучения: принципы построения, тенденции развития и перспективы приложения // Зарубежная электроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1998. №4. С. 41-64. 2. Belous O.I., Fisun A.I., Kirilenko A.A. and all. Research on Orottron Oscillator with Dispersive Open Resonant System // Int. Journal Infrared and Millimeter Waves. 1997. Vol.18, №4. P. 78-95. 3. Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Масалов С.А., Сиренко Ю.К. Резонансное рассеяние волн. Т. I. Дифракционные решетки. Киев: Наук. думка. 1986. 232 с. 4. Фурсов А.М., Булгаков Б.М., Фисун А.И. Двухчастотная асинхронная устойчивая генерация диода Ганна в открытой резонансной системе // Известия вузов СССР. Радиоэлектроника. 1983. Т.26, №10. С. 80-91. 5. Fisun A.I. Millimeter Wave Open Resonator with Additional Restriction of Resonant Space // Int. Journal Infrared and Millimeter Waves. 1997. Vol.18, №12. P. 2353-2367. 6. Корнеев В.К., Цык А.И. Управление выходными характеристиками ГДИ боковым сферо-эшелетным открытым резонатором // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии: 15-я Международная конференция. Севастополь, 12-16 сентября 2005. 7. Измерения на миллиметровых и субмиллиметровых волнах. Методы и техника / Р.А. Валитов, С.Ф. Дюбко, А.И.Фисун и др./ Под ред. Р.А.Валитова и Б.И.Макаренко. М.: Радиосвязь. 1984. 295 с.

Институт радиофизики и электроники
НАН Украины, г. Харьков

Поступила в редколлегию 15 01 2007

ИСТОКООБРАЗНАЯ ФУНКЦИЯ ГРИНА КРУГЛОГО РЕЗОНАТОРА

Введение

Сингулярные и гиперсингулярные интегральные уравнения [1] с ядром в виде функции Грина являются эффективным аппаратом математической физики. Эти уравнения применяются при расчете электромагнитного поля в коаксиальном гиротроне [2], СВЧ резонаторах [3], в ускоряющих структурах ионов [4, 5] и накопителях пучков заряженных частиц [6] (с. 80).

Преимущества сингулярных и гиперсингулярных уравнений связаны с использованием хорошо обусловленных матриц, которое обеспечивает высокую точность и стабильность вычислений. Однако при этом необходимо вычислять функцию Грина на малых расстояниях между точками источника и наблюдения.

Если ускоряющая структура представляет собой систему металлических высокочастотных (ВЧ) электродов в круглом резонаторе, то интегральные уравнения относительно поверхностной плотности силы электрического тока, который протекает лишь по поверхности ВЧ электродов, используют электрическую функцию Грина круглого резонатора для поля $\bar{G}_e(k, r, r')$. При разложении по системе ТЕ и ТН волн $\bar{G}_e(k, r, r')$ описывается двойными рядами, которые расходятся. Это обусловлено тем, что $\bar{G}_e(k, r, r')$ в неявном виде включает электрическую функцию Грина неограниченного пространства для поля $\bar{G}_e^*(k, r, r')$, которая имеет особенности $1/|\bar{r} - \bar{r}'|$, $1/|\bar{r} - \bar{r}'|^2$, $1/|\bar{r} - \bar{r}'|^3$, $\delta(\bar{r} - \bar{r}')$.

Задача построения функции Грина для поля решена как задача дифракции вихревой и потенциальной составляющих расходящейся тензорной сферической волны напряженности электрического поля на стенках круглого резонатора. Это позволило выделить в явном виде особенности напряженности электрического поля в окрестности источника тока и создать эффективный алгоритм вычисления функции Грина при произвольной электрической длине неоднородностей в круглом резонаторе.

Использование функции Грина $\bar{G}_e^s(k, r, r')$ с явным образом выделенной особенностью источника обеспечивает возможность численного решения двумерных гиперсингулярных интегральных уравнений относительно поверхностной плотности силы тока лишь ВЧ электродов.

Основная часть

1. Аналитические соотношения

Электрическая функция Грина для поля является решением тензорной краевой задачи

$$(\nabla^2(r) + k^2)\bar{G}_e(k, r, r') = \left(\bar{I} + \frac{1}{k^2} \text{grad}(r') \text{div}(r') \right) (-1)\bar{I} \delta(\bar{r} - \bar{r}') \quad (1)$$

$$\bar{n}(r_s) \times \bar{G}_e(k, r_s, r') = 0, \quad (2)$$

и определяется соотношением [7, 8]

$$\bar{G}_e^s(k, r, r') = \left(\bar{I} + \frac{1}{k^2} \text{grad}(r) \text{div}(r) \right) \bar{G}_e(k, r, r'), \quad (3)$$

где $\bar{G}_e(k, r, r')$ – функция Грина для векторного потенциала.

Для круглого резонатора $\bar{G}_e^s(k, r, r')$ с явно выделенной особенностью построена в [9, 10].

Функция Грина круглого резонатора для поля $\bar{G}_e(k, r, r')$ получена в форме ТЕ и ТН волн и в виде суперпозиций

$$\bar{G}_e(k, r, r') = \bar{G}_e^T(k, r, r') + \bar{G}_e^R(k, r, r'), \quad (4)$$

$$\bar{G}_e^s(k, r, r') = \bar{G}_e^S(k, r, r') + \bar{G}_e^R(k, r, r'), \quad (5)$$

где

$$\bar{G}_e^p(k, r, r') = \bar{G}_e^{Sp}(k, r, r') + \bar{G}_e^{Rp}(k, r, r'), \quad (6)$$

$$\bar{G}_e^r(k, r, r') = \bar{G}_e^{Sr}(k, r, r') + \bar{G}_e^{Rr}(k, r, r'), \quad (7)$$

$$\bar{G}_e^s(k, r, r') = \bar{G}_e^{Sp}(k, r, r') + \bar{G}_e^{Sr}(k, r, r'), \quad (8)$$

$$\bar{G}_e^R(k, r, r') = \bar{G}_e^{Rp}(k, r, r') + \bar{G}_e^{Rr}(k, r, r'), \quad (9)$$

а $\bar{G}_e^p(k, r, r')$ и $\bar{G}_e^r(k, r, r')$ – соответственно потенциальная и вихревая составляющие напряженности электрического поля точечного источника тока в круглом резонаторе, $\bar{G}_e^s(k, r, r')$ и $\bar{G}_e^R(k, r, r')$ – соответственно напряженности электрического поля в неограниченном пространстве и отраженного от стенок круглого волновода точечного источника тока; $\bar{G}_e^{Sp}(k, r, r')$ и $\bar{G}_e^{Sr}(k, r, r')$ – соответственно потенциальная и вихревая составляющие напряженности электрического поля точечного источника тока в неограниченном пространстве; $\bar{G}_e^{Rp}(k, r, r')$ и $\bar{G}_e^{Rr}(k, r, r')$ есть соответственно потенциальная и вихревая составляющие напряженности электрического поля точечного источника тока отраженного от стенок резонатора. Потенциальная и вихревая составляющие напряженности электрического поля обусловлены соответственно скалярным и векторным потенциалами или распределениями зарядов и токов в точке источника.

Тензорная функция $\bar{G}_e^s(k, r, r')$ в явном виде описывает особенности напряженности электрического поля точечного источника тока. Найдено 9 компонент $\bar{G}_e^s(k, r, r')$ в форме ТЕ и ТН волн резонатора и в форме (2)–(7).

В частности, $G_{e_{11}}(k, r, r')$ по системе ТЕ и ТН волн круглого резонатора

$$G_{e_{11}}(k, r, r') = \sum_{m=\infty}^{+\infty} \sum_{m=\infty}^{-\infty} e^{im(\varphi-\varphi')} (A_{mn} \left[1 - \frac{(k_{mn}^e)^2}{k^2} \right] J'_m(k_{mn}^e \rho) J'_m(k_{mn}^e \rho') f_{mn}(z, z') + B_{mn} \frac{m^2}{(k_{mn}^e)^2 \rho \rho'} J_m(k_{mn}^e \rho) J_m(k_{mn}^e \rho') l_{mn}(z, z')) \quad (10)$$

$$\text{где } A_{mn} = \frac{1}{\pi J_{m-1}^2(k_{mn}^e R) R^2}, B_{mn} = \frac{1}{\pi J_m^2(k_{mn}^e R) R^2 \left[1 - \frac{m^2}{(k_{mn}^e R)^2} \right]}, \gamma_{mn} = \sqrt{(k_{mn}^e)^2 - k^2},$$

$$l_{mn}(z, z') = \frac{1}{\gamma_{mn} \operatorname{sh}(\gamma_{mn} L)} \begin{cases} \operatorname{sh} \gamma_{mn} z \operatorname{sh} \gamma_{mn} (L - z'), & z < z' \\ \operatorname{sh} \gamma_{mn} z' \operatorname{sh} \gamma_{mn} (L - z), & z > z' \end{cases}, \quad k_{mn}^e = \frac{\mu_{mn}}{R},$$

$$f_{mn}(z, z') = \frac{1}{\beta_{mn} \operatorname{sh}(\beta_{mn} L)} \begin{cases} \operatorname{sh} \beta_{mn} z \operatorname{sh} \beta_{mn} (L - z'), & z < z' \\ \operatorname{sh} \beta_{mn} z' \operatorname{sh} \beta_{mn} (L - z), & z > z' \end{cases}, \quad \beta_{mn} = \sqrt{(k_{mn}^h)^2 - k^2}, \quad k_{mn}^h = \frac{\nu_{mn}}{R},$$

ν_{mn}, μ_{mn} – корни уравнений $J_m(z) = 0$ и $J'_m(z) = 0$ соответственно, а R – радиус резонатора.

Показано, что

$$\operatorname{div}(r_{\perp}) \bar{G}_e^s(k_{mn}^e, r_{\perp}, r_{\perp}'; z, z') = 0, \quad (11)$$

т.е. ТЕ или Н волны в круглом резонаторе являются вихревыми волнами относительно поперечных координат.

В форме (2-7) сингулярная составляющая $G_{e_{11}}^S(k, r, r')$ описывается соотношениями

$$G_{e_{11}}^S(k, r, r') = G_{e_{11}}^{Sp}(k, r, r') + G_{e_{11}}^{Sr}(k, r, r') \quad (12)$$

$$G_{e_{11}}^{Sp}(k, r, r') = G_{e_{xx}}^{Sp}(k, r, r') \cos \varphi \cos \varphi' + G_{e_{yy}}^{Sp}(k, r, r') \sin \varphi \cos \varphi' + G_{e_{zz}}^{Sp}(k, r, r') \cos \varphi \sin \varphi' + G_{e_{\varphi\varphi}}^{Sp}(k, r, r') \sin \varphi \sin \varphi', \quad (13)$$

$$G_{e_{11}}^{Sr}(k, r, r') = G_{e_{xx}}^{Sr}(k, r, r') \cos \varphi \cos \varphi' + G_{e_{yy}}^{Sr}(k, r, r') \sin \varphi \sin \varphi' = G_{e_{11}}^{Sr}(k, r, r') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik|r-r'|}}{|r-r'|} \cos(\varphi - \varphi'). \quad (14)$$

$$G_{e_{xx}}^{Sp}(k, r, r') = \frac{1}{4\pi k^2} e^{ik|r-r'|} \left\{ \frac{3(\rho \cos \varphi - \rho' \cos \varphi')^2}{|r-r'|^3} - \frac{1}{|r-r'|^3} - \frac{4\pi}{3} \delta(r-r') - \frac{3ik(\rho \cos \varphi - \rho' \cos \varphi')^2}{|r-r'|^4} - \frac{k^2(\rho \cos \varphi - \rho' \cos \varphi')^2}{|r-r'|^3} + \frac{ik}{|r-r'|^2} \right\}, \quad (15)$$

$$G_{e_{xx}}^{Sr}(k, r, r') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik|r-r'|}}{|r-r'|^3}, \quad (16)$$

$$G_{e_{yy}}^{Sp}(k, r, r') = G_{e_{\varphi\varphi}}^{Sp}(k, r, r') = \frac{1}{4\pi k^2} e^{ik|r-r'|} (\rho \cos \varphi - \rho' \cos \varphi')(\rho \sin \varphi - \rho' \sin \varphi') \times \left(\frac{3}{|r-r'|^3} - \frac{3ik}{|r-r'|^4} - \frac{k^2}{|r-r'|^3} \right) \quad (17)$$

$$G_{e_{yy}}^{Sp}(k, r, r') = \frac{1}{4\pi k^2} e^{ik|r-r'|} \left\{ \left(\frac{3(\rho \sin \varphi - \rho' \sin \varphi')^2}{|r-r'|^3} - \frac{1}{|r-r'|^3} - \frac{4\pi}{3} \delta(r-r') - \frac{3ik(\rho \sin \varphi - \rho' \sin \varphi')^2}{|r-r'|^4} - \frac{k^2(\rho \sin \varphi - \rho' \sin \varphi')^2}{|r-r'|^3} + \frac{ik}{|r-r'|^2} \right) \right\}, \quad (18)$$

$$G_{e_{yy}}^{Sr}(k, r, r') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik|r-r'|}}{|r-r'|^3}. \quad (19)$$

В форме (2)-(7) потенциальная $G_{e_{11}}^{Rp}(k, r, r')$ и вихревая $G_{e_{11}}^{Rr}(k, r, r')$ составляющие компоненты регулярной функции Грина круглого резонатора

$$G_{e_{11}}^{Rp}(k, r, r') = g(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z') + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} g(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z' + 2Lp) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} g(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', (z' + 2Lp)) + \frac{i}{2Lk^2} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cos m(\Delta\varphi) v^2 \left(\frac{\pi p}{L} \right) \sin \frac{p\pi z}{L} \sin \frac{p\pi z'}{L} J'_m \left(v \frac{\pi p}{L} \rho' \right) J'_m \left(v \frac{\pi p}{L} \rho \right) \frac{H_m^{(1)} \left(v \frac{\pi p}{L} R \right)}{J_m \left(v \frac{\pi p}{L} R \right)}, \quad (20)$$

$$G_{\epsilon_1}^{Rr}(k, r, r') = G_{E_{11}}^R(k, r, r') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik\Delta(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z')}}{\Delta(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z')} \cos(\Delta\varphi) + \frac{\cos(\Delta\varphi)}{4\pi} \times$$

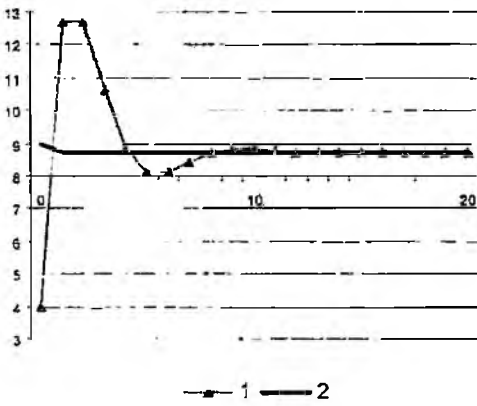
$$\times \left(\sum_{p=-\infty}^{\infty} \left(\frac{e^{ik\Delta(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z'+2Lp)}}{\Delta(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z'+2Lp)} - \frac{e^{ik\Delta(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z'+2Lp)}}{\Delta(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z'+2Lp)} \right) \right) - \frac{i}{2L} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_m \cos m(\Delta\varphi) \sin \frac{p\pi z}{L} \sin \frac{p\pi z'}{L} \times$$

$$\times \left(\frac{m^2}{v^2 \left(\frac{\pi p}{L} \right) \rho \rho'} J_m \left(v \frac{\pi p}{L} \rho' \right) J_m \left(v \frac{\pi p}{L} \rho \right) \frac{H_m^{(1)} \left(v \frac{\pi p}{L} \rho \right)}{J_m \left(v \frac{\pi p}{L} R \right)} + J_m' \left(v \frac{\pi p}{L} \rho' \right) J_m' \left(v \frac{\pi p}{L} \rho \right) \frac{H_m^{(1)} \left(v \frac{\pi p}{L} R \right)}{J_m \left(v \frac{\pi p}{L} R \right)} \right) \quad (21)$$

где ϵ_m – множитель Неймана,

$$\Delta(\rho, \varphi, z; \rho', \varphi', z') = \Delta(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z') = \sqrt{(\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')) + (z - z')^2}, \quad \Delta\varphi = \varphi - \varphi'$$

$$g(\rho, \varphi, z; \rho', \varphi', z') = \frac{1}{4\pi k^2} e^{ik\Delta(\rho, z; \rho', z')} \left(\frac{k^2(\rho - \rho' \cos \Delta\varphi)(\rho \cos \Delta\varphi - \rho') + \cos \Delta\varphi}{\Delta^3(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z')} - \frac{ik \cos \Delta\varphi}{\Delta^2(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z')} + \frac{3ik(\rho - \rho' \cos \Delta\varphi)(\rho \cos \Delta\varphi - \rho')}{\Delta^4(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z')} - \frac{3(\rho \cos \Delta\varphi - \rho' \cos \Delta\varphi)(\rho - \rho' \cos \Delta\varphi)}{\Delta^3(\bar{\rho}, z; \bar{\rho}', z')} \right)$$



Вихревая компонента функции Грина $G_{\epsilon_1}^r(k, r, r')$ круглого резонатора

Рис. 1

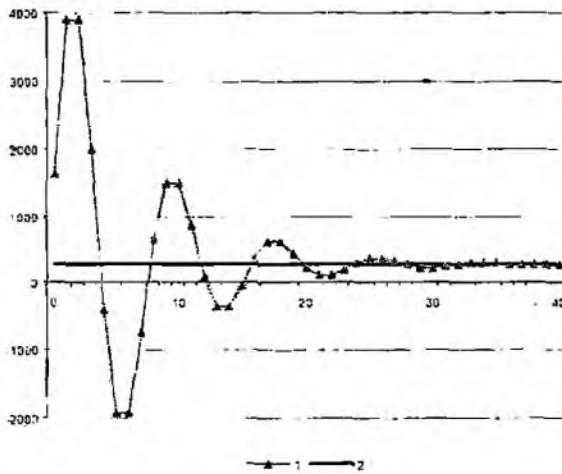
(2)–(7), где в последнем случае особенности тензорной функции Грина выделены в явном виде. Эффективность вычислений $\bar{G}_{\epsilon_1}^r(k, r, r')$ в форме (2)–(7) проиллюстрирована рис. 1–3. Зависимость вихревой составляющей компонента функции Грина критического круглого резонатора $G_{\epsilon_1}^r(k, r, r')$ и производной $\frac{\partial}{\partial z} G_{\epsilon_1}^r(k, r, r')$ от номера азимутальной гармоники m изображено на рис. 1 и 2 соответственно ($k=12,56 \text{ м}^{-1}$; $R=0,08 \text{ м}$; $\rho=0,07 \text{ м}$; $\rho'=0,08 \text{ м}$, $z=0,0825 \text{ м}$;

$z'=0,0835 \text{ м}$; $\varphi=0$; $\varphi'=\pi/4$; $\frac{|\bar{r}-\bar{r}'|}{\lambda}=0,0194$). Производную $\frac{\partial}{\partial z} G_{\epsilon_1}^r(k, r, r')$ как функцию $(z-z')$ показано на рис. 3. Кривые 1 и 2 описывают случай, когда сингулярности не выделены и выделены соответственно. Согласно рис. 3 ряды по системе ТЕ и ТН волн круглого резонатора расходятся (кривая 1) для $|z-z'| < 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$; при выделении сингулярности в явном виде (кривая 2) ряды сходятся для $\forall (z-z')$. Отметим, что все компоненты $G_{\epsilon_1}^r(k, r, r')$ являются действительными величинами.

Отметим, что задача построения $\bar{G}_{\epsilon_1}^r(k, r, r')$ решена как задача дифракции потенциальной и вихревой составляющих тензорной расходящейся сферической волны напряженности электрического поля на стенках круглого резонатора. При этом потенциальная и вихревая части соответствуют скалярному и векторному потенциалам. Использовано представление сферической волны в виде спектра неоднородных цилиндрических волн, расходящихся в двух противоположных направлениях вдоль радиуса, т.е. использовано истокообразное представление [11, с.42] сферической волны в радиальном направлении.

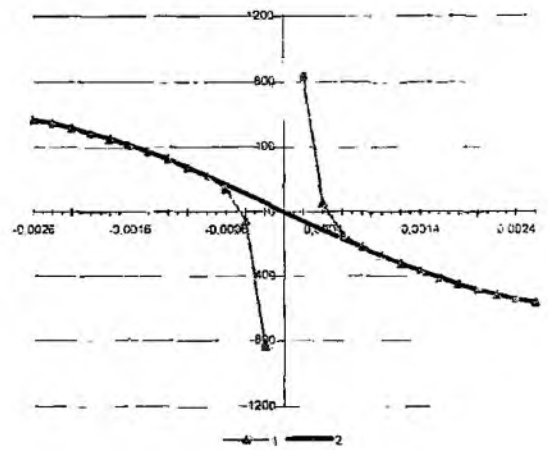
2 Числовые результаты

Разработан алгоритм вычисления $\bar{G}_{\epsilon_1}^r(k, r, r')$ в виде ТЕ и ТН волн круглого волновода и в форме



Производная вихревой компоненты
 $\frac{\partial}{\partial z} G_{e_{11}}^r(k; r, r')$ круглого резонатора

Рис. 2



Производная вихревой компоненты
 $\frac{\partial}{\partial z} G_{e_{11}}^r(k; r, r')$ в окрестности точки источника

Рис. 3

Выводы

Впервые задача построения функции Грина для поля круглого резонатора решена как задача дифракции вихревой и потенциальной составляющих расходящейся тензорной сферической волны напряженности электрического поля на стенках круглого резонатора.

Потенциальная и вихревая составляющие напряженности электрического поля обусловлены соответственно скалярным и векторным потенциалами или распределениями зарядов и токов в точке источника.

Выделение особенности напряженности электрического поля в явном виде в окрестности источника тока позволило создать эффективный алгоритм вычисления электрической функции Грина при произвольной электрической длине неоднородностей в круглом резонаторе.

Список литературы: 1. Довгий С.О., Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений. Теория та застосування: Київ: Наук. думка, 2004. 510 с. 2. Гандель Ю.В., Загинайлов Г.И., Стещенко С.А. Строгий электродинамический анализ резонаторных систем коаксиальных гиротронов // Журнал технической физики. 2004. Т.74, вып.7. С.81-89. 3. Теряев В.Е. Развитие метода интегральных уравнений в расчетах СВЧ резонаторов. Препринт ИФВЭ 2002-28. Протвино 2002. 26 с. 4. Prijmenko S.D., Khizhnyak N.A. To calculation of electrodynamic characteristics of the H-type accelerating structure // Радиотехника. 2001. Вып. 117. С. 85-87. 5. Комиров Д.А. Расчет электродинамических характеристик многолучевых структур ускорителей тяжелых ионов методом интегральных уравнений: Автореферат дис ... канд. физ.-мат. наук. М.: МИФИ, 2003. 14 с. 6. Диканский Р.С., Пестриков Д.В. Физика интенсивных пучков в накопителях. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние. 1989. 336 с. 7. Levin H., Schwinger J. On the theory of electromagnetic wave diffraction by an aperture in an infinite plane conducting screen // Communication on pure and appl. Mathematics. 1950. V.3. P. 355-368. 8. Tai C., Rozenfeld P. Different representation of dyadic Green's functions for a rectangular cavity // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1976. V. MTT-24. P. 597-601. 9. Prijmenko S.D., Bondarenko L.A. Effective calculation algorithm to the Green's function of a circular cavity. // Proc. of 2-nd Intert. Radio Electr. Forum (IREF'2005). Vol.5 / Inter. Conf. "Microwave of Optoelectronics" (ICMO'2005), Sept. 19-23, 2005. Kharkov, Ukraine. P. 57-60. 10. Приймченко С.Д., Бондаренко Л.А. О построении функции Грина круглого резонатора // Тр. 12-го Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ 2005). Харьков-Херсон, 2005. С.38-41. 11. Марков Г.Т., Васильев Э.Н. Математические методы прикладной электродинамики. М.: Сов. радио, 1970. 120 с.

Национальный Научный Центр
 «Харьковский физико-технический институт»

Поступила в редакцию 15.03.2007

ОСОБЕННОСТИ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ПРИВОДЯЩИЕ К АНОМАЛЬНОМУ ЭФФЕКТУ

Введение

Известно большое количество экспериментальных наблюдений аномального рассеяния («спайков»), когда поперечник обратного рассеяния при локации морской поверхности для горизонтальной поляризации (НН или E -случай) оказывается больше, чем для вертикальной (VV или H -случай) [1-3]. Экспериментальные и теоретические исследования «спайков», возникающих при рассеянии от морской поверхности, показывают, что существуют различные механизмы данного явления. Приблизительно 30% наблюдаемых при рассеянии от морской поверхности «спайков» связывают с активно разрушающимися волнами, а остальные – с пологими волнами [2]. Считается также, что спайки могут быть вызваны многократным рассеянием от неровностей водной поверхности [1], капиллярными волнами [3] или эффектом Брюстера [4].

В настоящей работе предлагается еще один механизм, который может вызывать аномальное рассеяние, – связанный только с геометрией рассеивателя. Учитывая, что, согласно закону Архимеда, гравитационная волна содержит как выступ, так и впадину, при исследовании аномального рассеяния от такой волны необходимо исключить возможное влияние резонансов внутренней области на рассеянное поле. Проблема нахождения единственного решения задачи рассеяния от выемки в полупространстве не была решена приемлемым для исследований методом до недавнего времени, когда в работах [5–8] было получено такое решение наиболее эффективным образом, автоматически учитывающем граничные условия на бесконечной границе раздела: вакуум – металл. При этом в работах [5–6] было получено строгое решение канонической задачи 2-D рассеяния E - и H -поляризованной волны на полукруглой выемке в металлическом полупространстве, а в работах [7–8] предложен новый метод Галеркина – Рэлея решения задач рассеяния для произвольной выемки. Применение метода Галеркина – Рэлея вместе с решением канонических задач позволяет исследовать большой круг задач рассеяния электромагнитных волн от неровностей морской поверхности любой формы в том диапазоне частот, когда возможна замена морской поверхности – металлической. Преимущество названных методов, в сравнении с известными методами решения интегральных уравнений на всей границе раздела, которые также дают единственное решение, заключается в существенном уменьшении вычислительной сложности, что позволяет исследовать рассеяние от неровностей любой формы. В настоящей работе эти методы использованы для исследования аномального рассеяния от морской поверхности.

Проявление «спайк»-эффекта в некоторых задачах рассеяния

Принципиальная возможность образования «спайков», возникающих при рассеянии от металлического выступа на идеально проводящем полупространстве, продемонстрирована на рис. 1, а для полукруглого цилиндра (задача Рэлея). Здесь можно наблюдать, что при любых углах падения отношение поперечников обратного рассеяния (НН/VV) становится больше единицы с возрастанием электрического размера (ka) рассеивателя. В основном это отношение колеблется около единицы с возрастанием ka . Это отчетливо видно при угле локации 30° (жирная кривая 5), так как период колебаний уменьшается с возрастанием угла локации. Уже такой простой пример показывает, что рассеяние от выпуклой части гравитационных волн может, в принципе, способствовать возникновению «спайк»-эффекта.

Рассеяние от вогнутой части гравитационной волны для горизонтальной и вертикальной поляризации исследовали для случая полукруглой выемки на идеально проводящем полупространстве [5, 6]. Рис. 1, б демонстрирует поведение отношения поперечников обратного рассеяния (НН/VV, dB) для этого случая при возрастании ka для некоторых углов

локации. В отличие от случая с рассеянием от полукруглого выступа, аномальное рассеяние возможно только при больших углах локации ($g > 30$). Это показывает, что рассеяние от вогнутой части гравитационной волны может приводить к «спайк»-эффекту, когда падающее поле освещает вогнутую часть гравитационной волны. Именно такая ситуация может наблюдаться для малых углов локации при рассеянии от гравитационных волн близких к обрушению. На рис. 1, *г* показана модель гравитационной волны (1) в случае движения волны от радара, для следующих углов локации: кривая 1 – 0,1; кривая 2 – 3; кривая 3 – 5; кривая 4 – 10; кривая 5 – 30; кривая 6 – 5

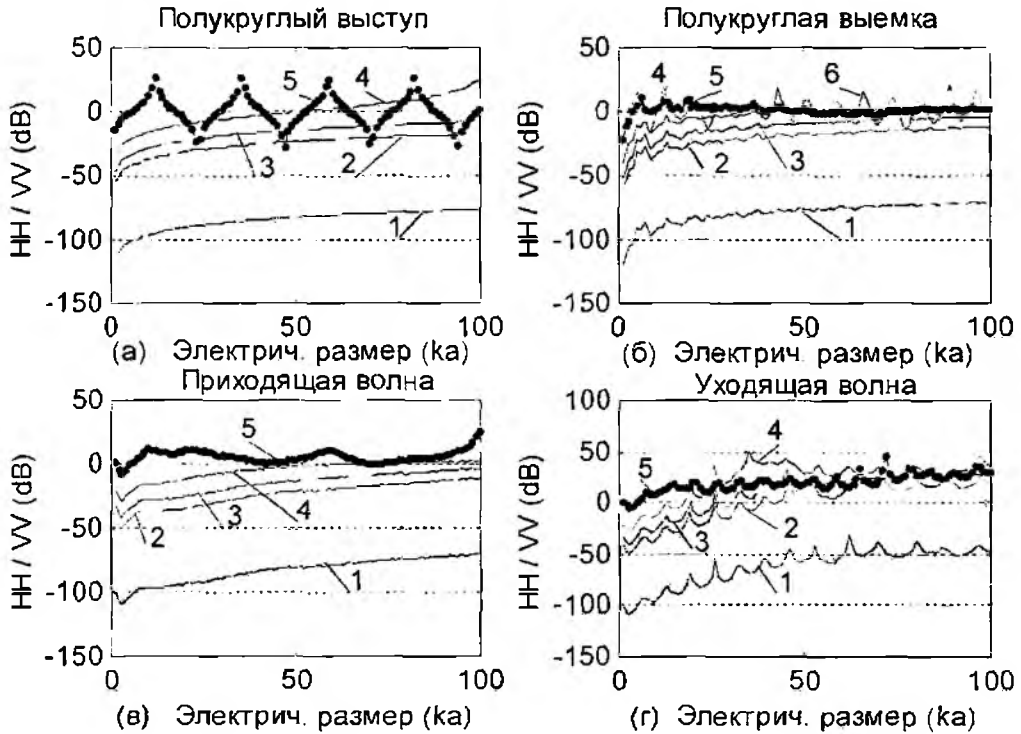


Рис. 1

Принципиальная возможность появления «спайк»-эффекта при рассеянии от реальных гравитационных волн исследована на простой модели волны, приближенно удовлетворяющей принципу Архимеда. Функция, описывающая профиль такой волны, определяется уравнением

$$y = e^{-10|x/a|} \sin(2\pi x/a) \quad (1)$$

и ее график изображен на рис. 2. Данная функция является достаточно хорошим приближением к реальной гравитационной волне, учитывая, что производные $y'(\pm a)$ равны нулю с большой точностью для исследуемых размеров рассеивателя.

Задачи Дирихле и Неймана для рассеивателей, которые имеют и выступ, и углубление, присутствующие в каждой гравитационной волне, были решены с помощью метода разделения областей [7–8]. При этом рассеиватель помещается внутрь полукруглой области D_2 , имеющей внешнюю границу Γ_1 , а внутреннюю Γ_2 (рис. 2).

Внешнее поле представляется как сумма падающего, отраженного и рассеянного полей:

$$u^-(\rho, \varphi) = e^{-jk\rho \sin(i_0 - \varphi)} + h e^{-jk\rho \sin(i_0 + \varphi)} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n H_n^{(2)}(k\rho) e_n(\varphi), \quad (2)$$

где

$$h = \begin{cases} -1, E - \text{случай} \\ 1, H - \text{случай} \end{cases} \quad (3)$$

$$e_n(\varphi) = \begin{cases} \sin n\varphi, E - \text{случай} \\ \cos n\varphi, H - \text{случай} \end{cases} \quad (4)$$



Рис. 2

При таком представлении автоматически выполняются граничные условия на металлическом полупространстве. Внутреннее поле в D_2 представляется в виде суммы потенциала простого слоя для задачи Дирихле или потенциала двойного слоя для задачи Неймана и ряда Рэлея по функциям Бесселя:

$$u^+(\vec{r}) = \int_{\Gamma_2} G(\vec{r}, \vec{r}_2') \psi(\vec{r}_2') dl' + \sum_{n=0}^{\infty} b_n J_n(k\rho(\vec{r})) e_n(\varphi(\vec{r})). \quad (5)$$

где

$$G(\vec{r}, \vec{r}_2') = \begin{cases} \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}_2'|), E - \text{случай} \\ \frac{1}{4j} \frac{\partial}{\partial n'} H_0^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}_2'|), H - \text{случай} \end{cases} \quad (6)$$

Граничные условия на границе Γ_1 позволяют аналитически решить систему уравнений для модальных коэффициентов. Использование граничных условий на границе рассеивателя Γ_2 приводит к интегральному уравнению 1-го рода с логарифмической особенностью для задачи Дирихле и к уравнению с гиперсингулярным ядром для задачи Неймана. Вводя в этих уравнениях параметризацию контура Γ_2

$$\vec{r}_2(t) = (x_2(t); y_2(t)), t \in \begin{cases} [0; \pi], E - \text{случай} \\ [0; 2\pi], H - \text{случай} \end{cases} \quad (7)$$

и представляя неизвестную функцию в виде

$$\psi(\bar{r}_2(t)) = \sum_n c_n v_n(t), \quad (8)$$

где

$$v_n(t) = \begin{cases} \sin nt, & n = \overline{1, \infty}, t \in [0; \pi]. \text{ } E\text{-случай} \\ e^{int}, & n = \overline{-\infty, \infty}, t \in [0; 2\pi]. \text{ } H\text{-случай} \end{cases}, \quad (9)$$

указанные уравнения можно свести к уравнениям Фредгольма. Строгие решения этих уравнений были получены в [9–10]. Как было отмечено, метод разделения областей позволяет получить единственное решение для E - или H -задачи рассеяния для любой неровности на металлическом полупространстве наиболее экономичным путем, так как граничные условия на металлическом полупространстве выполняются автоматически и все вычисления проводятся только на границе неровности.

Отношение поперечников обратного рассеяния, $HH/VV(dB)$, в случае рассеяния от простейшей модели гравитационной волны показано на рис. 1, в, з. На рис. 1, в показано поведение отношения HH/VV при увеличении ka для некоторых углов падения электромагнитной волны, которая рассеивается проходящей (движущейся к радару) гравитационной волной. В этом случае падающая волна «видит» сначала углубление гравитационной волны, а затем выступ. Согласно результатам, показанным на рис. 1, а, б, поляризационное отношение уменьшается при малых углах локации. Тем не менее, «спайк»-эффекты также возможны в этом случае, но только при больших углах падения (жирная кривая 5 на рис. 1, в для $g = 30$). Это согласовывается с характеристиками рассеяния от полукруглой выемки (рис. 1, б).

Рис. 1, з показывает поведение отношения HH/VV с увеличением ka для некоторых углов падения электромагнитной волны, которая рассеивается уходящей гравитационной волной. В этом случае падающее поле «видит» сначала выступ, а затем углубление гравитационной волны. При такой конфигурации обнаруживается очень сильный «спайк»-эффект при малых углах локации с максимумом при угле локации в 10° (кривая 4).

Выводы

Проведенные исследования позволяют сделать предположение, что проявление «спайк»-эффекта может быть объяснено также особенностями геометрии рассеивателя. Новый метод решения задач рассеяния на металлическом полупространстве с неровностью позволил изучить характеристики рассеяния от гравитационных волн на примере простейшей модели таких волн. На основе полученных результатов можно предположить, что выпуклая и вогнутая части гравитационной волны могут приводить к аномальному рассеянию. При этом, эффект аномального рассеяния в большей степени проявляется на уходящих от радара волнах, чем на проходящих волнах. Это подтверждается и экспериментальными наблюдениями. Кроме того, исследование аномального рассеяния на полукруглой выемке, проведенное в настоящей работе, показало наличие ярко выраженного «спайк»-эффекта при угле локации больше 30° . Это говорит о возможности аномального рассеяния от гравитационных волн, находящихся в непосредственной близости к разрушению, когда волна содержит вогнутую часть, апертура которой наклонена примерно на 70° к горизонту. При малых углах локации угол между волновым вектором падающей волны и нормалью к апертуре выемки соответствует рассмотренному на рис. 1, б случаю возникновения аномального рассеяния при угле локации больше 30° . Порядок превышения поперечника обратного E -рассеяния над поперечником обратного H -рассеяния в $5-10 dB$, полученный теоретически, соответствует экспериментальным наблюдениям при локации активного моря. Безусловно, аномальное рассеяние может появляться не только благодаря особенностям дифракции на неровностях морской поверхности. Существенную роль здесь может играть также селективная поглощательная способность реальной морской поверхности. В зависимости от частоты падающего поля эти эффекты могут вносить вклад разного порядка в аномальное рассеяние, и оба эффекта необходимо учитывать при анализе результатов локации морской поверхности. Исследование влияния ка-

пиллярных волн на возникновение «спайк»-эффекта также может быть проведено в рамках использованного в настоящей работе метода.

Список литературы: 1. *Lee P H Y., Barter J. D., Beach K. L., Lake B. M., Rungaldier H., Thompson H. R and Yee R. Scattering from breaking gravity waves without wind // IEEE Trans. Antennas and Propag. Vol. 46, P. 14-26, Jan. 1998.* 2. *Liu Y., Frasier S. G. and McIntosh R. I Measurement and classification of low-grazing-angle radar sea spikes // IEEE Trans. Antennas and Propag. Vol. 46, P. 27-40, Jan. 1998.* 3. *Sletten M A Multipath scattering in ultrawide-band radar sea spikes // IEEE Trans. Antennas and Propag. Vol. 46, P. 45-56, Jan. 1998.* 4. *Zavorotny V. U., Voronovich A. G. Two-scale model ocean radar Doppler spectra at moderate- and low-grazing angles // IEEE Trans. Antennas and Propag. Vol. 46, P. 84-92, Jan. 1998.* 5. *Tyzhnenko A. G. Two-dimensional TE-plane wave scattering by a dielectric loaded semicircular trough in a ground plane // Electromagnetics. Vol. 24, P. 357-368, June 2004.* 6. *Tyzhnenko A. G. A unique solution to the 2-D H-scattering problem for a semicircular trough in a PEC ground plane // PIER, Progress in Electromagnetic Research. Vol. 54 P. 303-319, 2005.* 7. *Tyzhnenko A. G. Hybrid Galerkin-Rayleigh method: a unique solution for E-scattering from 2-D roughness on a PEC ground plane // Journal of Applied Electromagnetism. Vol. 7, P. 23-38, No. 1, Dec. 2005, Athens.* 8. *Ryznik Y V., Tyzhnenko A. G. A Unique Solution for H-Scattering from 2-D Roughness on a PEC Plane // 18th International Conference on Applied Electromagnetics and Communications, ICECom 2005, Dubrovnik, Croatia. P. 1-4.* 9. *Tyzhnenko A. G. Convergent Galerkin MoM solver for the EFIE in two dimensions // Electromagnetics. Vol.25, P. 217-229, Apr. 2005.* 10. *Tyzhnenko A. G., Ryznik Y V. Convergent Galerkin MoM Solution for 2-D H-scattering from screens // Electromagnetics. Vol., 25, P. 329-341, May 2005.*

*Харьковский национальный
экономический университет*

Поступила в редколлегию 22 01 2007

РАССЕЯНИЕ ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ИСТОЧНИКА НА КОНУСЕ С ПРОДОЛЬНЫМИ ЩЕЛЯМИ

Введение

Изучение особенностей и закономерностей распространения нестационарных электромагнитных импульсных полей в присутствии тел является одной из актуальных задач современной радиофизики. Результаты исследования таких задач могут быть эффективно использованы при проектировании и разработке сложных радиотехнических систем. Поскольку объекты с угловыми размерами характеризуются широкополосными свойствами, эти структуры применяются при формировании импульсных сигналов [1]. К таким структурам, в частности, относятся конусы, поверхности которых обладают переменной кривизной, что усложняет построение математической модели рассеяния на них импульсных полей. Наличие неоднородностей на конических поверхностях значительно расширяет рамки применения результатов исследования соответствующих нестационарных краевых задач и существенно усложняет их решение. Одним из распространенных современных методов исследования нестационарных задач является численный метод конечных разностей (FDTD) [2], который хорошо зарекомендовал себя при решении внутренних задач нестационарной электродинамики, чего нельзя сказать о внешних краевых задачах. При решении последних с использованием метода FDTD возникают трудности с выполнением условия на бесконечности.

Цель работы – исследование задачи рассеяния поля нестационарного источника на полубесконечном идеально проводящем конусе с периодическими продольными щелями с помощью аналитико-численного метода, основанного на применении интегральных преобразований Мелера-Фока [3] и метода задачи сопряжения. В процессе решения нестационарных электродинамических краевых задач этим методом не возникает трудностей, связанных с условиями на бесконечности

Постановка задачи. Функциональные уравнения

Пусть неограниченная идеально проводящая незамкнутая коническая структура Σ с углом раскрытия 2γ и N периодическими продольными щелями облучается полем нестационарного точечного источника (рис. 1). Через d и $l = 2\pi/N$ обозначим ширину щелей и период конической структуры. Ширина щелей и период – величины двугранных углов, которые образованы плоскостями, проведенными через ось структуры и ребра конических лент. Во введенной сферической системе координат r, θ, φ с началом конус Σ определяется уравнением $\theta = \gamma$. Точечный источник включения (электрический, $\chi = 1$, или магнитный, $\chi = 2$, диполь) с моментом

$$\vec{P}^{(\chi)}(\vec{r}, t) = \vec{M}^{(\chi)} \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) f(t - t_0) \quad (1)$$

расположен в точке $B(\vec{r}_0)$, где $\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ – дельта-функция, а функция $f(t - t_0)$ определяет зависимость поля источника от времени, $f(t - t_0) = 0$, $t < t_0$ (источник включается в момент времени $t = t_0$). Среда, в которую помещены коническая поверхность и источник, является однородной, изотропной и стационарной с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ . Требуется найти электромагнитное поле $\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{H}(\vec{r}, t)$ в присутствии конической структуры и источника, удовлетворяющее в каждый момент времени уравнениям Максвелла, принципу причинности, краевому условию на конической поверхности Σ

$$\vec{n} \times \vec{E} \Big|_{\Sigma} = 0, \quad (2)$$

\vec{n} – единичный вектор нормали к поверхности Σ , условию конечности энергии. Начально-краевая задача в такой постановке имеет единственное решение. Искомое поле представим в виде

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) + \vec{E}_1(\vec{r}, t), \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0(\vec{r}, t) + \vec{H}_1(\vec{r}, t), \quad (3)$$

где $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$, $\vec{H}_0(\vec{r}, t)$ – поле источника, $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$, $\vec{H}_1(\vec{r}, t)$ – поле, обусловленное присутствием конической структуры (рассеянное поле). Для определенности считаем диполь радиальным, в связи с чем (1) принимает вид

$$\vec{P}_r^{(x)}(\vec{r}, t) = \bar{M}_r^{(x)} \bar{e}_r \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) f(t - t_0).$$

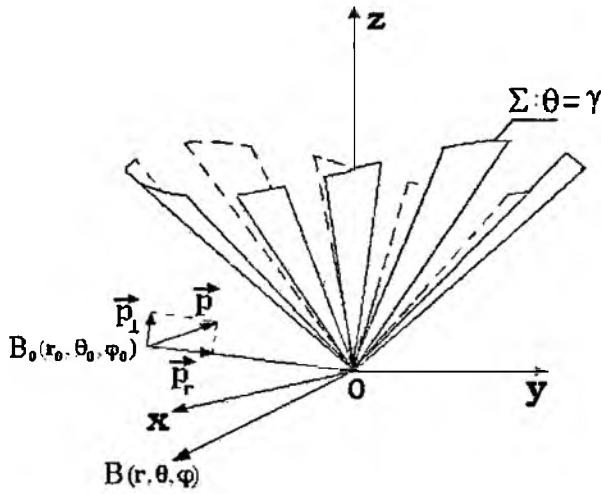


Рис. 1

Решение поставленной начально-краевой задачи ищем с помощью электрического ($\chi = 1$) или магнитного ($\chi = 2$) потенциалов Дебая $v^{(x)}(\vec{r}, t)$, которые в каждый момент времени удовлетворяют четырехмерному волновому уравнению всюду вне конуса и источника, принципу причинности, краевому условию Дирихле ($\chi = 1$) или Неймана ($\chi = 2$) рис. 1 на лентах конуса, условию конечности энергии. В соответствии со структурой поля (3) потенциал $v^{(x)}(\vec{r}, t)$ запишем так:

$$v^{(x)}(\vec{r}, t) = v_0^{(x)}(\vec{r}, t) + v_1^{(x)}(\vec{r}, t),$$

$$v_0^{(x)} = -\frac{M_r^{(x)}}{4\pi r_0 \varepsilon^{2-\chi} \mu^{\chi-1}} \frac{1}{R} f(t - t_0 - \frac{1}{a} R) \eta(t - t_0 - \frac{1}{a} R)$$

– потенциал источника, $a^2 = 1/\varepsilon\mu$. $\eta(\xi)$ – функция Хевисайда, $R = |\vec{r} - \vec{r}_0|$, $v_1^{(x)}(\vec{r}, t)$ – соответствующий рассеянному полю искомый потенциал Дебая, который записываем в виде интеграла Меллера-Фока [3]

$$v_1^{(x)}(\vec{r}, t) = \frac{a M_r^{(x)}}{4\pi r r_0^2 \varepsilon^{2-\chi} \mu^{\chi-1}} \eta(t - t_0 - \frac{r+r_0}{a}) \times$$

$$\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-1)^m e^{-im\varphi_0} \int_0^\infty \tau i h \pi \tau \frac{\Gamma(1/2 - m + i\tau)}{\Gamma(1/2 + m + i\tau)} \hat{b}_{m,\tau}^{(x)} \hat{U}_{m,\tau}^{(x)}(\theta, \varphi) \Phi_{\tau}(t, r) d\tau \quad (4)$$

$$\Phi_{\tau}(t, r) = \int_{\frac{r-r_0}{a}}^{t-t_0} f(t - t_0 - z) P_{-1/2+i\tau}(chb(z)) dz, \quad chb(z) = \frac{a^2 z^2 - r^2 - r_0^2}{2rr_0},$$

$$\hat{U}_{m,\tau}^{(x)}(\theta, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{m,n}^{(x)} \frac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\pm \cos \theta)}{d^{\chi-1}} e^{i(m+nN)\varphi}, \quad (5)$$

где $\Gamma(y)$ – гамма-функция, $P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos \theta)$ – функция Лежандра 1-го рода, $\hat{b}_{m,\tau}^{(x)}$ – известные, а $x_{m,n}^{(x)}$ – неизвестные коэффициенты, $\frac{m}{N} = \bar{m}_0 + \bar{\nu}$, \bar{m}_0 – ближайшее целое число к $\frac{m}{N}$, $-1/2 \leq \bar{\nu} < 1/2$. Верхние знаки в аргументах функций Лежандра в (5) соответствуют области $0 < \theta < \gamma$, а нижние – области $0 < \theta < \pi$. Для нахождения неизвестных коэффициентов используем краевое условие (2) на лентах конуса Σ и условие непрерывности поля в щелях. вследствие чего получаем функциональные уравнения для $x_{m,n}^{(x)}$ вида

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{m,n}^{(x)} e^{inN\varphi} = e^{imN\varphi}, \text{ ленты,} \quad (6)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} [N(n+v)]^{\rho(\chi)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_n^{(\chi)}) x_{m,n}^{(\chi)} e^{in\chi_0} = 0, \text{ шели } \Sigma_2, \quad (7)$$

$$[N(n+v)]^{\rho(\chi)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_n^{(\chi)}) = \frac{(-1)^{(n+v)/N+\chi-1} ch\pi\tau \Gamma(1/2+i\tau+(n+v)N)}{\pi(\sin\gamma)^{1-\rho(\chi)} \Gamma(1/2+i\tau-(n+v)N)} \times$$

$$\times \frac{1}{\frac{d^{\chi-1}}{d\gamma^{\chi-1}} P_{-1/2+i\tau}^{(n+v)N}(\cos\gamma) \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma^{\chi-1}} P_{-1/2-i\tau}^{(n+v)N}(-\cos\gamma)}, \rho(\chi) = (-1)^{\chi-1}.$$

Коэффициенты $x_{m,n}^{(\chi)}$ являются решением системы функциональных уравнений (6), (7), которые методом полуобращения сводятся к решению системы линейных алгебраических уравнений второго рода фредгольмовского типа (СЛАУ-2) [4]. Для произвольных соотношений между параметрами конической структуры решение СЛАУ-2 может быть получено методом редукции, а в случае узкого или полупрозрачного конуса – также методом последовательных приближений.

Аналитическое решение

При осесимметричном возбуждении электрическим диполем узкого конуса ($\gamma \ll 1$) с N продольными щелями решение СЛАУ-2 имеет вид

$$x_0^{(1)} = 1 - \frac{\ln((1-u)/2)}{2N \ln(\operatorname{tg}(\gamma/2))} + O(\ln^{-2}(2/\gamma)), \quad x_n^{(1)} = O(1/\ln(2/\gamma)), \quad u = -\cos \frac{\pi d}{l}. \quad (8)$$

Учитывая (8), получаем для $U_{m,\tau}^{(1)}(\theta, \varphi)$ (5) следующее асимптотическое разложение по малому параметру γ , $\gamma < \theta < \pi$:

$$U_{m,\tau}^{(1)}(\theta, \varphi) = -\frac{1}{2 \ln \operatorname{tg}(\gamma/2)} \frac{\pi}{ch\pi\tau} P_{-1/2+i\tau}(-\cos\theta) \times$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{1}{\ln \operatorname{tg}(\gamma/2)} \left[\psi\left(-\frac{1}{2} + i\tau\right) + C - \frac{\pi i}{2} th\pi\tau + \frac{1}{N} \ln\left(\frac{1-u}{2}\right) \right] + O(\ln^{-3}(2/\gamma)) \right\}, \quad (9)$$

предполагая, что

$$\left| \frac{\frac{1}{N} \ln\left(\frac{1-u}{2}\right)}{\ln \operatorname{tg}(\gamma/2)} \right| \ll 1. \quad (10)$$

В представлении (9) $\psi(z)$ является логарифмической производной функции $\Gamma(z)$, причем $C = -\psi(0)$ [5]. Условие (10) накладывает ограничение на ширину конических лент по сравнению с углом раскрыва конуса. Для узкого конуса с продольными щелями в случае возбуждения его δ -образным электрическим диполем ($f(t-t_0) = \delta(t-t_0)$), потенциал Дебая $v_1^{(1)}(\vec{r}, t)$ вдали от поверхности конуса и его вершины имеет вид ($\theta_0 = \pi$)

$$v_1^{(1)}(\vec{r}, t) = v_{1,\text{сплю}}^{(1)}(\vec{r}, t) + Sl(\vec{r}, t) + O(\ln^{-3}(2/\gamma)), \quad (\gamma < \theta < \pi), \quad (11)$$

где

$$v_{1,\text{сплю}}^{(1)}(\vec{r}, t) = \frac{a\hat{p}^{(1)}}{8rr_0^2 \ln(2/\gamma)} \eta\left(t-t_0 - \frac{r+r_0}{c}\right) \times$$

$$\times \left[\frac{1}{\pi(chb(t-t_0) - \cos\theta)} - \frac{1}{\ln(2/\gamma)} \bar{\Phi}_1(t-t_0, r, r_0, \theta) \right], \quad \hat{p}_1 = \frac{M_r^{(1)}}{\varepsilon}$$

является потенциалом Дебая для сплошного конуса [6].

$$\bar{\Phi}_1 = \int_0^{+\infty} \frac{\tau h \pi \tau}{ch \pi \tau} \left[\psi(-1/2 + i\tau) + C - \frac{\pi i}{2} h \pi \tau \right] P_{-1/2+i\tau}(-\cos \theta) P_{-1/2+i\tau}(chb(t-t_0)) d\tau,$$

а слагаемое

$$Sl(\bar{r}, t) = -\frac{a\hat{p}^{(1)}}{8\pi r r_0^2} \eta\left(t-t_0 - \frac{r+r_0}{c}\right) \frac{1}{\ln^2(2/\gamma)} \frac{1}{N} \ln\left(\frac{1-u}{2}\right) \frac{1}{chb(t-t_0) - \cos \theta} \quad (13)$$

характеризует влияние щелей. В предельном случае неограниченного сужения до нуля ширины щелей ($d \rightarrow 0$, $u \rightarrow -1$) функция Sl (12) стремится к нулю, и в результате получаем известное асимптотическое разложение потенциала Дебая для узкого сплошного конуса [6]. Из (11), (12) видно, что слагаемое, соответствующее влиянию щелей на потенциал $u_1^{(1)}(\bar{r}, t)$ порядка $\ln^{-2}(2/\gamma)$ имеет такой же порядок, что и второй член асимптотики потенциала $u_{1, \text{спл}}^{(1)}(\bar{r}, t)$; выражение (14) существенно не влияет на $u_1^{(1)}(\bar{r}, t)$ в силу (10). По мере сужения щелей уменьшается и вклад этого слагаемого в $u_1^{(1)}(\bar{r}, t)$. Приближение для потенциала $u_1^{(1)}(\bar{r}, t)$ соответствующего полю вблизи волнового фронта, $a(t-t_0) - r + r_0 \ll 1$, получаем из (11), (12) ($\gamma < \theta < \pi$), где

$$u_{1, \text{спл}}^{(1)}(\bar{r}, t) \approx \frac{a\hat{p}^{(1)}}{8\pi r r_0^2} \frac{1}{\ln(2/\gamma)} \eta\left(t-t_0 - \frac{r+r_0}{c}\right) \left[\frac{1}{2\pi \sin^2(\theta/2)} - \frac{1}{\ln(2/\gamma)} \bar{\Phi}_1(t-t_0, r, r_0, \theta) \right],$$

$$\bar{\Phi}_1 = \frac{C}{4\pi \sin^2(\theta/2)} + \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{\tau h \pi \tau}{ch \pi \tau} \left[\psi(-1/2 + i\tau) - \frac{\pi i}{2} h \pi \tau \right] P_{-1/2+i\tau}(-\cos \theta) d\tau,$$

$$Sl(\bar{r}, t) \approx -\frac{a\hat{p}^{(1)}}{16\pi r r_0^2} \frac{1}{\ln^2(2/\gamma)} \frac{1}{N} \ln\left(\frac{1-u}{2}\right) \frac{1}{\sin^2(\theta/2)}.$$

Для полупрозрачного конуса $\Sigma: \theta = \gamma$, который определяется существованием предела

$$W_\chi = \lim_{\substack{N \rightarrow +\infty \\ d/l \rightarrow 2-\chi}} \left[-\frac{1}{N} \ln \sin\left(\frac{\pi}{2}(\chi - d/l)\right) \right] > 0. \quad (14)$$

потенциал Дебая $u_1^{(\chi)}(\bar{r}, t)$ записывается так

$$u_1^{(\chi)}(\bar{r}, t) = u_{1, \text{спл}}^{(\chi)}(\bar{r}, t) + g_{n, \text{пр}}^{(\chi)}(\bar{r}, t), \quad \gamma < \theta_0 < \pi, \quad \gamma < \theta < \pi; \quad (15)$$

слагаемое $g_{n, \text{пр}}^{(\chi)}(\bar{r}, t)$ в (15) обусловлено наличием щелей на поверхности полупрозрачного конуса Σ и

$$g_{n, \text{пр}}^{(\chi)}(\bar{r}, t) = \frac{\pi a \hat{p} \chi}{r r_0} \int_0^{+\infty} \tau h \pi \tau \hat{g}_{n, \text{пр}}^{(\chi)}(\bar{r}, t) \Phi_\pi(t, r) d\tau.$$

$$g_{n, \text{пр}}^{(\chi)}(\bar{r}, t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{a}_{m\tau} \hat{f}_{m\tau, n, \text{пр}}^{(\chi)}; \quad \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} \frac{P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \gamma_2)}{d^{\chi-1}} \frac{P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \theta_0) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \theta) e^{im\varphi}}{d\gamma_2^{\chi-1} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \gamma_2)},$$

$$\hat{f}_{m\tau, n, \text{пр}}^{(\chi)} = (2W_\chi)^{2-\chi} \frac{(A_{m\tau}^{(\chi), m}(\gamma))^{\chi-1}}{A_{m\tau}^{(\chi), m}(\gamma) + 2W_\chi},$$

где $\hat{a}_{m\tau}$ – известные коэффициенты. В случае возбуждения δ -образным импульсным электрическим радиальным диполем ($\chi = 1$) конической структуры потенциал $u_1^{(1)}(\bar{r}, t)$ имеет вид ($\gamma < \theta_0 < \pi$):

$$v_1^{(1)}(\vec{r}, t) = -\frac{a\hat{p}^{(x)}}{rr_0} \eta\left(t - t_0 - \frac{r+r_0}{a}\right) \times$$

$$\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{im\tau} \int_0^{+\infty} w_{m\tau} \tilde{P}_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta) P_{-1/2+i\tau}^m(chb(t-t_0)) d\tau, \quad 0 < \theta < \gamma, \quad (16)$$

$$v_1^{(1)}(\vec{r}, t) = -\frac{a\hat{p}^{(x_1)}}{rr_0} \eta\left(t - t_0 - \frac{r+r_0}{a}\right) \times$$

$$\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{im\tau} \int_0^{+\infty} w_{m\tau} \frac{P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\gamma)}{P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\gamma)} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta) P_{-1/2+i\tau}^m(chb) d\tau, \quad \gamma < \theta < \pi, \quad (17)$$

$$w_{m\tau} = \frac{1}{1 + 2m(1 - \varepsilon_0^{(1)})W_1} \hat{a}_{m\tau} \tau i h \pi \tau P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta_0).$$

Если источник расположен на оси конуса ($\theta_0 = \pi$), то выражения (16), (17) записываются так:

$$v_1^{(1)}(\vec{r}, t) = -\frac{a\hat{p}^{(x)}}{rr_0^2} \eta\left(t - t_0 - \frac{r+r_0}{c}\right) \times$$

$$\times \int_0^{+\infty} \frac{\tau i h \pi \tau}{D_{i\tau}^{(1)}} P_{-1/2+i\tau}(\cos\gamma) P_{-1/2+i\tau}(-\cos\gamma) P_{-1/2+i\tau}(\cos\theta) P_{-1/2+i\tau}(chb) d\tau, \quad 0 < \theta < \gamma, \quad (18)$$

$$v_1^{(1)}(\vec{r}, t) = -\frac{a\hat{p}^{(x)}}{4rr_0^2} \eta\left(t - t_0 - \frac{r+r_0}{a}\right) \times$$

$$\times \int_0^{+\infty} \frac{\tau i h \pi \tau}{D_{i\tau}^{(1)}} [P_{-1/2+i\tau}(\cos\gamma)]^2 P_{-1/2+i\tau}(-\cos\theta) P_{-1/2+i\tau}(chb) d\tau, \quad \gamma < \theta < \pi,$$

$$D_{i\tau}^{(1)} = \pi P_{-1/2+i\tau}(\cos\gamma) P_{-1/2+i\tau}(-\cos\gamma) + 2W_1 ch \pi \tau.$$

Переходя в (18) к интегрированию по мнимой оси и используя основную теорему о вычетах [7], получаем представление для $v_1^{(1)}(\vec{r}, t)$ в виде ряда

$$v_1^{(1)}(\vec{r}, t) = \frac{a\hat{p}^{(x)}}{4rr_0^2} \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{\hat{\mu}_j}{d \hat{D}_{\hat{\mu}_j}^{(1)}} P_{-1/2+\hat{\mu}_j}(\cos\gamma) P_{-1/2+\hat{\mu}_j}(-\cos\gamma) \times$$

$$\times P_{-1/2+\hat{\mu}_j}(\cos\theta) Q_{-1/2+\hat{\mu}_j}(chb(t-t_0)), \quad 0 < \theta < \gamma, \quad a(t-t_0) > r+r_0, \quad D_{\hat{\mu}_j}^{(1)} = 0. \quad (19)$$

В поздневременном приближении ($t-t_0 \gg 1$) можно ограничиться первым членом ряда (19)

$$\frac{a\hat{p}^{(x)}}{2rr_0^2} \frac{\hat{\mu}_0}{d \hat{D}_{\hat{\mu}_0}^{(1)}} P_{-1/2+\hat{\mu}_0}(\cos\gamma) P_{-1/2+\hat{\mu}_0}(-\cos\gamma) P_{-1/2+\hat{\mu}_0}(\cos\theta) Q_{-1/2+\hat{\mu}_0} \left(\frac{a^2(t-t_0)^2 - r^2 - r_0^2}{2rr_0} \right).$$

Для полупрозрачного конуса с параметром заполнения (14) $W_1 \gg 1$ и $t-t_0 \gg 1$ получаем следующее приближение для $v_1^{(1)}$:

$$v_1^{(1)} \approx -\frac{\hat{p}^{(1)}}{4\pi a r_0 W_1} (t-t_0)^{-2}, \quad 0 < \theta < \gamma,$$

при условии, что $\frac{1}{W_1} |\ln(0.5 \sin \gamma)| \ll 1$. В частном случае полупрозрачного конуса $W_1 \gg 1$ для одной из составляющих электрического поля имеем приближение вида ($\theta_0 = \pi$)

$$E_{\theta,1}^{(0)} = \frac{1}{W_1^2} \frac{a \hat{p}^{(1)}}{8\pi} r_0^{-1+1/W_1} r_0^{-1+1/W_1} \frac{h(t-t_0, r, r_0) \operatorname{tg}(\theta/2)}{a^2(t-t_0)^2 - r^2 - r_0^2}, \quad 0 < \theta < \gamma, \quad (20)$$

$$h(z, r, r_0) = \frac{a^2 z^2 + r^2 - r_0^2}{\sqrt{a^2 z^2 - (r+r_0)^2} \sqrt{a^2 z^2 - (r-r_0)^2}}.$$

Приближении (20) является одномодовым и соответствует:

- 1) случаю близкого расположения источника поля вблизи вершины конуса ($r_0 \ll 1$);
- 2) приближению в установившемся режиме ($t-t_0 \gg 1$);
- 3) расположению точки наблюдения в непосредственной близости к вершине конуса ($r \ll 1$).

Анализ поля показал, что в одномодовом приближении (20) ($r_0 \ll 1$) максимум $|E_{\theta,1}^{(0)}|$ достигается при $\theta = \gamma$ (поверхность полупрозрачного конуса), однако на оси конуса ($\theta = 0$) величина $|E_{\theta,1}^{(0)}|$ равна нулю. Следовательно, в случае близкого расположения источника к вершине полупрозрачного конуса при осесимметричном возбуждении его электрическим радиальным диполем поле на оси конуса пренебрежимо мало.

Заключение

Проведено исследование в строгой постановке задачи возбуждения импульсным источником идеально проводящей конической поверхности с периодически прорезанными вдоль образующих щелями. Показано, что на основе использования интегрального преобразования Мелера-Фока начально-краевая электродинамическая задача эквивалентна решению систем линейных уравнений относительно коэффициентов Фурье разложения составляющих электромагнитного поля по одной из пространственных координат. В случае возбуждения δ -образным электрическим радиальным диполем узкого конуса, а также полупрозрачной структуры получены аналитические решения исходной задачи, приведены формулы для одномодового приближения, которые могут быть эффективно использованы на стадиях проектирования и разработки современных сверхширокополосных антенных систем и радиолокационных комплексов.

Список литературы: 1. Астанин Л.Ю., Костылев А.А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. М.: Радио и связь, 1989. 191 с. 2. Taflov A. Application of the finite-difference time-domain method to sinusoidal steady-state electromagnetic-penetration problems // IEEE Trans. Electromagn Compat. 1980. V. EMC-22. № 8. P. 191-202. 3. Doroshenko V.A., Kravchenko V.F., Pustovoi V.I. Meller-Fock transformations in problems of wave diffraction on unclosed structures in the time region // Doklady Physics. 2005, No. 11. P. 560-564. 4. Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф. Рассеяние поля электрического диполя на конической структуре с продольными щелями // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45. № 7. С. 792-798. 5. Бейтмен Г., Эрдеи А. Высшие трансцендентные функции. В 3-х т. Т. 1. М.: Наука. 1973. 407 с. 6. Chan K.-K., Felsen L. Transient and time-harmonic diffraction by a semi-infinite cone // IEEE Trans. on Antennas & Propagat. 1977. V. AP-25, № 6. P. 802-806. 7. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736с.

Харьковский национальный
университет радиозлектроники

Поступила в редколлегию 30.01.2007

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛА НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ С ЗАДАНЫМИ КОРРЕЛЯЦИОННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Постановка задачи

При ионосферных исследованиях методом некогерентного рассеяния (НР) возможны два варианта реализации этого метода [1].

В первом из них передатчик работает в непрерывном режиме, используя передающую антенну. диаграмма направленности которой ориентирована либо вертикально вверх, либо наклонно. Приемная антенна (их может быть несколько) отнесена от передающей на расстояние до 200 км, и ее диаграмма направленности нацеливается так, что пересекает луч передающей антенны на конкретном высотном интервале. Изменяя направление луча, к примеру используя фазированную антенную решетку, можно получить вертикальное распределение спектров рассеяния (или автокорреляционных функций), которые, повторяя локальные спектры флуктуаций электронной плотности, содержат информацию о параметрах плазмы.

Во втором варианте для излучения и приема используется приемо-передающая антенна а передатчик работает в импульсном режиме. Радиолокационная развертка разбивается на участки, на каждом из них оцениваются локальные параметры ионосферной плазмы, и в итоге получают вертикальное распределение параметров ионосферы.

Проблема состоит в том, что во втором случае на измеренный спектр флуктуаций электронной плотности (или АКФ) оказывает влияние импульсный характер зондирования. Усложняется выделение параметров среды, и, самое неприятное, появляется неопределенность. Она связана с тем, что измеренные спектр или автокорреляционная функция сигнала рассеяния, согласно выводам работ [2, 3], подвергаются методическим преобразованиям, и характер этих преобразований зависит от закона распределения плотности электронов в пределах импульсного объема. При используемых режимах зондирования этот закон трудно определить однозначно, хотя и существуют различные алгоритмические способы его учета. Это приводит к тому, что по ходу измерений из-за неопределенности в обратной задаче рассеяния практически невозможно установить, насколько адекватное решение в процессе оценки параметров принимает система обработки в конкретной ионосферной ситуации.

Цель исследований

Цель исследований состоит в синтезе алгоритмов, направленных на моделирование сигнала НР с заданным вектором ионосферных параметров, с тем, чтобы иметь возможность корректировать алгоритм функционирования системы обработки радиолокатора НР.

Анализ особенностей расчета АКФ сигнала НР

В работе [3] рассмотрен один из подходов к тому, как получить псевдослучайный сигнал с заданной автокорреляционной функцией. Известны варианты имитаторов с жесткой структурой на базе аналоговых и цифровых фильтров [4]. В представляемой статье предлагается иной подход, который предполагает использование специализированного кодирования сигнала на выходе программно управляемого стандартного синтезатора частот. Рассмотрим эту процедуру подробнее.

Как уже отмечалось, АКФ сигнала рассеяния $R_{\text{HP}}(\tau)$ при импульсной работе радиолокатора некогерентного рассеяния отличается от АКФ флуктуаций электронной плотности, что связано с перемещением зондирующего импульса в ионосфере [2]. Для случая, когда зондирование осуществляется идеально прямоугольными радиоимпульсами длительностью T , а при корреляционной обработке используют выборки той же длительности, изменение описывается произведением (здесь и далее по тексту масштабные множители опущены) вида

$$R_{\text{НР}}(\tau) \propto \begin{cases} R_{\Phi}(\tau) \cdot k_h(h_0, \tau) \cdot \frac{(T-\tau)^2}{T^2}, & 0 \leq \tau \leq T, \\ 0, & \tau > T. \end{cases} \quad (1)$$

В этом выражении $R_{\Phi}(\tau)$ – АКФ флуктуаций плотности электронов, $k_h(h_0, \tau)$ – коэффициент, зависящий от закона распределения плотности электронов в интервале высот $[h_0 - c \cdot \frac{T}{2}, h_0 + c \cdot \frac{T}{2}]$. В частном случае этот коэффициент равен константе, если в указанных высотных пределах мощность сигнала НР изменяется по линейному закону. В этом случае зависимость (1) упрощается и при дискретном представлении сигнала НР, когда шаг дискретизации и шаг по задержке равны τ_s , приобретает вид

$$R_{\text{НР}}(k \cdot \tau_s) = R_{\text{НР}}(k) \propto \begin{cases} R_{\Phi}(k \cdot \tau_s) \cdot \frac{(n-k)^2}{n^2}, & 0 \leq k \leq n-1, \\ 0, & \tau \geq n. \end{cases} \quad (2)$$

Из теории НР известно, что энергетический спектр $\sigma^2(\omega)$ сигнала рассеяния на флуктуациях электронной плотности при длине рабочей волны λ_0 значительно большей, чем дебаевский радиус экранирования, сосредоточен вблизи f_0 в относительно узкой полосе частот. Ширина спектра в основном определяется температурой ионов и их массой. В то же время АКФ $R(\tau)$ и энергетический спектр $\sigma^2(\omega)$ случайного стационарного процесса, которые характеризуют некогерентное рассеяние, связаны соотношением Винера-Хинчина [5]. Следовательно, для сигнала некогерентного рассеяния, сохраняя достаточную для практики измерений точность, интегральную зависимость между АКФ и спектром можно заменить суммой

$$R(\tau) \propto \sum_{i=0}^m \sigma^2(\omega_i) \cdot \cos(\omega_i \cdot \tau), \quad (3)$$

где $\omega_i = i \cdot \Omega$; $\Omega = 2\pi \cdot \delta f$; δf – значение шага порядка 10–100 Гц в полосе частот Δf ; $i = 0, 1, 2, \dots, m$; $m = \frac{\Delta f}{\delta f}$.

Слагаемые в правой части выражения (3) представляют собой АКФ для соответствующих гармонических составляющих

$$R_i(\tau) \propto \sum_{i=0}^m R_i(\tau), \quad (4)$$

Отсюда следует простой вывод: при правильно выбранном шаге частот в полосе, которую занимает сигнал НР, можно измерять АКФ для каждой из них отдельно и, суммируя результаты, получать АКФ для заданного энергетического спектра. Аналитические выражения для спектра с произвольным набором параметров плазмы дает существующая теория рассеяния электромагнитных волн на флуктуациях электронной плотности [6].

Можно рассмотреть несколько вариантов возможных технических решений, каждый из которых, как представляется, позволяет имитировать сигнал НР.

Представляем один из возможных вариантов решения задачи моделирования сигнала НР.

Моделирование сигнала НР

Для решения поставленной задачи используем дискретный набор частот, к примеру, вырабатываемый программно управляемым синтезатором частот. Синтезатор последовательно, с некоторым шагом $\delta f = \frac{\Omega}{2 \cdot \pi}$ симметрично по отношению к рабочей частоте зондирования

$f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi}$ вырабатывает сетку с круговыми частотами $\omega_i = \omega_0 \pm i \cdot \Omega$. Длительность каждой

посылки – T , амплитуда гармоники – $A = \sqrt{2} \cdot \sigma(\omega_i) = \sqrt{2} \cdot \sigma_i$. При этом возможны варианты имитации и несимметричного спектра, в этом случае

$$\sigma(\omega_0 + i \cdot \Omega) \neq \sigma(\omega_0 - i \cdot \Omega).$$

Частный случай – работа на видеочастоте, когда сигнал подается непосредственно на вход АЦП цифрового коррелометра.

Рассмотрим такой вариант детально. Пусть имитатор вырабатывает один из сигналов

$$u_s(t, \omega_i) = \begin{cases} \sigma(\omega_i) \cdot \sin(\theta_i), & 0 \leq t \leq T, \\ 0, & 0 > t > T, \end{cases} \quad (5)$$

$$u_c(t, \omega_i) = \begin{cases} \sigma(\omega_i) \cdot \cos(\theta_i), & 0 \leq t \leq T, \\ 0, & 0 > t > T, \end{cases}$$

где $\theta_i = \omega_i \cdot t + \varphi_i$.

В реальных измерениях цифровые коррелометры обрабатывают выборки (u_1, u_2, \dots, u_n) , полученные с периодом дискретизации, равным шагу τ_s по задержке. При таком подходе количество $n = \frac{T}{\tau_s}$ дискретных отсчетов для выделенного высотного участка определяется длительностью посылки T . процесс же расчета АКФ сигнала в коррелометре описывается алгоритмом

$$R(k \cdot \tau_s) = R(k) = \sum_{j=1}^{n-k} u_j \cdot u_{j+k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1. \quad (6)$$

В результате действия такого алгоритма можно получить следующее:

$$R_{s_i}(k, \theta_i) = \begin{cases} \sigma(\omega_i)^2 \cdot \sum_{j=1}^{n-k} \sin[\theta_i + j \cdot \Delta] \cdot \sin[\theta_i + (j+k) \cdot \Delta], & 0 \leq k \leq n-1, \\ 0, & k \geq n, \end{cases} \quad (7)$$

$$R_{c_i}(k, \theta_i) = \begin{cases} \sigma(\omega_i)^2 \cdot \sum_{j=1}^{n-k} \cos[\theta_i + j \cdot \Delta] \cdot \cos[\theta_i + (j+k) \cdot \Delta], & 0 \leq k \leq n-1, \\ 0, & k \geq n. \end{cases}$$

где $\Delta = \Omega \cdot \tau_s$.

Применяя известные формулы для произведений синусов и косинусов, выражения (7) можно представить как

$$R_{s_i}(k, \theta_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \sigma(\omega_i)^2 \cdot \left\{ (n-k) \cdot \cos(k \cdot \Delta) - \sum_{j=1}^{n-k} \cos[2 \cdot \theta_i + (2j+k) \cdot \Delta] \right\}, & 0 \leq k \leq n-1, \\ 0, & k \geq n, \end{cases} \quad (8)$$

$$R_{c_i}(k, \theta_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \sigma(\omega_i)^2 \cdot \left\{ (n-k) \cdot \cos(k \cdot \Delta) + \sum_{j=1}^{n-k} \cos[2 \cdot \theta_i + (2j+k) \cdot \Delta] \right\}, & 0 \leq k \leq n-1, \\ 0, & k \geq n. \end{cases}$$

Результаты, которые дают подчеркнутые слагаемые, зависят от начальной фазы колебаний θ_i . Вклад этих членов в общий результат тем больше, чем короче радиоимпульс, а значит – результат обработки неоднозначен и приобретает случайный характер. Влияние случайного фактора при увеличении же длительности радиоимпульса ослабляется, а при $(n-k) \rightarrow \infty$ исчезает. Это обстоятельство можно было бы использовать, но есть и другие пути, один из них заключается в парном суммировании двух составляющих (7)

$$R_{s_i}(k, \theta_i) + R_{c_i}(k, \theta_i).$$

Так как $\sin x \cdot \sin y + \cos x \cdot \cos y = \cos(x - y)$, результат суммирования приобретет вид

$$R_x(k, \tau_3) = \begin{cases} \frac{\sigma_x^2 \cdot \cos(k \cdot \Delta) \cdot (n - k)}{0}, & 0 \leq k \leq n - 1, \\ 0, & k \geq n. \end{cases} \quad (9)$$

Для такой суммы полностью исчезает зависимость результата от начальной фазы θ , синтезатора частот, если в сигналах (5) она выдержана одной и той же при их формировании.

Полученное выражение (9) представляет собой произведение АКФ синусоидального сигнала (подчеркнуто) и АКФ излученного одиночного прямоугольного видеопульса.

Чтобы придать этой паре свойства, которые в ионосферных измерениях связаны с перемещением зондирующего импульса в ионосфере, каждый радиопульс, вырабатываемый генератором согласно выражению (5), предполагается подвергать фазовой манипуляции [2].

В результате компьютерного эксперимента было найдено, что весовой множитель $(n - k)^2$, который появляется в конечном результате корреляционной обработки сигнала НР, можно получить, если каждую из посылок кодировать совокупностью ФМ-кодов с нечетным числом элементов той же длительности, что и шаг по задержке. Совокупность описывается квадратной матрицей, где каждая строка отражает закон кодирования

Z_1	Z_2	Z_i	...	Z_{n-1}	Z_n
-------	-------	------	-------	-----	-----------	-------

 $;$ $Z_i = \pm 1.$

Правило построения необходимой совокупности для любого нечетного n поясняется примерами для $n = 5, 7, 9$:

$$Z_{5,5} = \begin{pmatrix} + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & - \\ - & + & + & - & - \end{pmatrix}, \quad Z_{7,7} = \begin{pmatrix} + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + & + & - \\ + & + & + & + & + & - & - \\ + & + & + & + & - & - & - \end{pmatrix}, \quad Z_{9,9} = \begin{pmatrix} + & + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + & + & + & + & - \\ + & + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & + & + & + & + & - \\ + & + & + & + & + & + & + & - & - \\ + & + & + & + & + & + & - & - & - \\ + & + & + & + & + & - & - & - & - \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Каждой представленной матрице $Z_{n,n}$ соответствует итоговая АКФ, которая в результате действия процедуры (6) коррелометра описывается зависимостью $(n - k)^2$. Например, для совокупности пятиэлементных кодов имеем

$$\Sigma \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 5 & 2 & -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 & 16 & 9 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для кодированного радиопульса

$$R_{xx}(k) = \sum_{j=1}^{n-k} [(u_j \cdot z_j) \cdot (u_{j-k} \cdot z_{j+k})] = \sum_{j=1}^{n-k} [(z_j \cdot z_{j+k}) \cdot (u_j \cdot u_{j-k})]. \quad (11)$$

Для случайных независимых процессов (случайных функций) автокорреляционная функция их произведения равна произведению их АКФ. Здесь имеем дело с детерминированными функциями и ограниченными по времени реализациями. Если организовать работу генератора таким образом, чтобы фаза генерируемых колебаний не была связана со шкалой времени кодирующего устройства, то результат должен соответствовать выражению

$$R_{\kappa\kappa}(k) = \sum_{j=1}^{n-k} u_j \cdot u_{j+k} \cdot \sum_{j=1}^{n-k} z_j \cdot z_{j+k}, \quad 0 \leq k \leq n. \quad (12)$$

Таким образом, ориентируясь на фазовую манипуляцию и в соответствии с выражением (10), можно получить псевдослучайный сигнал, свойства которого соответствуют сигналу некогерентного рассеяния при импульсном зондировании.

Простейшая, но весьма продуктивная алгоритмическая процедура, в которой используется минимум дополнительной аппаратуры, подразумевает следующее.

Для заданного вектора параметров сигналы цифрового «имитатора» (например, ПК) вырабатываются для всей сетки частот, кодируются по фазе в соответствии с (10) и засылаются в оперативное запоминающее устройство (ОЗУ), которое при считывании работает от того же синхронизатора, что и коррелометр радиолокатора НР. На выходе ОЗУ используется цифроаналоговый преобразователь, и после него сигналы в аналоговой форме непосредственно подаются на вход коррелометра системы обработки. При этом может быть проверена вся цепочка обработки ионосферной информации. Если известны сквозные амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) радиоприемного тракта, можно учесть и их, закладывая соответствующие АЧХ в выражение (3).

В том случае, если проверке подлежит только вторичная обработка ионосферной информации, процедура моделирования может быть полностью воспроизведена с помощью достаточно производительного ПК, в котором можно выделить «имитатор», «коррелометр» и «систему вторичной обработки». Программное обеспечение сводится к тому, что:

- сигналы «имитатора» для заданного вектора ионосферных параметров вырабатываются для всей сетки частот и кодируются по фазе в соответствии с (10);
- сигналы «имитатора» подаются на вход «коррелометра»;
- «система вторичной обработки» повторяет реально используемую процедуру обработки;
- полученные параметры сравниваются с заданным вектором параметров.

Очевидной является возможность имитировать и высотный ход ионосферных параметров в исследуемом интервале высот.

Заключение

Показана одна из возможностей использования фазовой манипуляции совокупности гармонических сигналов для целей моделирования псевдослучайного сигнала с формой спектра, аналогичной спектру некогерентного рассеяния. Варьируя вектор ионосферных параметров, можно имитировать соответствующий сигнал рассеяния непосредственно на входе системы обработки информации радиолокатора НР, с тем чтобы, анализируя результат обработки сигнала имитатора, можно было бы судить о корректности алгоритмического обеспечения системы и иметь возможность его модифицирования.

Список литературы: 1. Таран В.И. Исследование ионосферы с помощью радаров НР в Харькове // Вестн. ХГПУ. Харьков: ХГПУ, 1999. Вып.31. С. 3 – 9. 2. Рогожкин Е.В. Измерение параметров ионосферной плазмы по корреляционной функции сигнала НР // Ионосферные исследования. М.: Сов. радио, 1979. № 27. С. 46 – 59. 3. Белозеров Д.П. Рогожкин Е.В. Имитация случайных сигналов с использованием фазовой манипуляции // Вестн. НТУ «ХПИ». Сб. науч. тр. Харьков: НТУ «ХПИ». 2006, Вып. 31. С. 3 – 10. 4. Лысенко В.Н. Использование цифровых имитаторов сигнала НР для отработки методик измерений // Тез. докл. конф. «Радиофизическая информатика». Москва, 1990. С. 130. 5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1-я. М.: Сов. радио, 1969. 306 с. 6. Эванс Дж. Теоретические и практические вопросы исследования ионосферы методом некогерентного рассеяния радиоволн // ТИИЭР. 1969. Т. 57, №4. С. 139-177.

А. В. КАРПУХИН, канд. техн. наук, Ж. В. ДЕЙНЕКО, М. В. КЛИМЕНКО
**ПРОЕКТИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ**

Введение

Одним из направлений в создании высоконадежных микроэлектронных устройств вычислительной техники и систем управления является разработка многофункциональных частотных элементов на основе нелинейных резонансных цепей (НРЦ) [1]. Такие цепи являются нелинейными динамическими системами с малым параметром, содержащимся в правой части дифференциального уравнения, описывающего данные системы

До настоящего времени, с инженерной точки зрения, не был разработан единый подход к проблеме проектирования НРЦ. Недостаточно внимания уделялось вопросам формализации и алгоритмизации всего процесса проектирования данного класса цепей. начиная от составления исходных уравнений и заканчивая проектированием конкретного устройства, не рассматривались вопросы оптимизации параметров НРЦ. Все авторы, изучавшие вопросы теории нелинейных колебаний в НРЦ, показывали в своих работах, что нелинейные цепи данного типа можно эффективно исследовать с помощью аналитического построения асимптотических решений на ЭВМ «МИР-2» (1-е и 2-е приближения) с последующим численным исследованием статических и динамических характеристик.

Вызывает особый интерес построение системы моделирования НРЦ с применением асимптотических методов для получения любого наперед заданного приближения решения в аналитическом виде с последующим анализом поведения НРЦ на фазовой плоскости, а также расчет статических и динамических характеристик.

Математическое построение аналитических решений базируется на использовании рекуррентных формул [2]. Реализация алгоритмов получения приближений высоких порядков стала возможной с появлением современной системы аналитических вычислений «Аналитик 2006» [3], на которой базируется построение вторичных математических моделей нелинейных динамических систем, являющихся аналитическим решением исходных уравнений НРЦ.

Чрезвычайно важной является подсистема построения и анализа фазовых портретов динамической системы. Алгоритм ее работы основывается на принципах, изложенных в работах [4–6].

Математические модели нелинейных динамических систем

Изучение динамических явлений и процессов, возникающих в различных областях естествознания, приводит к исследованию нелинейных математических моделей. В силу нелинейности этих моделей и ограниченных возможностей аналитических и качественных методов такое исследование практически невозможно провести без применения численных методов и привлечения компьютеров. При этом наибольшего успеха удастся достичь, если комбинировать аналитические и численные методы. Такой комбинированный подход называют численно-аналитическим. Сочетание современных аналитических методов с большими сериями расчетов на компьютере требует разработки адекватных математических моделей и ориентированного на эти модели комплекса эффективных методов, алгоритмов и средств программной поддержки компьютерного эксперимента. Чисто количественный подход, заключающийся в численном решении исходных уравнений, не позволяет определить связь между характеристиками схемы и ее физическими параметрами. При этом невозможно составить общую картину поведения системы.

Составление дифференциальных уравнений всегда связано с некоторой идеализацией действительности, так что соответствующие дифференциальные уравнения всегда являются математическим описанием некоторой упрощенной модели реальных явлений. Кроме того,

даже в тех областях, в которых общие принципы составления дифференциальных уравнений известны, рассмотрение частных задач всегда требует неформальных соображений. Формализация составления исходных уравнений НРЦ является важной, но трудноразрешимой задачей.

Для исследования динамических систем до сих пор использовались два разных подхода, отличающиеся типом математической модели, которая отражает поведение такой системы [6]. При одном подходе математическая модель динамической системы S основывается на понятии состояния x , под которым понимается описание системы S в некоторый момент времени, и на понятии оператора T , определяющего изменение этого состояния x во времени. Оператор T указывает процедуру, выполняя которую можно по описанию $x(t)$ в момент времени t найти описание $x(t + \Delta t)$ той же системы в некоторый следующий момент времени $t + \Delta t$. Если оператор T не зависит явно от времени, то система S называется автономной, в противном случае – неавтономной. Состояние x системы S можно рассматривать как точку некоторого пространства Φ , называемого фазовым пространством системы S . Изменению состояния x отвечает в фазовом пространстве Φ движение соответствующей точки, которая называется изображающей. При этом движении изображающая точка описывает кривую, называемую фазовой траекторией. Фазовое пространство Φ и оператор T составляют математическую модель динамической системы. Исследование поведения динамической системы при таком подходе сводится к изучению характера разбиения фазового пространства Φ на траектории и к выяснению зависимости структуры этого разбиения от значений физических параметров системы.

Это означает, что знание состояния системы в некоторый данный момент времени позволяет определить состояние системы в любой будущей и прошедший момент времени.

Другой подход к изучению динамических систем основан на исследовании функциональной стороны рассматриваемой системы. Этот подход может диктоваться невозможностью или отсутствием необходимости проникнуть во все тонкости внутренней структуры динамической системы. Поэтому система в этом случае трактуется как некий «черный ящик», обладающий входными и выходными переменными. Между этими переменными «черный ящик» реализует связь, определяемую некоторым оператором. Таким образом, математическая модель при втором подходе определяется пространствами входов и выходов, а также оператором, который осуществляет однозначное преобразование входных переменных в выходные.

Построение и реализация математических моделей

В общем случае НРЦ описываются нелинейными дифференциальными уравнениями достаточно сложного вида [1, 6, 7]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left[m(\tau) \frac{d(x \pm y)}{dt} \right] + h(\tau) \frac{d(x \pm y)}{dt} + K(\tau)(x \pm y) = F(\tau, \theta) + \varepsilon \Phi_1 \left(\tau, x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^3x}{dt^3}, \frac{dy}{dt}, y \right); \\ \frac{dy}{dt} = \varepsilon \Phi_2 \left(\tau, x, y, \frac{dx}{dt} \right). \end{cases} \quad (1)$$

где τ – «медленное время»; $m(\tau)$, $h(\tau)$, $K(\tau)$ – медленно меняющиеся параметры; $\theta = \int v(\tau) dt$; $v(\tau)$ – мгновенная частота внешнего периодического воздействия $F(\tau, \theta)$; $\varepsilon \Phi_1$, $\varepsilon \Phi_2$ – нелинейные полиномиальные функции относительно x , y , $\frac{dx}{dt}$, $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^3x}{dt^3}$; x – переменное напряжение на полупроводниковом конденсаторе; y – нормированное напряжение в цепи автосмещения, где скорость протекающих процессов значительно ниже, чем в самом контуре НРЦ; ε – малый параметр.

Они содержат малые нелинейные члены с производными не только первого, но и более высоких порядков. Вопрос сводится к тому, чтобы найти решение системы уравнений или, другими словами, проинтегрировать ее. Интегрирование системы можно считать выполненным, если решение удастся найти в виде равномерно и абсолютно сходящихся рядов. Однако такие ряды могут сходиться настолько медленно, что ими фактически нельзя воспользоваться [2, 8].

В ряде случаев уравнения НРЦ можно привести к более простому виду, например последовательно-параллельный контур с емкостью p - n перехода описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \varepsilon F\left(t, x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}\right) + \Phi(t); \\ \frac{dy}{dt} = F_1\left(x, \frac{dx}{dt}, y\right), \end{cases} \quad (2)$$

где $\Phi(t)$ – внешнее воздействие.

При использовании асимптотического метода Крылова–Боголюбова–Митропольского [4] решение уравнений НРЦ ищется в виде ряда

$$x = \alpha \cos \psi + \varepsilon u_1(\alpha, \nu t, \vartheta) + \varepsilon^2 u_2(\alpha, \nu t, \vartheta) + \dots + \varepsilon^m u_m(\alpha, \nu t, \vartheta), \quad (3)$$

в котором амплитуда α и фаза ϑ колебаний определяются из системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{dt} = \varepsilon A_1(\alpha, \vartheta) + \varepsilon^2 A_2(\alpha, \vartheta) + \dots + \varepsilon^m A_m(\alpha, \vartheta); \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \omega - \frac{P}{q} \nu + \varepsilon B_1(\alpha, \vartheta) + \varepsilon^2 B_2(\alpha, \vartheta) + \dots + \varepsilon^m B_m(\alpha, \vartheta), \end{cases} \quad (4)$$

где $\psi = \vartheta + \frac{P}{q} \nu t$, ω – собственная частота НРЦ, ν – частота внешней периодической силы, числа P и q определяют вид резонанса.

Проблема сходимости асимптотических рядов для дифференциальных уравнений, содержащих в правых частях производные независимой переменной x от первого до n -го порядка включительно – трудоемкая математическая задача. В работе [2] показано эффективное применение асимптотического метода для анализа нелинейных последовательно-параллельных резонансных контуров, которые описываются дифференциальными уравнениями, содержащими под знаком малого параметра производные не выше третьего порядка.

Существующие методы решения нелинейных дифференциальных уравнений делятся на аналитические и численные.

Для численного нахождения решений существуют мощные средства в виде современных компьютеров нового поколения с большим быстродействием и объемом памяти. Интегрирование дифференциальных уравнений используется широко и может быть проведено с большой точностью различными программными средствами. Численные методы не всегда являются перспективными для решения уравнений, описывающих НРЦ, так как значительно затрудняется возможность определения функциональных зависимостей между характеристиками резонансной цепи и ее физическими параметрами.

Применение же аналитических методов позволяет применить качественные методы анализа дифференциальных уравнений на фазовой плоскости на первом этапе их исследования, выбрав в качестве фазовых переменных амплитуду α и фазу ϑ .

Качественные методы являются наиболее строгими в теории нелинейных цепей и позволяют извлечь всю необходимую информацию относительно возможных в системе (схеме) движений (явлений) непосредственно из вида дифференциального уравнения, т.е. изучить нелинейную систему в целом. Решения обыкновенных дифференциальных уравнений часто удобнее изображать не в привычном виде $y^1(t), \dots, y^l(t)$, а в *фазовом пространстве*, по осям которого откладываются значения каждой из найденных функций. При этом аргумент t входит в графики лишь параметрически. В случае двух дифференциальных уравнений такой график фазовый портрет системы является кривой на фазовой плоскости и поэтому особенно нагляден [9–12].

Так как регулярных методов интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений в общем виде и строгих методов построения фазового портрета исследуемой нелинейной динамической системы не существует, то для исследования поведения НРЦ в фазовом пространстве часто наиболее простым является метод приближенного графического интегрирования или метод построения приближенного фазового портрета системы [4, 8, 10].

Путем анализа фазовых портретов можно определить наличие (или отсутствие) устойчивых режимов цепи, релаксационных процессов, характера перехода системы из одного состояния в другое. Поэтому применение качественных методов для анализа дифференциальных уравнений, описывающих физические процессы внутри системы, является важным этапом исследования НРЦ.

Для построения фазовых траекторий были выбраны два метода – классический метод приближенного графического интегрирования (метод изоклин [8]) и метод решения дифференциальных уравнений вида (4). Метод изоклин – один из наиболее широко используемых графических методов приближенного интегрирования, заключается в приближенном построении «сетки» траекторий. Совокупность фазовых траекторий образует фазовый портрет НРЦ. Качественное исследование НРЦ на фазовой плоскости состоит в построении и анализе фазовых портретов при различных параметрах схемы.

Построив изоклины достаточно густо, можно затем приближенно строить траектории рассматриваемой системы. Построение такой сетки траекторий [5, 8, 9] позволяет иногда «нащупать» предельные циклы, существующие у этой системы, а также «угадать», каково расположение сепаратрис.

Если в рассматриваемую систему входят параметры, то, задавая их значения и строя для каждого из этих значений приближенную картину траекторий, можно получить «галерею картин» разбиений фазовой плоскости на траектории. Построенное таким образом семейство фазовых портретов позволяет выбрать значения параметров НРЦ, которые обеспечат ее работу в требуемом режиме.

Приведенный алгоритм построения фазовых портретов дает возможность получить семейство фазовых портретов НРЦ при различных значениях их параметров, а анализ фазовых портретов – определить качественную картину переходных процессов в НРЦ, значения амплитуды и фазы стационарных колебаний в устойчивых состояниях. Эта информация значительно сокращает время, необходимое для проведения анализа стационарного и динамического режимов НРЦ.

Особенности моделирования нелинейных резонансных цепей

Проектирование НРЦ представляет сложный многоэтапный процесс. Синтез структуры НРЦ производится проектировщиком на основе всестороннего анализа данных о возможных в цепи физических явлениях. На рис. 1 представлены основные этапы проектирования НРЦ. На первых этапах (1–3 блока схемы) решаются вопросы выбора адекватной модели устройства (системы), полностью описывающей работу устройства в нужном режиме. Учитываются ограничения, накладываемые на параметры системы (устройства).

Моделирование НРЦ приводит к необходимости решать нелинейные дифференциальные уравнения достаточно сложного вида. Получение этих уравнений – чрезвычайно важный этап анализа нелинейных систем. На данном этапе необходимо исходить из полной математической модели (ММ), исследуемой резонансной цепи, которая должна описывать все наиболее важные физические процессы, происходящие в анализируемой схеме. Важной задачей является разработка ММ компонентов НРЦ, определяющих связь их электрических характеристик с физическими и конструктивно-технологическими параметрами. В таком виде полная ММ может быть использована для разработки первичной ММ. Данный процесс можно автоматизировать, формализовав процедуру построения исходного нелинейного дифференциального уравнения с тем, чтобы привести его к стандартному виду, пригодному для применения в дальнейшем численных методов решения и построения фазовых портретов.

Аналитический этап (первые три блока схемы) состоит в получении аналитического вида решения исходных уравнений и его качественном исследовании. С помощью современных средств вычислительной техники можно выполнить данный этап проектирования, используя системы компьютерной алгебры, в частности быстро развивающийся и постоянно обновляющийся алгоритмический язык «Аналитик-2006» [3].

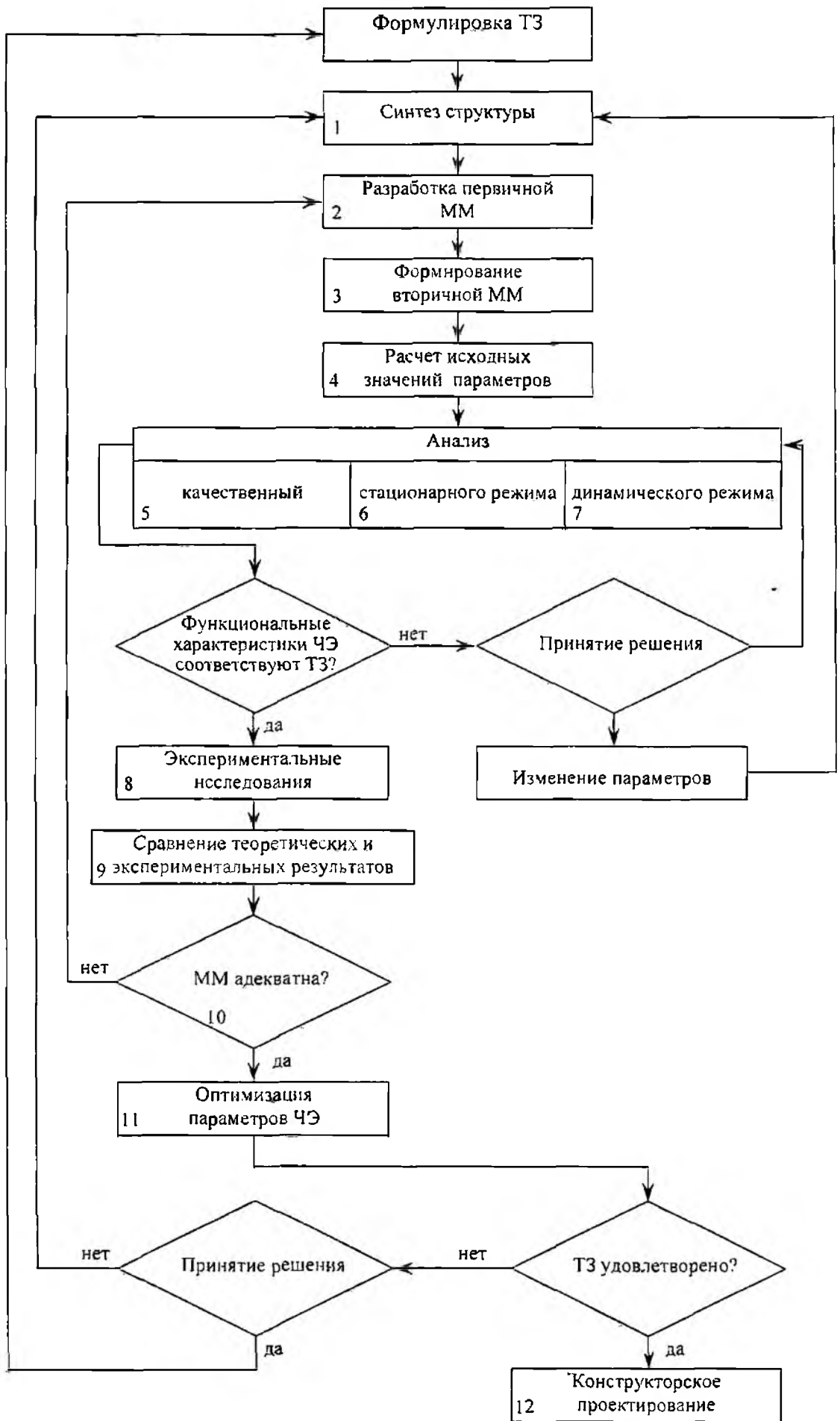


Рис. 1

С помощью аналитических преобразований на третьем этапе осуществляется переход от исходных дифференциальных уравнений второго порядка к системе дифференциальных уравнений первого порядка относительно «медленных» параметров периодического процесса: амплитуды и фазы.

На следующем четвертом шаге проектирования производится решение полученной системы дифференциальных уравнений и построение фазовых портретов. Решая систему двух трансцендентных уравнений (3), полученных на предыдущих этапах проектирования, находим координаты особых точек, которые являются состояниями равновесия исследуемой системы. На основе существующих численных методов решения систем дифференциальных уравнений строятся фазовые портреты. Численное решение так называемых «укороченных» дифференциальных уравнений вида (1), полученных в результате выполнения аналитического этапа анализа, позволяет исследовать переходные процессы в нелинейной схеме в различных режимах, устанавливать их длительность, определять влияние различных факторов на поведение системы в целом.

Степень адекватности математической модели физическому прототипу определяется в результате проведения эксперимента и сравнения данных, полученных в эксперименте, с теоретическими. Одной из решаемых задач проектирования радиоэлектронных устройств является оптимизация их параметров. На этом этапе исследуется поведение системы в окрестности особых точек (состояний равновесия системы), рассчитываются параметры с учетом ограничений. Функции ограничения выбираются обычно из физических соображений и выражают физическую реализуемость устройства, конструктивные и технологические требования.

На завершающем этапе (блок 12) осуществляется конструкторско-технологическое проектирование НРЦ в виде микросхемных элементов (например, элементов многоуровневой логики [12]). Такие элементы представляют собой интегральные микросхемы, в которых применяются высокочастотные компоненты (пленочные СВЧ индуктивности, полосковые линии), а также варикапы с заданной вольт-фарадной характеристикой [13].

Построение фазовых портретов динамических систем

Системы нелинейных уравнений вида (4) были решены в MATLAB численно с использованием классического метода Рунге-Кутты четвертого-пятого порядков. При таком подходе фазовые траектории описываются как параметрические кривые $x(t)$, $y(t)$. MATLAB предлагает алгоритмы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений, имеются также команды для построения графиков решения дифференциальных уравнений и фазовых траекторий. Они применяются для разных систем и используют различные схемы численного интегрирования.

Для построения фазовых портретов была разработана программа на языке MATLAB, с помощью которой были построены фазовые портреты для типичных динамических систем, которые содержат производные по времени t и описывают динамику различных физических параметров. Ограничимся в дальнейшем минимальными комментариями, приведем примеры и графики решений, а также фазовые портреты для некоторых моделей.

В качестве тестового примера рассмотрим решение уравнения Ван дер Поля, описывающего электрические колебания в замкнутом контуре, состоящем из соединенных последовательно конденсатора, индуктивности, нелинейного сопротивления и элементов, обеспечивающих подкачку энергии извне. Незвестная функция времени $y(t)$ имеет смысл электрического тока, а в параметре ϵ заложены количественные соотношения между составляющими электрической цепи, в том числе и нелинейной компонентой сопротивления. Уравнение Ван дер Поля имеет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \epsilon \left(1 - \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right) \frac{dx}{dt} + x = 0. \quad (5)$$

Из уравнения второго порядка легко перейти к системе уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = \varepsilon(1-x^2)y - x. \end{cases} \quad (6)$$

В случае, когда $\varepsilon = 0$, интегральные кривые уравнения (6) образуют семейство concentric окружностей с центром в начале координат, и тогда это уравнение будет соответствовать простым гармоническим колебаниям.

Решение уравнения Ван дер Поля для $\varepsilon = 1$ представляет собой автоколебания, и их характеристики (амплитуда, частота) не зависят от начальных условий, а определяются исключительно свойствами самой динамической системы. Через некоторое время расчеты после выхода из начальной точки решение выходит на один и тот же цикл колебаний, называемый предельным циклом. Аттрактор типа предельного цикла является замкнутой кривой на фазовой плоскости. К нему асимптотически притягиваются все окрестные траектории, выходящие из различных начальных точек, как изнутри (рис. 2), так и снаружи предельного цикла.

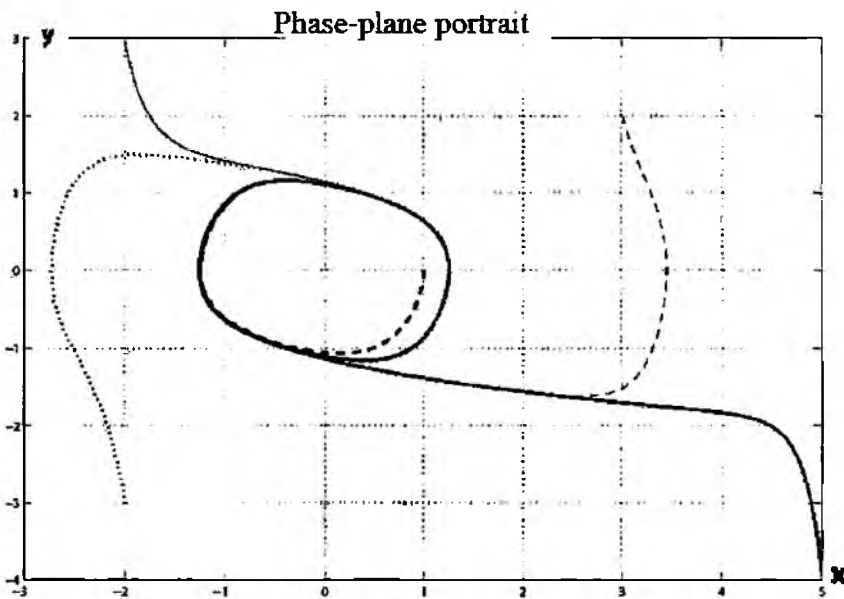


Рис. 2

Полученные результаты подтвердили корректность работы данной программы.

В качестве другого примера динамической системы была рассмотрена НРЦ, содержащая линейный контур с управляемой нелинейностью – емкостью p - n перехода [1]. Основой такой цепи является автогенератор с нелинейным контуром, работа которого синхронизируется напряжением внешнего источника. В результате решения исходного дифференциального уравнения для этой НРЦ были получены два дифференциальных уравнения для амплитуды и фазы колебаний заряда на нелинейной емкости p - n перехода (7). Они могут быть использованы в качестве фазовых переменных при построении фазовых портретов:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -\frac{1}{2} \left(Za + \frac{1}{48} \varepsilon a^3 S_2^* (7 - 2a) \right) + \frac{\varepsilon}{2} W \cos \psi; \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega - \nu + \frac{1}{8\omega} \left(\xi - \varepsilon S_0^* - \frac{9}{4} \varepsilon \bar{\lambda} a^2 \right) Z + \frac{\varepsilon^2 a^2}{24\omega} (S_0^* + \bar{\lambda} + \bar{\lambda} a^3) (S_2^* + 4\bar{\lambda}) + \\ &+ \frac{\varepsilon^2 a^4 \bar{\lambda}}{8\omega} (S_2^* + \bar{\lambda}) + \frac{\varepsilon S_0^*}{4\omega} Z + \frac{9\varepsilon \bar{\lambda}}{8\omega} a^2 Z - \frac{\varepsilon}{2\alpha} W \sin \psi; \\ Z &= \xi - \varepsilon S_0^* - \frac{3}{4} \varepsilon \bar{\lambda} a^2; \quad W = \left[\frac{S_0^*}{2\varphi_k (1+b)} + a^2 S_1^* \right] E_{1..} \end{aligned} \quad (7)$$

Один из фазовых портретов, полученных путем интегрирования уравнений (7), приведен на рис. 3.

Из анализа приведенного фазового портрета следует, что при данных значениях параметров нелинейная система имеет три особые точки: два устойчивых фокуса и одно седло. Наличие трех особых точек характерно для области скачков на амплитудно-частотной характеристике колебательной системы (зона триггерного режима). Две точки, которые являются фокусами, соответствуют двум разным установившимся значениям амплитуды заряда на нелинейной емкости. Точка, являющаяся седлом, соответствует неустойчивому состоянию системы на участке кривой левого склона амплитудно-частотной характеристики, имеющем отрицательный наклон. Траектория перехода из одного устойчивого состояния в другое определяется способом управления системой, и в частном случае при управлении частотой может проходить через неустойчивую точку. Рассматриваемая нелинейная динамическая система (автогенератор) может работать в триггерном режиме в силу наличия на ее АЧХ неустойчивой ветви с «отрицательным» наклоном. При питании элемента последовательностью прямоугольных импульсов он может работать в многоустойчивом режиме и быть основой для создания элементов многозначной логики. При этом такие элементы на основе автогенератора имеют большую нагрузочную способность, чем элементы на основе обычного контура [1].

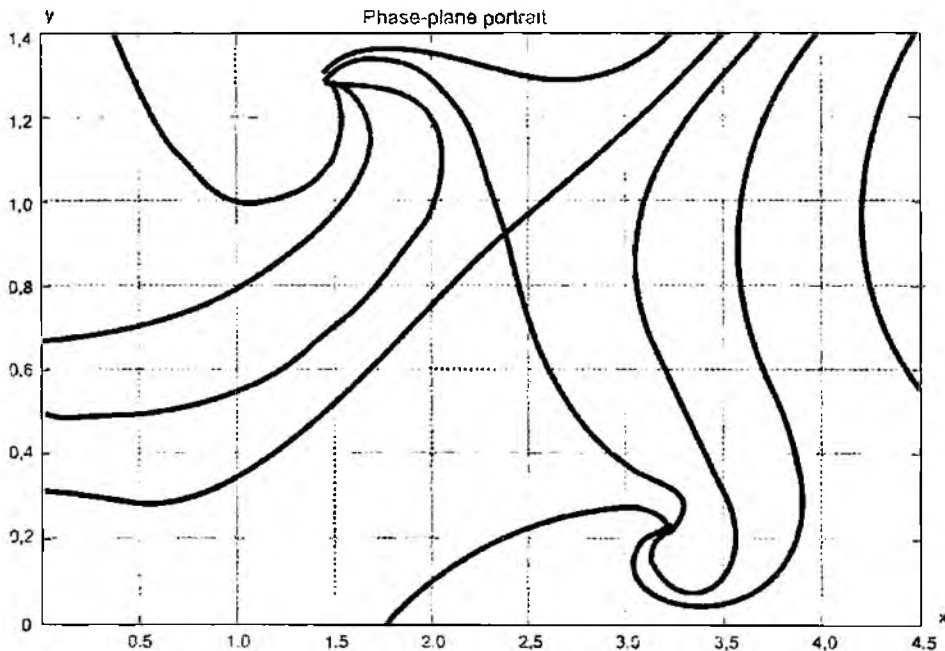


Рис. 3

Параметры системы имели следующие значения $b = 3$, $E1 = 0,5V$, $\omega = 3,14 \cdot 10^6$, $\frac{v}{\omega} = 1,05$.

Конструктивное исполнение данных элементов возможно в виде гибридной интегральной схемы, в которой используются навесные варикапы [13], а в качестве индуктивного элемента используется тонкопленочная структура [16].

Выводы

Предложен общий подход к проектированию нелинейных динамических систем с малым параметром, основанный на применении численно-аналитических методов.

Изложена методика проектирования НРЦ с использованием асимптотических методов теории колебаний. Показаны преимущества данного подхода по сравнению с использованием только численного подхода.

В качестве примеров применения данной методики приведены некоторые результаты моделирования нелинейных резонансных систем, которые могут быть использованы как логические элементы вычислительной техники (например, элементы многоуровневой логики).

Объем статьи не позволил более подробно рассмотреть вопросы конструкторско-технологического проектирования таких элементов, что будет сделано в следующих публикациях.

Одним из важнейших этапов проектирования динамических систем является анализ поведения радиоэлектронных динамических систем в фазовом пространстве. Поэтому этим вопросам в работе уделено особое внимание. Для построения фазовых портретов были использованы метод изоклин и численный метод решения дифференциальных уравнений.

Результаты исследования могут быть использованы при создании многофункциональных элементов, в частности элементов многозначной логики.

Данная методика применима и для анализа динамических систем другой физической природы.

Список литературы: 1. Яловега Г.И., Карпухин А.В., Лоза Ю.Х., Слипченко Н.И. Проектирование частотного элемента на основе автогенератора // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1985. Вып. 75. С.144-147. 2. Молчанов А.А. Об асимптотических методах теории колебаний в некоторых задачах нелинейной радиотехники // Изв. высш. уч. зав. Радиофизика. 1967. Т. 10. № 7. С.987-998. 3. Клименко В.П., Ляхов А.Л., Фишман Ю.С. Основные тенденции развития языков систем компьютерной алгебры // Математичні машини і системи. 2002. № 2. С. 29-64. 4. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Физматгиз, 1963. 412 с. 5. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука; Физматгиз, 1981. 568 с. 6. Митропольский Ю.А., Молчанов А.А. Машинный анализ нелинейных резонансных цепей. Киев: Наук. думка, 1981. 238 с. 7. Карпухин А.В., Лоза Ю.Х., Яловега Г.И. Математическое моделирование // Проектирование интегральных частотных элементов на основе нелинейных резонансных цепей. Автоматизация проектирования электронной аппаратуры: Межвед. тем. науч. сб. Таганрог: ТРТИ, 1983. Вып.2. С.53-56. 8. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем. М.: Наука, 1966. 568 с. 9. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М., 1949. 10. Капчинский И.М. Методы теории колебаний в радиотехнике. М.; Л., 1954. 352 с. 11. Молчанов А.А. Моделирование и проектирование сложных систем. К.: Вища шк. Головное изд-во, 1988. 359 с. 12. Bondarenko M.F., Karpuhin A.V., Chetverikov G.G., Deyneko Zh.V. Application of a numerically analytical method for Simulation of Non-Linear Resonant Circuits // Proceedings of the 10-th "Mixed design of integrated circuits and systems" (MIXDES 2003), Lodz (Poland). 2003. P. 399-401. 13. Гончаров Б.И., Дущенко В.К., Карпухин А.В. О реализации оптимального умножителя частоты на основе емкости p - n перехода // Радиотехника: Респ. межвед. науч.-техн. сб. Х.: Вища шк., 1974. Вып. 31. С. 104-112. 14. Джонс Г. Мэтьюз. Куртис Д. Финк. Численные методы. Использование MATLAB. 3-е изд. М.: Изд. Дом «Вильямс», 2001. 720 с. 15. Дьяконов В.П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 768 с. (Серия «Полное руководство пользователя»). 16. Александров В.В., Карпухин А.В. Особенности конструктивного расчета и технологии изготовления микроэлектронных устройств обмена информацией // Изв. высш. уч. зав. Приборостроение, 1977. Т.ХХ. №5. С. 120-124.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 22 03 2007

В. А. ИГНАТОВ, д-р техн. наук, Г. Ф. КОНАХОВИЧ, д-р техн. наук,
И. А. МАЧАЛИН, канд. техн. наук

ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СКАЛЯРНОГО МЕТОДА ОПТИМАЛЬНОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ СТРОБИРОВАНИЕМ

Постановка проблемы

Диагностирование и контроль технического состояния систем, в частности изделий авиационной техники, являются основной составляющей процесса управления качеством эксплуатации. От достоверности результатов диагностирования существенно зависят эксплуатационные затраты авиакомпаний и уровень безопасности полетов воздушных судов. Поэтому повышение эффективности систем контроля, диагностирования и прогнозирования качества и надежности технических систем является важной и актуальной проблемой.

Анализ последних публикаций

Решению этой проблемы посвящен ряд работ советских и зарубежных авторов [1-5]. Несмотря на это, большинство закономерностей и свойств технологий диагностирования изучено недостаточно, по ряду из них отсутствуют методики оценки эффективности. Это обусловлено не только очевидной сложностью самой проблемы, но и отсутствием единых методов и методик расчета показателей эффективности различных технологий. В работах [1-5] рассматриваются показатели эффективности диагностирования только с учетом случайных и систематических погрешностей средств измерений. В работе [6] рассматриваются математические модели оценки достоверности многопараметрического контроля. Однако известные показатели не позволяют количественно оценить влияние всех динамических, частотных и временных параметров сигнала, определяющих режим диагностирования, на показатели эффективности диагностирования.

Цель работы и постановка задачи исследования

Настоящая работа посвящена выводу основных расчетных соотношений для скалярного метода оптимального диагностирования стробированием [1], которые служат теоретической основой расчета эффективности скалярных, векторных и матричных систем диагностирования.

Цель работы – систематизация расчетных соотношений для предложенного авторами скалярного метода оптимального диагностирования стробированием, которые служат теоретической основой для построения инженерных методов и методик анализа, синтеза и оптимизации скалярных, векторных и матричных систем диагностирования.

Известными предполагаются соотношения для показателей эффективности систем допускового одноразового контроля параметров, определяющих техническое состояние изделия. Необходимо эти соотношения обобщить на случаи выбора поля допусков по значению вероятности безотказной работы и использование оптимального оценивания стробов.

Структурная схема устройства оптимального диагностирования стробированием показана на рис. 1.

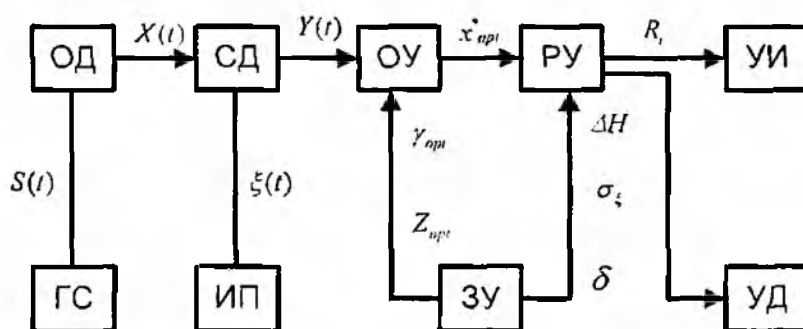


Рис. 1

Условные вероятности ошибки первого и второго рода:

$$P_{\text{л}} = \alpha/P; P_{\text{н}} = \beta/(1-P). \quad (7)$$

В работе [7] было показано, что в диагностировании однократным стробированием нормированный допуск η , абсолютный допуск δ , среднеквадратическое значение помехи σ_{ξ} и отношение сигнал/шум $\Delta H = P_x/P_{\xi}$ связаны соотношениями

$$\eta = \frac{\delta}{\sigma_{\xi}\sqrt{\Delta H}} = \frac{\delta}{\sigma_{\xi}\sqrt{P_x/P_{\xi}}} = \frac{\delta}{\sigma_{\xi}\sqrt{e^{\Delta D}}} = \frac{\delta/\sigma_{\xi}}{\sigma_x/\sigma_{\xi}}, \quad (8)$$

где ΔD – динамический диапазон ДС.

Из этих соотношений следует, что управлять диагностированием с однократным стробированием при фиксированном σ_{ξ} можно тремя способами: изменяя δ , ΔD или одновременно δ и ΔD . При фиксированном значении σ_{ξ} эффективность диагностирования определяем соотношениями

$$\eta\sqrt{e^{\Delta D}} = \frac{\delta}{\sigma_{\xi}}; \sigma_{\xi}\eta = \delta/\sqrt{e^{\Delta D}}. \quad (9)$$

Соотношения (9) наглядно показывают, как недостаток динамического диапазона «обменивается» на ширину поля допуска, т.е. при большом динамическом диапазоне сигнала можно без опасения сужать поле допуска. Условие (8) является условием эквивалентности по вероятности ошибки трех способов управления объемом диагностической информации в диагностировании однократным стробированием.

Эффективность диагностирования однократным стробированием можно связать со всеми параметрами объема сигнала, если наложить дополнительное условие, что длительность строба кратна интервалу дискретизации диагностического сигнала по Котельникову. Тогда мощность диагностического сигнала во время стробирования

$$P_{\nu} = \frac{\nu k}{\Delta T} \int_{-\Delta T/2\nu k}^{\Delta T/2\nu k} X^2(t) dt = \frac{E(\Delta T, \nu, k)}{\Delta T}, \quad (10)$$

где ν – длительность строба; k – кратность стробирования.

Пример 1. Рассмотрим, как изменяется эффективность диагностирования однократным стробированием единичного сигнала при различной ширине поля допуска.

В работе [7] показано, что объем I_i диагностической информации в i -м диагностическом сигнале (ДС) – это объем V_i этого сигнала:

$$I_i = V_i = \Delta T_i \Delta F_i \Delta D_i = \Delta T_i \Delta F_i \ln \frac{P_{\text{max},i}}{P_{\text{min},i}} = \Delta T_i \Delta F_i \ln \Delta H_i, \quad (11)$$

где $\Delta T_i, \Delta F_i, \Delta D_i$ – соответственно длительность, ширина спектра, динамический диапазон ДС; $P_{\text{max},i}, P_{\text{min},i}$ – максимальное и минимальное значение мощности ДС.

А также введена натуральная единица объема сигнала (неос) – количество информации в сигнале с эквивалентным динамическим диапазоном

$$I_1 = V_1 = 2 \ln \sqrt{e} = \ln e = 1 \text{ неос} / \text{ДС}. \quad (12)$$

Соответственно единичный диагностический сигнал – это сигнал, объем которого равен одному неосу/ДС.

Для определенности выберем расширение нормированного поля допуска с $\eta_1 = 2,5$ до $\eta_2 = 3$, что эквивалентно увеличению объема сигнала от 1,0 неоса до 1.2 неосов.

При $\eta_1 = 2,5$, используя соотношения (2-9), получим:

$$P_1 = 0,8758; \alpha_1 = 0,021; \beta_1 = 0,009; Q_1 = 0,03; D_1 = 0,97; P_{\text{л}1} = 0,024; P_{\text{н}1} = 0,072.$$

При $\eta_2 = 3$, получим:

$$P_2 = 0,973; \alpha_2 = 0,008; \beta_2 = 0,004; Q_2 = 0,012; D_2 = 0,988; P_{л2} = 0,0082; P_{н2} = 0,148.$$

Таким образом, увеличение поля допуска δ на $0,5\sigma_x$ эквивалентно увеличению объема сигнала на 0,2 неоса, что эквивалентно увеличению отношения сигнал/шум в 1,2 раза. При этом вероятность α уменьшается в 2,62 раза, β – в 2,25 раза, Q – в 2,5 раза, $P_{л1}$ – в 2,9 раза, $P_{н1}$ – возрастает в 2,04 раза. Показатель D достоверности диагностирования возрастает с 0,97 до 0,988, то есть примерно на 1,86%. Отсюда следует, что показатели эффективности диагностирования существенно и нелинейно зависят от объема диагностируемого сигнала, отношения сигнал/шум и поля допуска.

Полезность соотношений (10),(11) в том, что они позволяют количественно оценить влияние всех параметров объема сигнала и других параметров, определяющих режим диагностирования, на показатели эффективности диагностирования. Это дает возможность принимать обоснованные оптимальные управленческие решения.

Объем диагностической информации в скалярном методе оптимального диагностирования стробированием возрастает за счет выполнения оптимальной обработки измеренных значений (стробов). Оптимальная обработка приводит к увеличению отношения сигнал/шум на входе решающего устройства системы диагностирования, а это, как показано выше, эквивалентно увеличению объема сигнала.

Оптимальная оценка X^* истинного значения диагностического параметра X представляется в виде линейной функции Y

$$X^* = \gamma Y + (1 - \gamma) Z, \quad (15)$$

где γ и Z – параметры оценки $X^*(\gamma, Z, Y)$, которые необходимо выбрать оптимально по определенному критерию. В скалярном методе оптимального диагностирования стробированием используем среднеквадратический критерий вида

$$\varepsilon^2 = M \left[(X - X^*)^2 \right] = M \left\{ [X - \gamma Y - (1 - \gamma) Z]^2 \right\}. \quad (16)$$

После определения математического ожидания правой части, дифференцирования ε^2 по α и Z , приравнивания полученных производных нулю, совместного решения полученных двух уравнений оптимизации, для оптимальных оценок параметров получаем соотношения

$$Z_{opt} = m_x; \gamma_{opt} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_z^2} = \frac{\Delta H}{\Delta H + 1}. \quad (17)$$

Оптимальная оценка X^*_{opt} диагностического сигнала X по стробу Y

$$X^*_{opt} = \frac{\Delta H}{\Delta H + 1} Y + \frac{1}{\Delta H + 1} m_x. \quad (18)$$

Математическое ожидание и дисперсия оценки X^*_{opt}

$$M \left[X^*_{opt} \right] = m_x; D \left[X^*_{opt} \right] = \sigma_x^2 \left(\frac{\Delta H}{\Delta H + 1} \right). \quad (19)$$

Это означает, что для получения на входе решающего устройства отношения сигнал/шум равного ΔH , на входе устройства оптимального оценивания отношение сигнал/шум может быть в $1/\gamma_{opt}$ раз меньше. Следовательно, оптимальное оценивание эквивалентно увеличению отношения сигнал/шум в $1/\gamma_{opt}$ раз и увеличению объема сигнала на величину

$$\Delta V = \Delta T \Delta F \left[\ln(\Delta H + 1) - \ln \Delta H \right]. \quad (20)$$

Пример 2. Оценим, что дает оптимальная обработка стробов единичного диагностического сигнала. Для этого случая оптимальное оценивание параметров диагностического сигнала эквивалентно увеличению его объема на величину

$$\Delta V_1 = \ln(e+1) - \ln e = \ln \frac{e+1}{e} = 0.313 \text{ неос.} \quad (21)$$

Как показано выше, при прочих равных условиях это приведет к существенному повышению эффективности диагностирования, так как отношение сигнал/шум по напряжению увеличится в 1,17 раз: с 1,648 до 1,928.

Этот пример наглядно иллюстрирует то, что применение различных способов оптимальной обработки стробов позволяет получать различную эффективность диагностирования. Поэтому актуальными в рассматриваемом направлении являются задачи предварительной оптимальной обработки измеренных значений диагностических сигналов.

Так как увеличение объема диагностической информации путем оптимальной обработки измеренных значений повышает отношение сигнал/шум на входе решающего устройства, эта операция позволяет при прочих равных условиях сужать поле допуска и, следовательно, более точно оценивать состояние объекта.

Выводы

Разработанные соотношения для расчета показателей эффективности скалярного метода оптимального диагностирования стробированием составляют теоретическую основу расчета показателей эффективности скалярных, векторных и матричных систем оптимального диагностирования стробированием диагностических сигналов. Эти соотношения устанавливают взаимосвязи между всеми основными характеристиками предлагаемой технологии диагностирования стробированием с оптимальным оцениванием значений стробов, что позволяет оценивать их совместное влияние на эффективность диагностических систем, построенных на основе этой технологии. Особо следует отметить возможность определения влияния объема информации, получаемой при однократном диагностировании на вероятности ошибок и достоверность диагностирования. Полученные выражения позволяют использовать результаты диагностирования для апостериорного оценивания надежности и одновременно повышать эффективность диагностирования по уточненным апостериорным оценкам надежности объекта. Все эти результаты дают возможность оценить эффективность диагностирования авиационных систем, обосновать технические характеристики встроенных бортовых и наземных систем контроля. Дальнейшим развитием данных результатов является оценка показателей эффективности диагностирования систем с учетом структур их резервирования с точки зрения надежности.

Список литературы: 1. *Диагностические комплексы систем автоматического самолетовождения* / Под ред. В.А.Игнатова. М.: Транспорт. 1975. 272 с. 2. *Игнатов В.А., Тараненко А.Г.* Авиационные системы диагностирования. Киев: КИИГА. 1990. 200 с. 3. *Whitaker J. C.* Electronic systems maintenance handbook // CRC Press. 2002. P.45-53. 4. *Глухов В.В.* Техническое диагностирование динамических систем. М.: Транспорт. 2000. 256с. 5. *Незрушающий контроль и диагностика: Справочник* / Под.ред. В.В.Клюева. М.: Машиностроение, 2005. 656 с. 6. *Уланский В.В., Мачалин И.А.* Математические модели многопараметрического контроля систем авионики // Вісник Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій. 2006. №4. Том.4. С.289-297. 7. *Игнатов В.В., Мачалин И.А.* Оптимальное управление диагностированием изделий авиационной техники // Проблеми інформатизації і управління. 2006. №6. С. 76-87.

*Национальный авиационный университет
Киев, Украина*

Поступила в редколлегию 14.03.2007

А. Ф. ВЕЛИЧКО, *д-р техн. наук*, Д. А. ВЕЛИЧКО, *канд. техн. наук*,
А. Н. РОЕНКО, *канд. физ.-мат. наук*, В. Ю. ЛЕВАНТОВСКИЙ, Е. В. ОДНОВОЛИК

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАПАЗДЫВАНИЯ СИГНАЛА РЕТРАНСЛЯЦИОННОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ

Широкое применение радиоволновых датчиков определяется их преимуществами, которые в ряде случаев становятся решающими при выборе средств контроля и мониторинга различных процессов. Быстро развиваются методы измерения и обработки информации, в частности предложен ретрансляционный метод измерения [1]. В работах, посвященных этому методу, рассматриваемые процессы идеализируются, на основе идеализированных зависимостей строятся модели измерительной системы. Однако, как и в случаях практического использования других измерительных систем, отклонения от идеализированного математического описания вносят коррекцию в результирующие зависимости. Поэтому представляют интерес реальные зависимости, полученные на экспериментальных макетах, предназначенных для измерения и контроля физических характеристик контролируемой среды и объектов.

Одними из наиболее используемых зависимостей являются характеристики запаздывания сигнала, возбуждаемого радиоволнами, прошедшими через контролируемое пространство или отраженными от объектов. Эти зависимости представляют интерес также в связи с тем, что в работах [1, 2] предсказывается отклонение характеристик запаздывания сигнала ретрансляционного измерителя от линейной зависимости, наблюдаемой в прецизионных радиолокационных фазометрических системах. Поэтому цель данной работы – экспериментальные исследования характеристик запаздывания сигнала ретрансляционного измерителя и предложенного в [2, 3] способа снижения ошибок измерения.

Общая схема эксперимента строится аналогично схемам, используемым в радиолокации, и приведена на рис. 1. На ней обозначено: 1, 2 – СВЧ устройство и антенна радиолокационного датчика соответственно, 3 – антенна ретранслятора, 4 – ретранслятор, 5 – блок обработки сигнала и информации, 6 – отражатель.

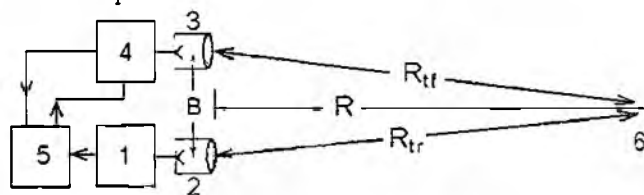


Рис. 1

Запаздывание сигнала измеряется при распространении радиоволны от антенны 2 к отражателю 6, затем к антенне ретранслятора 3 и в обратном направлении. Линзовые антенны 2 и 3 с рупорными облучателями имеют одинаковые диаграммы направленности, их ширина по уровню половинной мощности в обеих плоскостях около 4° , коэффициент усиления превышает 32 дБ . Уровень боковых лепестков антенны ниже 28 дБ . Обе антенны устанавливались на одной плоской панели и были ориентированы на отражатель 6.

Как видно из схемы, к обычному радиолокационному датчику, состоящему из блоков 1, 2, 5, добавляются устройства 3, 4, связанные с применением ретрансляционного метода. Отраженный объектом 6 сигнал принимается расположенным вблизи ретранслятором, преобразуется и излучается в направлении на отражающий объект. Вторично отраженная радиоволна попадает в антенну радиолокационного датчика, возбуждает колебания, из которых с помощью системы селекции выделяются только те спектральные компоненты, которые являются результатом преобразования в ретрансляторе. Функция пространственной направленности при этом методе пропорциональна произведению квадратов диаграмм направленности радиолокационного датчика и ретранслятора, тогда как при использовании радиолокационного метода она пропорциональна квадрату диаграммы направленности РЛС [1]. При ретрансляционном методе можно измерять фазовый набег радиоволны, пропорциональный несущей частоте и частоте модуляции сигнала [1, 2]. Двойное прохождение радиоволны по трассе по влиянию на фазу отраженного сигнала эквивалентно укорочению длины несущей волны и приводит к повышению точности измерения малых смещений наблюдаемого объекта. Поэтому для исследований

запаздывания сигнала был выбран фазовый набег, пропорциональный несущей частоте. В качестве излучаемого был выбран непрерывный, немодулированный сигнал.

К стабильности излучаемого сигнала при выборе в качестве информационного параметра фазового набега, пропорционального несущей частоте, предъявляются высокие требования.

Схема СВЧ части экспериментального лабораторного макета, в которую входит формирователь излучаемого колебания, приведена на рис. 2.

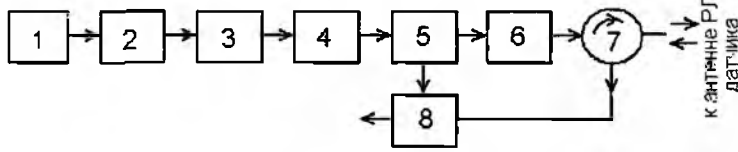


Рис. 2

5 – направленный ответвитель, 6 – вентиль, 7 – циркулятор, 8 – СВЧ смеситель.

Задающий генератор 1 выполнен на транзисторе и стабилизирован диэлектрическим резонатором. Частота задающего генератора равна 7,5 ГГц, выходная частота генератора 3 составляет 60 ГГц, мощность на выходе генератора 40 мВт, спектральная плотность мощности шума на выходе составляет – 140 дБм/Гц при отстройке на 10 КГц. Фильтр 4 на выходе генератора 3 снижает уровень гармоник, кратных 7,5 ГГц. Направленный ответвитель 5 делит мощность на две части. Большая часть поступает через вентиль 6 и циркулятор 7 в антенну, меньшая часть мощности поступает на гетеродинный вход балансного смесителя 8. На сигнальный вход балансного смесителя колебания через циркулятор поступают из антенны РЛ датчика.

Излучаемый линзовой антенной сигнал имеет вид

$$e(t) = U_i \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_i), \quad (1)$$

где U_i , ω и φ_i – амплитуда, круговая частота и начальная фаза излучаемого колебания. Радиоволна, которая распространяется по пути R_r (рис. 1), отражается от объекта 6 и попадает в антенну 3, возбуждает на входе ретранслятора 4 сигнал $e_{ax}^{(r)}(t)$, имеющий вид

$$e_{ax}^{(r)}(t) = U_{ax}^{(r)} \cdot \cos[\omega \cdot (t - t_\Sigma) + \varphi_o + \varphi_r], \quad (2)$$

где $U_{ax}^{(r)}$ – амплитуда, $t_\Sigma = \frac{R_r + R_r'}{c}$ – суммарное время запаздывания сигнала на пути от радиолокационного датчика до ретранслятора. R_r – расстояние между антенной радиолокационного датчика 2 и отражателем 6 (рис. 1). R_r' – расстояние между отражателем 6 и антенной ретранслятора 3, φ_o – изменение фазы радиоволны при отражении от объекта 6, c – скорость распространения радиоволн.

Схема ретранслятора экспериментального макета, в котором сигнал (2) преобразовывается и излучается в обратном направлении, представлена на рис. 3.

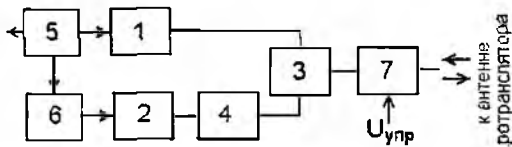


Рис. 3

На ней обозначены: 1, 2 – модулируемые рефлекторы каналов, 3 – разветвитель и сумматор, 4 – СВЧ фазосдвигатель $\varphi_{СВЧ} = \pi/4$, 5 – генератор сдвига, 6 – НЧ фазосдвигатель $\varphi_{НЧ} = \pi/2$, 7 – управляемый фазосдвигатель.

Ретранслятор осуществляет сдвиг частоты принятого сигнала; он работает следующим образом. Входной сигнал (2) из антенны 3 поступает в управляемый фазосдвигатель 7. Этот фазосдвигатель использовался только на втором этапе исследований, когда определялись возможности снижения ошибок измерения. С помощью блока 3 сигнал разветвляется на два канала. В первом канале сигнал сразу попадает на модулируемый рефлектор 1 и отражается от него. Коэффициент отражения рефлектора 1 меняется под воздействием генератора сдвига 5.

Во втором канале фаза сигнала изменяется в СВЧ фазосдвигателе 4 на величину $\pi/4$, а затем сигнал поступает на модулируемый рефлектор 2 и отражается. Коэффициент отражения рефлектора 2 также меняется под воздействием генератора сдвига 5. Фазы колебаний сдвига поступающих на рефлекторы 1 и 2 отличаются на $\pi/2$; эти колебания имеют вид

$$e_{sh1}(t) = U_{sh1} \cdot \cos(\Omega_{sh} \cdot t + \varphi_{sh}), \quad e_{sh2}(t) = U_{sh2} \cdot \cos(\Omega_{sh} \cdot t + \varphi_{sh} + \pi/2), \quad (3)$$

где Ω_{sh} , U_{sh1} , U_{sh2} , φ_{sh} – круговая частота, амплитуды и начальная фаза колебаний сдвига. Как видно из схемы, при идеальных условиях в ней реализуется фазокомпенсационный способ сдвига частоты поступающего колебания.

Амплитуда колебаний сдвига совместно с параметрами СВЧ диода, который используется в качестве рефлектора канала, определяет коэффициенты амплитудной модуляции $M^{(y1)}$, $M^{(y2)}$ отраженных сигналов; эти сигналы суммируются блоком 3 (рис.3). На выходе ретранслятора будет излучаться суммарный сигнал $e_{вых}^{(\Sigma)}(t) = e_{вых}^{(y1)}(t) + e_{вых}^{(y2)}(t)$, который имеет вид

$$e_{вых}^{(\Sigma)}(t) = U_{вых}^{(y1)} \cdot \cos[\omega(t - t_{\Sigma}) + \varphi_o + \varphi_t] + U_{вых}^{(y2)} \cdot \cos\left[\omega(t - t_{\Sigma}) + \varphi_o + \varphi_t + \frac{\pi}{2}\right] + A_n \cdot \cos[(\omega - \Omega_{sh}) \cdot t - \omega \cdot t_{\Sigma} + \varphi_o + \varphi_t - \varphi_{sh}] + A_u \cdot \cos[(\omega + \Omega_{sh}) \cdot t - \omega \cdot t_{\Sigma} + \varphi_o + \varphi_t + \varphi_{sh}] \quad (4)$$

$$A_n = \frac{1}{2} \cdot [M^{(y1)} \cdot U_{вых}^{(y1)} + M^{(y2)} \cdot U_{вых}^{(y2)}], \quad A_u = \frac{1}{2} \cdot [M^{(y1)} \cdot U_{вых}^{(y1)} - M^{(y2)} \cdot U_{вых}^{(y2)}], \quad (5)$$

где A_n , A_u – «нижняя» и «верхняя» компоненты спектра сигнала, преобразованного в ретрансляторе, $U_{вых}^{(y1)}$, $U_{вых}^{(y2)}$ – амплитуды сигналов, отраженных рефлекторами 1 и 2 (рис. 3).

Как видно из соотношения (5), подавление «верхней» боковой полосы происходит при выполнении следующих условий: сдвиг фазы в устройстве 4 $\varphi_{СВЧ} = \pi/4$, сдвиг фазы в устройстве 6 $\varphi_{НЧ} = \pi/2$ (рис. 3), $M^{(y1)} \cdot U_{вых}^{(y1)} = M^{(y2)} \cdot U_{вых}^{(y2)}$. Центральная компонента спектра на выходе ретранслятора не подавляется, однако она будет подавляться системой селекции радиолокационного датчика.

В реальной схеме ретранслятора не удастся полностью подавить «верхнюю» боковую компоненту спектра. Поэтому при наладке ретранслятора выполнялись следующие операции: Во-первых, точно, до $0,1^\circ$ устанавливалось значение $\varphi_{НЧ} = \pi/2$ в устройстве 6. Во-вторых, методом нахождения локального минимума «верхней» боковой компоненты спектра в устройстве 4 выставлялось значение $\varphi_{СВЧ} = \pi/4 + 2 \cdot \pi \cdot n$, где n – целое число. Далее подбирались амплитуды колебаний сдвига, иногда подбирались разные экземпляры отражательных диодов по критерию минимизации амплитуды «верхней» боковой компоненты спектра. При этом не удавалось получить полное подавление «верхней» боковой полосы. Указанный способ изменения уровня «верхней» компоненты спектра использовался во время экспериментов с целью установки разных уровней неподавленной «верхней» компоненты спектра сигнала, излучаемого ретранслятором.

Выделение фазового набегга, пропорционального несущей частоте сигнала в радиолокационном датчике экспериментального макета, выполнялось следующим образом. Первое преобразование принятого сигнала происходило в блоке СВЧ (рис. 2) частью излучаемой мощности [4]. В результате повторного прохождения по участкам трассы $R_{л}$ и R_{r} , второго отражения от объекта 6 (рис. 1) и гомодинного преобразования принятый сигнал принимает вид

$$e_{выхСВЧ}^{(\Sigma)}(t) = A_n \cdot \cos[\Omega_{sh}t + \varphi_{sh} + \Omega_{sh}t_{\Sigma} + \omega \cdot 2t_{\Sigma} - 2\varphi_o] + A_u \cdot \cos[\Omega_{sh}t + \varphi_{sh} + \Omega_{sh}t_{\Sigma} - \omega \cdot 2t_{\Sigma} + 2\varphi_o] = A_{\Sigma} \cdot \cos(\Omega_{sh}t + \varphi_{sh} + \Omega_{sh}t_{\Sigma} + \varphi_{\Sigma}). \quad (6)$$

$$A_{\Sigma} = \sqrt{A_n^2 + A_o^2 + 2A_n A_o \cos[2(\omega \cdot 2t_{\Sigma} - 2\varphi_o)]}, \quad (7)$$

$$\varphi_{\Sigma} = \arctg \frac{A_n \sin(\omega \cdot 2t_{\Sigma} - 2\varphi_o) - A_o \sin(\omega \cdot 2t_{\Sigma} - 2\varphi_o)}{A_n \cos(\omega \cdot 2t_{\Sigma} - 2\varphi_o) + A_o \cos(\omega \cdot 2t_{\Sigma} - 2\varphi_o)}. \quad (8)$$

Результат преобразования спектральных компонент, имеющих частоту ω , из соотношения (6) исключен, так как он дает постоянное напряжение, которое схемой обработки будет подавляться. Как видно из соотношения (6), спектральные составляющие, имеющие частоту сдвига, по фазе симметрично отклоняются от значения $\Omega_{sh}t + \varphi_{sh} + \Omega_{sh}t_{\Sigma}$, что иллюстрируется рис. 4.

Схема обработки преобразованного сигнала представлена на рис. 5. На нем обозначено: 1 – полосовой усилитель, 2 – стандартный фазометр Ф2-16, 3 – двухканальный преобразователь частоты, 4 – двухканальный АЦП, 5 – персональный компьютер.

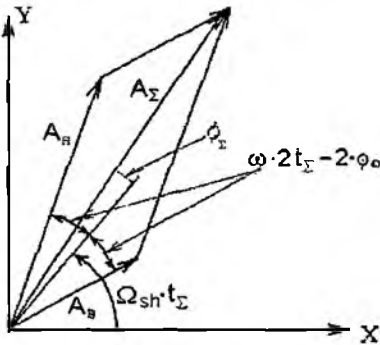


Рис. 4

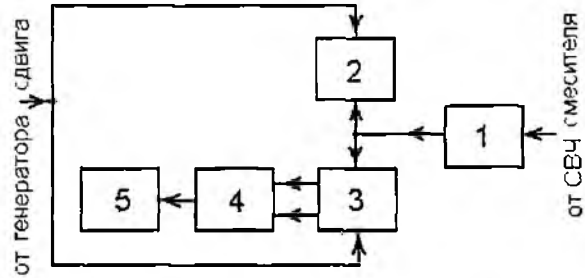


Рис. 5

Обработка непрерывного сигнала, который поступает от СВЧ смесителя и подчиняется соотношению (6), заключалась в следующем. Сигнал усиливался и отфильтровывался в полосовом усилителе 1, который представляет собой активный фильтр 8-го порядка с центральной частотой, равной частоте сдвига $\Omega_{sh} = 2\pi \cdot (50 \text{ кГц})$, с добротностью $Q \approx 125$, коэффициентом усиления $k_s \approx 46 \text{ дБ}$, динамическим диапазоном $\approx 70 \text{ дБ}$. Колебания с выхода усилителя 1 поступали на сигнальный вход фазометра 2, на опорный вход которого из ретранслятора подавалось основное колебание сдвига, подчиняющееся соотношению (3). Разность фаз на выходе фазометра 2 имеет вид

$$\Phi_{\text{вых}} = \Omega_{sh}t_{\Sigma} + \varphi_{\Sigma}, \quad (9)$$

где φ_{Σ} определяется формулой (8) и при $A_o = \frac{1}{2} \cdot [M^{(y1)} \cdot U_{\text{отт}}^{(y1)} - M^{(y2)} \cdot U_{\text{отт}}^{(y2)}] = 0$ обращается в $\varphi_{\Sigma} = \omega \cdot 2t_{\Sigma} - 2\varphi_o$. Поскольку фаза коэффициента отражения $\varphi_o = \text{const}$, соотношение фазовых набегов, пропорциональных несущей частоте и частоте сдвига, подчиняется условию $\omega \cdot 2t_{\Sigma} \gg \Omega_{sh}t_{\Sigma}$, изменение показаний фазометра 2

$$\Delta\Phi_{\text{вых}} \approx \Delta\varphi_{\Sigma} \quad (10)$$

при изменении расстояния R (рис. 1) будет определяться изменением суммарной фазы, пропорциональной несущей частоте.

Параллельно стандартному фазометру 2 в блоке обработки подключена ветвь измерения разности фаз $\Phi_{\text{вых}}$ между принятым сигналом и колебаниями генератора сдвига. Эта часть включает двухканальный преобразователь частоты 3, АЦП 4 и компьютер 5. В двухканальном преобразователе 3 частота сигнала с выхода полосового усилителя 1 и частота колебания сдвига преобразовывались до величины 4.5 кГц. Затем производилось двухканальное преобразование колебаний в цифровую форму и ввод в компьютер, в котором обрабатывались массивы.

При измерениях выполнялось условие $B \ll R$ (рис. 1). Зависимости запаздывания сигнала определялись как изменение показаний фазометра при изменении расстояния R и имели

период $D \approx \lambda/4 = 1,25 \text{ мм}$. В качестве отражателей использовались плоские пластины и трехгранные уголки разных размеров. Для снижения влияния колебаний здания на точность измерений, платформа с блоком измерителя и стойка с отражателем устанавливались на одну несущую балку строительной конструкции.

Перемещения контролировались с помощью микрометра с ценой деления $0,01 \text{ мм}$. Измерения проводились при движении «вперед» и «назад», результаты усреднялись. Полученная таким способом зависимость $\Delta\Phi_{\text{вых}}^{\circ}(\Delta R)$ представлена на рис. 6 волнистой линией. Идеальная зависимость, соответствующая полному подавлению «верхней» компоненты спектра $A_u = 0$, представляет собой прямую линию на рис. 6.

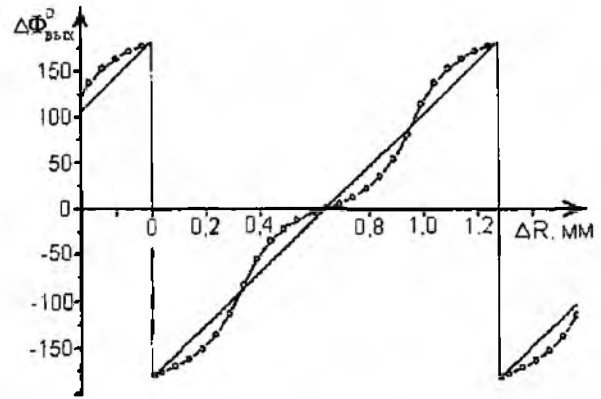


Рис. 6

Максимальные отклонения от идеальной зависимости оцениваются величиной 21° , что соответствует рассчитанным по формуле (8) уровням компонент спектра $A_u = 0,75$ и $A_u = 0,25$. Экспериментально наблюдаемые в этом случае на выходе ретранслятора значения боковых компонент оценивались величинами $A_u = 0,8$ и $A_u = 0,2$. Общий вид зависимости запаздывания радиоволны $\Delta\Phi_{\text{вых}}$ от изменения расстояния до отражателя ΔR достаточно хорошо совпадал с теоретическими. Следует отметить, что отклонения экспериментальной зависимости от линейного закона были почти асимметричными относительно точки, где $\Delta\Phi_{\text{вых}} = 0$.

Вторая часть исследований была посвящена снижению погрешностей измерения запаздывания радиоволны. Аппаратура при этом изменялась только в части использования управляемого фазовращателя 7 в ретрансляторе (рис. 3), не изменялась обработка сигнала, существенно изменялась обработка информации.

Величина фазового сдвига, который устанавливался фазовращателем 7, в опытах по снижению погрешности могла принимать два фиксированных значения: первое $\varphi_1 = \varphi_{\text{const}}$, второе $\varphi_2 = \varphi_{\text{const}} - \pi/4$. При определении характеристики запаздывания радиоволны в первом и втором положении фазовращателя были получены экспериментальные зависимости $\Delta\Phi_{\text{вых}}^{\circ}(\Delta R)$ при разных значениях фазового сдвига в блоке 7 (рис. 7). Методика получения этих зависимостей ничем не отличалась от той, которая применялась при получении зависимости рис. 6.

Зависимость 2 за счет обработки информации можно преобразовать к виду 3, при котором отклонения от линейного закона будут «зеркальными» относительно зависимости 1. Для этого ко всем ординатам зависимости 2 добавляется фазовый сдвиг $\pi/2$. Эта операция выполняется в диапазоне значений результатов измерений от $-\pi$ до $\pi/2$. В том случае, когда результат сложения превышает π , из него вычитается $3\pi/2$. Преобразованная зависимость 2 приобрела вид кривой 3, которая почти «зеркально» отклоняется от линейной зависимости. Далее можно усреднить соответствующие ординаты зависимостей 1 и 3. Результат усреднения будет значительно ближе к линейной зависимости запаздывания от изменения расстояния.

Отметим, что полученный результат связан с тем, что при изменении суммарного фазового набега, пропорционального несущей частоте, меняются фазовые соотношения между «полезной» и «паразитной» компонентами спектра, возникающего при преобразованиях в ретрансляторе. Меняется пространственное положение точек, в которых разность фаз принимает некоторые характерные значения. Это точки, где зависимость запаздывания от изменения расстояния принимает нулевое значение. вектора A_u и A_u (рис. 4) совпадают по

направлению и погрешность измерения за счет A_n становится равной нулю. Аналогичное явление наблюдается в точках, в которых векторы A_n и A_e поворачиваются на π и снова совпадают по направлению. Это точки с ординатами $-\pi$ и $+\pi$ на рис. 7 или направление, противоположное линии, имеющей угол $\Omega_{sh} t_{\Sigma}$ относительно оси абсцисс (рис. 4). В промежуточной точке векторы A_n и A_e (рис. 4) могут быть в противофазе, их сумма уменьшится, однако погрешность снова обратится в нуль (точки с ординатами $-\pi/2$ и $\pi/2$ на рис. 7).

Из изложенного следует метод обработки информации о запаздывании сигнала при изменении расстояния. Для каждой точки выполняются два измерения: первое при положении фазосдвигателя 7 (рис. 7) в положении $\varphi_1 = \varphi_{const}$, второе – при положении $\varphi_2 = \varphi_{const} - \pi/4$. Результаты измерений преобразуются способом, рассмотренным выше. Результаты измерений, выполненных таким способом, были преобразованы: из них был исключен линейный закон изменения фазы при изменении расстояния. Результаты представлены на рис. 8. Зависимость 1 показывает отклонение приращения фазы от линейного закона при отсутствии коррекции. Зависимость 2 показывает приращение фазы при изменении расстояния в случае использования предложенного метода коррекции результатов.

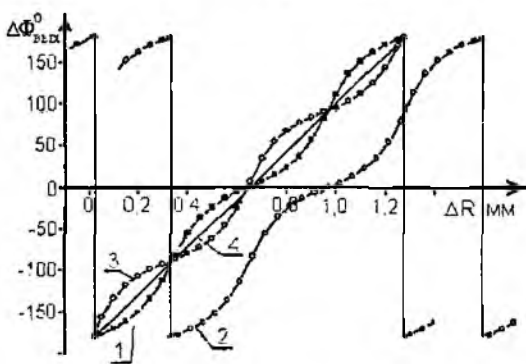


Рис. 7

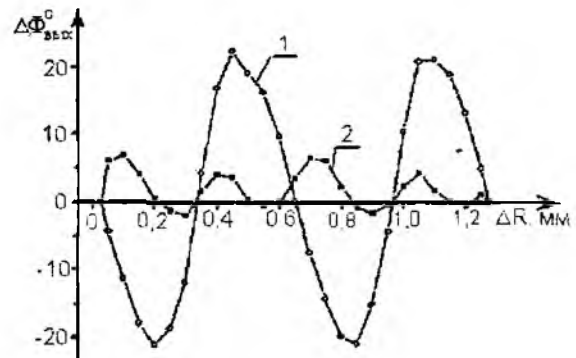


Рис. 8

Таким образом, проведенные экспериментальные исследования позволили установить зависимости запаздывания сигнала ретрансляционного измерителя от изменения расстояния. Установлен механизм происхождения отклонений запаздывания радиоволны от линейного закона. Экспериментально подтвержден способ снижения ошибок измерения, вызванных неподавленной компонентой спектра, возникающей при преобразованиях в ретрансляторе.

Список литературы: 1. Величко А.Ф., Величко Д.А. Ретрансляционный метод измерения и подавления помеховых отражений при непрерывном излучении с частотной модуляцией. К.: Известия высших учебных заведений. Радиозлектроника. 1998. Т. 41, №11. С. 3-12. 2. Величко А.Ф., Величко Д.А. Характеристики отраженного сигнала при ретрансляционном методе и ограниченном подавлении боковых компонент спектра. К.: Известия высших учебных заведений. Радиозлектроника. 2000. Т. 43, №3. С. 11-20. 3. Величко А.Ф., Величко Д.А., Курбатов И.В. Фазовые соотношения и способ снижения погрешностей измерения многочастотных ретрансляционных систем. К.: Известия высших учебных заведений. Радиозлектроника. 2005. Т. 48, №5. С. 57-67. 4. Сколник М. Введение в технику радиолокационных систем / Пер. с англ. под ред. К. Н. Трофимова. М.: Мир. 1965. 747 с.

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова
Национальной академии наук Украины

Поступила в редакцию 24.03.2007

УТОЧНЕНИЕ МЕТОДИКИ УЧЕТА ФИЗИЧЕСКОГО ФАКТОРА ЗАМЕЧАЕМОСТИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ИСТИННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ РАДИОМЕТЕОРОВ

Введение

При исследовании метеоров, не доступных для прямого изучения, приходится использовать косвенные методы наблюдений (фотографические и радиолокационные). Данные методы дают результаты, искаженные селекцией. Из метеорных тел наблюдениям доступны только те, орбиты которых пересекают траекторию движения Земли. Но и для них различия в условиях встречи с Землей обуславливают резкое отличие наблюдаемых свойств от истинных. Отличие видимой картины от истинной определяется тремя факторами: во-первых, движение и притяжение Земли определяют вероятность встречи метеорных тел с Землей от параметров орбит, по которым они движутся – астрономический фактор селекции. Во-вторых, характер наблюдений определяет вероятность регистрации метеоров, порождаемых метеорными телами с различными координатами радианта – геометрический фактор селекции. В-третьих, различная геоцентрическая скорость, с которой метеорные тела влетают в земную атмосферу, определяет вероятность регистрации наземными методами наблюдения метеоров с данной скоростью – физический фактор селекции.

Большинство из зарегистрированных наземными методами метеоров относятся к радиометеорам, т.е. обнаруженных радиолокационным методом. При радионаблюдениях от скорости метеорного тела зависит амплитуда отраженного от порожденного им следа сигнала. Следовательно, наиболее важным для радиометеоров является физический фактор замечаемости.

Сравнительный анализ физических факторов замечаемости, рассчитываемых по разным методикам

Учет физического фактора P_{ϕ} селективности проводят весовым методом, суть которого сводится к приписыванию каждому зарегистрированному метеору веса, обратно пропорционального вероятности его наблюдения P_{ϕ}^{-1} .

Методика расчета физического фактора замечаемости приведена в [1]. Усовершенствованный алгоритм расчета физического фактора замечаемости с учетом влияния на оценки P_{ϕ} метеорных следов насыщенного и ненасыщенного типов приведен в [2]. Следует отметить, что при расчете физического фактора замечаемости необходимо задаться рядом параметров и моделей, которые до настоящего времени достоверно не определены. Это, в первую очередь, начальный радиус метеорного следа как функция скорости метеорного тела и высоты отражающей точки, зависимость коэффициента амбиполярной диффузии от высоты, коэффициента ионизации от скорости, значений высот и формы кривых ионизации и др.

В [3] предложены методы оценки P_{ϕ} , основанные на статистическом анализе результатов наблюдений, которые не требуют привлечения каких-либо физических моделей процессов образования метеорного следа и отражения радиоволн от него. Физический фактор замечаемости по [3] можно аппроксимировать выражением

$$P_{\phi}(v_{\infty}) = 4.2155 \cdot 10^{-15} v_{\infty}^{13.42} \exp(-0.42v_{\infty}). \quad (1)$$

В [4] использовано данное выражение для построения исправленных распределений параметров радиометеоров.

Стоит отметить, что большинство авторов, которые занимались учетом физического фактора замечаемости, при получении истинных распределений параметров метеоров учитывали P_ϕ как функцию только внеатмосферной скорости v_∞ и не учитывали его зависимость от зенитного расстояния z радианта, считая, что среднее значение $\cos(z)$ равно 0.666. Метод порядковых статистик [3] также не позволяет получить физический фактор как функцию v_∞ и $\cos(z)$.

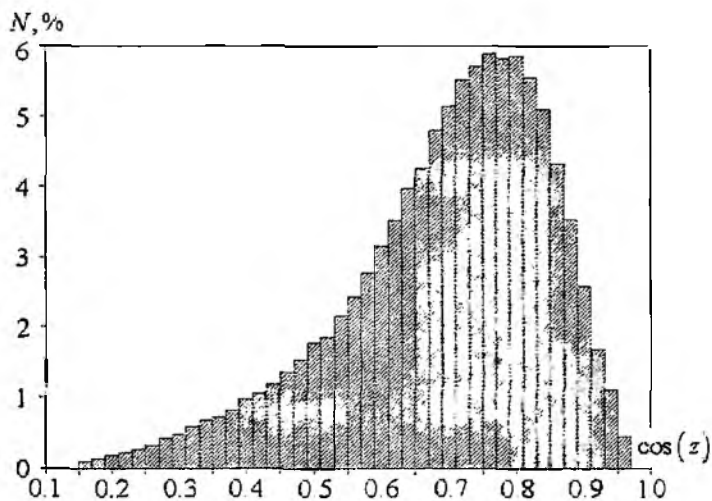


Рис. 1

Значение косинуса зенитного расстояния радианта может изменяться от 0 до 1, что хорошо иллюстрирует график (рис. 1) распределения $\cos(z)$, полученный при обработке каталога ХНУРЭ, насчитывающего около 155000 орбит радиометеоров. Данный каталог представляет собой результаты круглосуточных наблюдений радиометеоров системой МАРС [3] в течение 6 лет – с 1972 по 1978 год. На рис. 1 по оси ординат – количество орбит в процентах от всего объема выборки. Минимальное значение $\cos(z)$ равно приблизительно 0.174, а максимальное – около 0.995. Основной вклад в распределение вносят значения косинуса зенитного расстояния радианта, находящиеся в диапазоне $0.6 \div 0.9$. Среднее значение $\cos(z)$ равно 0.72. Как видим, предположение, что среднее значение косинуса зенитного расстояния радианта равно 0.666 для обрабатываемого каталога радиометеоров несколько неверно, кроме того – зенитное расстояние радианта изменяется в широких пределах, что неизменно повлияет на вид исправленных распределений параметров радиометеоров.

Для того чтобы сравнить, насколько может изменить вид исправленных распределений параметров орбит радиометеоров учет зависимости физического фактора замечаемости от зенитного расстояния радианта, мы рассчитали значения P_ϕ для трех вариантов:

- «классический» физический фактор по [1] с применением современных вычислительных методов [5];
- физический фактор по [1] с учетом влияния на оценки P_ϕ метеорных следов насыщенного и ненасыщенного типов [2];
- физический фактор по модели (1).

В расчетах по первым двум вариантам были приняты параметры и модели метеорной зоны ионосферы, рекомендованные на Всесоюзном рабочем совещании по проблеме избирательности радионаблюдений метеоров в Обнинске 1982 г. (см. табл. 1). Также в табл. 1 приведены необходимые для расчетов характеристики комплекса МАРС.

На рис. 2 приведены рассчитанные графики зависимости $P_\phi(v_\infty)$ при условии, что зенитное расстояние радианта равно 0.666. На рис. 2 кривая 1 соответствует физическому фактору по (1); кривая 2 – расчет по [2]; кривая 3 – расчет по [5]. Если сравнить графики приведенных функций, то можно отметить, что небольшое отличие значений графика 1 и значений графиков 2 и 3 имеет место при скоростях радиометеоров менее 30 км/с и более 50 км/с, что, на наш взгляд, объясняется принятыми при расчетах кривых 2 и 3 моделями метеорной зоны атмосферы, с одной стороны, и формулой аппроксимации (1) – с другой. На низких скоростях на оценки P_ϕ влияет используемый в расчетах коэффициент ионизации $\beta(v_\infty)$, в случае

быстрых метеоров – начальный радиус метеорного следа $r_0(v_\infty, h)$. В целом кривые довольно близки. благодаря чему мы можем сделать вывод: следует ожидать незначительных несоответствий в исправленных распределениях радиометеоров, обусловленных различием в рассчитанных по разным методикам значениях физического фактора.

Таблица 1

Порог чувствительности комплекса МАРС, эл/м	$\alpha_{эл}^{min} = 5 \cdot 10^{10}$
Рабочая частота комплекса МАРС, МГц	$f_0 = 31.1$
Коэффициент ионизации	$\beta = 3.0893 \cdot 10^{-6} (v - 8.13)^3$
Коэффициент амбиполярной диффузии, м ² /с	$D = \exp(0.108h - 7.842)$
Начальный радиус метеорного следа, м	$r_0 = 0.109 v^{0.65} \exp\left(\frac{h-95}{H}\right)$
Плотность атмосферы, кг/м ³	$\rho = 1.405 \cdot 10^{-6} \exp\left(\frac{95-h}{H}\right)$
Приведенная высота атмосферы, км	$H = 46.82 - 0.95h + 0.0055h^2$

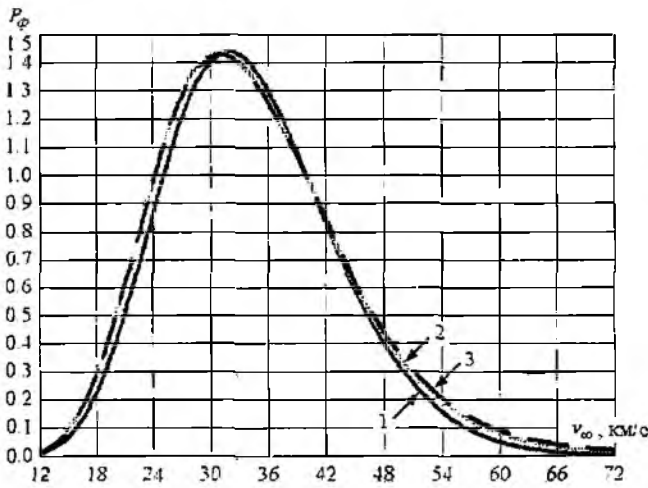


Рис.2

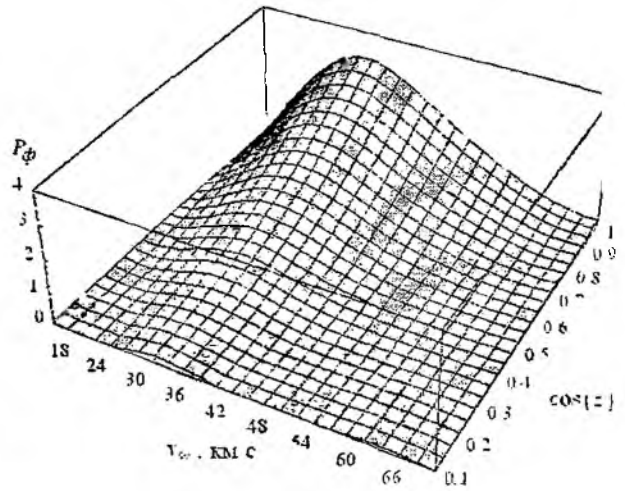


Рис.3

Следующим шагом в наших исследованиях стал расчет физического фактора замечаемости с учетом насыщенных метеорных следов как функции внеатмосферной скорости при заданном значении зенитного расстояния радианта (от 0.1 до 1.0 с шагом 0.05). В расчетах использовались параметры и модели метеорной зоны ионосферы, представленные в табл. 1. Таким образом, мы получили массив значений P_ϕ как функции указанных выше параметров радиометеоров. На рис. 3 приведен график рассчитанной зависимости $P_\phi(v_\infty, \cos(z))$. При расчетах физический фактор был пронормирован таким образом, что при $v_\infty = 40$ км/с и зенитном расстоянии радианта $\cos(z) = 0.666$ значение P_ϕ было равным единице.

Как видно из графика, приведенного на рис. 3, одномодальная зависимость физического фактора от внеатмосферной скорости сохраняется. С увеличением значения косинуса зенитного расстояния радианта наблюдается смещение максимума физического фактора в область быстрых метеоров. Кроме того, чем больше текущее значение $\cos(z)$ отличается от 0.666, тем более заметен и рост разности в значениях физического фактора для соответствующих зенитных расстояний радианта. Более наглядно данный процесс представлен на рис. 4. Здесь приве-

дены сечения функций $P_{\phi}(v_{\infty}, \cos(z))$ для нескольких значений зенитных расстояний радианта: $\cos(z) = 0.5$ – график 1, $\cos(z) = 0.666$ – график 2, $\cos(z) = 0.72$ (среднее значение по данным каталога ХНУРЭ) – график 3, $\cos(z) = 0.85$ – график 4 соответственно.

Как видим, значения физического фактора при одинаковых скоростях увеличиваются с ростом значения $\cos(z)$ практически на всем диапазоне изменения v_{∞} . В области малых скоростей незначительное отличие значений P_{ϕ} при разных зенитных расстояниях радианта объясняется, на наш взгляд, сильной зависимостью эффективной электронной плотности вдоль метеорного следа, а значит и оценок P_{ϕ} [5], от коэффициента ионизации $\beta(v_{\infty})$ и слабой зависимостью от остальных параметров.

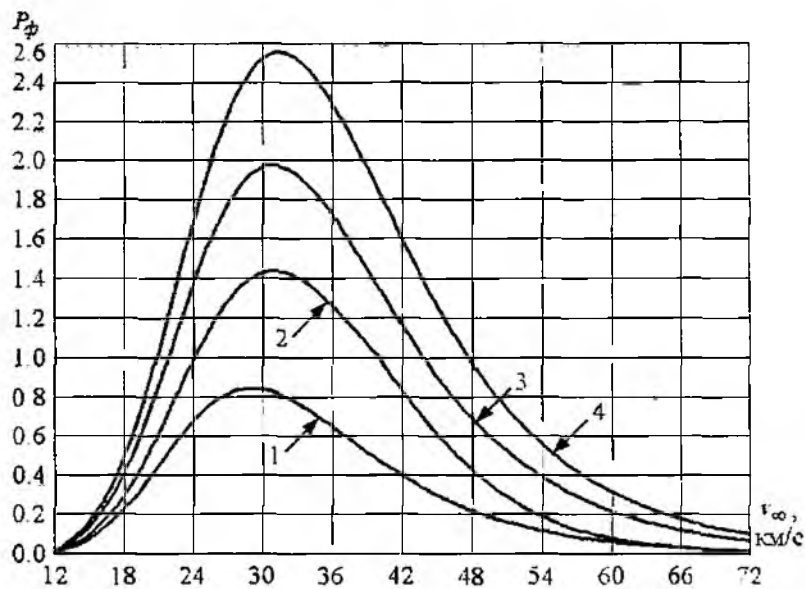


Рис.4

Из анализа графиков, приведенных на рис. 4, можно сделать вывод: учет зависимости физического фактора замечаемости от зенитного расстояния радианта существенным образом должен влиять на исправленные распределения параметров радиометеоров.

Учет зависимости физического фактора от зенитного расстояния радианта при построении исправленных за физический фактор замечаемости распределений параметров орбит радиометеоров

Приписывая каждому зарегистрированному метеору вес, равный P_{ϕ}^{-1} , можно перейти от распределений зарегистрированных радиометеоров к исправленным за физический фактор распределениям метеорных тел, пересекающих орбиту Земли.

Рассчитанные по предложенной в данной статье уточненной методике исправленные распределения параметров метеоров каталога ХНУРЭ (v_g – геоцентрическая скорость, v_h – гелиоцентрическая скорость, e – эксцентриситет, q – перигелийное расстояние, i – наклонение, ω – аргумент перигелия, $\lambda' - \lambda_a$ – гелиоцентрическая долгота радианта, β' – гелиоцентрическая широта радианта) приведены на рис. 5 (графики 1). Для сравнения на рис. 5 (графики 2) приведены распределения параметров метеоров исследуемого каталога, но исправленные за физический фактор по (1), т.к. именно данная реализация P_{ϕ} использована в [4]. На графиках рис. 5 по оси ординат – количество орбит в процентах от общего объема выборки N , по оси абсцисс – параметр, по которому строится распределение. В табл. 2 приведены статистические характеристики исследуемых параметров орбит радиометеоров.

Проведем сравнительный анализ полученных распределений параметров радиометеоров, исправленных за физический фактор замечаемости. Отметим, что для построения истинных распределений необходим учет четырех факторов – аппаратурного, физического, геометрического и астрономического, причем учет каждого из них существенно изменяет вид исходных распределений. Поэтому в данной статье не приводится астрономическая интерпретация рассчитанных зависимостей.

Геоцентрическая скорость. Распределение по модели [2] имеет 2 максимума в интервалах скоростей 20–25 км/с $N_{\max} \approx 0.7\%$ и 55–65 км/с $N_{\max} \approx 6.2\%$. В интервале скоростей 25–45 км/с наблюдаются незначительные вторичные максимумы. В распределении, изображенном на графике 1, также наблюдаются 2 максимума: первый из них (20–40 км/с) шире, чем для графика 2, и приблизительно в 2 раза больше – $N_{\max} \approx 1.5\%$. Второй максимум $N_{\max} \approx 5.1\%$ смещен в сторону меньших (50–60 км/с) скоростей. Отметим, что ввод зависимости физического фактора от зенитного расстояния радианта привел к заметному увеличению (примерно с 18 % до 38 %) вклада в общее распределение радиометеоров со скоростями 20 ÷ 50 км/с и соответственно уменьшению вклада более быстрых метеоров – с 78 % до 56 %.

Таблица 2

	Предлагаемая методика							
	v_g	v_h	e	q	i	ω	$\lambda' - \lambda_a$	β'
Среднее значение	47.3209	31.6369	0.5606	0.5701	109.6186	182.2543	195.0098	11.1900
Медианное значение	52.5200	32.1900	0.5920	0.5809	133.4900	185.3850	215.0359	11.0400
СКО	14.4569	5.6346	0.2547	0.2836	57.5813	106.4357	129.4561	32.3737
Коэффициент асимметрии	-0.7169	-0.6409	-0.2458	-0.1565	-0.7078	-0.0419	-0.1818	-0.1302
Коэффициент эксцесса	-0.6726	0.2896	-1.0484	-1.1631	-0.9964	-1.2855	-1.5229	-0.4566
	По модели физического фактора (1)							
	v_g	v_h	e	q	i	ω	$\lambda' - \lambda_a$	β'
Среднее значение	53.5602	32.7004	0.5211	0.6729	131.3509	185.5159	210.4848	18.4113
Медианное значение	57.3500	33.2800	0.5325	0.7203	146.3800	198.2500	297.7787	20.8300
СКО	12.8594	5.1939	0.2437	0.2560	46.0288	102.3353	142.3245	27.4575
Коэффициент асимметрии	-1.1540	-0.6318	-0.1067	-0.5818	-1.5618	-0.2199	-0.3975	-0.2700
Коэффициент эксцесса	1.6158	0.2168	-1.0397	-0.6906	1.4319	-1.1929	-1.6165	-0.2428

Гелиоцентрическая скорость. Обе модели дают примерно одинаковые распределения, что хорошо иллюстрируют данные из табл. 2. Отметим более острый максимум у графика 2, который приблизительно на полпроцента больше максимума графика 1.

Эксцентриситет орбит. Распределение по методике (1) имеет «трапециндальную форму» – рост при $e < 0.3$, практически неизменное значение в диапазоне $0.3 < e < 0.85$ и спад при $e > 0.85$. Использование предложенной методики расчета P_ϕ приводит к изменению вида распределения – увеличивается вклад орбит с большими эксцентриситетами (медианное значение 0.5325 против 0.5920 для модели (1)), также в диапазоне $0.6 < e < 0.9$ наблюдается максимум распределения.

Перигелийное расстояние. Распределение по методике (1) дает равномерный рост значения процента орбит N во всем диапазоне изменения перигелийного расстояния $q < 0.95$ и острый максимум $N_{\max} \approx 6.5\%$ при $q = 0.98$. Распределение перигелийных расстояний, изображенное на графике 1, несколько иное – для орбит метеоров, близких к круговым, также наблюдается рост процента орбит N , равномерное распределение в диапазоне $0.1 < q < 0.95$ – увеличение вклада орбит с $q < 0.5$. Как и для графика 2, при $q = 0.98$ имеем максимум распределения, однако приблизительно в 2 раза меньший.

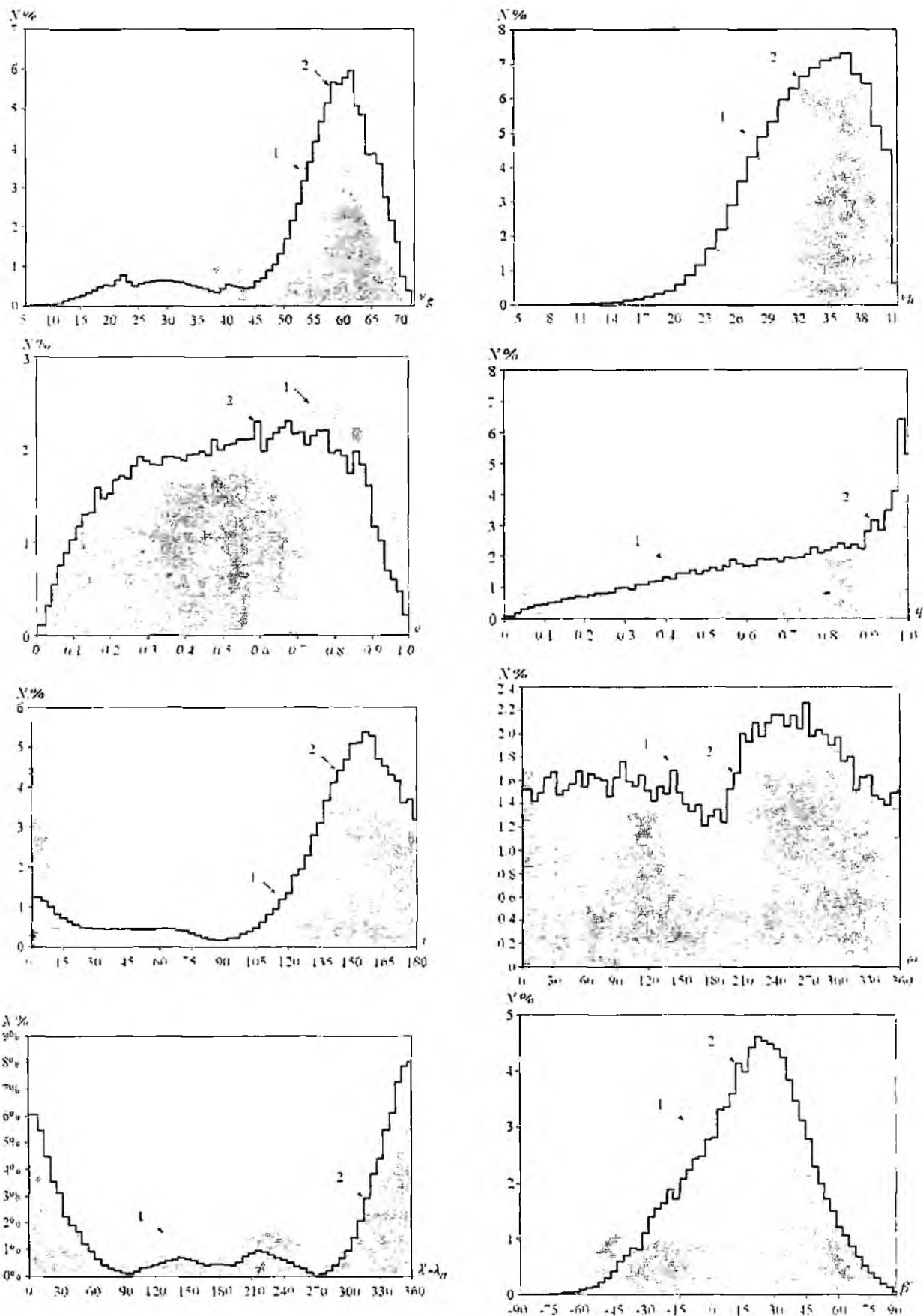


Рис. 5

Наклон орбит. Распределения метеороидов по наклонениям сходны по виду зависимости, однако довольно сильно различаются количественно. Для обоих распределений характерны 2 максимума – при значениях наклонения $i < 15^\circ$ и $140^\circ < i < 165^\circ$. Минимум обоих распределе-

ний соответствует наклонению $i = 90^0$. В распределении по модели (1) наблюдается рост количества метеоров области больших наклонов $i > 120^0$ – в данном диапазоне сосредоточено 75% всех исследуемых орбит против 57% для графика 1, и уменьшение вклада орбит с наклонами менее 90^0 – в данном диапазоне сосредоточено 16% всех орбит против 31% для графика 1.

Аргумент перигелия. Распределения по ω в сравнении с другими зависимостями, приведенными на рис. 5, практически равномерны – разность между максимальным и минимальным значениями N для обоих распределений не превосходит одного процента. В диапазоне аргументов перигелия $\omega < 180^0$ наблюдается небольшое преобладание орбит метеоров для графика 1, для остальных значений ω наблюдаются максимумы – для графика 2 в диапазоне $210^0 < \omega < 300^0$, для графика 1 максимум смещается в сторону больших аргументов перигелия $270^0 < \omega < 360^0$.

Гелиоцентрическая долгота. Для распределений по гелиоцентрической долготе $\lambda' - \lambda_a$, как и в случае наклона орбит, характерно сходство вида графиков и их количественное отличие. Во-первых, наблюдаются максимумы распределений для значений $\lambda' - \lambda_a < 30^0$ и $\lambda' - \lambda_a > 330^0$, в данных диапазонах гелиоцентрической долготы имеем преобладание орбит метеоров для модели (1) – 3% и 11% соответственно. Во-вторых, наблюдаются максимумы распределений для значений $110^0 < \lambda' - \lambda_a < 150^0$ и $210^0 < \lambda' - \lambda_a < 250^0$, в данных диапазонах гелиоцентрической долготы имеем преобладание орбит метеоров для предложенной методики оценки P_ϕ – 6% и 7% соответственно. Отметим также общее смещение количества орбит в распределении для графика 1 в область гелиоцентрических долгот менее 270^0 – медианное значение 215.0359 против 297.7787 для модели (1).

Гелиоцентрическая широта. Распределение по методике (1) имеет четко выраженный максимум в интервале $15^0 < \beta < 40^0$. Использование методики расчета P_ϕ приводит к изменению вида распределения – максимум распределения становится более широким и смещается в область $-10^0 < \beta < 10^0$. Кроме того, для графика 1 в диапазоне гелиоцентрических широт $\beta < 10^0$ наблюдается существенное увеличение (12%) количества орбит метеоров

Выводы

Применение предлагаемой методики учета физического фактора замечаемости как функции зенитного расстояния радианта, а также учет отражения радиоволн от насыщенных и ненасыщенных следов метеорных тел приводят к существенному изменению распределений параметров орбит метеороидов. Полученные результаты планируется в дальнейшем использовать для построения истинных распределений параметров орбит метеорных тел.

Список литературы: 1. Кащеев Б.Л., Лебединец В.Н., Лагутин М.Ф. Метеорные явления в атмосфере Земли. М.: Наука. 1967. 260 с. 2. Горелов Д.Ю., Волощук Ю.И. Учет влияния насыщенных метеорных следов на оценку физического фактора замечаемости // Радиотехника. 2006. Вып. 145. С. 71-75. 3. Волощук Ю.И., Кащеев Б.Л., Кручиненко В.Г. Метеоры и метеорное вещество. К.: Наук. думка. 1989. 295 с. 4. Волощук Ю.И., Кащеев Б.Л. Метеорный комплекс вблизи орбиты Земли: спорадический фон, потоки, ассоциации. Сравнительный анализ некоторых статистических характеристик потоковых и спорадических метеорных тел // Астрономический вестник. 1996. Т. 30, № 6. М.: Наука. 1996. С. 90-110. 5. Горелов Д.Ю., Волощук Ю.И. Исследование физического фактора замечаемости // Радиотехника. 2005. Вып. 143. Харьков: ХНУРЭ.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 14.03.2007

ПРИМЕР РАСЧЕТА ОЖИДАЕМЫХ УРОВНЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ С УЧЕТОМ РЕАЛЬНОГО МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ

Введение

Одна из основных задач при развертывании сетей радиодоступа – это задача планирования размещения РТО. Это задача оптимизации по многокритериальным признакам, которая решается методами системного анализа. Данные методы позволяют выбрать наиболее важные конкурирующие параметры и оптимизировать их исходя из заданной стратегии.

Как показывает практика, одна из таких конкурирующих пар это пара: обеспечение заданного уровня сигнала у пользователя – обеспечение минимальных границ СЗЗ и ЗОЗ.

Рассмотрим, каким образом определяется один из этих параметров, а именно методику определения границ СЗЗ и ЗОЗ. Как показано в [1], существующие методики ориентированы на идеализированные упрощенные условия размещения радиотехнических средств. Ввиду этого предлагается пример расчета по методике, учитывающей трехмерные координаты каждой РТС.

Постановка задачи

В общем случае в состав радиотехнического объекта (РТО) входит некоторое количество радиотехнических средств, работающих в режиме излучения. Исходными данными которых служат: мощности, частоты, и режимы работы передатчиков, диаграммы направленности, коэффициенты усиления, координаты расположения, а также азимуты направлений максимумов излучения, углы наклона к горизонту, поляризация, затухания в антенно-фидерных трактах для антенн РТС. На основе исходных данных необходимо определить напряженность или плотность потока энергии (в зависимости от диапазона частот) в определенных точках пространства, а также внешние границы СЗЗ и ЗОЗ¹.

Пример расчета

Существующие методы оценки СЗЗ и ЗОЗ [2-3] базируются на расчете распределения уровней электрического поля по дальности и высоте. Как показано в [1], суммарная электрическая составляющая напряженности ЭМП при пространственном разнесении РТС

$$E_{\Sigma kj} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\sqrt{30 \cdot P_i \cdot G_i \cdot \eta_i}}{R_{i,kj}} \cdot F_B(\theta_{ikj}) \cdot F_L(\varphi_{ikj}) \cdot K_\phi \cdot K_r \right]^2} \quad (1)$$

где i – индекс суммирования по числу станций; k – индекс, определяющий порядковый номер расчетной точки по высоте; j – индекс, определяющий порядковый номер расчетной точки по дальности; P – мощность на входе антенно-фидерного тракта (Вт); G – коэффициент усиления антенны относительно изотропного излучателя; η – коэффициент потерь в антенно-фидерном тракте; R – расстояние от геометрического центра антенны до расчетной точки (м.); $F_B(\theta)$ – значение нормированной диаграммы направленности антенны в вертикальной плоскости; $F_L(\varphi)$ – значение нормированной диаграммы направленности антенны в горизонтальной плоскости; K_ϕ – множитель, учитывающий влияние земли; K_r – множитель, учитывающий неравномерность диаграммы направленности в горизонтальной плоскости.

¹ Санитарно-защитной зоной является площадь, примыкающая к технической территории РТО. Внешняя граница СЗЗ определяется на высоте до 2 м. от поверхности земли по предельно допустимому уровню (ПДУ) электромагнитного поля. Зона ограничения застройки является территория, где на высоте более 2-х м. от поверхности земли превышаются ПДУ. Внешняя граница зоны ограничения определяется по максимальной высоте зданий перспективной застройки, на уровне верхнего этажа которых ПДУ электромагнитного поля не превышает значений действующих нормативов.

Как следует из данного выражения, для нахождения электрической составляющей ЭМП, а равно и плотности потока энергии² необходимо определить:

– углы в меридианных плоскостях θ_{ik} и азимутальных плоскостях φ_{ik} для каждой РТС и для каждой точки R_{ik} ;

– значения $F_{R_i}(\theta_{ik})$, $F_{L_i}(\theta_{ik})$ и произвести расчет по формуле (1).

Покажем алгоритм, каким образом можно учесть реальное положение РТС на примере.

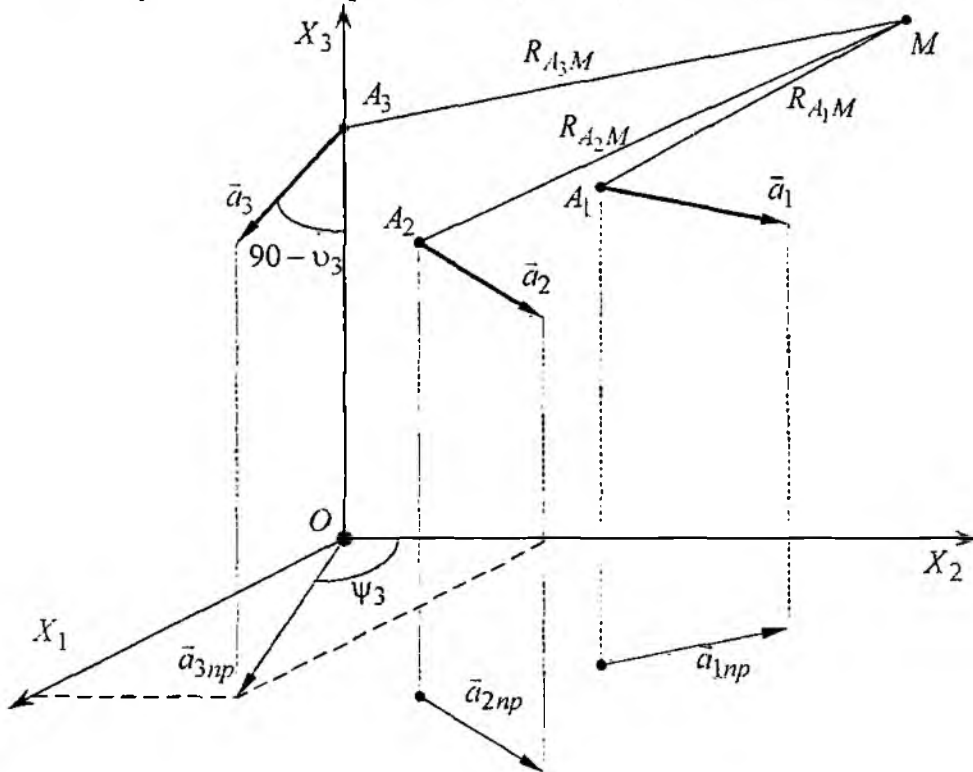


Рис. 1

Зададим правостороннюю систему координат (OX_1, X_2, X_3) , центр O которой однозначно связан с объектом, где размещаются РТС. За положительное направление поворота данной системы принято направление против часовой стрелки.

Построим в этой системе координат точки $A_i(x'_1, x'_2, x'_3)$, соответствующие фазовым центрам антенн (индекс сверху определяет номер РТС, а не степень). Координаты данных центров являются заданными по условию. От фазового центра каждой антенны отложим единичный вектор $\bar{a}_i \{ a_1^i, a_2^i, a_3^i \}$, характеризующий пространственное положение главного максимума диаграммы направленности.

Компоненты этого вектора относительно данной системы координат определяются из исходных данных следующим образом (см. рис. 1):

$$a_1^i = \cos \nu_i \cdot \sin \psi_i; \quad a_2^i = \cos \nu_i \cdot \cos \psi_i; \quad a_3^i = -\sin \nu_i,$$

где ν_i – угол наклона электрической оси i -й антенны относительно горизонта; ψ_i – азимут главного максимума диаграммы направленности i -й антенны.

² Плотность потока энергии определяется согласно [2] через электрическую составляющую ЭМП как

$$ППЭ = \frac{E^2}{3,77} \text{ (мкВт/см}^2\text{)}$$

Запишем в аналитической форме уравнение главных горизонтальных плоскостей для каждой антенны. Под главной горизонтальной плоскостью понимается плоскость, в которой лежит вектор \vec{H} при линейной вертикальной поляризации электромагнитного поля.

Для ясности покажем, как находятся эти плоскости на примере РТС с фазовым центром в точке A_1 (см. рис. 2).

Вначале определим вспомогательный вектор \vec{b}_1 , перпендикулярный плоскости γ_1 , в которой лежит вектор \vec{a}_1 . Как следует из построения, плоскость γ_1 параллельна орту \vec{x}_3 оси OX_3 , следовательно:

$$\vec{b}_1 = [\vec{a}_1 \times \vec{x}_3] \quad (2)$$

Вектор \vec{b}_1 будет параллелен главной горизонтальной плоскости β_1 , в которой лежит вектор \vec{a}_1 . Поэтому вектор нормали к плоскости β_1 можно определить как

$$\vec{n}_1 = [\vec{b}_1 \times \vec{a}_1] \quad (3)$$

и уравнение главной горизонтальной плоскости β_1 , проходящей через точку $A_1(x_1^1, x_2^1, x_3^1)$, имеет вид

$$n_1^1 \cdot (x_1 - x_1^1) + n_2^1 \cdot (x_2 - x_2^1) + n_3^1 \cdot (x_3 - x_3^1) = 0, \quad (4)$$

где n_1^1, n_2^1, n_3^1 – компоненты вектора $\vec{n}_1\{n_1^1, n_2^1, n_3^1\}$.

Ортом направления максимального излучения для РТС по условию является вектор \vec{a}_1 . Так как согласно [2] границы СЗЗ и ЗОЗ должны определяться по максимуму ВДИ³ в направлениях максимального и минимального излучений РТС, то для определения ВДИ в данных направлениях осуществим такой переход от старой системы координат $(OX_1X_2X_3)$ к новой $(OX_1'X_2'X_3')$, в которой вектор \vec{a}_1 будет лежать в плоскости $OX_2'X_3'$ (см. рис. 2). Этот переход состоит из двух этапов, это параллельный перенос старой системы в новый центр O' и поворот относительно оси OX_3' на угол ψ_1 , который является азимутом главного максимума диаграммы направленности для антенны данного РТС (известный по условию).

За центр O новой системы координат возьмем проекцию точки A_1 на плоскость OX_1X_2 . Таким образом, после такого перехода фазовый центр антенны $A_1(x_1^1, x_2^1, x_3^1)$ будет лежать на оси OX_3' , а главная вертикальная плоскость антенны γ_1 будет совпадать с плоскостью OX_2X_3 .

Векторы нормалей $\vec{n}_i\{n_1^i, n_2^i, n_3^i\}$ к главным горизонтальным плоскостям РТС в новой системе координат $(OX_1'X_2'X_3')$ будут иметь следующие компоненты [4]:

$$n_g^i = \alpha_{gk} \cdot n_k^i, \quad (5)$$

(происходит суммирование по k -м индексам, как принято в тензорном исчислении), где n_g^i – компоненты нормали i -й РТС, в новой системе координат; $\alpha_{gk} = \cos(\angle X_g X_k)$ – косинус угла между g -й новой осью и k -й старой осью; g и k – буквенные индексы, принимающие значения (1, 2, 3).

Аналогично получаем для компонент векторов \vec{a}_i , характеризующих пространственное положение главных максимумов диаграмм направленности:

$$a_g^i = \alpha_{gk} \cdot a_k^i \quad (6)$$

³ ВДИ – вертикальная диаграмма излучения, которая представляет собой совокупность кривых в вертикальной плоскости, каждая из которых имеет постоянное значение ППЭ и называется изоплотностной кривой.

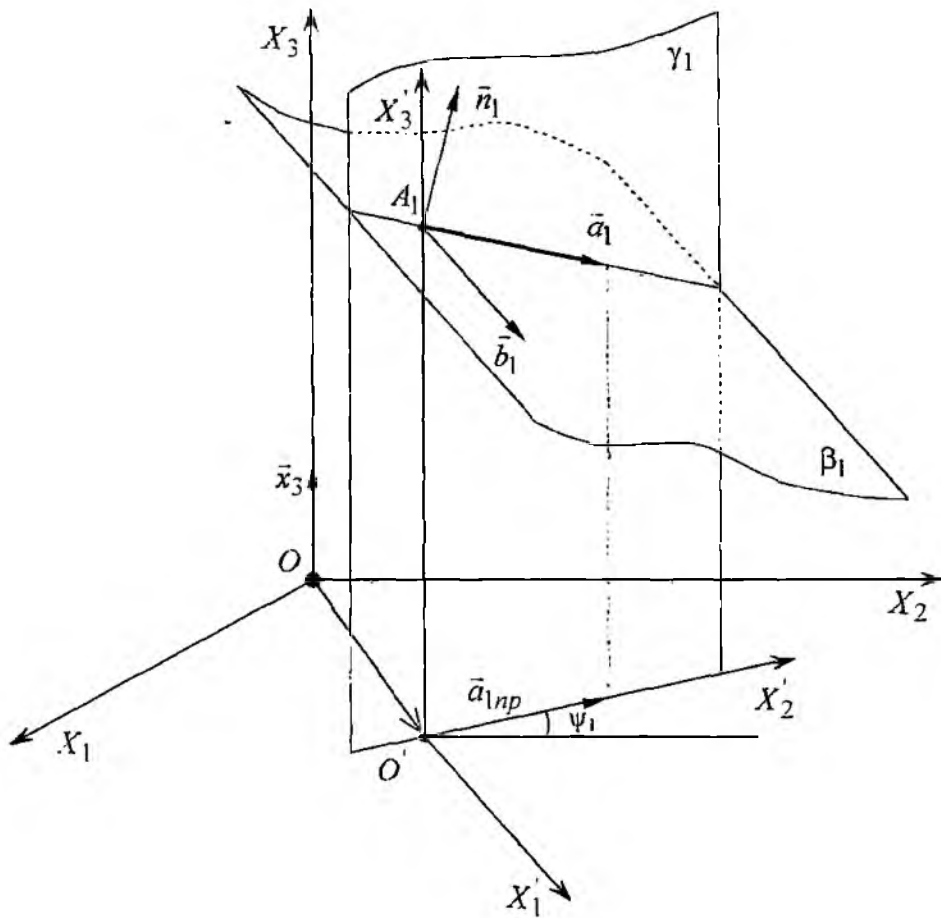


Рис. 2

Соответственно фазовые центры $A_1(x'_1, x'_2, x'_3)$ в новой системе будут иметь следующие координаты:

$$x'_k = \alpha_{k'k} \cdot x_k + x_k^{0*}, \quad (7)$$

где x_k^{0*} – координаты центра старой системы координат O , в новой системе.

Главные горизонтальные плоскости для РТС в новой системе координат запишутся так:

$$n'_1 \cdot (x_1 - x'_1) + n'_2 \cdot (x_2 - x'_2) + n'_3 \cdot (x_3 - x'_3) = 0 \quad (8)$$

Возьмем теперь точку M , принадлежащую плоскости O, X_2, X_3 с координатами $M(0; X_{2M}; X_{3M})$ (см. рис. 3) и для каждой антенны определим углы между направлением на точку M и главными плоскостями. Как это делается покажем на примере антенны, имеющей фазовым центром точку A_2 .

Углом между вектором $\overline{A_2M}$ и главной горизонтальной плоскостью β_2 , антенны A_2 , будет угол между векторами $\overline{A_2M}$ и $\overline{A_2M_{\beta_2}}$, где $M_{\beta_2}(x'_{1M_{\beta_2}}; x'_{2M_{\beta_2}}; x'_{3M_{\beta_2}})$ проекция точки M на плоскость β_2 .

Координаты этой точки определяются из системы линейных уравнений:

$$A \cdot X_{M_{\beta_2}} = X_M \quad (9)$$

где $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -n_1^2 \\ 0 & 1 & 0 & -n_2^2 \\ 0 & 0 & 1 & -n_3^2 \\ n_1^2 & n_2^2 & n_3^2 & 0 \end{pmatrix}$ – матрица коэффициентов системы; $X_{M_p} = \begin{pmatrix} x_{1M_p} \\ x_{2M_p} \\ x_{3M_p} \\ t \end{pmatrix}$ – вектор

известных системы; $X_M = \begin{pmatrix} 0 \\ x_{2M} \\ x_{3M} \\ D \end{pmatrix}$ – вектор свободных членов,

где $D = n_1^2 x_1^2 + n_2^2 x_2^2 + n_3^2 x_3^2$ – решение данного уравнения при $\det A \neq 0$ запишется в виде

$$X_{M_p} = A^{-1} \cdot X_M \quad (10)$$

где A^{-1} – матрица обратная A .

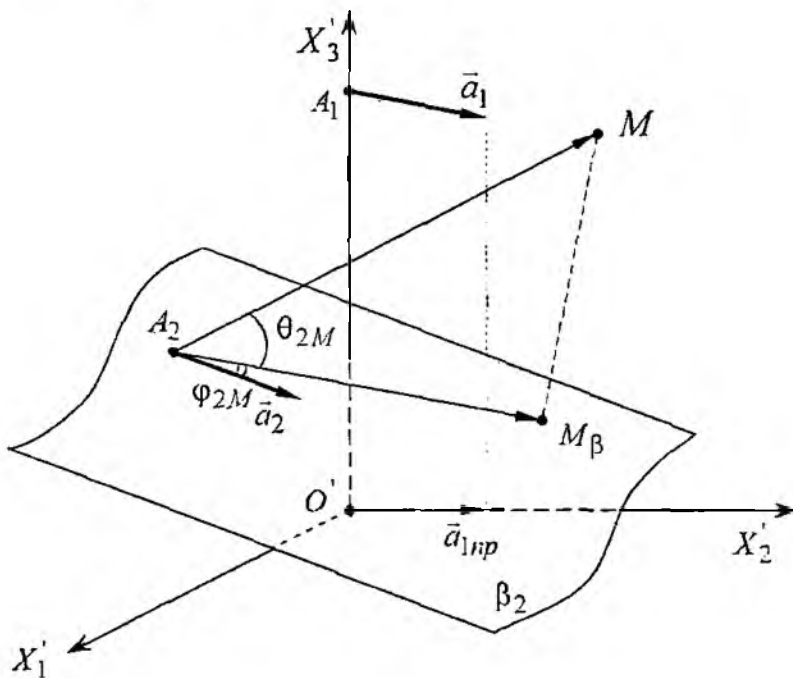


Рис. 3

Искомый угол определяется из выражения для скалярного произведения векторов:

$$\cos(\theta_{2M}) = \frac{(\overline{A_2 M} \cdot \overline{A_2 M_{\beta_1}})}{|\overline{A_2 M}| \cdot |\overline{A_2 M_{\beta_1}}|} \quad (11)$$

Углом между $\overline{A_2 M}$ и главной вертикальной плоскостью антенны будет угол, между векторами $\overline{A_2 M_{\beta_2}}$ и \vec{a}_2 , который также определяется через скалярное произведение векторов:

$$\cos(\varphi_{2M}) = \frac{(\vec{a}_2 \cdot \overline{A_2 M_{\beta_2}})}{|\vec{a}_2| \cdot |\overline{A_2 M_{\beta_2}}|} \quad (12)$$

Определяя таким образом углы для каждой из антенн, можно определить значения нормированных диаграмм направленности $F_B(\theta_i)$ и $F_l(\varphi_i)$. Подставляя эти значения и значе-

ния расстояния от точки M до каждой из антенн в выражение (1), можно получить суммарную электрическую составляющую напряженности ЭМП в точке M при пространственном разнесении РТС. Изменяя положение точки M , можно определить ВДИ для антенны A_i . После чего становится возможным определение границ СЗЗ и ЗОЗ в направлениях максимума – минимума для данной антенны.

Используя данный алгоритм перехода от одной системы координат к другой и выражения приведенные выше, можно определить границы СЗЗ и ЗОЗ для каждой из антенн, а также в любом заданном направлении.

Список литературы: 1. Лисковский И.О. Расчет ожидаемых уровней электромагнитного поля, с учетом реального местоположения радиотехнических средств // Вісник держ. ун-ту інформаційно-комунікаційних технологій. 2005. Т. 3, №3-4. С. 64–66. 2. Методические указания по определению уровней электромагнитного поля средств управления воздушным движением гражданской авиации ВЧ-, ОВЧ-, УВЧ- и СВЧ-диапазонов / М. Г. Шандала, Ю. Д. Думанский, Д. С. Иванов и др. М.: Минздрав СССР, 1988. 44с. 3. Методические указания по определению уровней электромагнитного поля и границ санитарно-защитной зоны и зоны ограничения застройки в местах размещения средств телевидения и ЧМ-радиовещания / М. Г. Шандала, Ю. Д. Думанский, И. И. Карачев и др. М.: Минздрав СССР, 1985. 36с. 4. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. М.: Высш.шк., 1963. 262 с.

*Український науково-дослідницький
інститут зв'язи. Київ*

Поступила в редакцію 12.03.2007

АНАЛІЗ ЛІНЕАРИЗОВАНОГО ПРИСТРОЮ ФАПЧ ПРИ РІЗНИХ ВИДАХ КУТОВОЇ МОДУЛЯЦІЇ

В роботі [1] показано, що оптимальним пристроєм для прийому сигналів з кутовою модуляцією є система фазової автопідстройки частоти (ФАПЧ). Тому такі пристрої широко використовуються як демодулятори сигналів з частотною або фазовою модуляцією. Однією з основних проблем при проектуванні ФАПЧ є вибір оптимальних параметрів із врахуванням характеристик завад і модулюючого сигналу. В класичній літературі ці питання переважно висвітлені тільки для умов частотної модуляції марківським процесом. При модуляції багатоканальним груповим сигналом розподіл енергетичного спектру модулюючого процесу не відповідає марківському, що потребує додаткового аналізу. Слідкуючі системи вищих порядків безумовно нестійкі і фізично не реалізуються, в [2] розглянуто лінеаризовану ФАПЧ другого порядку з пропорційно-інтегруючим фільтром, але при аналізі було введено надлишковий нормований параметр, який суттєво ускладнює розрахунки. При модуляції багатоканальним груповим сигналом розподіл енергетичного спектру модулюючого процесу не відповідає марківському, що потребує додаткового аналізу.

Метою даної роботи є дослідження впливу інших видів кутової модуляції на характеристики пристрою та вибір оптимальних параметрів системи.

Для широкопasmової ФАПЧ її нормовані параметри матимуть вигляд

$$\begin{aligned}x &= \Omega \sqrt{\frac{\tau}{\Omega_y}}; \\ \zeta &= m \frac{\sqrt{\Omega_y \tau}}{2}; (1) \\ \alpha &= \Omega_n \sqrt{\frac{\tau}{\Omega_y}},\end{aligned}$$

де τ – стала часу пропорційно-інтегруючого фільтра; m – його коефіцієнт передачі на високій частоті; Ω_n – вища частота модуляції; Ω_y – смуга утримання системи, звідки нормована характеристика коефіцієнта передачі

$$\dot{\gamma} = \frac{1 + j \cdot 2\zeta \cdot x}{1 + j \cdot 2\zeta \cdot x + j^2 x^2}. \quad (2)$$

Частотний годограф [2] коефіцієнта передачі наведений на рис. 1.

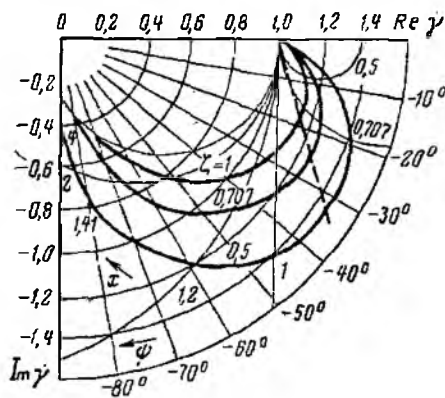


Рис. 1.

При інженерній реалізації схеми з трьома змінними параметрами перевірку амплітудно-частотної характеристики необхідно проводити в трьох точках, наприклад, де коефіцієнт передачі максимальний дорівнює 1 і 0.7:

$$\begin{aligned}
 x_M^2 &= \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\zeta^2}}{4\zeta^2}; \\
 x_1^2 &= 2; \\
 x_{0.7}^2 &= 1 + 2\zeta^2 + \sqrt{1 + (1 + 2\zeta^2)^2}.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Однобічна шумова смуга системи

$$\Omega_w = \frac{\Omega_e}{\alpha} \int_0^\infty |\dot{\gamma} \cdot x|^2 dx
 \tag{4}$$

згідно з [3, 3.112.3]

$$\Omega_w = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\Omega_e}{\alpha} \cdot \frac{1 + 4\zeta^2}{\zeta}.
 \tag{5}$$

Стійкість пристрою із зворотнім зв'язком звичайно перевіряють за допомогою колових діаграм. Але цей і подібний способи не вказують безпосередньо на погіршення робочих характеристик. Оскільки однією із характеристик завадостійкості ФАПЧ є шумова смуга (5), за критерій стійкості обираємо вимогу незначного збільшення цієї смуги в реальній системі

$$\Omega_w = \frac{\Omega_e}{\alpha} \int_0^\infty \left| \frac{\dot{\gamma}(x)}{1 + \frac{j\tau_\Sigma x}{\tau}} \right|^2 dx
 \tag{6}$$

в порівнянні з теоретичною моделлю. Ця вимога формулюється у вигляді [2]

$$\tau_\Sigma \left(m\tau + \frac{1}{\Omega_y} \right),
 \tag{7}$$

де τ_Σ – сума всіх паразитних сталих часу в замкненій петлі ФАПЧ.

В [4] підвищення стійкості досягається введенням в замкнене коло пропорційно-інтегруючого фільтра з такою ж сталою часу τ_Σ , але з протилежною фазовою характеристикою.

Дисперсія фазової помилки складається з модуляційної і шумової компонент

$$\sigma^2 = \sigma_c^2 + \sigma_w^2;
 \tag{8}$$

$$\sigma^2 = \alpha^2 \beta^2 \int_0^\infty |1 - \dot{\gamma}(x)|^2 S_c(x) dx;
 \tag{9}$$

$$\sigma_w^2 = \Omega_w N_w,
 \tag{10}$$

де β – індекс частотної модуляції; $S_c(x)$ – розподіл енергетичного спектру модулюючого процесу; N_w – спектральна густина шуму.

З (8), (10) при заданій дисперсії σ знаходимо спектральну густину шуму на вході

$$N_w = \frac{\sigma_c^2}{\Omega_w} \left(1 - \frac{\sigma_c^2}{\sigma^2} \right)
 \tag{11}$$

і після підстановки (9), (2), (5) і в (11) прирівнюємо до нуля похідні по α і ζ . Визначені α і ζ є оптимальними за параметрами приймального пристрою за критерієм його максимальної чутливості.

1. Система ФАПЧ другого порядку є оптимальним приймальним пристроєм для випадку модуляції марківським процесом з енергетичним спектром

$$S_c(x) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\left| 1 + \frac{jx}{\alpha} \right|^2}; \quad 0 < x < \infty,
 \tag{12}$$

який можна розглядати як білий шум, пропущений через фільтр нижніх частот.

Після підстановки (2) і (12) в (9)

$$\sigma_c^2 = \frac{2}{\pi} \alpha \beta^2 \int_0^{\infty} \frac{x^2}{\left| j^3 \frac{x^3}{\alpha} + j^2 \left(1 + \frac{2\zeta}{\alpha} \right) x^2 + j \left(\frac{1}{\alpha} + 2\zeta \right) x + 1 \right|^2} dx \quad (13)$$

та інтегрування згідно [3, 3.112.4] одержимо значення модуляційної компоненти дисперсії

$$\sigma_c^2 = \frac{\beta^2}{2} \cdot \frac{\alpha^3}{\zeta} \cdot \frac{1}{1 + 2\alpha\zeta + \alpha^2}, \quad (14)$$

при $\alpha \ll 1$

$$\sigma_c^2 = \frac{\beta^2}{2} \cdot \frac{\alpha^3}{\zeta}, \quad (15)$$

звідки вираз для спектральної густини шуму на вході

$$N_w = \frac{\sigma^2}{\pi \Omega_n} \frac{1 + 4\zeta^2}{4 \alpha \zeta} \left(1 - \frac{\beta^2}{2} \frac{\alpha^3}{\zeta \sigma^2} \right) \quad (16)$$

при оптимальних параметрах

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta^{\frac{2}{3}} \sigma^{\frac{2}{3}}; \quad \zeta = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (17)$$

має вигляд

$$N_w = \frac{1}{\pi \Omega_n} \beta^{\frac{2}{3}} \sigma^{\frac{8}{3}}. \quad (18)$$

2. При частотній модуляції багатоканальним груповим сигналом енергетичний спектр модулюючого процесу рівномірний:

$$S_c(x) = \frac{1}{\alpha}; \quad 0 < x < \alpha. \quad (19)$$

Аналогічно знаходимо $\sigma_c^2 = \frac{\beta^2 \alpha^4}{3}$;

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{3}{5}} \beta^{-\frac{1}{2}} \sigma^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

$$\zeta = 0,5 \quad (21)$$

$$N_w = \frac{4}{5} \sqrt[4]{\frac{3}{5}} \frac{1}{\pi \Omega_n} \beta^{-\frac{1}{2}} \sigma^{\frac{5}{2}}. \quad (22)$$

Зауважимо, що для такого випадку ФАПЧ другого порядку не є оптимальною.

3. Фазова модуляція з рівномірним енергетичним спектром модулюючого сигналу відповідає частотній із залежністю

$$S(x) = 3 \frac{\left(\frac{x}{\alpha} \right)^2}{\alpha^3}; \quad 0 < x < \alpha. \quad (23)$$

в цьому випадку

$$\sigma_c^2 = \frac{3}{5} \beta^2 \alpha^4; \quad (24)$$

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{1}{3}} \beta^{-\frac{1}{2}} \sigma^{\frac{1}{2}};$$

$$\zeta = 0,5; \quad (25)$$

$$N_{ш} = \frac{4}{5} \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{1}{\pi \Omega_{\mu}} \beta^{-\frac{1}{2}} \sigma^{\frac{5}{2}}. \quad (26)$$

Звертаючи увагу на модуляційну компоненту дисперсії і вплив на неї показника ступеня при $\alpha < 1$, приходимо до висновків:

1. Те, що ФАПЧ другого порядку є оптимальною при модуляції марківським процесом, не означає вірність зворотного твердження щодо оптимальності модуляції марківським процесом.

2. Крапці характеристики приймального пристрою в надпороговій області забезпечує фазова модуляція сигналом з рівномірним енергетичним спектром, але в області порогу внаслідок появи імпульсної складової вихідного шуму також з рівномірним енергетичним спектром, якість прийому суттєво погіршується на нижніх каналах групового сигналу.

3. Частотна модуляція сигналом з рівномірним енергетичним спектром забезпечує найбільшу завадостійкість прийому в області порогу і нижче, але в надпороговій області внаслідок вихідного шуму з параболічним енергетичним спектром якість прийому гірша на верхніх каналах групового сигналу в порівнянні з нижніми.

4. Залежно від умов прийому в апаратурі зв'язку доцільно передбачити частотну корекцію групового спектру модулюючого сигналу.

Одержані результати дають можливість в лінійному наближенні обраги оптимальні параметри приймального пристрою. Наукова новизна одержаних результатів полягає в урахуванні особливостей впливу різноманітних видів модуляції на шумову чутливість пристрою. В подальших роботах буде розглянуто квазілінійний і нелінійний пристрої.

Список літератури: 1. *Тихонов В.И., Кульман Н.К.* Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. Москва: Сов. радио, 1975. 704 с. 2. *Павлов Б.А.* Фазовая автоподстройка – частотный демодулятор // Известия вузов: Радиоэлектроника. 1978. №1. С. 73 – 77. 3. *Градиштейн С.И., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва: Наука, 1971. 1108 с. 4. *Бондарев А.П., Мартинов М.С.* Пристрій фазового автопідстроювання частоти. Патент України на винахід № 66435. Заявка № 4869869 від 01.10.1990.

Національний університет
«Львівська політехніка»

Надійшла до редколегії 22.11.2006

МЕТОД ФОРМАЛИЗАЦИИ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА ЭВОЛЮЦИИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

Введение

При использовании математических методов синтеза пространственно-временной структуры процесса эволюции телекоммуникационных сетей (ТС) выявляется ряд существенных трудностей. К ним относятся большая размерность задачи, стохастичность структуры и взаимосвязи элементов, неопределенность исходных данных, неоднозначность различных решений, нелинейность и дискретность параметров и т. п. Это приводит к неэффективности, а во многих случаях и нецелесообразности использования традиционного аналитического аппарата [1, 2]. Традиционно сценарий развития ТС выбирается для заданного коммутационного и передающего оборудования с учетом экономических затрат и технических преимуществ, а также доступности этого оборудования. Технические особенности нового оборудования могут изменить структуру и функционирование существующих сетей, например, за счет применения удаленных коммутационных модулей, заменяющих существующие УК или используемых для экономии затрат на линейные сооружения. Применение дистанционно управляемых удаленных модулей создало новые возможности в планировании сети. При использовании оборудования предыдущих поколений процесс планирования рассматривался для узлов коммутации (УК), развивающихся независимо друг от друга, использование выносного оборудования требует интегрированного подхода к планированию.

При выборе оптимальной стратегии развития сети необходимо учитывать одновременное влияние и взаимодействие многих факторов. Эти факторы должны оцениваться объективно с учетом ближайшей и отдаленной перспективы развития сети. При этом учитывают все детерминированные переменные, недетерминированные факторы (например, будущие технологические возможности) и случайные элементы (например, будущие сервисные требования пользователей). Анализ влияния некоторых факторов на процесс развития ТС выполнен в работе [3].

Постановка задачи

Общая формулировка проблемы исследования дана в [4-6], некоторые аспекты решения частных задач в рамках сформулированной проблемы приведены в других работах автора. Для рассматриваемой проблемы необходимо проанализировать модель развития сети, использующую два типа оборудования, которые можно обозначить как «существующее» и «перспективное» или «новое». Такой анализ может использоваться при введении любых новых технологий на действующей телекоммуникационной сети. При этом рассматриваются два вида нового оборудования: основное, или опорное, и выносное, или дистанционно управляемое. То есть вторым типом устанавливаемого оборудования являются системы, подключаемые к оборудованию первого типа и функционирующие с ним взаимосвязано, в то время как первый тип оборудования может работать как автономно, так и вместе с оборудованием второго типа. Оборудования, работающего таким образом, множество, например цифровые системы коммутации с подключаемыми к ним выносными удаленными модулями – цифровыми концентраторами. Еще одним примером – центры коммутации сотовых сетей связи с мобильными объектами и контроллеры базовых станций, предназначенные для концентрации нагрузки от группы базовых станций. С учетом особенностей вновь вводимого оборудования при определении стратегии модернизации сети важно учитывать способ подключения удаленного оборудования к опорному.

Основная сложность задачи обусловлена ее пространственно-временной структурой. Именно необходимость учета изменения сети, как в пространстве, так и во времени, определяет ее комплексность. В работе [7] предложена модель пространственно-временной структуры исследуемой сети, позволяющая несколько упростить поставленную задачу. Решение этой

задачи предполагает выбор возможной стратегии развития, минимизирующей критерий стоимости. Такая стратегия может состоять из комбинации трех основных методов:

- развитие сети за счет расширения существующего оборудования;
- совместное использование существующего и нового оборудования для развития;
- замена существующих средств новым оборудованием, способным удовлетворять как существующий, так и предполагаемый спрос.

В статье приведен один из возможных подходов к формализации описания процесса сетевой эволюции в рамках допущений, приведенных выше.

Формализация метода развития сети

Определим тип оборудования, устанавливаемый на узлах сети в каждый момент времени, в виде отображения $X: I \times T \rightarrow 2^{A \cup B \cup R}$, где $2^{A \cup B \cup R}$ – булево множество $A \cup B \cup R$. Такое задание X означает, что в каждый момент времени t , на некотором узле i может быть установлено несколько типов оборудования $X(i, t) \subseteq A \cup B \cup R$. Введем также дополнительные обозначения этой характеристики. Зафиксируем некоторое i и определим

$$x_i: T \rightarrow 2^{A \cup B \cup R}, \quad x_i(t) = X(i, t). \quad (1)$$

В силу технических особенностей функции (1) не могут вести себя произвольно, то есть существуют ограничения на изменения типов установленного на узле оборудования.

Назовем множество типов оборудования, используемых в данный момент на узле, и соответственно, выполняемые узлом функции состоянием узла. Пусть $\Psi = 2^{A \cup B \cup R}$ – множество состояний узла. Зададим на множестве Ψ бинарное отношение μ , определяющее возможность перехода между двумя состояниями узла. Строго говоря $(\langle \psi_1, \psi_2 \rangle \in \mu) \equiv (\psi_1 \mu \psi_2) \Leftrightarrow$ переход из ψ_1 в ψ_2 возможен. Следует отметить, что не во всякий момент времени узел совершает переход в новое состояние – он может оставаться в прежнем, т.е. можно сказать, что допустим переход из состояния ψ_1 в это же состояние ψ_1 ,

$$\psi_1 \mu \psi_1 \quad \forall \psi_1 \in \Psi, \quad (2)$$

а значит, отношение μ является рефлексивным [8].

Так как речь идет о развитии узла с переходом от старых технологий к новым, принимается предположение о необратимости эволюции. Это предположение заключается в том, что если на некотором узле установлено оборудование k -поколения, оно не может быть заменено оборудованием более ранних поколений. Таким образом, переход из состояния ψ_1 в состояние ψ_2 допустим, а обратный переход из состояния ψ_2 в ψ_1 невозможен, за исключением случая, когда $\psi_1 = \psi_2$. То есть

$$\left. \begin{array}{l} \psi_1 \mu \psi_2 \\ \psi_1 \neq \psi_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \psi_2 \bar{\mu} \psi_1 \quad \forall \psi_1, \psi_2 \in \Psi,$$

иначе говоря

$$\left. \begin{array}{l} \psi_1 \mu \psi_2 \\ \psi_2 \mu \psi_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \psi_1 = \psi_2 \quad \forall \psi_1, \psi_2 \in \Psi. \quad (3)$$

т.е. отношение μ является антисимметричным.

Кроме того, переход между состояниями может осуществляться не непосредственно, а через некоторое промежуточное состояние. Такой переход возможен тогда и только тогда, когда возможны переходы из исходного состояния в промежуточное и из промежуточного в конечное. Последнее означает, что отношение μ обладает свойством транзитивности:

$$\psi_1 \mu \psi_2 \wedge \psi_2 \mu \psi_3 \Rightarrow \psi_1 \mu \psi_3 \quad \forall \psi_1, \psi_2, \psi_3 \in \Psi. \quad (4)$$

Из показанных свойств (2) – (4) можно сделать вывод о том, что отношение μ является отношением частичного порядка. Следовательно, система (Ψ, μ) образует частично упорядоченное множество (ЧУМ) [9].

Пример фрагмента диаграммы данного ЧУМ в виде псевдографа приведен на рис. 1. В этом псевдографе вершины (на рисунке – $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_7, \dots$) отображают состояния узла, а ребра – допустимые непосредственные переходы между состояниями. При этом между двумя вершинами графа существует цепь только тогда, когда возможен переход из первого состояния во второе.

Легко показать, что рассматриваемое ЧУМ индуктивно. Действительно, всякий узел должен быть однажды создан. При этом он будет находиться в некотором начальном состоянии, и во всех последующих состояниях может оказаться только благодаря переходу из этого начального состояния. Учитывая необратимость развития, имеем: любая возрастающая цепь переходов с концом в данном состоянии будет конечна, и, следовательно, ЧУМ – индуктивно [9].

На рис. 1 показано семь состояний узла и ряд допустимых переходов между этими состояниями. Так, например, переходы $\psi_1 - \psi_2$, $\psi_2 - \psi_6$, $\psi_4 - \psi_7$ допустимы, а $\psi_1 - \psi_3$, $\psi_3 - \psi_6$ – нет. При этом показан лишь фрагмент диаграммы, в целом множество Ψ может описывать любую систему эволюции, отвечающую приведенным требованиям.

Предложенная модель рассматривает любое из этих возможных состояний и любое количество переходов. Возможности дальнейшего развития узла определяются путем учета ограничений во времени и пространстве [5].

Рассмотрим в качестве примера одну из реализаций предложенной диаграммы переходов для случая с одним типом оборудования существующей технологии, одним типом выносного оборудования новой технологии и двумя типами опорного оборудования новой технологии [10]. Состояние узла допускает размещение на узле как оборудования только одного типа, так и комбинации, оборудования существующей и перспективной технологии. Введем символические обозначения для различных состояний конкретного узла в отдельные моменты времени (см. таблицу).

С учетом введенных символических обозначений ЧУМ состояний узлов можно представить в виде диаграммы переходов, изображенной на рис 2 и показывающей возможные сочетания оборудования в узлах сети и допустимые переходы. Кроме того, для узлов, на которых установлено выносное оборудование, необходимо определить опорный узел, к которому они подключены в данный момент времени. Для этого зададим отображение

$$Y: E_R \rightarrow I_B, \quad (5)$$

где $E_R = \{ \langle i, t \rangle \mid i \in I, t \in T: X(i, t) \cap R \neq \emptyset \}$ – множество точек пространственно-временной системы, требующих опорного оборудования, т. е. упорядоченных пар из узла и момента времени, таких, что в этот момент времени на этом узле одним из установленных типов является выносное оборудование; $I_B = \{ i \mid i \in I: \exists t \in T X(i, t) \cap B \neq \emptyset \}$ – множество потенциально опорных точек пространства, то есть узлов, на которых в течение исследуемого периода будет введено опорное оборудование.

Это отображение в своей области определения задает опорный узел $Y(i, t) \in I$, к которому подключен узел i в момент времени t .

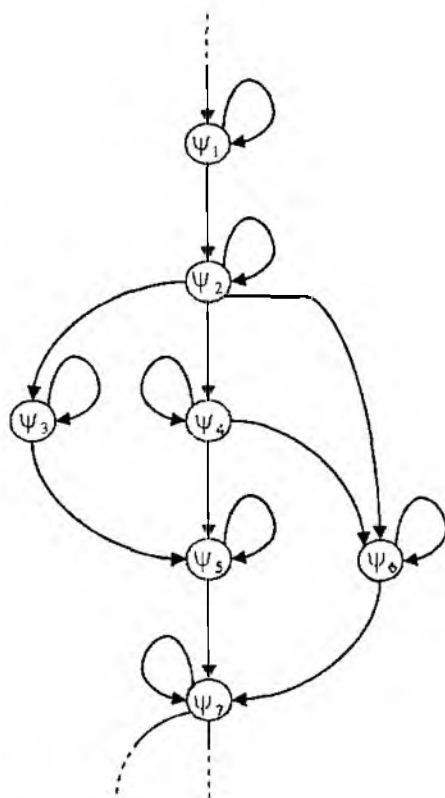


Рис. 1

№ п/п	Описание	Символ
1.	Узел, построенный полностью на оборудовании существующей технологии	
2.	Вынос, наложенный на узел существующей технологии	
3.	Опорное оборудование новой технологии первого типа, наложенное на узел существующей технологии	
4.	Опорное оборудование новой технологии первого типа, наложенное на узел существующей технологии	
5	Узел, полностью построенный на новой технологии первого типа.	
6	Узел, полностью построенный на новой технологии второго типа.	
7	Узел, построенный на выносном оборудовании новой технологии	

Построение множеств E_R и I_B является довольно сложным и не вполне удобным в использовании, поэтому будем рассматривать также расширение функции (5)

$$Y: I \times T \rightarrow I_0$$

где $I_0 = I \cup \{0\}$ – множество узлов сети, пополненное нулем.

При этом предполагается, что на всех точках $(I \times T) \setminus E_R$ это расширение принимает значение нуля.

Учитывая приведенные выше построения, решение поставленной задачи можно рассмотреть в виде пары (X, Y) , где $X: I \times T \rightarrow 2^{A \cup B \cup R}$ определяет используемые типы оборудования на узлах, а $Y: I \rightarrow I_0$ – структуру подключенных выносов.

Отсюда следует утверждение: *На основании пары (X, Y) всегда можно определить соответствующую стратегию развития сети и при том только одну.* Доказательство этого утверждения может быть следующим. В соответствии с соглашением о допустимых стратегиях развития сети введение нового типа оборудования на узле может сопровождаться либо полной заменой оборудования предыдущего поколения оборудованием нового типа, либо сохранением оборудования предыдущего поколения и использованием нового оборудования исключительно для расширения емкости узла. Кроме того, в один момент времени допускается введение только одного типа оборудования на одном узле. Из изложенного следует, что если в момент времени t на узле i происходит изменение набора используемых типов оборудования $X(i, t) \neq X(i, t-1)$, то возможны только два варианта

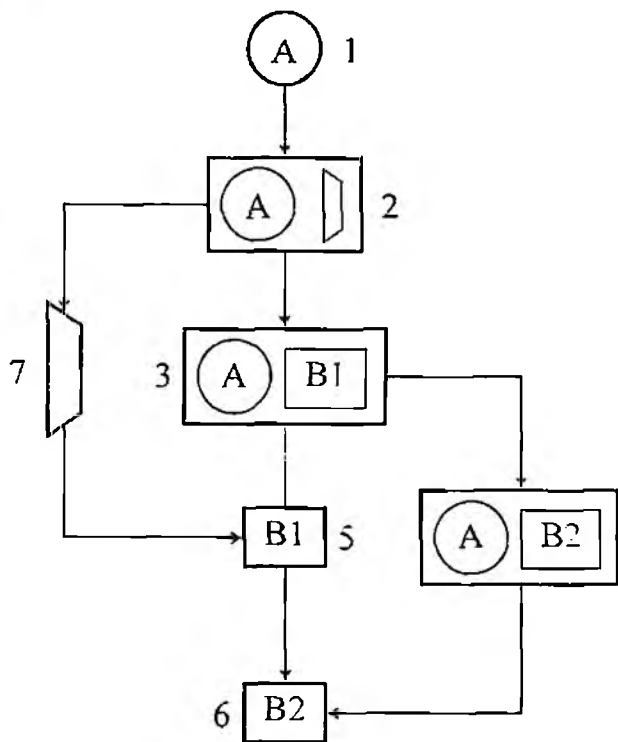


Рис. 2

$$X(i, t) = X(i, t-1) \cup \{\chi_2\}$$

или

$$X(i, t) = (X(i, t-1) \setminus \{\chi_1\}) \cup \{\chi_2\}$$

где $\chi_2 \in B \cup R$ – тип оборудования, вводимый в момент t ; $\chi_1 \in B \cup R$ – тип оборудования, введенный непосредственно перед χ_2 .

Первый вариант соответствует наложению оборудования типа χ_2 на существующее оборудование, а второй – полной замене оборудования типа χ_1 на оборудование типа χ_2 . Эти варианты для каждого узла i и момента времени t определяются однозначно и в свою очередь однозначно определяют стратегию развития, что и требовалось доказать.

Заключение

Основная сложность задачи обусловлена именно ее пространственно-временной структурой. Именно необходимость одновременного учета изменений в сети, как в пространстве, так и во времени, определяет комплексность решаемой задачи, следовательно, для ее решения необходим комплексный подход, сочетающий аналитические и алгоритмические методы. Однако при введении некоторых ограничений на время или пространство задача упрощается и допускает полностью аналитическое решение. В частности, при рассмотрении только пространственной задачи в фиксированный момент времени или только временной задачи в одной точке пространства решение становится как минимум на порядок проще. Ограничения на рассматриваемое пространство – в данном случае топологическую структуру сети существенно сужают применение результатов исследования и не могут использоваться при исследовании проблемы в целом. Введение ограничений на время может в ряде случаев привести к корректному и при этом более простому решению общей проблемы.

Список литературы: 1. Давыдов Г.Б. Сети электросвязи. М.: Связь, 1977. 360 с. 2. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Построение сетей интегрального обслуживания. Л.: Машиностроение, 1990. 332 с. 3. Гайворонская Г.С. Оценка влияния некоторых факторов на процесс развития телекоммуникационных сетей // Холодильная техника і технологія. 2006. № 2 (100). С. 95-100. 4. Гайворонская Г.С. Проблема синтеза развивающихся информационных сетей // Вестник ДИКТ. 2005. №3. С.14-21. 5. Гайворонская Г.С. Введение цифрового коммутационного оборудования на местной телефонной сети // Зв'язок. 2000. Ч. 1, №4. С. 31–33; Ч. 2, №5. С. 31-34. 6. Гайворонская Г.С. Оптимизация выбора сценария эволюции местной телефонной сети // Зв'язок. 2002. № 1. С. 56-58. 7. Гайворонская Г.С., Метод представления пространственно-временной структуры модернизируемой телекоммуникационной сети (принята к печати в журнал Зв'язок). 8. Ляпин Е.С., Евсеев А.Е. Частичные алгебраические действия. СПб. 1991. 164 с. 9. Розен В.В. Частичные операции в упорядоченных множествах. Саратов, 1973. 123 с. 10. Гайворонская Г.С. Экономические аспекты оптимизации эволюционной политики развития местных сетей связи. Сборник международной академии информатизации при ОИИ. Acta Academia, Chisinau. Europa. 2001. С. 93-98.

Одесская государственная академия холода

Поступила в редколлегию 01.02.2007

В. В. САЛАМАТИН, канд. техн. наук, Г. А. ЛУКЪЯНЧУК, Г. В. ЛЕМЕШКО,
Ю. А. МЕЛЬНИЧЕНКО, М. Р. ОСМАНОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ КОМПЛЕКСНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ МАТЕРИАЛА И ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ

Исследование комплексных параметров материалов представляет значительный интерес. Решение задачи определения составляющих комплексных диэлектрической (КДП) и магнитной проницаемостей (КМП) необходимо для исследования новых материалов и для идентификации существующих (в частности, для определения фальсифицированной продукции). Об актуальности этой задачи свидетельствует многообразие методов измерения этих параметров. В настоящее время волноводные и резонаторные методы нашли широкое применение [1–4].

В работах [1] и [2] рассмотрен резонаторный метод определения диэлектрической проницаемости: точность измерений зависит от величины потерь в диэлектрике (при $\operatorname{tg} \delta > 0.1$ наблюдается снижение точности определения резонансной частоты и, соответственно, диэлектрической проницаемости). В работах [3] и [4] описан волноводный метод измерения КДП материалов. В перечисленных работах не рассмотрен метод измерения и определения КМП (КМП, в совокупности с КДП, дает полную характеристику материала). В работе [5] рассмотрены анизотропные материалы, обладающие как диэлектрической, так и магнитной проницаемостями. Здесь также не изложена методика определения магнитной проницаемости материала.

В работе [6] определены комплексные коэффициенты отражения (ККО) и передачи (ККП) волноводного четырехполосника, зависящие от составляющих КМП и КДП, заполняющего отрезок волновода этого четырехполосника прямоугольного сечения. Однако зависимости модулей и аргументов ККО и ККП от составляющих комплексных параметров материала не определены.

Цель работы – разработка алгоритма решения полученных уравнений в [6]; определение составляющих комплексных величин диэлектрической и магнитной проницаемости на фиксированной частоте и оценка погрешности определения параметров материалов.

Система уравнений, полученная в [6], содержит четыре неизвестных параметра: ϵ' , ϵ'' , μ' , μ'' . Их можно определить по известным значениям модулей и аргументов ККО $\dot{\Gamma} = \Gamma e^{i\varphi}$ и ККП $\dot{T} = T \cdot e^{i\psi}$. Введем обозначения:

$$A_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}, A_2 = \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2, A_3 = \frac{2\pi d}{\lambda}, \dot{x} = \frac{\dot{\mu}}{\dot{\epsilon}}, \dot{y} = \dot{\epsilon} \cdot \dot{\mu}.$$

Выражения для ККО и ККП принимают вид:

$$\dot{\Gamma} = \frac{\left(A_1 \dot{x} + \frac{A_2}{\dot{y}} - 1\right) \cdot \operatorname{sh}(iA_3 \sqrt{\dot{y}})}{\left(A_1^2 \dot{x} - \frac{A_2}{\dot{y}} + 1\right) \cdot \operatorname{sh}(iA_3 \sqrt{\dot{y}}) + 2A_1 \sqrt{\dot{x}} \cdot \sqrt{1 - \frac{A_2}{\dot{y}}} \cdot \operatorname{ch}(iA_3 \sqrt{\dot{y}})} \quad (1)$$

$$\dot{T} = \frac{2A_1 \sqrt{\dot{x}} \cdot \sqrt{1 - \frac{A_2}{\dot{y}}}}{\left(A_1^2 \dot{x} - \frac{A_2}{\dot{y}} + 1\right) \operatorname{sh}(iA_3 \sqrt{\dot{y}}) + 2A_1 \sqrt{\dot{x}} \cdot \sqrt{1 - \frac{A_2}{\dot{y}}} \cdot \operatorname{ch}(iA_3 \sqrt{\dot{y}})} \quad (2)$$

Определив значения \dot{x} и \dot{y} , находим значения КДП и КМП образца материала.

$$\epsilon = \sqrt{\frac{y}{x}} \quad \text{и} \quad \mu = \sqrt{x \cdot y}, \quad \text{где} \quad \mu = \mu' - i\mu'' \quad \text{и} \quad \epsilon = \epsilon' - i\epsilon''. \quad (3)$$

Из (3) получаем систему из четырех уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\begin{cases} \varepsilon'^2 + \varepsilon''^2 = \frac{y}{x} \\ \frac{1}{2} \cdot (\varphi_y - \varphi_x) = -\operatorname{arctg} \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \\ \mu'^2 + \mu''^2 = x \cdot y \\ \frac{1}{2} \cdot (\varphi_x + \varphi_y) = -\operatorname{arctg} \frac{\mu''}{\mu'} \end{cases} \quad (4)$$

Для решения уравнений (1) и (2) проведем ряд математических преобразований. Преобразуя множители числителя и знаменателя ККО и ККП к алгебраической форме, получим следующие выражения:

$$\operatorname{sh}(iA_3\sqrt{y}) = -\cos\left(A_3\sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2}\right) \operatorname{sh}\left(A_3\sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2}\right) + i \sin\left(A_3\sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2}\right) \operatorname{ch}\left(A_3\sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2}\right);$$

$$\operatorname{ch}(iA_3\sqrt{y}) = \cos\left(A_3\sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2}\right) \operatorname{ch}\left(A_3\sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2}\right) - i \sin\left(A_3\sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2}\right) \operatorname{sh}\left(A_3\sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2}\right);$$

$$2A_1\sqrt{\dot{x}} \cdot \sqrt{1 - \frac{A_2}{\dot{y}}} = \frac{2A_1\sqrt{x\dot{s}}}{y} \left(\cos\left(\frac{\varphi_x + \varphi_s}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi_s + \varphi_x}{2}\right) \right),$$

где $\dot{s} = \sqrt{y^2 - A_2(\operatorname{Re} \dot{y} - \operatorname{Im} \dot{y})}$ – вспомогательная величина;

$$A_1^2 \dot{x} + \frac{A_2}{\dot{y}} - 1 = \frac{1}{y^2} \left((A_1^2 xy^2 \cos \varphi_x - s \cos \varphi_s) + i (A_1^2 xy^2 \sin \varphi_x - s \sin \varphi_s) \right),$$

$$A_1^2 \dot{x} - \frac{A_2}{\dot{y}} + 1 = \frac{1}{y^2} \left((A_1^2 xy^2 \cos \varphi_x + s \cos \varphi_s) + i (A_1^2 xy^2 \sin \varphi_x + s \sin \varphi_s) \right).$$

Таким образом, общий вид формул модулей и аргументов ККО:

$$\Gamma = \frac{\frac{1}{y^2} \cdot \left((B_1 + B_2)^2 + (B_3 + B_4)^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\left(\frac{1}{y^2} \cdot (C_1 + C_2) + \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sqrt{x \cdot s}}{y} \cdot (C_3 + C_4) \right)^2 + \left(\frac{1}{y^2} \cdot (C_5 + C_6) + \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sqrt{x \cdot s}}{y} \cdot (C_7 + C_8) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}},$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{B_3 + B_4}{B_1 + B_2} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{1}{y^2} \cdot (C_5 + C_6) + \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sqrt{x \cdot s}}{y} \cdot (C_7 + C_8)}{\frac{1}{y^2} \cdot (C_1 + C_2) + \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sqrt{x \cdot s}}{y} \cdot (C_3 + C_4)} \right). \quad (5)$$

Общий вид формул модулей и аргументов ККП:

$$\Gamma = \frac{\frac{2A_1\sqrt{x \cdot s}}{y}}{\left(\left(\frac{1}{y^2} \cdot (C_1 + C_2) + \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sqrt{x \cdot s}}{y} \cdot (C_3 + C_4) \right)^2 + \left(\frac{1}{y^2} \cdot (C_5 + C_6) + \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sqrt{x \cdot s}}{y} \cdot (C_7 + C_8) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}};$$

$$\psi = \left(\frac{\varphi_s + \varphi_x}{2} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{1}{y^2} \cdot (C_5 + C_6) + \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sqrt{x \cdot s}}{y} \cdot (C_7 + C_8)}{\frac{1}{y^2} \cdot (C_1 + C_2) + \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sqrt{x \cdot s}}{y} \cdot (C_3 + C_4)} \right). \quad (6)$$

В формулах (5) и (6) использованы следующие обозначения:

$$B_1 = -\cos \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{sh} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot (A_1^2 \cdot y^2 \cdot x \cdot \cos \varphi_x - s \cdot \cos \varphi_s),$$

$$B_2 = -\sin \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{ch} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot (A_1^2 \cdot y^2 \cdot x \cdot \sin \varphi_x - s \cdot \sin \varphi_s),$$

$$B_3 = -(A_1^2 \cdot y^2 \cdot x \cdot \sin \varphi_x - s \cdot \sin \varphi_s) \cdot \cos \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{sh} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right),$$

$$B_4 = (A_1^2 \cdot y^2 \cdot x \cdot \cos \varphi_x - s \cdot \cos \varphi_s) \cdot \sin \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{ch} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right),$$

$$C_1 = -\cos \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{sh} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot (A_1^2 \cdot y^2 \cdot x \cdot \cos \varphi_x + s \cdot \sin \varphi_s),$$

$$C_2 = -\sin \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{ch} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot (A_1^2 \cdot y^2 \cdot x \cdot \sin \varphi_x + s \cdot \sin \varphi_s),$$

$$C_3 = \cos \left(\frac{\varphi_x + \varphi_s}{2} \right) \cdot \cos \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{ch} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right),$$

$$C_4 = \sin \left(\frac{\varphi_x + \varphi_s}{2} \right) \cdot \sin \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{sh} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right),$$

$$C_5 = -(A_1^2 \cdot y^2 \cdot x \cdot \sin \varphi_x + s \cdot \sin \varphi_s) \cdot \cos \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{sh} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right),$$

$$C_6 = (A_1^2 \cdot y^2 \cdot x \cdot \cos \varphi_x + s \cdot \cos \varphi_s) \cdot \sin \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{ch} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right),$$

$$C_7 = \sin \left(\frac{\varphi_x + \varphi_s}{2} \right) \cdot \cos \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{ch} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right),$$

$$C_8 = -\cos \left(\frac{\varphi_x + \varphi_s}{2} \right) \cdot \sin \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \cos \frac{\varphi_y}{2} \right) \cdot \operatorname{sh} \left(A_3 \cdot \sqrt{y} \cdot \sin \frac{\varphi_y}{2} \right).$$

Частотные зависимости электромагнитных параметров вещества ϵ' , ϵ'' , μ' , μ'' можно представить в табличной или графической форме. Они могут служить паспортными данными любого материала.

Рассмотрим частный случай: образец материала выполнен из идеального диэлектрика ($\mu' = 1$, $\epsilon'' = \mu'' = 0$). Выражения для ККО Γ (5) и ККП T (6) приобретают вид:

$$\dot{\Gamma} = \frac{i(1-\varepsilon') \cdot \sin\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon'}\right)}{2\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \sqrt{\varepsilon'-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon'}\right) + i\left(1+\varepsilon'-2\cdot\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right) \sin\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon'}\right)}$$

$$\dot{T} = \frac{2\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \sqrt{\varepsilon'-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}{2\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \sqrt{\varepsilon'-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon'}\right) + i\left(1+\varepsilon'-2\cdot\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right) \sin\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon'}\right)}$$

Модули и аргументы ККО и ККП соответственно равны:

$$\Gamma = \frac{(1-\varepsilon') \cdot \sin\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon'}\right)}{\left[4 \cdot \left(1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right) \cdot \left(\varepsilon'-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right) \cdot \cos^2\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon'}\right) + \left(1+\varepsilon'-2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right)^2 \cdot \sin^2\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon'}\right)\right]^{\frac{1}{2}}}; \quad (7)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\left(1+\varepsilon'-2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon'}\right)}{2 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \cdot \sqrt{\varepsilon'-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon'}\right)}, \quad (8)$$

$$T = \frac{2 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \cdot \sqrt{\varepsilon'-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}{\varepsilon' \cdot \left[4 \cdot \left(1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right) \cdot \left(\varepsilon'-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right) \cdot \cos^2\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon'}\right) + \left(1+\varepsilon'-2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right)^2 \cdot \sin^2\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon'}\right)\right]^{\frac{1}{2}}}; \quad (9)$$

$$\psi = -\operatorname{arctg} \frac{\left(1+\varepsilon'-2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon'}\right)}{2 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \cdot \sqrt{\varepsilon'-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon'}\right)}. \quad (10)$$

Любое из четырех уравнений (7–10) может быть использовано для определения относительной диэлектрической проницаемости ε' , если известен модуль или аргумент. Относительные погрешности измерения модулей $\delta\Gamma$ и δT связаны с относительной погрешностью $\delta\varepsilon'$ соотношениями

$$\delta\Gamma = \frac{\partial\Gamma}{\partial\varepsilon'} \cdot \frac{\varepsilon'}{\Gamma} \cdot \delta\varepsilon'; \quad \delta T = \frac{\partial T}{\partial\varepsilon'} \cdot \frac{\varepsilon'}{T} \cdot \delta\varepsilon'. \quad (11)$$

Погрешности измерения аргументов определяются из выражений

$$\Delta\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial\varepsilon'} \cdot \delta\varepsilon' \cdot \varepsilon'; \quad \Delta\psi = \frac{\partial\psi}{\partial\varepsilon'} \cdot \delta\varepsilon' \cdot \varepsilon'. \quad (12)$$

Измерение модулей и аргументов проведено с погрешностями $\pm 0,01$ и $\pm 1^\circ$ соответственно.

Из (11) и (12) определены погрешности $\delta\varepsilon'$, которые незначительно отличаются друг от друга.

Экспериментально измерен модуль коэффициента отражения Γ плоско-параллельной пластины из фторопласта толщиной 6.5 мм, размещенной в волноводе с сечением 23×10 мм. На частоте 9.35 ГГц измеренное значение модуля оказалось равным 0,5. При этом относительная погрешность определения

$$\delta \epsilon' = \frac{\delta \Gamma \cdot \Gamma}{\epsilon' \cdot \frac{\partial \Gamma}{\partial \epsilon'}} = 0,008, \text{ т.е. } \delta \epsilon' = 0,8\%. \quad (13)$$

Паспортное значение относительной диэлектрической проницаемости фторопласта $\epsilon' = 2,08$. Расчетное значение ϵ' , в соответствии с формулой (7), равно 2,09. Таким образом, этот параметр определен с погрешностью 0,5%, не превышающей погрешность, определенную теоретически по формуле (13).

Таким образом, предложенная методика позволяет определять электромагнитные параметры материала с достаточно высокой точностью.

Экспериментальные исследования параметров полупроводникового материала будут изложены в следующей работе.

Список литературы: 1. Бухаров С.В. Измерение диэлектрической проницаемости веществ методом частично заполненного резонатора // Материалы 14-й Междунар. конф. «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии». Севастополь: Вебер, 2004. С. 678-679. 2. Белоус Р.И. Измерение параметров материалов диэлектриков по характеристикам волноводно-диэлектрического резонатора / Р.И. Белоус, Ю.Г. Макеев, А.П. Моторненко // Материалы 13-й Междунар. конф. «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии». Севастополь: Вебер, 2003. С. 681-682. 3. Березовский В.К. Волноводный метод измерения комплексной диэлектрической проницаемости материалов / В.К. Березовский, С.В. Дробот, М.С. Хандогин // Материалы 14-й Междунар. конф. «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии». Севастополь: Вебер, 2004. С. 673-674. 4. Чухов В.В. Методика измерения диэлектрической проницаемости // Материалы 14-й Междунар. конф. «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии». Севастополь: Вебер, 2004. С. 680-681. 5. Кондрагьев И.Г. Некоторые особенности электродинамики анизотропных композитных материалов / И.Г. Кондрагьев, А.И. Смирнов // Материалы 13-й Междунар. конф. «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии». Севастополь: Вебер, 2003. С. 578-579. 6. Саламатин В.В. Измерение комплексных параметров материала плоско-параллельной пластины, расположенной в волноводе / В.В. Саламатин, Г.А. Лукьянчук, Г.В. Лемешко // Материалы 16-й Междунар. конф. «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии». Севастополь: Вебер, 2006. С. 678-679.

Севастопольский национальный
технический университет

Поступили в редакцию 21.02.2007

**О МЕХАНИЗМЕ, ВЫЗЫВАЮЩЕМ НАБЛЮДАЕМЫЙ ЭФФЕКТ АНИЗОТРОПИИ
МОЛЕКУЛЯРНЫХ ПРОЦЕССОВ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ****Введение**

В работах [1–3] получены экспериментальные данные для четырех различных высот тремя независимыми способами, которые свидетельствуют о существовании в атмосфере нового эффекта – эффекта анизотропии молекулярных процессов (хаотической скорости молекул v и длины свободного пробега молекул λ), связанной определенным образом с температурной стратификацией атмосферы. Величина хаотической скорости молекул и длина свободного пробега молекул оказались в вертикальной и горизонтальной плоскости различными. Измерения проводились для высот ≈ 94 км с помощью радиолокации ионизованных метеорных следов. Измерялись два параметра метеорного следа: коэффициент амбиполярной диффузии D_a , который с величиной хаотической скорости молекул v и длиной свободного пробега λ связан известным соотношением $D \approx \lambda v_0$, и начальный радиус ионизованного метеорного следа r_0 , который связан с длиной свободного пробега соотношением $r_0 \approx \lambda$. Для высот до ≈ 100 м измерения проводились с помощью импульсного акустического зондирования. В данном случае измерялась фаза акустического эхо-сигнала φ' , которая связана с величиной хаотической скорости молекул v_0 соотношением $\varphi^0 \approx \frac{1}{v_0}$. Для высоты ≈ 20 и 1,5 м проводились прямые измерения температуры (хаотической скорости молекул) атмосферы с помощью специально разработанных способов и устройств.

Полученные многочисленные экспериментальные данные для различного времени года, суток и для различных погодных условий свидетельствуют о существовании явно выраженного эффекта анизотропии молекулярных процессов, которая существенно изменяется со временем суток, года, в зависимости от погодных условий и с высотой. На рис. 1 для иллюстрации представлены фрагменты экспериментальных данных, полученные этими способами на четырех различных высотах. Здесь: *a* – на высоте 95 км с помощью радиолокации метеорных следов; *b* – на высоте до 100 м с помощью импульсного акустического зондирования атмосферы; *в* – на высоте ≈ 20 м путем непосредственного измерения температуры; *г* – на высоте 1,5 м путем непосредственного измерения температуры.

В статье представлены экспериментальные данные, которые были получены с целью раскрытия механизма, вызывающего установленный новый эффект.

Методика измерений

Использовались два специально разработанных способа для измерения анизотропии хаотической скорости молекул.

Суть первого способа [4] состояла в прямых измерениях температуры воздуха одновременно для четырех направлений: для молекул, летящих сверху, снизу, справа и слева. Такие измерения велись непрерывно в течение определенного интервала времени суток. Показания термометров считывались через каждые две минуты одновременно. Полученные таким образом данные подвергались обработке и анализу. Этот способ давал возможность получить практически мгновенные данные о величине хаотической скорости молекул одновременно для четырех направлений, а следовательно, позволял получать мгновенные оценки анизотропии хаотической скорости молекул. Это позволяло устранить влияние временных изменений хаотической скорости молекул при оценке анизотропии ее, поскольку временные изменения скорости для разных направлений могли быть различны. Однако этот способ требует калиб-

Результаты измерений

Измерения проводились в центре г. Харькова на высоте ≈ 20 м и на полигоне на открытой площадке на высоте 1,5 м на протяжении более года в различное время года, суток, при различных погодных условиях. Одновременно, как правило, проводились измерения высотного градиента температуры атмосферы с помощью установленных на измеряемой высоте двух термометров, разнесенных по высоте на 1 м. Перед началом и после цикла измерений проводилась относительная калибровка этих термометров. В других случаях измерения высотных градиентов температуры термометры периодически (через каждые 2 минуты) поворачивались сверху вниз и наоборот. В этом случае высотный градиент температуры измерялся одним и тем же термометром, что повышало надежность измеренных высотных градиентов температуры.

Анализ полученных таким образом многочисленных экспериментальных данных свидетельствует о том, что среднее значение хаотической скорости молекул (температуры), измеренной для молекул, летящих вверх и вниз, изменяется относительно среднего значения хаотической скорости молекул, летящих горизонтально, в зависимости от высотного градиента температуры. Таким образом подтверждается гипотеза [6] о том, что на величину хаотической скорости молекул в вертикальном направлении должно оказывать влияние изменение действия силы тяжести на молекулы, в результате изменения плотности атмосферы (длины свободного пробега молекул), что должно приводить к тому, что несмотря на то, что одинаковое, но противоположное по направлению действие силы тяжести и высотного градиента плотности, среднее значение величины хаотической скорости молекул, летящих вниз и вверх, не будет равно среднему значению горизонтальной составляющей хаотической скорости молекул, а будет иметь другую величину, которая будет меняться с изменением высотных градиентов плотности (температуры).

Остановимся на полученных экспериментальных данных более детально.

На рис. 2, а представлены временные зависимости хаотической скорости молекул (вернее, сопротивлений термисторов, обратно пропорциональных хаотической скорости молекул), измеренных за период с 11¹⁵ до 12⁰⁰ местного времени одновременно для четырех направлений: для молекул, летящих книзу – \downarrow , для молекул, летящих кверху – \uparrow , для молекул, летящих справа – \bullet , для молекул, летящих слева – \ominus . Результаты получены на полигоне на высоте 1,5 м 23.08.05 при ясной тихой погоде и при температуре воздуха $t = 25 \div 28^\circ \text{C}$.

На рис. 2, б представлена временная зависимость вертикального градиента хаотической скорости молекул для вертикальной составляющей ее, измеренного за это же время. Градиент измерялся при вертикальной базе, равной 1 м, на высоте измерения 1,5 м. Как следует из рис. 2, б, в течение всего периода измерений температура атмосферы вверху была больше, чем внизу, а это значит согласно [7], что плотность атмосферы внизу была больше, чем вверху. В этом случае согласно [6] величина скорости молекул, летящих вниз, за счет того, что плотность атмосферы возрастает с понижением высоты, будет уменьшаться, а для летящих вверх, за счет того, что с возрастанием высоты плотность атмосферы уменьшается, величина хаотической скорости молекул, летящих вверх, должна возрастать.

Кроме того, на скорость молекул, летящих вверх и вниз, в равной по величине, но противоположной по знаку степени действует сила тяжести.

Следовательно, согласно [6], поскольку действие высотного градиента плотности и действие силы тяжести на молекулы, летящие вверх и вниз, проявляется в равной мере, но противоположно по направлению, то среднее значение хаотической скорости молекул, измеренных за это время для молекул, летящих вверх и вниз, должно быть близко величине горизонтальной составляющей скорости молекул, на которые указанные выше факторы не действуют. Однако, как это следует из рис. 2, а, измеренное значение величины хаотической скорости молекул, летящих вверх и вниз, а следовательно, и их среднее значение, оказались меньше величины горизонтальной составляющей скорости молекул, что может быть связано [6] с действием эффекта влияния градиента плотности атмосферы (длины свобод-

ного пробега молекул) на силу тяжести. Так, с возрастанием плотности атмосферы с понижением высоты за счет уменьшения λ ускорение молекул, летящих вниз, за счет силы тяжести будет уменьшаться, а для молекул, летящих вверх, торможение молекул за счет силы тяжести будет возрастать за счет возрастания λ с высотой, а значит среднее значение скорости молекул, летящих вверх и вниз, за счет этого будет тоже уменьшаться. Что и наблюдаем на рис. 2, а: среднее значение скорости молекул, летящих вверх и вниз, оказалось меньше скорости горизонтально летящих молекул.

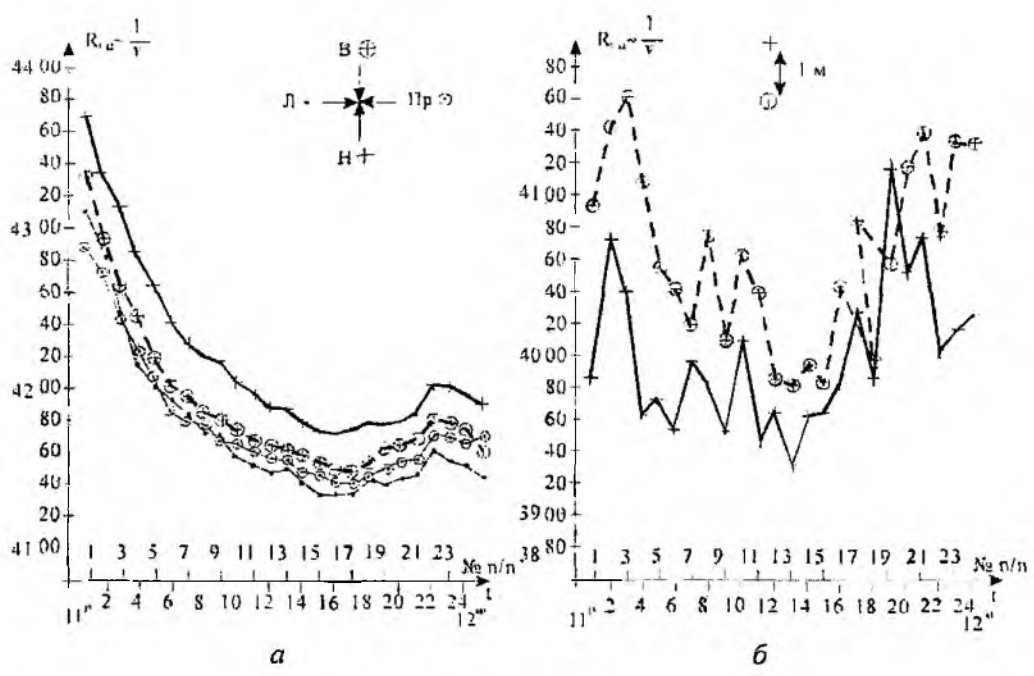


Рис. 2

На рис. 3 а, б представлены такие же экспериментальные данные, что и на рис. 2 а б, полученные в тот же день, но в другое время суток (с 13⁰⁵ до 14⁰⁰).

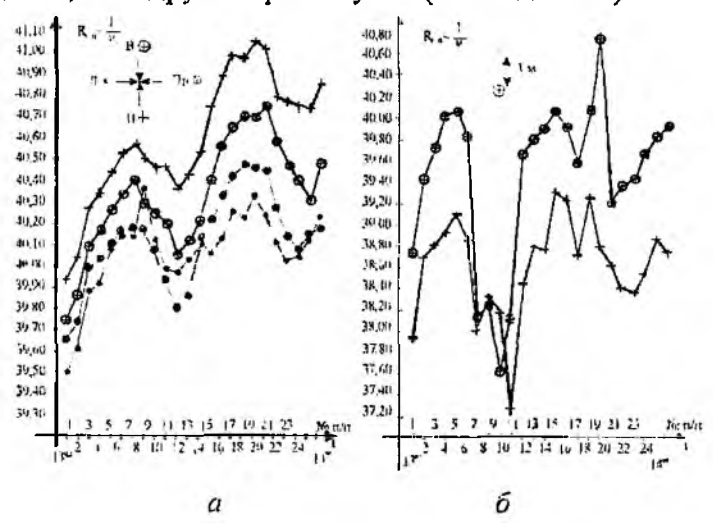


Рис. 3

Здесь погодные условия несколько изменились и отмеченная выше картина проявилась более четко. Так, примерно при том же высотном градиенте вертикальные скорости молекул (как вниз так и вверх) оказались существенно меньше величины горизонтальной составляющей скорости молекул и следовательно, их средние значения оказались значительно меньше горизонтальных составляющих скорости молекул.

На рис. 4 представлены экспериментальные данные, полученные на полигоне на высоте 1,5 м с помощью способа, описанного выше. В данном случае проводились одновременные измерения четырех составляющих хаотической скорости молекул (вверх, вниз, вправо, вле-

во) в результате дискретного поворота каждого термометра на 90° . Так что на рис. 4 представлены четыре временные зависимости (а, б, в, г), полученные четырьмя термометрами, каждый из которых одновременно поворачивался дискретно на 90° в течение 360° , так что на каждом рисунке представлены временные зависимости, измеренные таким образом для четырех составляющих хаотической скорости молекул одним и тем же термометром. Измерения проводились 12.10.05 г. при температуре $t = 15^\circ\text{C}$ при пасмурной погоде и сильном порывистом ветре с 14^{00} до 15^{20} .

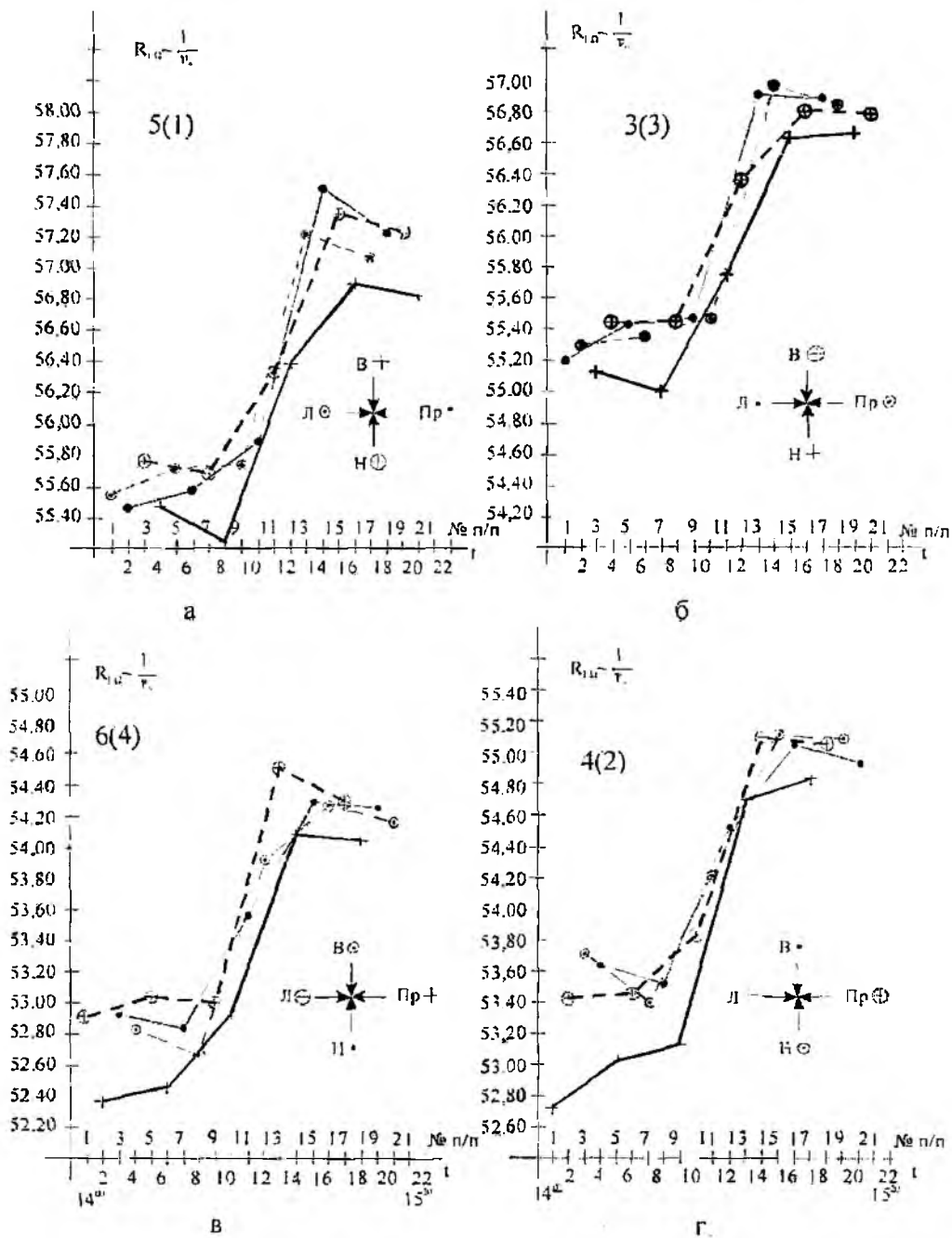


Рис. 4

Характерной особенностью представленных на рис. 4 данных, полученных одновременно четырьмя независимыми термометрами в результате дискретного поворота их на 90° по часовой стрелке, является удовлетворительное подобие этих зависимостей, что свидетельствует о высокой достоверности данных и явно выраженном эффекте, ибо все четыре термометра измеряли

за одно и то же время одни и те же характеристики атмосферы. Для всех четырех графиков характерным является различие измеряемой величины хаотической скорости молекул атмосферы, для молекул, летящих вниз и вверх, и совпадение скорости молекул, летящих вверх, со скоростью молекул, летящих справа и слева, т.е. горизонтально. Скорость молекул, летящих вниз, оказалась больше скорости молекул, летящих вверх и горизонтально. Среднее значение скорости молекул, летящих вверх и вниз, в данном случае также оказалось отличным от средней величины горизонтальной составляющей скорости молекул.

Согласно [6] для такого различия скорости молекул, летящих вниз и вверх, температура с высотой должна падать.

Таким образом, представленные здесь экспериментальные данные, полученные на полигоне на высоте 1.5 м, свидетельствуют о том, что наблюдается явно выраженное различие величины хаотической скорости молекул, летящих вверх и вниз. Это различие меняется в зависимости от вертикального градиента температуры, причем среднее значение величины хаотической скорости молекул, летящих вверх и вниз не равно, а бывает либо больше, либо меньше по величине среднего значения горизонтальных составляющих скорости молекул в зависимости от высотного градиента температуры.

Ниже представлены такие же экспериментальные данные, но полученные в г. Харькове на высоте ≈ 20 м. Измерения велись таким же образом двумя способами.

На рис. 5, а представлены временные зависимости хаотической скорости молекул (вернее, сопротивлений термисторов, обратно пропорциональных хаотической скорости молекул), измеренной одновременно для четырех направлений, 04.08.05 г. в центре Харькова на высоте ≈ 20 м за период с 6^{50} до 8^{05} местного времени. Здесь обозначения те же, что и на предыдущих рисунках. Измерения велись при ясной тихой погоде при температуре $t = 12$ С.

На рис. 5, б представлена временная зависимость высотного градиента температуры, измеренная за этот период времени. Измерения градиента велись при вертикальной базе 1 м одним термометром, который периодически перемещается с одной высоты на другую.

Как следует из рис. 5, а, наблюдается явное и устойчивое различие величины хаотической скорости молекул, измеренной одновременно для четырех направлений. Так, величины хаотической скорости молекул, летящих справа и слева (т.е. горизонтально), оказались близкими между собой, и больше величины скоростей молекул, летящих сверху и снизу. Скорости молекул, летящих снизу и сверху, неодинаковы. Величина скорости молекул, летящих книзу, оказалась меньше скорости молекул, летящих кверху. Среднее значение скорости молекул, летящих книзу и вверх, меньше среднего значения скорости молекул, летящих горизонтально (справа и слева).

Из рис. 5, б следует, что среднее значение величины градиента температуры за период измерений было меньше $3,4$ ‰ м. Следовательно, согласно [7], при таких градиентах плотность атмосферы с понижением высоты должна возрасти, что должно приводить, согласно [6], к большему торможению скорости молекул, летящих книзу и летящих вверх. Наблюдаемую картину различия составляющих хаотической скорости молекул можно объяснить, согласно [6], только действием третьего механизма, влияющего на величину вертикальных составляющих скорости молекул, а именно, влиянием плотности атмосферы Земли (вернее, длины свободного пробега молекул) на степень проявления силы тяжести Земли.

На рис. 6, а представлена такая же, что и на рис. 5, а, временная зависимость хаотической скорости молекул, измеренная одновременно для четырех направлений в центре Харькова в течение с 8^{00} до 9^{00} 27.08.05 г. при пасмурной тихой погоде и при температуре воздуха $t = 12$ С.

На рис. 6 б представлена временная зависимость высотного градиента температуры, измеренная на этой же высоте за это же время.

Как следует из рис. 6, а, здесь наблюдается также различие вертикальных скоростей молекул от горизонтальных. Так, с 8^{00} до 8^{35} величина хаотической скорости молекул, летящих вниз, оказалась больше величины скорости молекул, летящих горизонтально (справа, слева), а для летящих вверх она оказалась меньше величины горизонтальной составляющей. В 8^{35}

в связи с резким изменением погоды (появилось солнце) соотношение между измеренными составляющими хаотической скорости молекул резко изменилось. Здесь уже величина скорости молекул, летящих вниз, оказалась меньше горизонтальной составляющей (справа, слева), а для молекул, летящих вверх, величина скорости оказалась близкой величине скорости молекул, летящих горизонтально (справа, слева). В результате этого соотношение между средним значением величины хаотической скорости молекул, летящих кверху, книзу и летящих справа и слева резко изменялось в связи с резким изменением погодных условий: так, если средняя величина для хаотической скорости молекул, летящих вниз и вверх, за период 8^{00} до 8^{35} была близка среднеарифметическому значению горизонтальных составляющих скорости молекул (летящих справа и слева), то с 8^{35} до 9^{00} картина оказалась несколько иной. Здесь среднеарифметическое значение скоростей молекул, летящих вниз и вверх, оказалось меньше, среднеарифметического значения горизонтальных составляющих (справа и слева) скорости молекул.

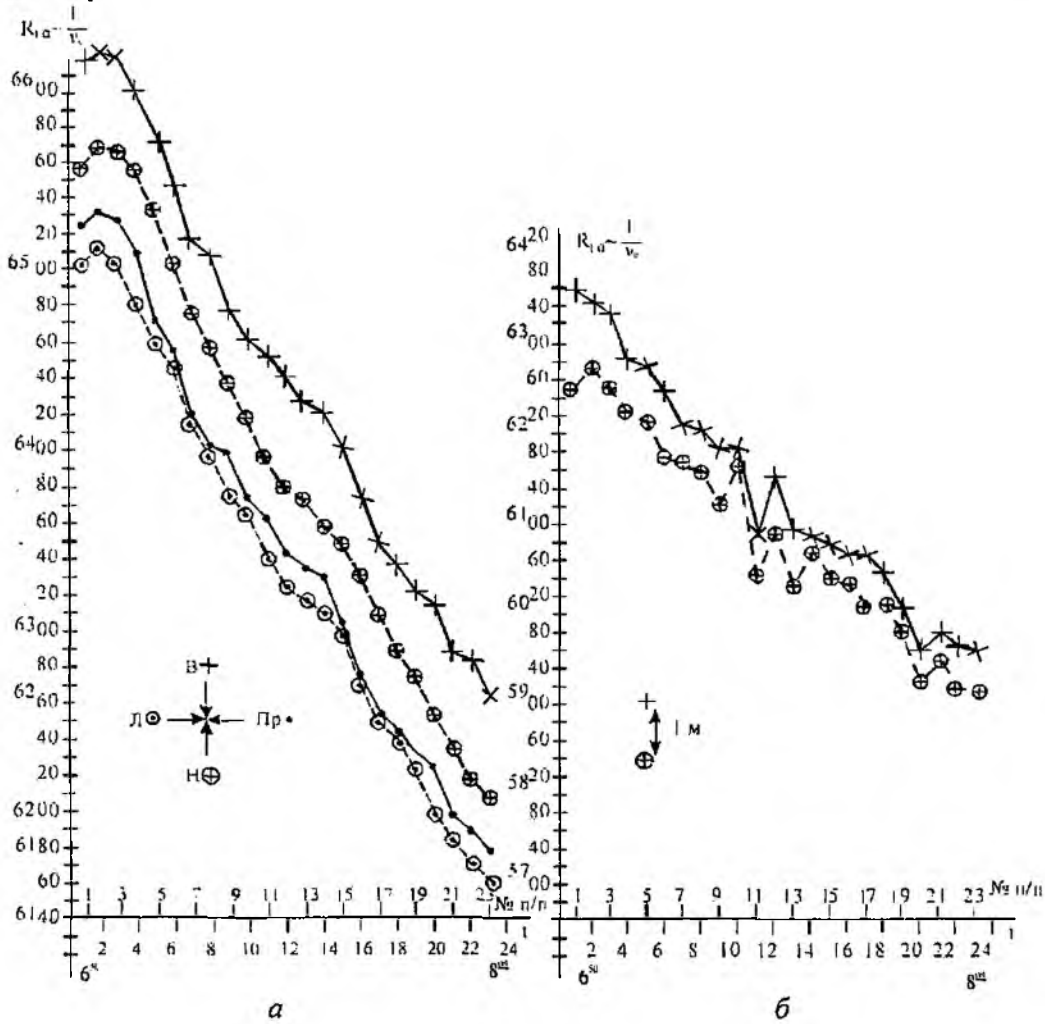


Рис. 5

Согласно рис. 6, б, вертикальный градиент температуры воздуха за этот период измерений был близок нулю, что согласно [7], должно свидетельствовать о том, что плотность атмосферы понижением высоты должна расти. Такое состояние атмосферы, согласно [6], должно привести к тому, что скорость молекул, летящих книзу, должна уменьшаться по сравнению с горизонтально летящими молекулами, а скорость молекул, летящих снизу, повышаться, что мы наблюдаем на рис. 6, а с 8^{35} до 9^{00} .

Таким образом, существование различий между среднеарифметическим значением скорости молекул, летящих книзу и кверху, с одной стороны, и среднеарифметическим значением скоростей молекул, летящих справа и слева (горизонтальная составляющая), с другой

стороны, свидетельствует о влиянии в данном случае плотности (длины свободного пробега) через силу тяжести на скорости молекул, летящих вверх и вниз.

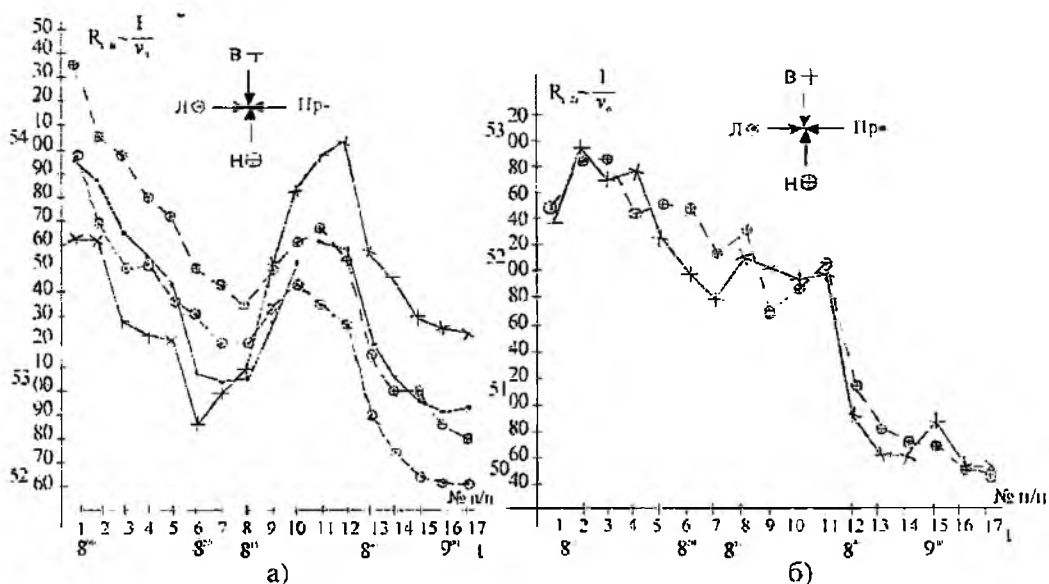


Рис. 6

На рис. 7 представлены экспериментальные данные, полученные в центре Харькова на высоте ≈ 20 м, но другим способом.

В данном случае проводились одновременные измерения четырех составляющих хаотической скорости молекул, летящих вверх, вниз, справа и слева в результате дискретного поворота каждого из четырех термометров на 90° одновременно. На рис. 7, 8 представлено по четыре временных зависимости (а, б, в, г), полученные четырьмя термометрами одновременно.

На рис. 7 представлены данные, полученные 02.10.2005 г в течение времени с 6^{25} до 9^{45} при ясной тихой погоде и при температуре воздуха $t = 10^\circ\text{C}$.

Характерной особенностью рис. 7 является хорошее подобие временных зависимостей для четырех составляющих скорости молекул, полученных каждым из четырех термометров при повороте их одновременно на 90° , что свидетельствует о высокой достоверности полученных данных, поскольку каждый термометр измерял за одно и то же время одни и те же температурные характеристики.

Для представленных на рис. 7 экспериментальных данных характерным является то, что величина скорости молекул, летящих вниз, существенно меньше скорости молекул, летящих вверх и горизонтально (справа и слева), которые оказались близкими по величине, а среднеарифметическое значение скорости молекул, летящих вниз и вверх оказалось меньше среднего значения скорости молекул, летящих горизонтально.

Измеренный за это время градиент температуры для данных, представленных на рис. 7, был близок нулю. Следовательно, для данных, представленных на рис. 7, согласно [7], характерным должно быть возрастание плотности атмосферы с понижением высоты и, следовательно, согласно [6], скорость молекул, летящих вниз, должна за счет этого фактора уменьшаться, а скорость молекул, летящих вверх должна возрастать на столько же. Действие силы тяжести на молекулы, летящие вверх и вниз, должно одинаково проявляться, ускоряя молекулы, летящие вниз, и на столько же вызывая торможение молекул, летящих вверх.

В результате воздействия этих двух факторов (плотности и силы тяжести) на скорость молекул, летящих вниз и вверх, среднее значение скорости молекул, летящих вверх и вниз, должно было бы быть равно среднему значению горизонтальной скорости молекул, летящих справа и слева. У нас же наблюдается существенное различие среднеарифметического значения составляющей скорости молекул, летящих вниз и вверх, и среднеарифметического значения скорости молекул, летящих в горизонтальном направлении (слева и справа). На-

блюдаемый эффект. согласно [6], можно объяснить действием плотности атмосферы (а следовательно, длины свободного пробега молекул) на проявление силы тяжести на скорость молекул, летящих вверх и вниз.

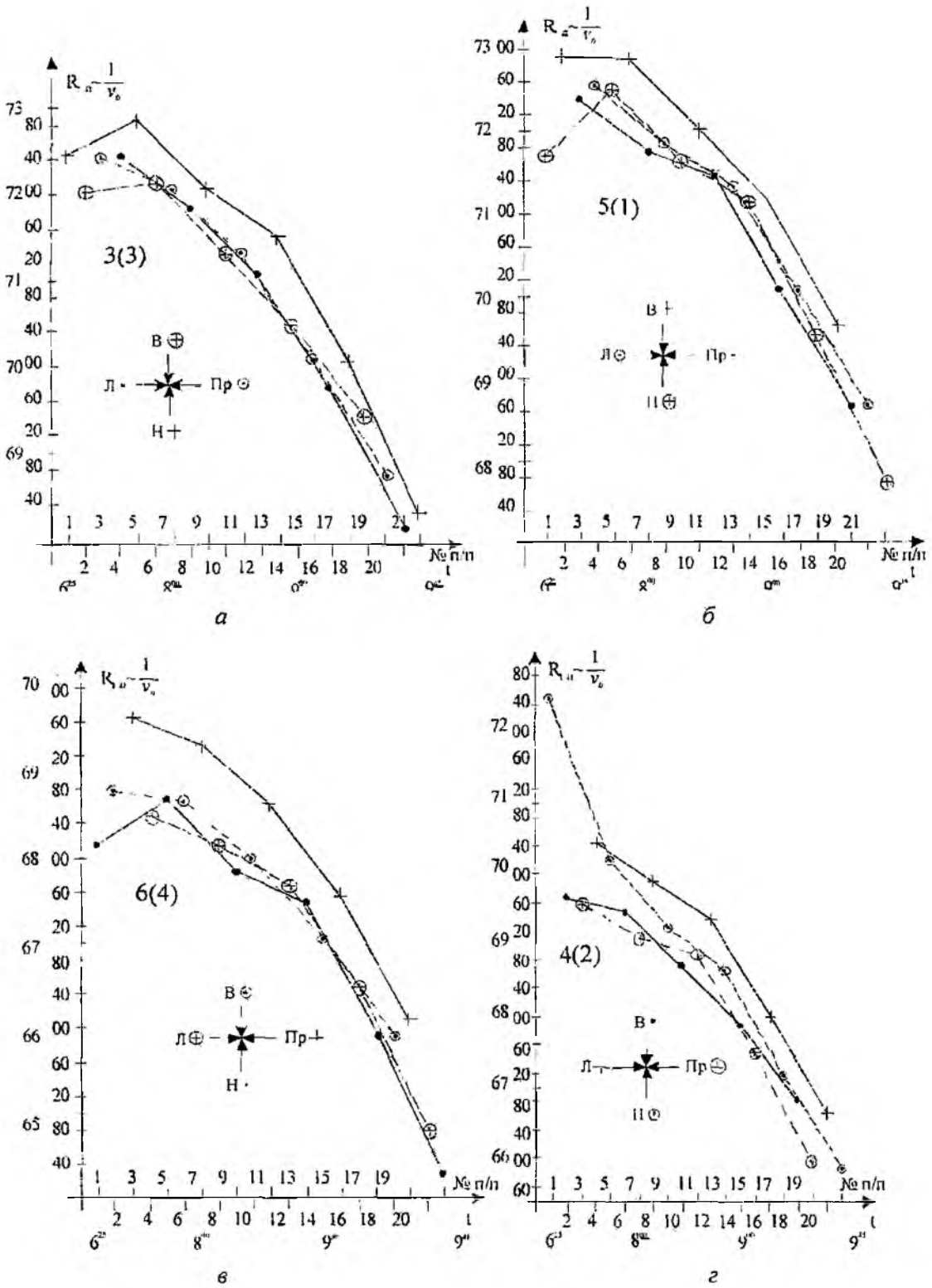


Рис. 7

Обсуждение результатов

Итак, представленные экспериментальные данные, полученные двумя способами, в двух различных географических условиях (в центре Харькова и на полигоне), на двух различных высотах (1,5 и 20 м), в различное время года и суток, при различных погодных условиях, свидетельствуют о существовании явно выраженного различия среднеарифметического значения измеренных одновременно хаотических скоростей молекул, летящих кверху и книзу, от среднеарифметического значения скоростей молекул, летящих справа и слева (т.е. горизонтально). Это различие определенным образом привязано к измеряемым одновременно вертикальным градиентам температуры. Если бы на хаотическую скорость молекул, летящих вверх и вниз, как это показано в [6], действовали только два фактора, а именно – сила тяжести, направленная вниз и приводящая к увеличению скоростей молекул, летящих вниз, и в такой же степени к уменьшению скоростей молекул, летящих вверх, и высотный градиент плотности атмосферы, который также действует на молекулы, летящие вверх и вниз, ускоряя одни и в такой же степени тормозя другие, – то мы никогда бы не наблюдали в экспериментах различия среднеарифметического значения величины хаотической скорости молекул, летящих вверх и вниз, от среднеарифметического значения хаотической скорости молекул, летящих справа и слева (в горизонтальной плоскости), как это показано в работе [6]. Ведь в этом случае, как следует из [6], среднеарифметическое значение хаотической скорости молекул, летящих сверху и снизу, не менялось бы, поскольку сила тяжести и градиент плотности действуют в противоположных направлениях, увеличивая скорость молекул в одном направлении и уменьшая в противоположном в равной степени, так что среднее значение скорости молекул, летящих вверх и вниз, в этом случае не должно меняться, оставаясь равным средней величине скорости горизонтально летящих молекул (справа и слева). Однако в экспериментах мы наблюдаем явно выраженное различие средних величин скоростей вертикально летящих молекул от средней величины скоростей горизонтально летящих молекул (слева и справа).

Следовательно, необходимо допустить существование какого-то третьего фактора, который действует на вертикальные составляющие хаотической скорости молекул, приводя к наблюдаемому в экспериментах различию между средним значением хаотических скоростей молекул, летящих вверх и вниз, и средним значением хаотических скоростей молекул, летящих в горизонтальном направлении.

Согласно [6], таким фактором может быть влияние длины свободного пробега молекул атмосферы на действие силы тяжести на скорость молекул, летящих вниз и вверх, приводя к изменению среднего значения скоростей молекул, летящих вниз и вверх, относительно среднего значения скорости молекул, летящих горизонтально, при изменении высотного градиента плотности атмосферы.

Дело в том, что длина свободного пробега молекул, как показано в [6], влияет на скорость молекул, летящих вниз и вверх, по-разному. Связано это с тем, что действие силы тяжести на скорость молекул, движущихся вниз (вверх), в чистом виде проявляется до их первого столкновения с молекулами атмосферы. После соударения молекула, движущаяся вниз (вверх), может терять часть своей энергии при соударении, например с молекулами, летящими горизонтально. В этом случае действие силы тяжести будет зависеть от длины свободного пробега молекул.

Молекула, летящая вниз, при большой длине свободного пробега молекул успеет за счет ускорения g за одно и то же время пройти большой путь и таким образом развить большую скорость или затормозиться для молекулы, летящей вверх в большей мере, чем при меньшей длине свободного пробега. Это приводит к тому, что средняя величина хаотической скорости молекул, летящих вниз и вверх, при наличии вертикального градиента плотности атмосферы, не будет равна средней величине хаотической скорости молекул, летящих горизонтально (справа и слева).

Связано это с тем, что при наличии высотного градиента плотности атмосферы, например когда плотность атмосферы растет с высотой (длина свободного пробега молекул уме-

ньшается с высотой), то для молекул, летящих вниз, с понижением высоты длина свободного пробега молекул будет возрастать и, следовательно, проявление силы тяжести будет возрастать, и скорость молекулы, летящей вниз, будет за счет этого фактора возрастать. Для молекул, летящих вверх, длина свободного пробега при этом с ростом высоты будет уменьшаться, и потому проявление силы тяжести на эти молекулы уменьшится, что приведет к меньшему торможению молекул, летящих вверх, т.е. к возрастанию скорости этих молекул за счет этого фактора. Одновременное возрастание скорости молекул, летящих вверх и вниз, при этом приведет к тому, что среднее значение хаотической скорости молекул, летящих вниз и вверх, будет больше среднего значения скоростей молекул, летящих горизонтально (справа и слева). При уменьшении плотности атмосферы с высотой (росте длины свободного пробега с высотой) влияние данного фактора проявляется обратным образом, т.е. поскольку с уменьшением высоты длина свободного пробега молекул уменьшается, то для молекул, летящих вниз, проявление силы тяжести уменьшится и скорость их уменьшится, а для молекул, летящих вверх, поскольку с ростом высоты длина свободного пробега увеличивается, и проявление силы тяжести на молекулы возрастает, их торможение за счет силы тяжести возрастает, и таким образом за счет этого фактора скорость их уменьшится. В результате чего средняя величина хаотической скорости молекул, летящих вниз и вверх, в данном случае будет меньше средней величины скорости молекул, летящих горизонтально (справа и слева).

Таким образом будет меняться средняя величина хаотической скорости молекул, летящих вниз и вверх, относительно среднего значения скорости молекул, летящих горизонтально (слева и справа) с изменением высотного градиента плотности атмосферы, принимая значения, большие при росте плотности с высотой, и меньшие при уменьшении плотности с высотой.

На основании сказанного можно считать раскрытым механизм, приводящий к наблюдаемому в экспериментах [1–3] эффекту анизотропии молекулярных процессов атмосферы, связанному с высотным температурным градиентом атмосферы.

Дело в том, что наблюдаемый в экспериментах [1–3] новый эффект – эффект анизотропии молекулярных процессов в атмосфере Земли получен при измерении средних значений хаотической скорости молекул и длины свободного пробега их для молекул, летящих вдоль луча зрения «от нас» и «к нам», в зависимости от угла места луча зрения.

Наблюдаемый эффект анизотропии в [1–3] есть результат влияния изменения плотности атмосферы, а следовательно, и длины свободного пробега молекул с высотой на действие силы гравитации, приводящей к тому, что действие силы гравитации по величине при этом неодинаково проявляется для молекул, летящих вверх и вниз, что и приводит к отличию среднего значения хаотической скорости молекул, летящих вниз и вверх, от среднего значения величины скорости молекул, летящих горизонтально (справа и слева) в ту или иную сторону, в зависимости от знака высотного градиента температуры, т.е. температурной стратификации атмосферы.

Заключение

В результате непосредственного измерения хаотической скорости молекул атмосферы в вертикальной плоскости одновременно в четырех направлениях (для молекул, летящих вверх, вниз, справа и слева) раскрыт механизм, вызывающий установленный ранее новый эффект – эффект анизотропии молекулярных процессов в атмосфере Земли [1–3], наблюдаемый при измерении средних значений хаотической скорости молекул и длины свободного пробега их для молекул, летящих вдоль луча зрения «от нас» и «к нам» в зависимости от угла места луча зрения.

Полученные многочисленные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что наблюдаемый эффект может вызываться влиянием длины свободного пробега молекул атмосферы на действие силы тяжести на скорости молекул, летящих вверх и вниз, приводя к изменению среднего значения скоростей молекул, летящих вверх и вниз, относительно среднего значения скорости молекул, летящих горизонтально, при изменении высотного градиента плотности атмосферы.

Список литературы: 1. *И.А. Делов.* Анизотропия параметров ионизованного метеорного следа, связанных с молекулярными процессами в атмосфере // Изв. АН СССР. Геомагнетизм и аэрология. 1966. Т. 26, №2, С. 265–268. 2. *Делов И.А., Слипченко Н.И.* Результаты экспериментальных исследований анизотропии молекулярных процессов атмосферы с помощью акустического зондирования // Прикладная радиоэлектроника. 2004. Т. 3, №3. С. 27-36. 3. *Бондаренко М.Ф., Слипченко Н.И., Делов И.А., Леонидов А.В.* Результаты измерений анизотропии температуры атмосферы в приземном слое Земли контактным способом // Прикладная радиоэлектроника. 2005. Т. 4, № 4. С. 383-393. 4. *Делов И.А., Слипченко М.Г., Леонидов А.В.* Спосіб вимірювання коефіцієнта анізотропії температури повітря. Заявка на патент України № а 2006 11354 від 27.10.2006. 5. *Делов И.А., Слипченко М.Г., Леонидов А.В.* Спосіб вимірювання коефіцієнта анізотропії температури повітря. Заявка на патент України №№ а 2006 11323 від 27.10.2006. 6. *Делов И.А., Слипченко Н.И., Леонидов А.В.* К вопросу о влиянии силы тяжести и плотности атмосферы на величину вертикальной составляющей хаотической скорости молекул // Прикладная радиоэлектроника. 2006. 7. *Матвеев Л.Т.* Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометиздат, 1965. 876 с.

*Харьковский национальный
университет радиоэлектроники*

Поступила в редколлегию 13.02.2007

ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В КОМПОЗИТНОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СТРУКТУРЕ

Бурное развитие радиофизики и информатики вызвало большой интерес к многообразию волновых процессов в полупроводниковых и полупроводниково-диэлектрических структурах (ПДС). Изучению волновых процессов в ПДС посвящено большое количество работ [1-5], в которых исследовались объемные и поверхностные волновые явления различной физической природы. В настоящей работе рассмотрены высокочастотные явления в многослойной полупроводниково-диэлектрической структуре с дифракционной решеткой. Рассматриваемая ПДС образована двумя полупроводниковыми слоями, нанесенными (напыленными) на диэлектрические подложки, между которыми впаяна дифракционная решетка. Эта структура размещена на экранированном металлом диэлектрике (рис. 1). Рассматриваемая электродинамическая структура может быть составной частью объемных интегральных схем [8]. Заметим, что в [6, 7] рассматривались родственные структуры типа «сэндвич», где был представлен электродинамический подход решения для подобных структур, однако в них рассматривался лишь один слой полупроводника с током. В настоящей работе рассмотрена композитная структура с двумя полупроводниковыми слоями с различными физическими и динамическими характеристиками, причем дрейфующие потоки в них могут не совпадать по направлению. При этом образцы могут быть как *n*-типа, так и *p*-типа. Электромагнитные поля композитной структуры и решение граничной задачи дифракции. Исследуемая электродинамическая структура помещена в продольное сильное магнитное поле, обеспечивающее одномерность дрейфующего потока электронов проводимости (дырок) в полупроводнике. Электромагнитные явления в плазме полупроводника описывается системой уравнений Максвелла, уравнения движения и уравнения непрерывности.

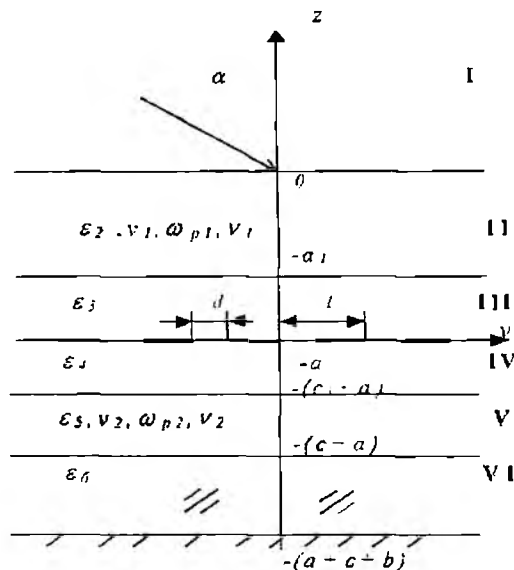


Рис. 1

Пусть на исследуемую электродинамическую структуру падает плоская электромагнитная волна (H_x, E_z, E_y) под углом α с амплитудой A' . Поля в каждой из областей запишем в виде

$$E_y^I = A' \cos \alpha e^{ik(y \sin \alpha + z \cos \alpha)} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n^I A_n e^{iq_n^2 z} e^{ik_n y}; E_y^{II} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\theta_n^2}{\epsilon_2 \Gamma_{1n}} (-B_n e^{iq_n^2 \Gamma_n z} + C_n e^{-iq_n^2 \Gamma_n (z+a_1)}) e^{ik_n y},$$

$$E_y^{III} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\theta_n^3}{\epsilon_3} (-M_n e^{iq_n^2 \Gamma_n (z+a_1)} + N_n e^{-iq_n^2 \Gamma_n (z+a)}) e^{ik_n y}; E_y^{IV} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\theta_n^4}{\epsilon_4} (-R_n e^{iq_n^2 \Gamma_n (z+a)} + T_n e^{-iq_n^2 \Gamma_n (z+a+c_1)}) e^{ik_n y},$$

$$E_y^V = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\theta_n^5}{\varepsilon_5 \Gamma_{2n}} (-P_n e^{iq_n^2 \Gamma_n (z+a+c)} + Q_n e^{-iq_n^2 \Gamma_n (z+a-c)}) e^{ik_n y},$$

$$E_y^{V'} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\theta_n^6}{\varepsilon_6} (-D_n e^{iq_n^2 \Gamma_n (z+a+c)} + F_n e^{-iq_n^2 \Gamma_n (z+a-c)}) e^{ik_n y},$$

где

$$q_n^j = \sqrt{\varepsilon_j k^2 - k_n^2} = \frac{2\pi\kappa}{l} \sqrt{\varepsilon_j - \tau_n^2} = \frac{2\pi\kappa}{l} \theta_n^j; \quad \Gamma_{1,2n} = \sqrt{1 - \frac{q^2}{\tilde{\varepsilon}_{n1,2}}}, \quad j=1,2; \quad k_n = k_0 + \frac{2\pi n}{l};$$

$$\tilde{\varepsilon}_{n1,2} = (1 - \frac{\beta_{01,2}}{\beta_{pn}})^2 - q_{1,2}^2 + i\tilde{\nu}(1 - \frac{\beta_{01,2}}{\beta_{pn}}); \quad \tau_n = \frac{\mu+n}{\kappa}, \quad \kappa = \frac{l}{\lambda}, \quad \mu = \frac{kl}{\pi}, \quad q_{1,2} = \frac{\omega_{p1,2}}{\omega}, \quad \tilde{\nu} = \frac{v}{\omega} k_0 = k \sin \alpha,$$

β_{pn} – фазовая скорость n -й гармоники, $\beta_{01,2} = \frac{v_{01,2}}{c}$ – дрейфовые скорости носителей в первом

и втором полупроводниковых слоях; l – период структуры; $\lambda = 2\pi c/\omega$; $A_n, B_n, C_n, M_n, N_n, P_n, Q_n, D_n, F_n$ – неизвестные амплитуды; знаки ветвей функции выбраны таким образом, чтобы удовлетворить требованию отсутствия волн приходящих из бесконечности. Временная зависимость выбрана в виде $e^{-i\omega t}$. Подчинив поля соответствующим граничным условиям находим связь между неизвестными коэффициентами разложения поля (1), и следуя идеологии и процедуре метода [8] получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений (БСЛАУ)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \left[\frac{|n|}{n} \chi_n \Omega_m^n - \delta_m^n \right] = -\bar{A} \quad (2)$$

$$(n, m=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad \Omega_m^n = V_m^n - V_\sigma^n R_n / R_\sigma; \quad \delta_m^n = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ 1, & m = n \end{cases};$$

$$\chi_n = 1 + i \frac{|n|}{n} \sqrt{\varepsilon_5 - \tau_n^2} \kappa (1 + \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_5}) H_n; \quad H_n = -i \frac{\tilde{H}_{n1}}{\tilde{H}_{n2} + i\tilde{H}_{n1}\tilde{H}_{n3}}; \quad \tilde{H}_{n1} = \frac{\varepsilon_6}{\varepsilon_3 \Gamma_{2n}} \frac{\theta_n^3}{\theta_n^6} \operatorname{tg} q_n^5 \Gamma_{2n} c + \operatorname{tg} q_n^6 b;$$

$$\tilde{H}_{n2} = \frac{\varepsilon_6 \theta_n^5}{\varepsilon_5 \theta_n^6} - \Gamma_{2n} \operatorname{tg} q_n^6 b \operatorname{tg} q_n^5 \Gamma_{n2} c; \quad \tilde{H}_{n3} = \frac{\varepsilon_7 \theta_n^5}{\varepsilon_5 \theta_n^3} \left(1 - i \frac{\varepsilon_3 \theta_n}{\theta_n^3} \operatorname{tg} q_n^3 (a_1 - a) - \tilde{H}_{n4} \right) P_n;$$

$$\tilde{H}_{n4} = \frac{\varepsilon_3 \theta_n^2}{\varepsilon_2 \Gamma_{1n} \theta_n^3} \operatorname{tg} q_n^3 (a_1 - a) + \operatorname{tg} q_n^2 \Gamma_{1n} a;$$

$$P_n = i \operatorname{tg} q_{n3} (a_1 - a) - \frac{\varepsilon_3 \theta_n}{\theta_n^3} + \frac{\varepsilon_3 \theta_n^2}{\varepsilon_2 \Gamma_{1n} \theta_n^3} i \operatorname{tg} q_n^2 \Gamma_{1n} a + \tilde{H}_{n5};$$

$$\tilde{H}_{n5} = \frac{\varepsilon_2 \Gamma_{1n} \theta_n}{\theta_n^2} \operatorname{tg} q_n^3 (a_1 - a) \operatorname{tg} q_n^2 \Gamma_{1n} a; \quad A_n = A^0 \left(H_n \frac{x_n}{n+\mu} + \delta_0^n (H_0 d_0 - f_0) \right)$$

$$\bar{A} = i \left(1 + \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_5} \right) \kappa \theta_0^5 H_0 \Omega_0^0; \quad f_n = \frac{1}{P_n} \left(i \operatorname{tg} q_n^3 (a_1 - a) + \frac{\varepsilon_3 \theta_n}{\theta_n^3} - \tilde{H}_{n5} + \tilde{H}_{n6} \right);$$

$$d_n = \left[1 + i \frac{\varepsilon_3 \theta_n}{\theta_n^3} \operatorname{tg} q_n^3 (a_1 - a) + i \frac{\varepsilon_2 \Gamma_{1n} \theta_n}{\theta_n^2} \operatorname{tg} q_n^2 \Gamma_{1n} a - \frac{\varepsilon_3 \theta_n^2}{\varepsilon_2 \Gamma_{1n}} \operatorname{tg} q_n^2 \Gamma_{1n} a \operatorname{tg} q_n^3 (a_1 - a) \right] - f_n \tilde{H}_{n3}$$

Коэффициенты $V_m^n(u)$, $V_\sigma(u)$, $R_m(u)$, $R_\sigma(u)$ ($u = \cos \pi d/l$) – сложные функции полиномов и функций Лежандра, определяемые в работе [8].

Учитывая, что параметр при $\chi_n \rightarrow O(1/n^2)$ при $n \rightarrow \infty$, система (2) может быть заменена редуцированной. Приняв во внимание, что взаимодействие дрейфующего потока в полупроводниковых слоях осуществляется лишь с синхронными пространственными гармониками поля, можно получить амплитуды отраженной волны. Ниже на рис. 2 приведены зависимости

отраженного сигнала от изменения приведенной скорости дрейфующих носителей в первом слое при следующих параметрах структуры, в которой осуществлен эффект Смита-Парселла [10]: для а- $v_1/\omega=v_2/\omega=0,1; \omega_{p1}/\omega=0,2; 1-\omega_{p2}/\omega=0,2$; б- $v_1/\omega=v_2/\omega=0,1; \omega_{p1}/\omega=\omega_{p2}/\omega=0,2; 1-\beta_1=\beta_2$; в- $1-\omega_{p1}/\omega=\omega_{p2}/\omega=1,2; v_1/\omega=v_2/\omega=0,1$; г- $1-\omega_{p1}/\omega=\omega_{p2}/\omega=1,2; v_1/\omega=v_2/\omega=0,15$.

Как видно из приведенных зависимостей на рис. 2, а-г, оптимизация взаимодействия осуществляется лишь при равенстве параметров двух полупроводников; во всех случаях несовпадения, как видно из рис. 2, эффективность взаимодействия ниже.

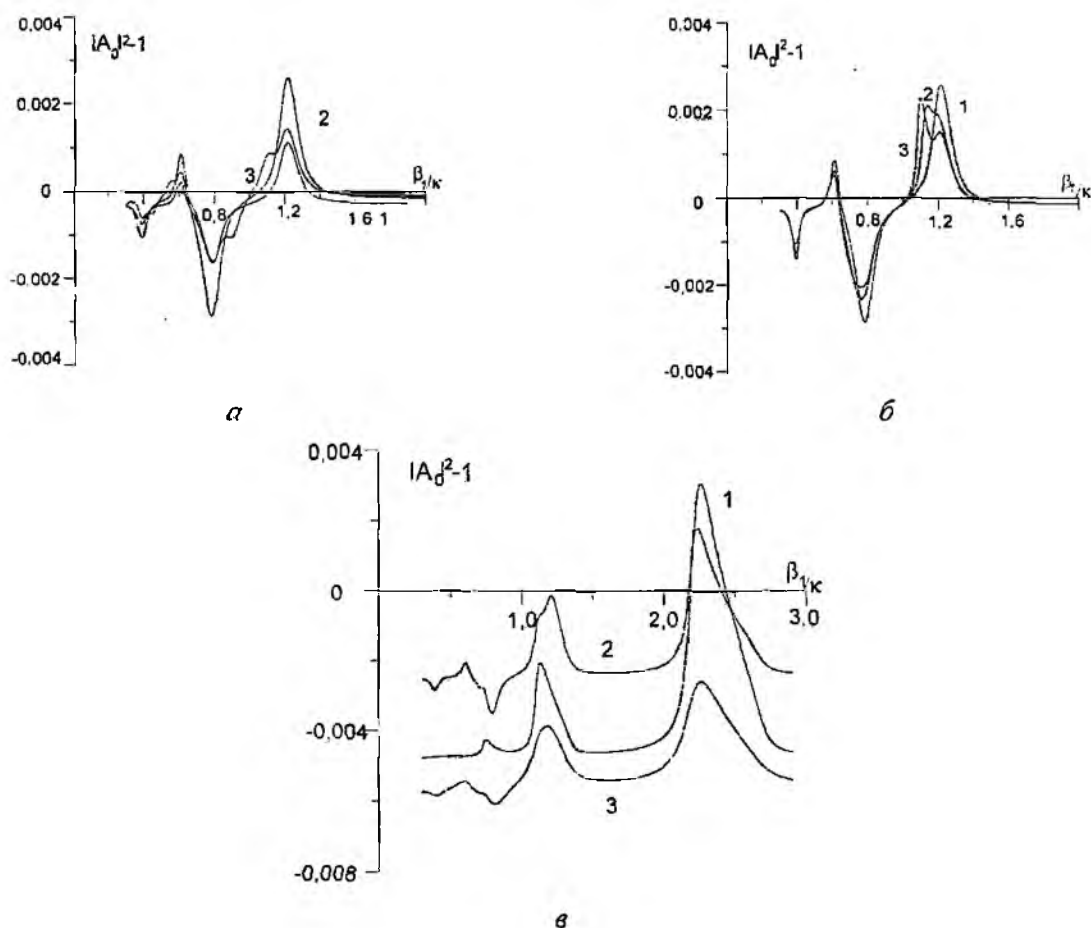


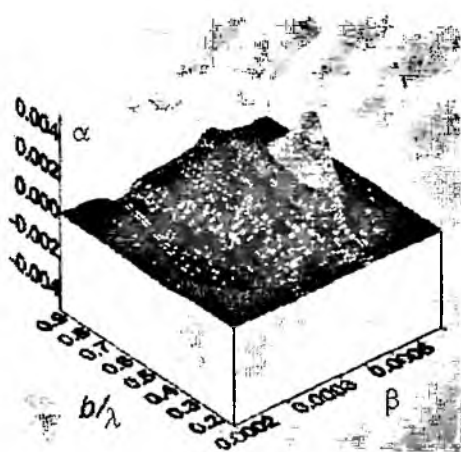
Рис. 2

Представляет интерес рассмотрение дисперсии волн в исследуемой электродинамической структуре. Для этого нужно получить характеристическое уравнение. Оно может быть получено из решения граничной задачи для полей (1) при условии $A' = 0$, а k_ρ - искомая величина. Характеристическое уравнение получено из равенства нулю определителя системы (2). В предположении, что взаимодействие дрейфующих носителей заряда осуществляется только с первой гармоникой пространственного спектра и при условии, что $q^2 \ll 1$, характеристическое уравнение имеет следующий вид

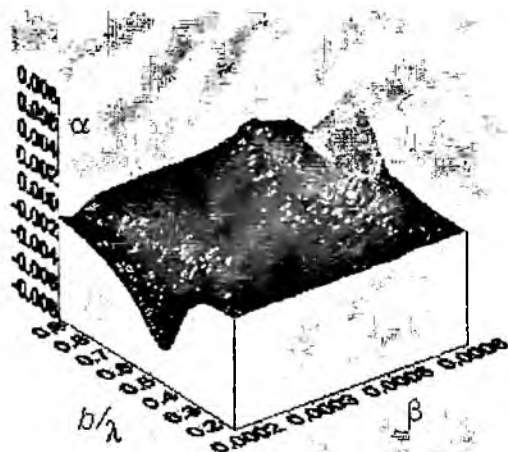
$$\det \left(\begin{bmatrix} \frac{|n|}{n} \chi_n \Omega_m^n - \delta_m^n \end{bmatrix} \right) = 0$$

Ниже на рис. 3 приведены зависимости мнимых частей постоянных распространения волн в исследуемой структуре для пленок GaAs и InSb от скорости дрейфа и толщины диэлектрика: GaAs (3а) $\omega_{p1}/\omega=\omega_{p2}/\omega=0,2; v/\omega=0,1$; (3б) $\omega_{p1}/\omega=\omega_{p2}/\omega=0,4; v/\omega=0,1$ и InSb (3в) $\omega_{p1}/\omega=\omega_{p2}/\omega=0,4; v/\omega=0,1$.

На рис. 4 приведено объемное изображение зависимости инкремента нарастания от различных соотношениях скорости дрейфа в пленках: InSb $\omega_{p1}/\omega=\omega_{p2}/\omega=0,2; v/\omega=0,1$.



a



b

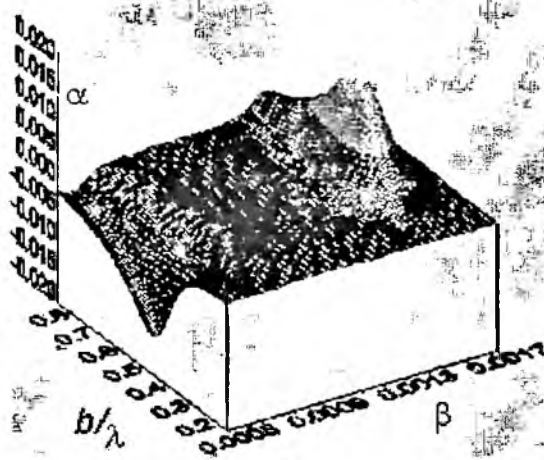


Рис. 3

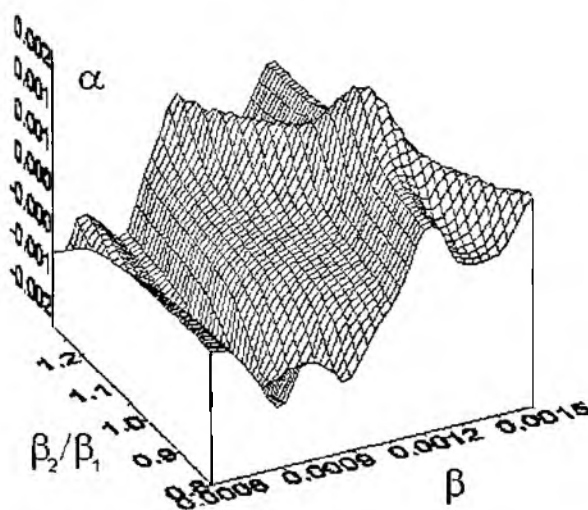


Рис. 4

Как видно из представленных зависимостей, инкремент нарастания максимален для композитных структур с пленками InSb.

Выводы

Таким образом, в композитной полупроводниковой структуре рассмотрено взаимодействие плоской электромагнитной волны с дрейфующими носителями заряда в пленках, обра-

зующих структуру. Изучены отражательные характеристики исследуемой системы. Получено дисперсионное уравнение, рассмотрена дисперсия волн в структуре и найдены инкременты нарастания волн для композитных структур с пленками GaAs и InSb.

Список литературы: 1. *Стил М., Вюраль В.* Взаимодействие волн в плазме твердого тела. М.: Атомиздат, 1973. 249 с. 2. *Пожеда Ю. К.* Плазма и токовые неустойчивости. М.: Наука, 1977. 368 с. 3. *Белецкий Н. Н., Булгаков А. А., Ханкина С. И., Яковенко В. М.* Плазменные неустойчивости и нелинейные явления в полупроводниках. Киев: Наук. думка, 1984. 192 с. 4. *Белецкий Н. Н., Светличный В. М., Халамейда Д. Д., Яковенко В. М.* Электромагнитные явления СВЧ диапазона в неоднородных полупроводниковых структурах. Киев: Наук. думка, 1991. 216 с. 5. *Абдулкадыров В. А., Шестопалов В. П.* Принципиальная возможность усиления, генерации и преобразования КВЧ колебаний пространственно-периодической полупроводниковой системой // Докл. АН УССР. Сер. А. 1987. №10. С.35-37. 6. *Абдулкадыров В. А.* Взаимодействие электромагнитной волны с полупроводниковой структурой. // Тр. II Всесоюз. школы-семинара. Саратов: Изд. СГУ, 1988. Ч. II. С.60. 7. *Abdulkadyrov V. A.* A layered metal-insulator-semiconductor structure with surface periodicity // Telecommunication and Radio Engineering. 1997. 51, №6-7. P. 66-70. 8. *Агранович З. С., Марченко В. А., Шестопалов В. П.* Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках // Журн. техн. физики. 1962. Т. 32, №4. С.381-390. 9. *Гвоздев В. И., Нефедов Е. И.* Объемные интегральные схемы СВЧ-элементная база аналоговой и цифровой радиоэлектронной аппаратуры. М.: Наука, 1987. 112с. 10. *Шестопалов В. П., Вертий А. А., Ермак Г. П. и др.* Генераторы дифракционного излучения. Киев: Наук. Думка, 1991. 317 с. 11. *Абдулкадыров В. А., Хуторян Э. М., Цзык А. И.* Теория усиления высокочастотных колебаний в волноводе с распределенной полупроводниковой структурой на эффекте Смита-Парсела // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2002. Т.45, №9-10. С.39-46.

*Институт радиофизики и электроники
Национальной академии наук Украины*

Поступила в редакцию 05.04.2007

**ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ УСИЛИТЕЛИ НА ОСНОВЕ
АСИММЕТРИЧНЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ КВАНТОВО-РАЗМЕРНЫХ СТРУКТУР.
Часть 2. ЧИСЛЕННЫЕ ИСЛЕДОВАНИЯ**

Введение

В первой части работы была выполнена постановка задачи и представлены основные элементы теории полупроводниковых оптических усилителей с асимметричными квантово-размерными слоями (АМКРС ПОУ).

Во второй части будут показаны результаты применения перечисленных моделей и сопоставление результатов численного исследования и экспериментальными характеристиками.

Расчет энергетических зон и определение материальных параметров

Поскольку все параметры в модели зависят от состава материала, необходимо вычислить их величины исходя из заданной информации о длине волны перехода для каждой КЯ. Расчет зонной диаграммы структуры представленной на рис. 1 и выбор параметров и состава материала основан на параметрах бинарных соединений [1], представленных в табл. 1.

Таблица 1

Параметры бинарных соединений

Параметр	Обозначение	GaAs	InAs	GaP	InP
Эфф. масса электрона	m_e/m_0	0,063	0,023	0,25	0,077
Спин-орбит. масса	m_{so}/m_0	0,15	0,049	0,038	0,21
Параметры Люттингера	γ_1	6,85	20,40	4,05	4,95
	γ_2	2,1	8,3	0,49	1,65
	γ_3	2,9	9,1	1,25	2,35
Диэлектрическая постоянная	ϵ_d	12,9	15,15	2,46	9,55
Ширина запрещенной зоны (при T=300 К)	E_g, eV	1,424	0,354	2,78	1,344
Спин-орбит. энергия	Δ_{so}, eV	0,34	0,41	0,127	0,11
Потенциал гидростатической деформации в ЗП	a_c, eV	-7,17	-5,08	-7,14	-5,04
Потенциал гидростатической деформации в ВЗ	a_v, eV	1,16	1	1,70	1,27
Потенциал деформации сдвига в ВЗ	b_v, eV	-1,7	-1,8	-1,8	-1,7
Постоянная эластичного натяжения	$C_{11} \times 10^{15} \text{ dyn/m}^2$	11,9	8,34	14,05	10,11
	$C_{12} \times 10^{15} \text{ dyn/m}^2$	5,34	4,526	6,203	5,61
Параметр электронного средства	χ, eV	4,07	4,88	3,8	4,38

Параметры четверных соединений $In_{1-x}Ga_{1-x}As_yP_{1-y}$ получены из выражения

$$Q_{InGaAsP}(x, y) = x \cdot y \cdot Q_{GaAs} + (1-x) \cdot y \cdot Q_{InAs} + x \cdot (1-y) \cdot Q_{GaP} + (1-x) \cdot (1-y) \cdot Q_{InP}. \quad (1)$$

Процедура определения параметров и состава материала следующая. Сначала по данным табл. 1 определяются начальные параметры материала, соответствующие ненапряженной структуре, и рассчитываются энергии переходов для каждой КЯ и барьеров. Далее, с помощью уравнений (32) и (33) в первой части статьи рассчитывается высота барьера для ЗП и ВЗ соответственно.

Результаты вычисления подставляются в уравнения (31)–(36), и расчет уравнения (30) дает конечную величину межзонного перехода.

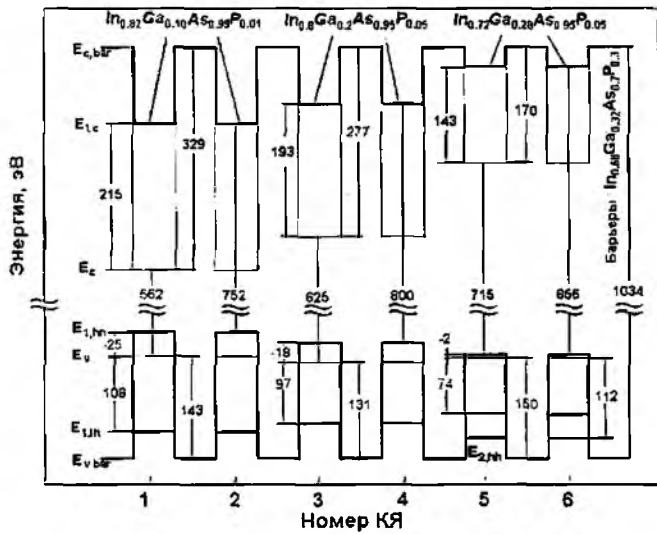


Рис. 1

С использованием заданных величин длины волны для каждой КЯ и величины напряженности определяются конечные величины x и y . Результаты расчетов представлены на рис. 1, где показана зонная диаграмма АМКРС с шестью КЯ с указанием уровней энергий квантования для каждого слоя. Все слои в данном случае имеют один квантовый подуровень в ЗП.

Слои QW1–QW4 имеют по одному подуровню тяжелых и легких дырок в ВЗ и только последняя пара КЯ имеет два подуровня тяжелых дырок. Это дает возможность использовать при расчете усиления упрощение несмешанных параболических зон. Основные параметры, рассчитанные для каждой пары КЯ, представлены в табл. 2.

Материалом для барьеров является $\text{In}_{0.68}\text{Ga}_{0.32}\text{As}_{0.7}\text{P}_{0.3}$. Другие параметры, используемые при вычислениях, взяты из [1] – [3].

Таблица 2

Параметры, используемые при расчетах модели и характеристик

Параметр	Обозначение	Номер КЯ			Барьер
		1,2	3,4	5,6	
Длина волны	$\lambda, \text{мкм}$	1.67	1.53	1.45	1.2
Ширина запрещенной зоны	$E_g, \text{мэВ}$	562	625	715	1034
Состав материала	x	0.82	0.8	0.717	0.678
	y	0.99	0.95	0.95	0.696
Диэлектрическая постоянная	ϵ_d	11.97	11.83	11.72	11.00
Групповая скорость	$v_g \times 10^7, \text{м/с}$	8.67	8.72	8.76	-
Фактор опт. ограничения	$\Gamma_w, 10^{-4}$	9.97	11.04	13.1	-
Параметр электронного сродства	$\chi, \text{эВ}$	4.76	4.73	4.66	4.56
Кэффициент напряжения	$\epsilon_{str}, \%$	-1.91	-1.65	-1.1	-
	$E_{c,1sr}, \text{эВ}$	215	193	143	-
Энергетические подуровни	$E_{hh,1sr}, \text{эВ}$	-25	-18	-2	-
	$E_{c,1sr}, \text{эВ}$	752	800	856	1034
Энергия межзонного перехода	$E_{c,1sr}, \text{эВ}$	752	800	856	1034
Время выброса	$\tau_e, \text{пс}$	59.87	7.28	1.07	-
Бимолекулярная рекомбинация	$B_w \times 10^{-10}, \text{см}^3/\text{с}$	0.9	0.84	0.8	-
Оже-рекомбинация	$C_w \times 10^{-29}, \text{см}^3/\text{с}$	0.52	0.37	0.21	-

Определение времен перевода в АМКРС ПОУ

Эффективность захвата

В предыдущих работах статические характеристики исследовались с использованием кусочно-постоянного профиля потенциала в активной области. Чтобы более подробно изучить влияние неравномерного распределения носителей в АМКРС и его влияние на профиль потенциала, необходимо решать самосогласованную систему уравнений Шрёдингера, Пуассона и уравнений диффузии-дрейфа [4].

На рис. 2, а представлена энергетическая диаграмма структуры при токе накачки в 120 мА. Результаты показывают минимальное изменение квазиуровней Ферми вдоль структуры, но

сильное искривление профиля потенциала в барьерах между коротковолновыми КЯ за счет влияния сильного электрического поля, образованного из-за разницы между концентрациями электронов и дырок в данной области.

Пространственное распределение концентрации электронов в структуре при изменении тока накачки (рис. 2, б) показывает сильно неравномерное распределение носителей в различных КЯ.

Величина усиления в КЯ зависит в большей степени от уровня двумерных состояний (2D), а также их взаимодействия с трехмерными состояниями (3D) в области КЯ. Наиболее простой способ учета данного взаимодействия – введение параметра эффективности захвата носителей как отношение концентрации 2D носителей N_{2D} в КЯ к концентрации 3D носителей N_{3D} или $\eta_{сзр} = N_{2D}/N_{3D}$. Это позволит, в рамках модели скоростных уравнений, принять во внимание неравномерность распределения носителей и ее влияния на усилительные свойства ПОУ.

С учетом постоянства квазиуровня Ферми для 2D и 3D носителей в КЯ эффективность захвата может быть выражена через отношение локальных времен захвата и выброса в виде

$$\eta_{сзр} = \frac{\tau_{в+л}}{\tau_{сзр}} = \frac{\int \rho_{x2D}(E) f_x(E, F_x) dE}{\int \rho_{x3D}(E) f_x(E, F_x) dE}, \text{ where } x=e, h, \quad (2)$$

где $\rho_{x2D}(E)$ и $\rho_{x3D}(E)$ – функции плотности состояний носителей 2D и 3D носителей; $f_x(E, F_x)$ – функция Ферми и F_x – квазиуровень Ферми. На основе информации об энергетических уровнях для электронов и дырок, квазиуровнях Ферми и плотности состояний была рассчитана эффективность захвата носителей в каждую в отдельности КЯ. Результаты расчетов представлены на рис. 2, в.

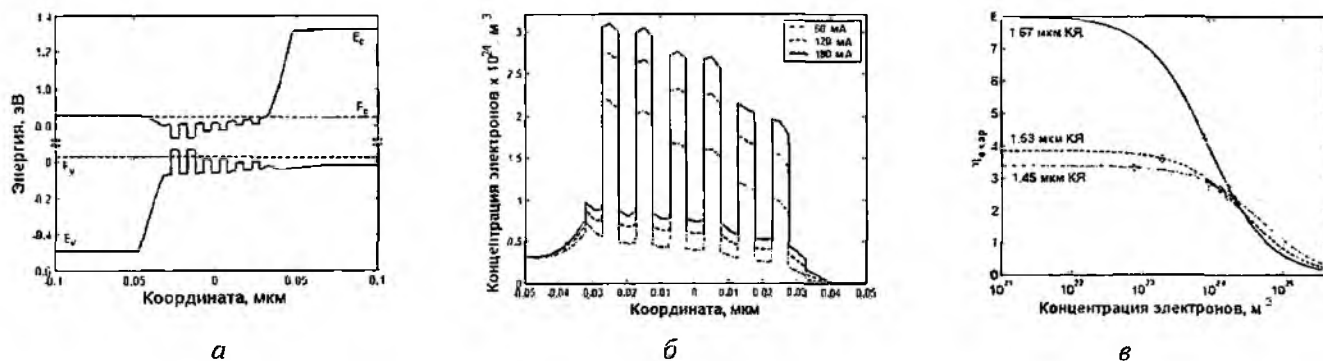


Рис. 2

Результаты расчета представлены звездочками, ромбами и треугольниками для 1.67, 1.53 и 1.45 мкм КЯ соответственно. При малых значениях концентрации 2D носителей квазиуровень Ферми находится ниже энергетического уровня барьеров и 3D носители располагаются в хвосте распределения Ферми, что приводит к достаточно малому изменению эффективности захвата. Однако по мере увеличения тока накачки (напряжения на контактах) квазиуровни Ферми смещаются в сторону свободных состояний, что приводит к более быстрому росту концентрации 3D носителей при относительно неизменной концентрации 2D носителей, что, в свою очередь, уменьшает эффективность захвата в КЯ и увеличивает возможность выброса носителей из активной области. При увеличении концентрации выше значения в $2 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ эффективность захвата уменьшается до уровня, когда процесс одинаков для всех КЯ.

Расчетные данные могут быть описаны приближенным уравнением

$$\eta_{сзр} = \eta_{сзр0} / (1 + N / N_{сзр,дв}), \quad (3)$$

где $\eta_{сзр0}$ – эффективность захвата при нулевом токе накачки, N – концентрация 2D носителей и $N_{сзр,дв}$ – концентрация носителей, при которой эффективность захвата уменьшается в два раза.

В табл. 3 приведены результаты сравнения приведенных параметров для сложной АМКРС ПОУ и различных КРС с одной КЯ с длинами волн 1.67, 1.53 и 1.45 мкм соответственно.

Таблица 3

Результаты расчета параметров эффективности захвата
для КРС с 1 КЯ и АМКРС ПОУ

Структура	Параметр	1.67 мкм	1.53 мкм	1.45 мкм
КРС с 1 КЯ	$\eta_{свр0}$	7.96	3.56	3.13
	$N_{свр_sat} \cdot 10^{24} m^3$	0.83	2.35	3.05
	$\eta_{р\ свр0}$	37.53	16.2	4.89
	$P_{свр_sat} \cdot 10^{24} m^3$	3.59	15.36	15.79
АМКРС	$\eta_{свр0}$	7.95	3.87	3.37
	$N_{свр_sat} \cdot 10^{24} m^3$	0.87	2.75	4.89
	$\eta_{р\ свр0}$	37.61	16.24	4.98
	$P_{свр_sat} \cdot 10^{24} m^3$	4.07	22.48	24.27
	$N_{свр_sat} \cdot 10^{24} m^3$	0.86	2.85	4.61
	$\eta_{р\ свр0}$	38.53	16.2	4.99
	$P_{свр_sat} \cdot 10^{24} m^3$	3.76	17.95	18.96

Как показывают данные, приведенные в таблице, эффективность захвата для дырок в соответствующей КЯ выше, чем для электронов из-за большей эффективной массы. Для обоих видов носителей параметр $\eta_{свр0}$ больше для КЯ с большей длиной волны основного перехода из-за большей эффективной массы носителей и того факта, что вероятность выброса из более глубоких КЯ ниже. В это же время 2D носители в коротковолновых ямах имеют большую величину насыщения при постоянно растущей концентрации 3D носителей, что в конечном счете приводит к большей величине параметра насыщения $N_{свр_sat}$.

Если сравнивать параметры КРС с 1КЯ и АМКРС ПОУ, то можно заметить, что эффективность захвата практически одинакова для соответствующих КЯ, тогда как параметр насыщения выше для более сложного усилителя, особенно это заметно для коротковолновых КЯ. Этот феномен можно объяснить наличием электрического поля в АМКРС ПОУ, которое слегка приподымает энергетический уровень барьеров мелких КЯ в случае большого тока накачки (рис. 2, а) и это, в свою очередь, уменьшает вероятность выброса носителей из этих ям.

Предложенная приближенная формула определения зависимости эффективности захвата от концентрации носителей в КЯ может быть легко включена в систему скоростных уравнений для учета влияния неравномерного распределения носителей в КЯ на усилительные свойства АМКРС ПОУ.

Время туннелирования

Для определения влияния эффекта туннелирования через неидентичные КЯ с помощью самосогласованного решения уравнений эффективности массы и уравнения Пуассона [5] были рассчитаны волновые функции. Носители, накапливающиеся в КЯ, приводят к появлению изгиба в энергетической диаграмме, которое, в свою очередь, влияет на условия туннелирования между КЯ.

Расчет был проведен с учетом только переходов типа электрон-тяжелая дырка, поскольку только эти переходы дают основной вклад в процессы рекомбинации (рис. 1). Тяжелые дырки более ограничены в КЯ из-за их тяжелой эффективной массы. Поэтому туннелирование будет происходить только за счет электронов в ЗП. Профиль потенциала для ЗП структур с различными

значениями толщины барьеров представлен на рис. 3. При этом толщина барьера на рис. 3, а составляет 5 нм, а на рис. 3, б – 10 нм. Толщина КЯ составляет 5 нм для всех вариантов расчета.

Из рис. 3, а видно, что хвосты волновых функций во внутренних КЯ имеют сильное взаимодействие, что приводит к расщеплению уровней на два подуровня. Степень взаимодействия КЯ может быть оценено с помощью решения уравнения Шрёдингера для полной структуры [6].

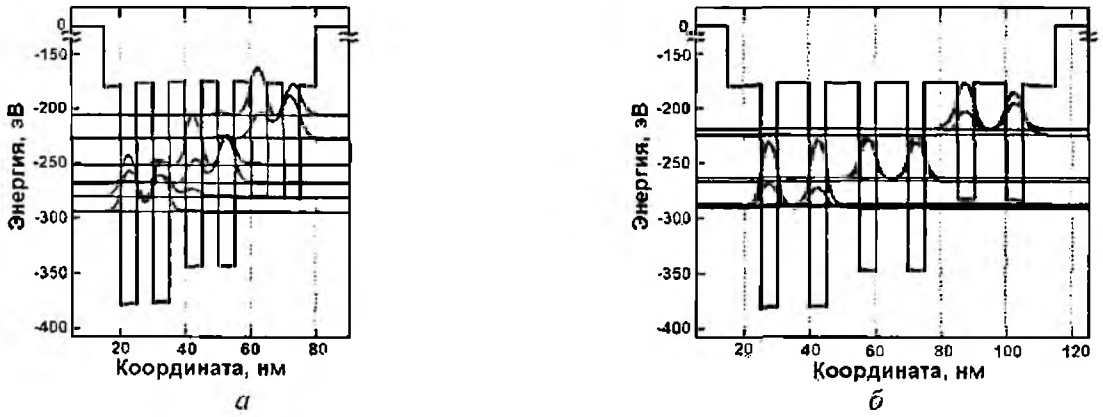


Рис. 3

Взаимодействие волновых функций в длинноволновых КЯ более сильное, чем в коротковолновых КЯ, что указывает на необходимость учета туннелирования как в прямом, так и в обратном направлении в случае, если толщина барьеров менее 10 нм.

При расчете времени туннелирования за нулевой уровень принята энергия, соответствующая энергии зоны проводимости первой КЯ структуры, представленной на рис. 1. Рис. 4 показывает зависимость от энергии электрона времени прямого (рис. 4, а) и обратного (рис. 4, б) туннелирования через каждый барьер АМКРС.

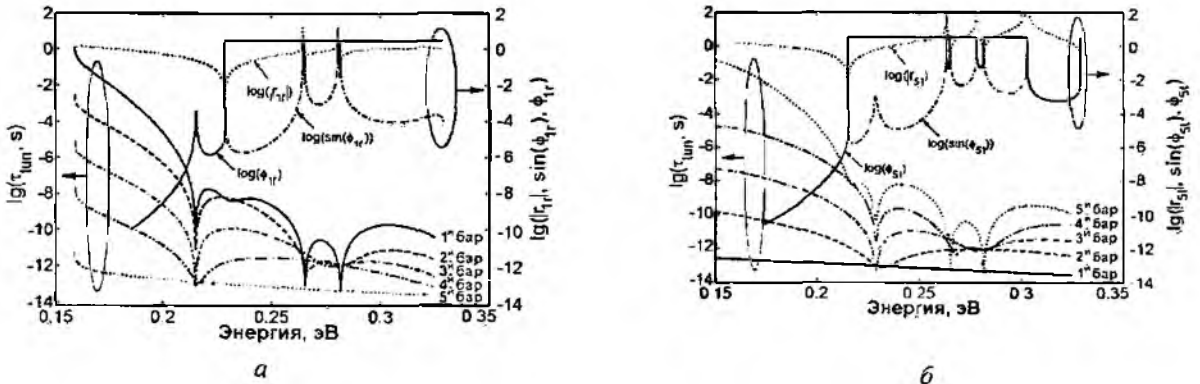


Рис. 4

Для прямого туннелирования наименьшее время туннелирования приходится на последний барьер, тогда как для обратного – на первый из-за того, что отражение структуры для этих барьеров в каждом случае минимально. Для простых структур с одним или двумя барьерами резонансная энергия в локальном минимуме обычно равна для прямого и обратного процессов туннелирования, однако для более сложных структур с асимметричными КЯ они различны, особенно для более низких энергий электрона (215 и 229 мэВ соответственно), что связано с несимметричностью рассчитанного комплексного коэффициента отражения. На рис. 4, а, б также представлена зависимость от энергии электрона абсолютной величины коэффициента отражения R_1/R_5 , фазы и синусоидальной функции фазы, которые используются при расчете времени туннелирования для первого/последнего барьеров соответственно. Из

рисунков также видно, что синус фазы имеет наибольшее влияние на изменение времени туннелирования от энергии.

Спектральные характеристики

Вычисления проводились для различных структур. На рис. 5, а показаны результаты для АМКРС (6 КЯ), на рис. 5, б – для СМКРС (6 КЯ) и на рис. 5, в – для СМКРС (2 КЯ). Как видно, в случае АМКРС максимум усиления сосредоточен в длинноволновой области при низких уровнях инжекции. С увеличением тока накачки вклад КЯ коротковолнового диапазона возрастает и максимум усиления смещается в область коротких волн.

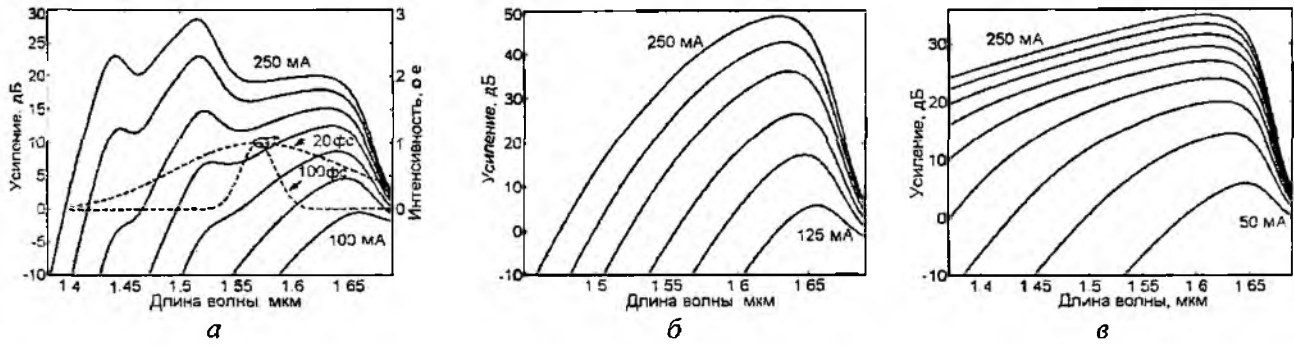


Рис. 5

На рис. 5, а пунктирной линией показаны спектральные профили УКИ длительностью 100 и 20 фс. Как видно, АМКРС могут успешно применяться для усиления сверхкоротких оптических импульсов. На рис. 6 показаны влияние тока накачки на уровень максимального усиления (рис. 6, а), длина волны в максимуме усиления (рис. 6, б) и полуширина полосы усиления (рис. 6, в) для различных структур. ПОУ на основе СМКРС из 6 КЯ имеет максимальное дифференциальное усиление, в то время как ПОУ на основе СМКРС из 2 КЯ имеет минимальную величину тока прозрачности. Это обусловлено пропорциональностью тока прозрачности и усиления количества КЯ. Низкое дифференциальное усиление 6-КЯ АМКРС ПОУ объясняется оптическим поглощением в более глубоких КЯ при низких токах инжекции. Увеличение дифференциального усиления при токах инжекции больших 200 мА связано со скачком максимума усиления в коротковолновую область. Рис. 6, в показывает зависимость полуширины спектра усиления (FWHM – full width at half maximum) от тока инжекции в разных структурах. ПОУ на основе СМКРС из 6 КЯ имеет минимальную полосу усиления при всех токах инжекции. Полоса усиления зависит от разности квазиуровней Ферми, которые зависят от населенности КЯ. Поскольку увеличение количества КЯ ведет к уменьшению населенности каждой КЯ, полоса усиления 6-КЯ СМКРС ПОУ меньше чем у ПОУ на основе 2 КЯ. Максимальная полуширина спектра усиления асимметричного 6-КЯ ПОУ составляет 137 нм при токе инжекции 210 мА. Сравнения ПОУ на основе симметричных и асимметричных структур показывает, что последние имеют большую полосу усиления.

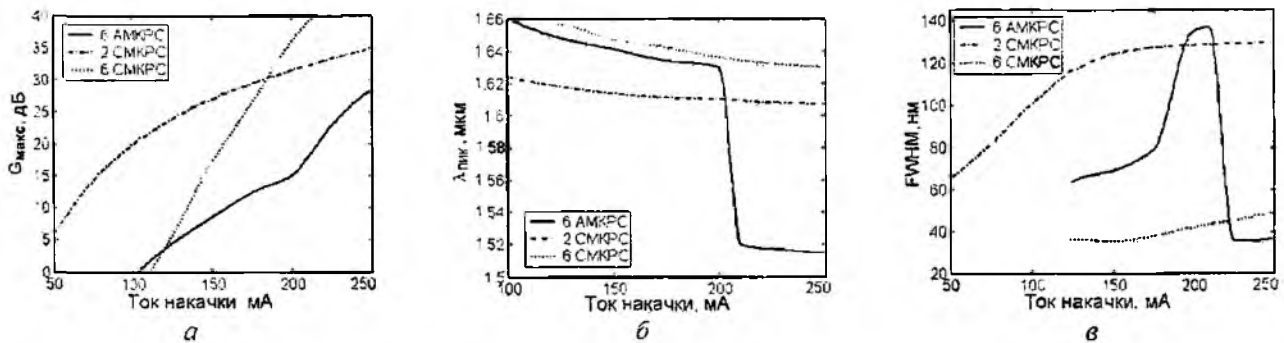


Рис. 6

Характеристики насыщения

Большая мощность сигнала приводит к насыщению усиления вследствие обеднения населенности активной области. В вычислениях рассматривались токи накачки 161.5 и 210.6 мА для асимметричного 6-КЯ ПОУ, 61.9 и 82.4 мА для симметричного 2-КЯ ПОУ, и 131.7 и 143.8 мА для симметричного 6-КЯ ПОУ. В этих случаях малосигнальное усиление установлено на уровне 10 и 15 дБ для всех структур на длине волны $\lambda = 1.67$ мкм (в соответствии с длиной волны максимума усиления симметричного 6-КЯ ПОУ).

На рис. 7, а показаны расчеты усиления в зависимости от выходной мощности в предположении, что на вход подается сигнал на длине волны $\lambda_{in} = 1.65$ мкм. С увеличением оптической мощности на входе скорость вынужденной рекомбинации растет и, в результате, уменьшаются населенность КЯ и уровень насыщения оптического усиления. Выходная мощность при уменьшении усиления в два раза (3 дБ) показана на левой нижней вставке рис. 7, а. Сравнение с симметричной структурой из 6 КЯ показывает, что асимметричная структура обладает большей мощностью насыщения, чем ПОУ на основе обычных многослойных КРС.

На рис. 7, б, в показаны изменения спектра усиления при разных мощностях и длинах волн сигнала накачки на выходе ПОУ.

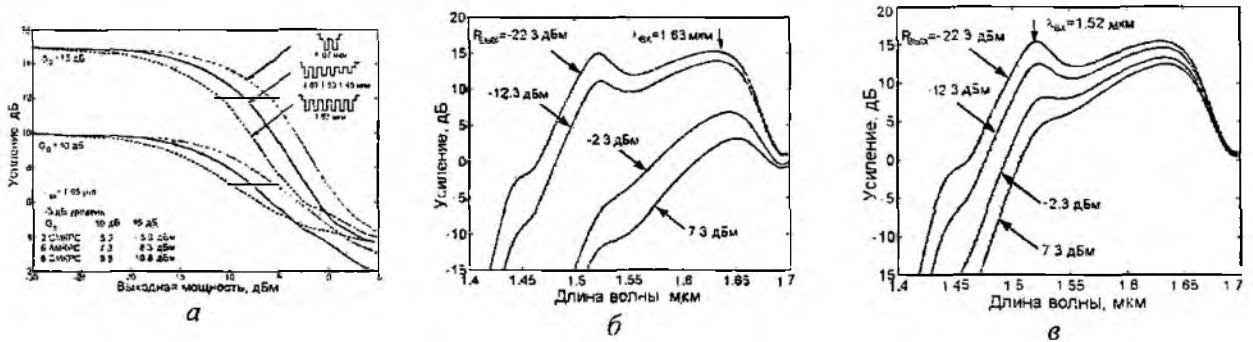


Рис. 7

Рис. 8, а показывает зависимость числа носителей в каждой КЯ от уровня оптической мощности на выходе. Изменение усиления с изменением числа носителей в каждой КЯ представлено на рис. 8, б. Рис. 8, в демонстрирует характеристики насыщения усиления на двух длинах волн, соответствующих максимумам усиления. Длина волны входного сигнала одинакова для всех длин волн, соответствующих максимальному усилению, а точки 3 дБ уровня выходной мощности насыщения показаны стрелками. Мощность насыщения в длинноволновой области больше, чем на коротких волнах при неизменном уровне ненасыщенного усиления. Причина заключается в том, что при одном и том же числе носителей дифференциальное усиление больше на коротких волнах.

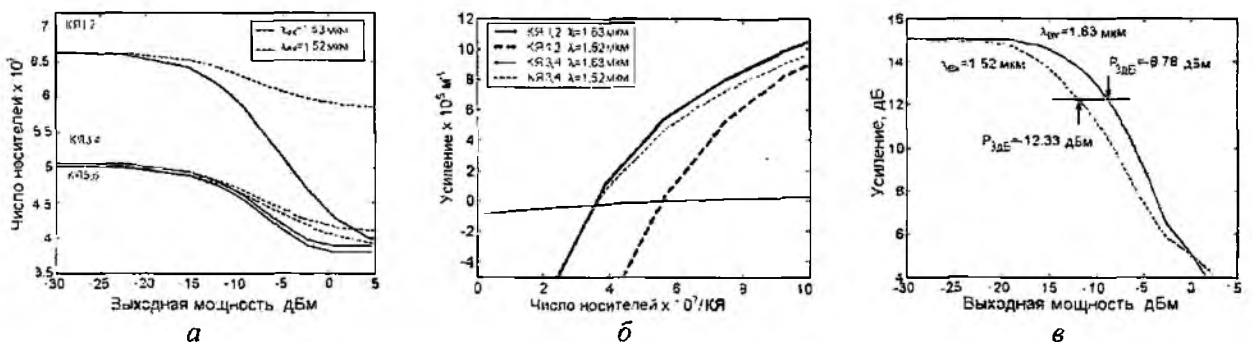


Рис. 8

С увеличением оптической мощности на $\lambda_{вх} = 1.63$ мкм носители в низкоэнергетических КЯ компенсируются КЯ с большей энергией. В этом случае усиление в коротковолновой области изменяется сильнее, чем в длинноволновой, поскольку уменьшение населенности в КЯ 1.2 влечет уменьшение усиления на длинах волн 1.63 и 1.52 мкм. Дополнительно уменьше-

ние населенности КЯ 3,4 ведет к уменьшению усиления на длине волны 1.52 мкм, но не изменяет уровень усиления на 1.63 мкм. Такое поведение приводит к насыщению выходной мощности и увеличению крутизны характеристики насыщения на $\lambda_{вх} = 1.63$ мкм, поскольку число носителей во всех КЯ стремится к точке прозрачности при высоких уровнях выходной мощности. С увеличением оптической мощности на $\lambda_{вх} = 1.52$ мкм компенсация КЯ 3.4 за счет КЯ 1.2 относительно мала. В этом случае мощность насыщения и крутизна характеристики меньше, чем для длинноволновой области выходной мощности.

Лазерная система для передачи и обработки сверхкоротких оптических импульсов

Результаты предыдущего этапа показали, что предложенная асимметричная структура на основе 6 КЯ обладает лучшими статическими характеристиками по сравнению с другими квантово-размерными структурами. Однако при усилении последовательности сверхкоротких импульсов с высокой скоростью следования эффекты сверхбыстрой динамики носителей и оптического поля становятся определяющими. С целью исследования этих процессов была разработана модель, учитывающая сверхбыстрые транспортные процессы, сверхбыструю динамику температуры носителей в каждой КЯ и динамику распространения УКИ в активном волноводе, включая внутризонные эффекты, такие как разогрев носителей и поглощение свободными носителями, при различных параметрах исследуемых материалов и различных длинах волн входной мощности [7, 8]. В совокупности с результатами предыдущих разделов данная модель представляет собой теоретическое описание лазерной системы для передачи и обработки сверхкоротких оптических импульсов.

Прохождение оптического импульса

На рис. 9 показана форма импульса накачки при различных положениях вдоль структуры с шагом 100 мкм. Входной импульс длительностью 100 фс и энергией 20 фДж имел гауссову форму. Насыщение усиления является причиной температурного сдвига максимума импульса по направлению к ведущему краю и изменяет форму импульса.

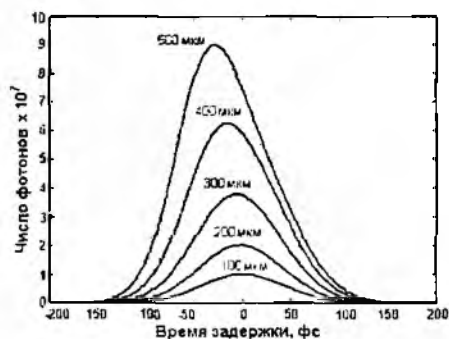


Рис. 9

Рис. 10 показывает динамику носителей для каждого сигнала накачки. При импульсе на длине волны 1.63 мкм (рис 10, а) количество носителей в КЯ1 и КЯ2 понижается вследствие вынужденной рекомбинации. По окончании импульса число носителей увеличивается за счет компенсации из ям с большей энергией перехода и за счет инжекции. Для других КЯ число носителей возрастает в первую очередь из-за поглощения инжектированных фотонов. Затем число носителей понижается за счет транспортных процессов между ямами в КЯ1 и КЯ2, и затем снова возрастает

благодаря инжекции носителей.

При импульсе на длине волны 1.52 мкм (рис. 10, б), число носителей в КЯ1 и КЯ2 понижается из-за вынужденного излучения. По окончании импульса число носителей возрастает из-за инжекции носителей. Уменьшение числа носителей из-за транспорта в соседние ямы отсутствует, так как время выброса для длинноволновых КЯ больше. Для КЯ3 и КЯ4 число носителей понижается в первую очередь за счет вынужденного излучения. По окончании импульса число носителей быстро возрастает за счет более быстрого переноса носителей между ямами из ям для ям с большей энергией перехода (КЯ5 и КЯ6) и затем медленно возрастает за счет инжекции носителей.

Для КЯ5 и КЯ6 после начала импульса число носителей увеличивается за счет поглощения, а по окончании импульса резко уменьшается за счет переноса носителей в средние ямы КЯ3 и КЯ4, а затем медленно возрастает за счет инжекции.

При импульсе на длине волны 1.45 мкм (рис. 10, в), число носителей в КЯ1 и КЯ2 возрастает за счет поглощения. По окончании импульса число носителей уменьшается за счет спон-

танной рекомбинации. Для КЯЗ и КЯ4 число носителей возрастает за счет поглощения. По окончании импульса число носителей резко уменьшается из-за переноса носителей в КЯ5 и КЯ6 и затем медленно возрастает за счет инжекции. В КЯ5 и КЯ6 во время импульса число носителей уменьшается за счет вынужденного излучения. По окончании импульса число носителей увеличивается за счет компенсации из КЯЗ и КЯ4 и инжекции носителей и затем возрастает до уровня стационарного состояния.

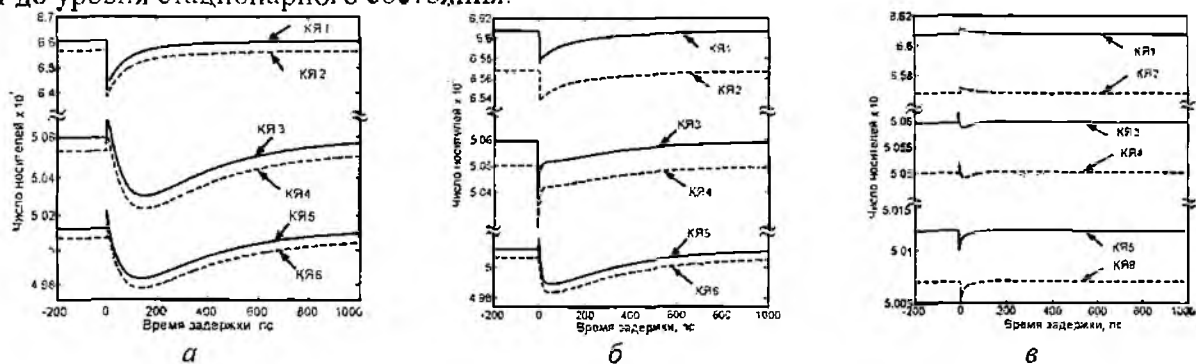


Рис. 10

Динамика температуры носителей

Динамика температуры носителей определяется несколькими процессами, такими как нагрев носителей за счет вынужденного излучения и поглощения свободными носителями и релаксация температуры до температуры решетки за счет взаимодействия с продольными оптическими фононами. На рис. 11 показана динамика температуры носителей в каждой паре КЯ для различных сигналов накачки 1.63 мкм (рис. 11, а), 1.52 мкм (рис. 11, б), и 1.45 мкм (рис. 11, в). Изменение температуры в КЯ1 и КЯ2 показано сплошными линиями, в КЯЗ и КЯ4 – пунктирными линиями, в КЯ5 и КЯ6 – штрих-пунктирными линиями. Как видно для импульсов с большими длинами волн изменение температуры больше, что связано с тем, что нагрев носителей из-за вынужденного излучения пропорционально изменению носителей во времени. Для каждого импульса накачки температура носителей имеет наибольшее значение в КЯ5 и КЯ6 и наименьшее в КЯ1 и КЯ2.

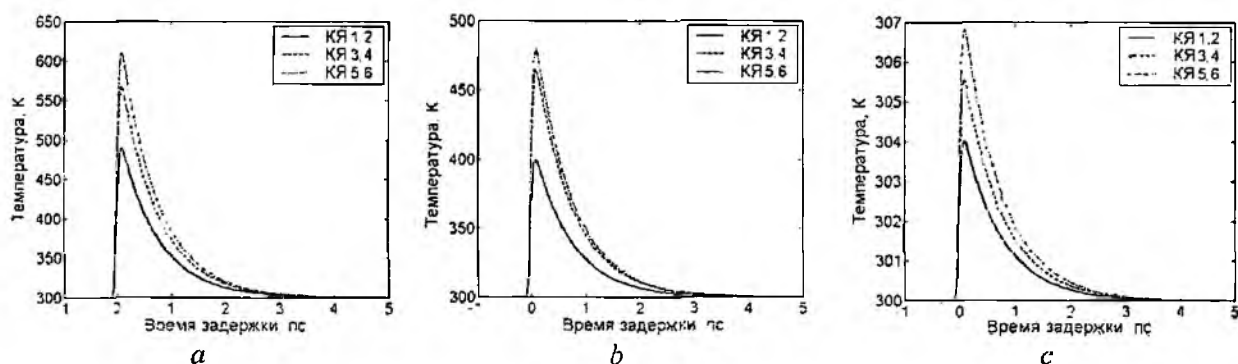


Рис. 11

Нагрев носителей за счет поглощения свободными носителями, которое зависит от энергии перехода, дает наибольший вклад в полный нагрев носителей. Большая энергия перехода в коротковолновых КЯ не препятствует увеличению поглощения свободными носителями и увеличению температуры носителей в максимуме импульса. Такое поведение не зависит от длины волны импульса накачки.

Изменение импульсом накачки условий прохождения пробного импульса

Чтобы выяснить, каким образом условия прохождения пробных импульсов (ППИ) изменяются импульсами накачки, были воспроизведены экспериментальные условия в численном

эксперименте. Чтобы выяснить, как изменяется усиление на разных длинах волн после прохождения импульса накачки, в модель был заложен один импульс накачки и три пробных импульса и повторялась процедура импульса накачки для различных длин волн. Рис. 12 отображает результаты вычислений ППИ для трех импульсов накачки на длинах волн 1.63 мкм (рис. 12, а), 1.52 мкм (рис. 12, б), и 1.45 мкм (рис. 12, в). Пробные длины волн были 1.63 мкм (сплошная линия), 1.52 мкм (пунктирная линия) и 1.45 мкм (штрих-пунктирная линия) для каждой длины волны импульса накачки. Вычисленные кривые ППИ соответствуют экспоненциальным функциям с различными временными константами.

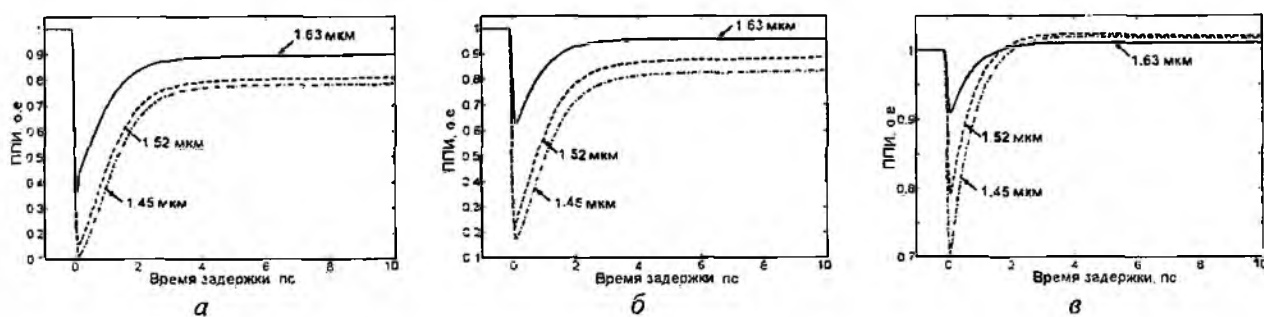


Рис. 12

Для одной и той же длины волны накачки изменение ППИ больше для более коротковолновых КЯ из-за большего изменения температуры носителей, вызванного поглощением на свободных носителях (рис. 11) и больше влияние температуры носителей на оптическое усиление. Восстановление усиления медленнее для более коротковолновых пробных импульсов из-за того, что задействуются носители, расположенные на низколежащих энергетических уровнях.

Эта тенденция одинакова для всех длин волн накачки и находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными. На рис. 13 показано общее изменение усиления для АМКРС ПОУ при температуре 300 К в зависимости от температуры носителей на различных длинах волн. Изменение усиления на длине волны 1.63 мкм показано сплошной линией; на 1.52 мкм – пунктирной линией и на 1.45 мкм – штрих-пунктирной линией.

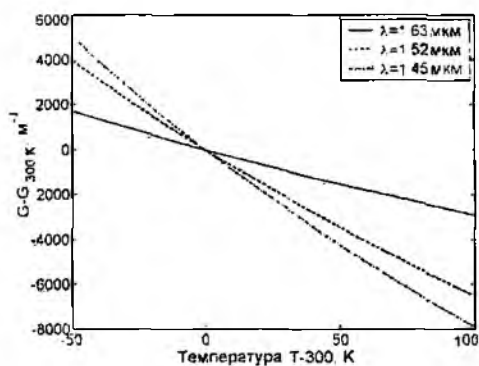


Рис. 13

Из рисунка видно, что изменение усиления больше для более коротких длин волн. Причина этой зависимости обусловлена динамической конкуренцией процессов нагрева носителей и релаксацией их энергии.

Сравнение теоретических моделей с экспериментальными данными

Для подтверждения правильности полученных результатов сравним полученные данные с экспериментально полученными характеристиками. На рис. 14, а представлены результаты сравнения спектра усиления АМКРС ПОУ, полученные экспериментальным путем (точечная линия), модели с учетом и без учета влияния концентрации носителей на эффективность захвата носителей (3) в КЯ (сплошная и пунктирная линии соответственно) для различных значений тока накачки. При малых токах накачки результаты модели с постоянной эффективностью захвата не совпадают с экспериментальными данными на всей области длин волн, тогда как при больших токах идет большее усиление на длинных волнах при уменьшении усиления на более коротких волнах. При учете насыщения эффективности захвата модель более точно описывает поведение ПОУ на всей области измеряемых длин волн в диапазоне более 160 нм.

Параметры импульса накачки и пробного импульса представлены в табл. 4.

Параметры оптических импульсов, используемых в эксперименте

Тип импульса	Энергия, фДж	Длительность, фс	Длина волны, мкм
Накачки	20	220	1.6
Пробный	2	220	1.5, 1.47

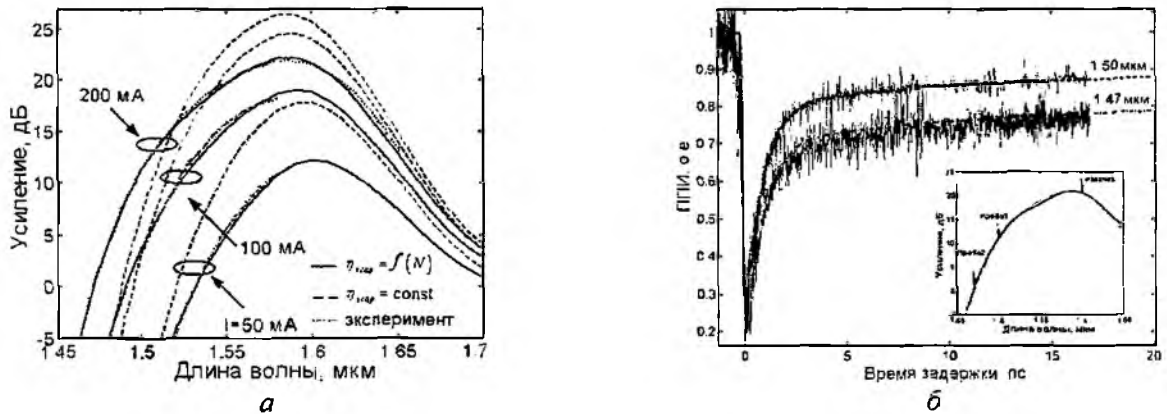


Рис. 14

На рис. 14, б показаны экспериментальные и вычисленные кривые ППИ и спектр усиления при токе накачки в 180 мА. Спектр усиления при токе накачки в 180 мА представлен во вставке рис. 14, б. Длины волн для импульса накачки и пробных импульсов показаны стрелками. Расчетное время восстановления усиления может быть получено при помощи подгонки экспоненциальных функций с соответствующим временем восстановления. Полученное время быстрого и медленного восстановления для различных длин волн пробного импульса с учетом и без учета времени туннелирования через неидентичные барьеры представлено в табл. 5. Как видно из рис. 14, б и табл. 6, без учета эффекта туннелирования через неидентичные КЯ время медленного восстановления усиления на порядок выше экспериментальных данных, что подтверждает предположение о необходимости учета этого эффекта при толщине барьера менее 10 нм.

Таблица 5

Время восстановления усиления для различных пробных импульсов при воздействии на ПОУ импульсом накачки длиной 1.6 мкм

Длина волны, мкм	Быстрое восстановление, пс			Медленное восстановление, пс		
	эксперимент	без туннел	с туннел	эксперимент	без туннел	с туннел
1.5	0.92	1.32	1.02	30	249	35
1.47	0.88	1.34	1.04	41	325	45

Совпадение теоретических и экспериментальных данных подтверждает правильное описание приведенной моделью динамических процессов, происходящих в АМКРС ПОУ, и полученных с ее помощью оценок.

Выводы

В случае исследования электронных свойств АМКРС сформулирована самосогласованная микроскопическая модель. Показано, что носители заряда в АМКРС распределены неравномерно, причем закон распределения для электронов и дырок неодинаков, что приводит к неравномерности распределения суммарного заряда; неравномерность распределения заряда приводит к искажению потенциального профиля гетероструктуры. Показано, что изменяя геометрические параметры и химический состав АМКРС, можно в широких пределах управлять рабочими характеристиками приборов на основе АМКРС.

Разработана новая интегральная модель усиления в сложных КРС, с помощью которой проведены исследования нескольких сложных КРС. Показано, что АМКРС ПОУ обладают наибольшей полосой усиления, позволяют усиливать УКИ длительностью менее 20 фс. Исследования характеристик насыщения показали, что симметричные КРС ПОУ на основе 2 КЯ обладают наибольшей мощностью насыщения за счет меньшего дифференциального усиления. Сравнение структур с одинаковым количеством КЯ показало, что мощность насыщения в АМКРС ПОУ выше, чем в обычных КРС ПОУ. Показано, что для сигналов с большими длинами волн мощность насыщения больше за счет компенсации носителей, рекомбинирующих в длинноволновых КЯ, носителями из коротковолновых КЯ.

Сформулирована комплексная модель лазерной системы обработки сверхкоротких импульсов, учитывающая сверхбыстрые транспортные процессы, сверхбыструю динамику температуры носителей в каждой КЯ и динамику распространения УКИ в активном волноводе, включая внутризонные эффекты, такие как разогрев носителей и поглощение свободными носителями, при различных параметрах материалов и различных длинах волн входной мощности. Найдено, что изменение концентрации носителей в каждой КЯ сильно зависит от длины волны падающего оптического импульса и транспортные эффекты играют важную роль в восстановлении усиления после сверхбыстрого оптического возмущения. Показано, что населенность длинноволновых КЯ может компенсироваться за счет носителей в коротковолновых КЯ. Исследование динамики температуры носителей показало, что пик увеличения температуры носителей имеет большую величину для больших длин волн. Однако в случае одинаковых импульсов накачки пик увеличения температуры носителей больше для коротковолновых КЯ за счет более интенсивных процессов поглощения на свободных носителях. Показано, что изменение усиления для сигналов пробы и накачки с одинаковыми длинами волн определяется конкуренцией процессов динамического изменения температуры носителей и ее влияния на оптическое усиление. В случае разных длин волн накачки и пробы насыщение достигает большей величины на коротких волнах. В том же диапазоне имеет место более медленное восстановление усиления.

Список литературы: 1. *Chuang S. L.* Physics of optoelectronic devices // Wiley & Sons, Inc., New York, 1995. 2. *Agrawal G. P., Dutta N. K.* Semiconductor lasers: Second Edition // Kluwer Academic Publishers, 1993. 3. *Piprek J.* Semiconductor optoelectronic devices. Introduction to physics and simulation // Academic Press, Amsterdam, 2003. P. 279. 4. *Sze S. M.*, Physics of semiconductor devices, 2nd edition // John Wiley & Sons, 1981. 5. *Seki S., Yokoyama K.* Electrostatic deformation in band profiles of InP-based strained-layer quantum-well lasers // J. Appl. Phys. Vol. 77, 1995. P. 5180-5184. 6. *Safonov I. M., Shulika A. V., Sukhoivanov I. A.* Model for self-consistent analysis of arbitrary MQW structures // Proc. SPIE Phys. Applicat. Optoelectron. Devices. Vol. 5594, 2004. P. 33-44. 7. *Lysak V. V., Kawaguchi H., Sukhoivanov I. A.* Gain Spectra and Saturation Power of Asymmetrical Multiple Quantum Well Semiconductor Optical Amplifiers // IEE Proc. Optoelectronics. Vol. 152, № 2, 2005. P. 131-139. 8. *Lysak V. V., Kawaguchi H., Sukhoivanov I. A., Katayama T., Shulika A. V.* Ultrafast gain dynamics in asymmetrical multiple quantum well SOAs // IEEE J. Quantum Electron. Vol. 41, № 6, 2005. P. 797-807.

Харьковский национальный
университет радиозлектроники

Поступила в редколлегию 04.12.2006

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СВАРКИ НА ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТОВ

Характеристика проблемы и анализ публикаций, посвященных ее решению

В современном обществе с каждым днем требуется передавать все большие объемы информации на огромные расстояния с максимально возможной скоростью. При этом важным параметром магистральных линий является длина регенерационного участка.

Для ВОСП основным фактором, ограничивающим длину регенерационного участка является не затухание, а вносимая оптическим кабелем и компонентами хроматическая дисперсия. В процессе распространения оптических импульсов вследствие хроматической дисперсии они увеличиваются по длительности. Если длительность оптических импульсов становится больше, чем длительность тактового интервала цифровых сигналов, возникают ошибки при передаче информации.

Для увеличения длины регенерационного участка требуется применение компенсации хроматической дисперсии, что влечет за собой необходимость увеличения коэффициента усиления оптических усилителей, поскольку компенсаторы дисперсии вносят большое затухание. Увеличение количества оптических усилителей кроме наращивания шумов приводит также и к дополнительной хроматической дисперсии. Из сказанного очевидна необходимость учета хроматической дисперсии, вносимой каждым элементом ВОСП.

Расчет приведенной к единице длины и единице полосы длин волн источника излучения хроматической дисперсии оптической линии передачи производится по формуле [6-9]

$$D = -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot c} \left[\lambda^2 \frac{d^2\beta}{d\lambda^2} + 2\lambda \frac{d\beta}{d\lambda} \right], \quad (1)$$

где D – хроматическая дисперсия; β – постоянная распространения оптического волновода; c – скорость света; λ – длина волны.

Для расчета постоянной распространения β использованы известные выражения [6-8]:

$$\beta^2 = \frac{1}{a^2} \left(\frac{V^2}{2\Delta} - U^2 \right), \quad (2)$$

где

$$V = k \cdot a \cdot n_0 (2\Delta)^{1/2}, \quad (3)$$

$$\Delta = \frac{n_0^2 - n_1^2}{2n_0^2}, \quad (4)$$

V – нормированная частота; Δ – высота профиля; n_0 – значения показателя преломления в оси волокна; n_1 – значение показателя преломления оболочки; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число в свободном пространстве.

Для расчета спектральных характеристик постоянной распространения и ее производных использован метод приближения Гаусса и его модификаций для произвольного профиля показателя преломления.

Метод основан на аппроксимации радиальной зависимости поля основной моды функцией Гауса:

$$F_0(R) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \right], \quad (5)$$

где $R = a/r$ – приведенный радиус; R_0 – приведенный эквивалентный радиус пятна моды;

Для определения эквивалентного радиуса пятна моды необходимо решить вариационное уравнение

$$\frac{dU^2}{dR_0} = 0. \quad (6)$$

В случае приближения Гаусса параметр основной моды определяется выражением [6-8]

$$U^2 = \frac{2}{R_0^2} \int_0^\infty \left(\left[\frac{dF_0(R)}{dR} \right]^2 + V^2 \cdot f(R) \cdot [F_0(R)]^2 \right) \cdot R dR. \quad (7)$$

Здесь $f(R)$ – функция, задающая профиль показателя преломления, который описывается формулой

$$n^2(R) = n_0^2 \cdot [1 - 2\Delta \cdot f(R)]. \quad (8)$$

Данная формула позволяет рассчитывать дисперсию не только для стандартных форм профилей, но и для профиля произвольной формы. Это позволяет математически моделировать изменения, получаемые при сварке оптических волокон. Для произвольного профиля показателя преломления можно использовать аппроксимацию

$$f(R) = h_p, p \cdot \Delta R \leq R < (p+1) \cdot \Delta R, p = 0, 1, \dots, m, \quad (9)$$

где m – число узлов сетки.

Постановка задачи

Цель данной работы – исследование степени влияния сварки дисперсионно-модифицированных ОВ, используемых в магистральных ВОСП, на ППП, а следовательно, и на величину вызываемой этим изменением дисперсии. Необходимо исследовать, как различные режимы сварки изменяют ППП волокна и выдвинуть на основании этих исследований требования к сварке, позволяющие достигнуть увеличения дисперсии не выше заданных пределов [1-5].

Задачи данной работы:

- исследование зависимости дисперсии дисперсионно-модифицированных ОВ от формы ППП;
- моделирование кусочно-нерегулярных ОВ, имитирующих сварное соединение и расчет дисперсии в них;
- анализ полученных результатов и формирование требований к допустимым изменениям профиля показателя преломления при сварке.

На сегодняшний день вопрос о влиянии соединения оптических волокон на дисперсию остается неизученным. При соединении учитывают в основном вносимое затухание и механическую прочность. Однако очевидно, что при сварке изменяется профиль преломления ОВ. Особенно сильные искажения профиля возникают при сварке ОВ со сложной структурой и соответственно сложными ППП, а именно данные волокна используются в сетях, в которых скорость передачи имеет важное значение. На рис. 1 представлены волокна, ППП которых наиболее искажаются при сварке.

В данной работе исследуются соединения дисперсионно модифицированных ОВ с точки зрения именно дисперсии. Данный анализ проводится на основе математического моделирования изменений характеристик оптического волокна в месте сварки с учетом возможных изменений профиля показателя преломления при сварке. После расчета в полученном волокне дисперсии проводится анализ, на основе которого выявляется степень влияния искажения профиля на величину дисперсии. На основе полученных данных можно вывести рекомендации о предпочтительных режимах сварки, позволяющих не превышать заданное изменение профиля.

Для достижения поставленной задачи необходимо предварительно решить некоторые подзадачи:

- вывод математического уравнения, учитывающего зависимость показателя преломления от радиуса оптического волокна, для моделирования произвольного профиля;

– определение, как сварка может повлиять на профиль показателя преломления дисперсионно-модифицированного оптического волокна:

- выбор метода вычисления дисперсии, при котором учитывается ППП и возможно моделировать данный ППП произвольно;
- формирование различных ОВ со сложными ППП;
- моделирование с помощью средств ЭВМ изменения сформированных профилей;
- расчет дисперсии, вносимой смоделированным изменением;
- анализ полученных результатов;
- выводы и рекомендации.

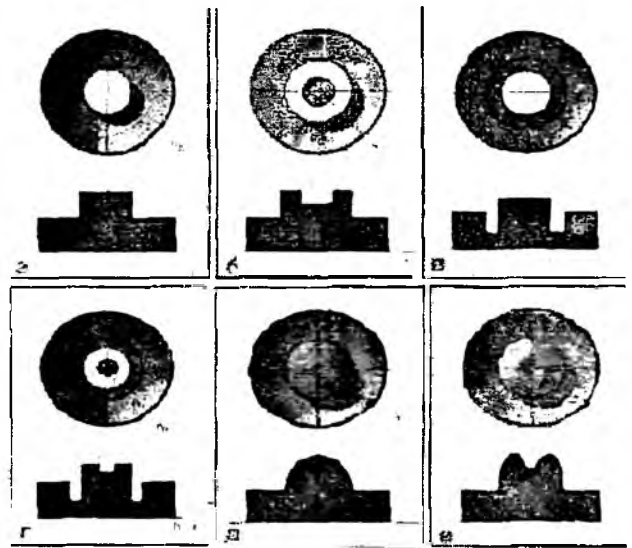


Рис. 1

Алгоритм исследований

Обобщенный алгоритм исследования влияния сварного соединения дисперсионно-модифицированного ОВ на степень изменения дисперсии можно представить в следующем виде:

- графическое представление ППП исследуемого ОВ;
- построение ППП, получаемого в результате большой степени сглаживания исходного волокна;
- определение приведенного радиуса;
- выбор шага аппроксимации;
- математическая запись построенных профилей;
- расчет дисперсии ОВ для каждого случая:
 - 1) расчет высоты профиля;
 - 2) получение функции профиля показателя преломления;
 - 3) расчет нормированной частоты;
 - 4) определение эквивалентного радиуса пятна моды;
 - 5) расчет параметра моды U ;
 - 6) определение постоянной распространения;
 - 7) нахождение дисперсии;
- анализ полученных результатов.

Алгоритм данного процесса изображен на рис. 2.

Результаты исследований

Для разработки математической модели исследуемых профилей, прежде всего, необходимо разработать графические модели, при этом количество этих моделей должно быть достаточным для обеспечения наиболее полной картины исследования. Разрабатываемые профили должны иметь достаточно широкий диапазон изменения всех своих основных параметров, таких как: высота профиля, диаметр сердцевины – $2a$, диаметр оболочки – $2b$, глубина провала ПП промежуточной оболочки, крутизна профиля.

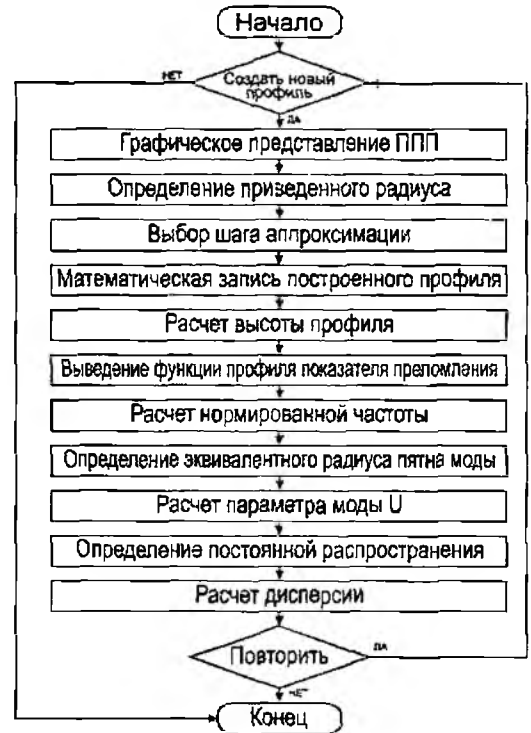


Рис. 2

Для математического описания профилей используется ступенчатая аппроксимация, благодаря которой возможна математическая запись произвольной формы профиля любой сложности.

При разработке математической модели формы профиля выбираются исходя из следующих предположений: начальная форма профиля выбирается произвольно (учитывая изложенные требования), затем разрабатывается математическая модель ППП, полученного из исходного путем незначительного сглаживания и расширения (что характерно для изменения ППП в непосредственной близости от сварного соединения). Последняя модификация исходного профиля, ожидаемая в самом месте сварки, имеет сильную степень сглаживания и расширения, максимально приближающую исходный профиль к форме нормального распределения.

Для анализа было разработано семь исходных профилей. Каждый исходный профиль представляет собой ППП свариваемого ОВ до искажения. По каждому ППП реализовано три модификации: исходный ППП $n1(r)$, ППП измененный незначительно $n2(r)$ и ППП с сильной степенью изменения, приближенный к распределению Гаусса $n3(r)$.

Пример одного из разработанных ППП представлен на рис. 3.

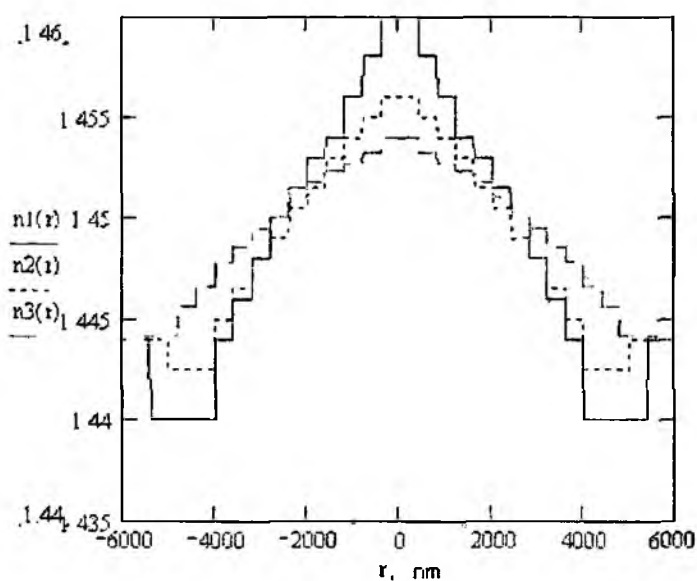


Рис. 3

$$k = 2\pi/\lambda = 2 \cdot 3.14/1550 = 4.054 \cdot 10^{-3} \text{ (1/нм)}.$$

По формулам (3) и (4) рассчитывается нормированная частота и высота профиля исследуемого волокна.

Следующим шагом нахождения дисперсии является вывод функции, задающей профиль показателя преломления. Эта функция определяется из выражения (9) для каждого исследуемого профиля.

После этого подстановкой выражений (5) и (7) в уравнение (6) находятся приведенные эквивалентные радиусы пятна моды для каждого исследуемого волокна

Следующим этапом является нахождение параметра моды U .

По полученным данным с помощью (2) определяется постоянная распространения. Дисперсия исследуемых ОВ рассчитывается по формуле (1).

На основе описанного алгоритма определены зависимости дисперсии от различных факторов изменения ППП: высоты профиля, радиуса сердцевины, глубины промежуточной оболочки и ее ширины.

Для определения точной зависимости учитывались изменения, вызываемые факторами в отдельности.

Математическое описание ППП осуществлялось в математической среде Mathcad.

Шаг аппроксимации у всех ППП $\Delta r = 0,4 \cdot 10^3 \text{ мкм}$.

Математическое описание ППП является основой для определения функции профиля, которая, в свою очередь, позволяет рассчитать изменение дисперсии при заданном искажении ППП.

Расчет дисперсии начинается с нахождения волнового числа в свободном пространстве. Данная величина одинакова для всех исследуемых волокон, так как зависит только от длины волны, которая одинакова для всех волокон и равна 1550 нм

Рассмотрим зависимость дисперсии от высоты профиля. Зависимость определялась при следующих исходных данных: радиус сердцевины – 3 мкм, ширина промежуточного слоя 2 мкм, глубина – 0.0025. Результаты расчетов приведены в табл. 1 и рис. 4.

Оценим зависимость дисперсии от радиуса сердцевины. Результаты расчетов (при высоте профиля 0,48%) приведены в табл. 2 и рис. 5.

Таблица 1

$\Delta, \%$	R_0	V	U	$\beta, \text{рад/км}$	$D, \text{пс}/(\text{нм} \cdot \text{км})$
1,1	1,437	2,621	1,073	5,908	-4,817
0,96	1,452	2,451	0,94	5,902	-4,744
0,82	1,473	2,295	0,89	5,897	-4,603
0,75	1,494	2,172	0,802	5,892	-4,489
0,69	1,507	2,07	0,739	5,889	-4,417
0,62	1,517	1,964	0,729	5,885	-4,359

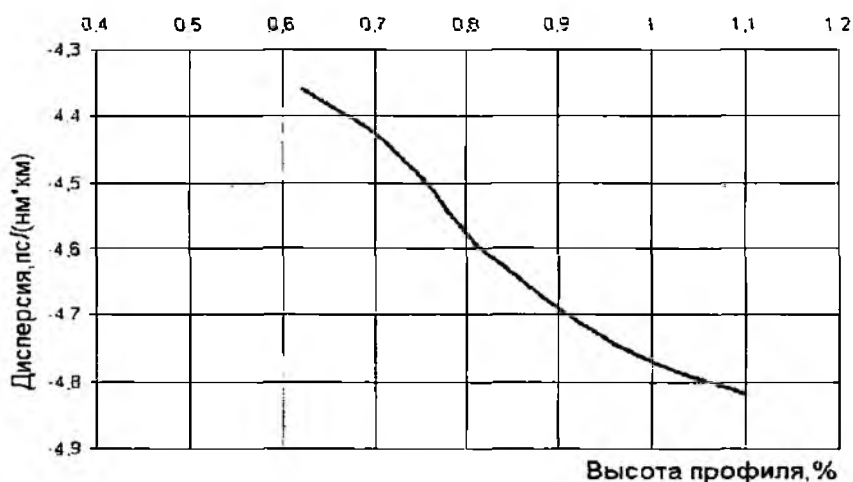


Рис. 4

Исследуем зависимость дисперсии от ширины промежуточного слоя t . Зависимость определялась при следующих исходных данных: радиус сердцевины – 3,5 мкм, высота профиля 0,48%, глубина промежуточного слоя – 0,004. Результаты расчетов приведены в табл. 3 и рис. 6.

Рассмотрим зависимость дисперсии от глубины промежуточного слоя x . Зависимость определялась при следующих исходных данных: радиус сердцевины – 3 мкм, высота профиля 0,48%, ширина промежуточного слоя – 2 мкм. Результаты расчетов приведены в табл. 4 и рис. 7.

Из полученных результатов видно, что при соединении дисперсионно модифицированных ОВ методом сварки при значительном изменении ППП дисперсия ОВ изменяется в пределах 2 пс/(нм*км). Учитывая, что данное изменение профиля волокна происходит на отрезке длиной приблизительно 1 см, вносимое изменение будет составлять в среднем 10^{-5} пс.

Таблица 2

$a, \text{мкм}$	R_0	V	U	$\beta, \text{рад/км}$	$D, \text{пс}/(\text{нм} \cdot \text{км})$
2,5	1,326	1,443	0,754	5,874	-8,24
3	1,408	1,731	0,71	5,877	-5,067
3,5	1,487	2,02	0,672	5,879	-3,335
4	1,564	2,308	0,639	5,88	-2,307
4,5	1,64	2,597	0,61	5,88	-1,657
5	1,714	2,885	0,583	5,881	-1,229

Для исследуемых волокон дисперсия уменьшается. Такое изменение может объясняться увеличением волноводной составляющей и снижением материальной.

Учитывая рекомендации по изготовлению дисперсионно модифицированных волокон, из которых допускается дисперсия порядка $0,1 - 6 \text{ пс/нм}^2\text{км}$, изменения, вызванные сваркой, не вносят изменений, нарушающих данные требования. Это позволяет не учитывать данную характеристику при сварке, т.к. она не оказывает ощутимого влияния на волоконно-оптическую линию в целом.

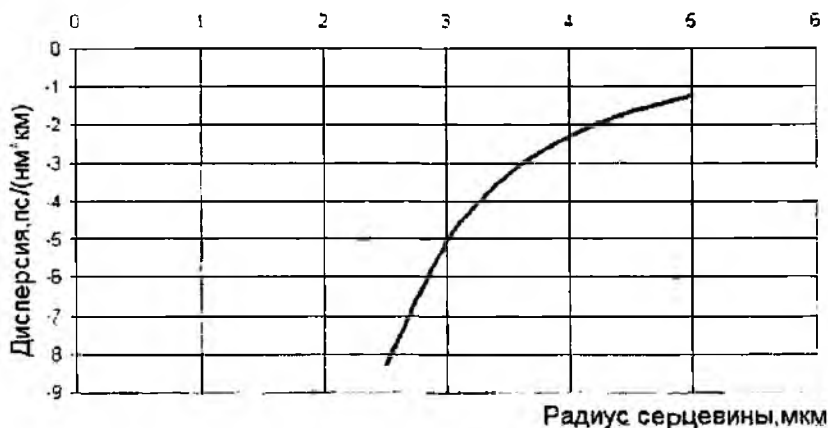


Рис. 5

Таблица 3

$r, \text{мкм}$	R_0	V	U	$\beta, \text{рад/км}$	$D, \text{пс/нм}^2\text{км}$
0,5	1,287	1,443	0,777	5,874	-3,919
1	1,266	1,443	0,79	5,873	-4,006
1,5	1,262	1,443	0,792	5,873	-4,006
2	1,269	1,443	0,788	5,873	-3,942
2,5	1,284	1,443	0,779	5,847	-3,84

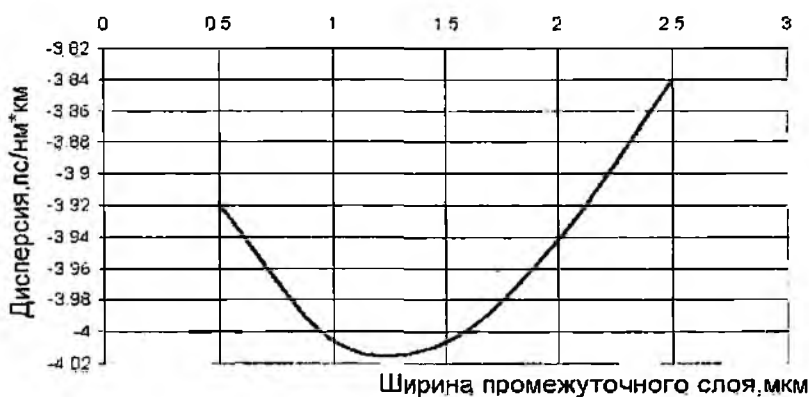


Рис. 6

Выводы

Исследовано влияние сварного соединения оптических волокон на дисперсионные характеристики оптического волокна, используемого при построении высокоскоростных ВОЛС, на примере одномодового волокна со смещенной ненулевой дисперсией.

Предложена модель, позволяющая исследовать вносимое сварным соединением увеличение дисперсии и искажение дисперсионной характеристики. Синтезирован алгоритм расчета дисперсии, учитывающий любые изменения профиля показателя преломления.

Уже на первом этапе анализа видно, что даже при идеальной стыковке ОВ ППД в месте сварки значительно изменяется по различным параметрам, таким как высота профиля, радиус сердцевинки, ширина промежуточной оболочки, ее глубина и др.

Таблица 4

X	R ₀	V	U	β , рад/км	D, пс/(км ² км)
0,004	1,269	2,02	0,788	5,878	-4,582
0,003	1,28	2,02	0,781	5,878	-4,504
0,002	1,293	2,02	0,773	5,878	-4,413
0,001	1,308	2,02	0,765	5,878	-4,313
0,0005	1,317	2,02	0,759	5,878	-4,254

По разработанному алгоритму произведены расчеты дисперсии, возникающей при сварке дисперсионно-модифицированных волокон с различными исходными профилями.

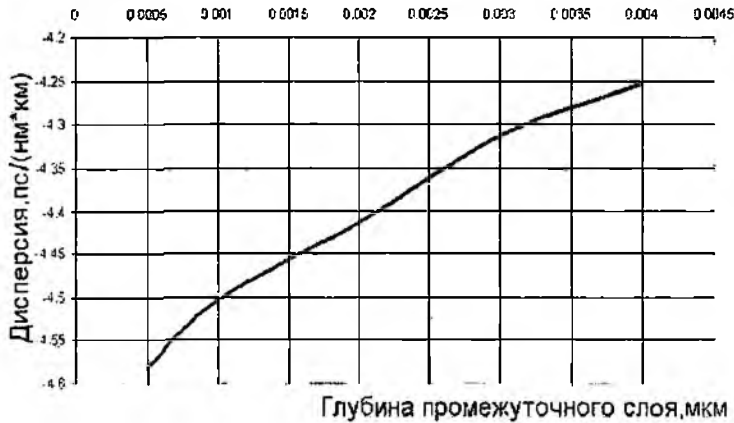


Рис. 7

По полученным результатам построены графики, показывающие зависимость дисперсии от каждого изменяющегося параметра профиля.

В результате исследования различных моделей соединения ОВ, построенных по данному методу, выявлено, что вносимая сварным соединением дисперсия составляет в среднем 10^{-5} пс. Данная величина является пренебрежительно малой даже для магистральных ВОЛС что позволяет не учитывать ее, т.к. она не влияет на скорость передачи информации и длину регенерационного участка.

Список литературы: 1. *Высококачественная сварка оптических волокон* // Технические заметки. 2001. №3. С. 12-17. 2. *Каток В., Ковтун А., Руденко И.* Оптоволоконно: неразъемные соединения // Сети и телекоммуникации. 2005. С. 23-27. 3. *Питерских С.Э.* Влияние технологических процессов производства на свойства оптических волокон, определяющие оптические потери в сварных соединениях // Электросвязь. 2003. №2. С. 27-31. 4. *Питерских С.Э.* Влияние внутренних и внешних факторов на потери в сварных соединениях одномодовых ОВ // Электросвязь. 2003. №7. С. 30-33. 5. *Питерских С.Э., Трещиков В.Н.* Исследование качества сварных соединений оптических волокон различного происхождения // Электросвязь 2004. №1. С. 49-51. 6. *Беланов А.С., Кривенков В.И., Коломийцева Е.А.* Расчет дисперсии в световодах со сложным профилем показателя преломления // Радиотехника. 1998. № 3. С.32-35. 7. *Андреев Р.В., Прапорщикова Д.Е.* Анализ зависимостей параметров хроматической дисперсии круглых слабонаправляющих оптических волокон от профиля показателя преломления // Оптоэлектроника и волоконно-оптические устройства. 60-я науч. сессия, посвященная Дню радио, 17-19 мая 2005. 8. *Hoang Ya Lin, Ruey-Beei Wu.* An efficient algorithm for determining the dispersion characteristics of single-mode optical fibers // J. Lightwave Technology Aug. 1999. Vol. 10. P. 705-711.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 01.02.2007

КОМПЕНСАЦІЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ЧАСОВИХ ПОХИБОК ВИМІРЮВАЛЬНИХ КАНАЛІВ

Вступ

При вимірюванні параметрів короткочасних або нестационарних процесів виникає різниця між похибкою в динамічному режимі і статичному. Такі похибки пов'язані зі структурою і параметрами вимірювального каналу, що визначають його швидкодію. Оцінка динамічних властивостей вимірювальних каналів може бути проведена на основі дослідження їх АЧХ, ФЧХ або перехідних характеристик, але ці методи не дозволяють визначити поведінку похибки у часі та її знак.

Кращі результати дає дослідження реакції вимірювального каналу на одиничне гармонійне включення з подальшим дослідженням зміщення часового положення характерних точок сигналу відгуку, що відповідають його нульовим, максимальним або мінімальним значенням, тобто нестационарної часової похибки (НЧП).

Визначення НЧП здійснюється на підставі аналізу часового положення $t_{\text{вих}}$ характерних точок сигналу на виході вимірювального каналу [1]:

$$t_{\text{вих}} = t_{\text{вх}} + \Delta t_{\text{ст}} + \Delta t_{\text{нс}}, \quad (1)$$

де $t_{\text{вх}}$ – часове положення характерних точок вхідного сигналу, наприклад максимального, мінімального або нульового його значення; $\Delta t_{\text{ст}}$ – стаціонарна складова часового зсуву, яка вноситься вимірювальним каналом у стаціонарному режимі; $\Delta t_{\text{нс}}$ – абсолютна НЧП (АНЧП).

Нормована до періоду НЧП буде визначатися з виразу

$$\gamma = \frac{\Delta t_{\text{нс}}}{T_0}, \quad (2)$$

де $T_0 = \frac{1}{f_0}$ – період сигналу гармонійного включення.

Визначення нестационарної часової похибки

Лінійною моделлю однокаскадного ширококутового вимірювального каналу вважаємо ланку з передатною характеристикою [2]:

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{K_0}{(1 + j\omega_0\tau)}, \quad (3)$$

а моделлю n -каскадного ширококутового вимірювального каналу – сукупність аналогічних ланок із загальною передатною характеристикою:

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n}{(1 + j\omega_0\tau_1)(1 + j\omega_0\tau_2) \dots (1 + j\omega_0\tau_n)}, \quad (4)$$

де K_1, K_2, \dots, K_n – коефіцієнти передачі ланок; $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ – сталі часу ланок.

Вхідний сигнал це гармонійне коливання, що вмикається в момент часу $t=0$:

$$\dot{U}_{\text{вх}}(t) = 0, \text{ при } t < 0,$$

$$\dot{U}_{\text{вх}}(t) = U_m \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}, \text{ при } t \geq 0, \quad (5)$$

де U_m , $\omega_0 = 2\pi f$, φ_0 – відповідно амплітуда, частота і початкова фаза вхідного сигналу.

Зображення функції, яка описує сигнал на виході вимірювального каналу, буде визначатися з виразу

$$U_{\text{вих}}(p) = \frac{U_m \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n \cdot e^{j\varphi_0}}{(p - j\omega_0)(1 + p\tau_1)(1 + p\tau_2) \dots (1 + p\tau_n)} = \frac{F}{Q(p)}, \quad (6)$$

Функція (6) має полюси в точках

$$p_1 = j\omega_0; p_2 = -\frac{1}{\tau_1}, p_3 = -\frac{1}{\tau_2}, \dots, p_{n+1} = -\frac{1}{\tau_n}.$$

Використовуючи загальну форму теореми розкладання для випадку простих коренів, знаходимо оригінал вихідного сигналу:

$$\dot{u}_{вих}(t) = U_m \cdot K_1 \cdot K_2 \dots K_n \cdot e^{j\omega_0 t} \cdot \left(\frac{e^{j\omega_0 t}}{\frac{d}{dp} Q(p) \Big|_{p=j\omega_0}} + \frac{e^{(-t/\tau_1)}}{\frac{d}{dp} Q(p) \Big|_{p=-\frac{1}{\tau_1}}} + \dots + \frac{e^{(-t/\tau_n)}}{\frac{d}{dp} Q(p) \Big|_{p=-\frac{1}{\tau_n}}} \right). \quad (7)$$

Враховуючи, що часовий і фазовий зсуви пов'язані співвідношенням $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega_0}$ на підставі (1), загальний вираз для визначення абсолютної нестационарної часової похибки представимо так:

$$\Delta t_{нс} = \frac{1}{\omega_0} \left[\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}\{\dot{u}_{вих}(t)\}}{\operatorname{Re}\{\dot{u}_{вих}(t)\}} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}\{\dot{K}(j\omega)\}}{\operatorname{Re}\{\dot{K}(j\omega)\}} - \omega_0 t - \varphi_0 \right]. \quad (8)$$

Для ідентичних ланок, тобто: $K_1 = K_2 = \dots = K_n = K_0$, $\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_n = \tau$, вирази (4), (6) і (7) відповідно:

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{K_0^n}{(1 + j\omega_0 \tau)^n}, \quad (9)$$

$$U_{вих}(p) = \frac{U_m \cdot K_0^n \cdot e^{j\omega_0 t}}{(p - j\omega_0)(1 + p\tau)^n}. \quad (10)$$

$$\dot{u}_{вих}(t) = U_m \cdot K_0^n \cdot e^{j\omega_0 t} \cdot \left\{ \frac{e^{j\omega_0 t}}{(1 + j\omega_0 \tau)^n} + e^{-\frac{t}{\tau}} \sum_{i=1}^n \frac{t^{n-i}}{(n-i)!} \left[\frac{(-1)^{i-1}}{(p - j\omega_0)^i} \right]_{p=-\frac{1}{\tau}} \right\}. \quad (11)$$

Аналіз нормованої нестационарної часової похибки $\gamma = \frac{\Delta t_{нс}}{T_0}$, проведений для широко-смугових однокаскадного, двокаскадного, трикаскадного, чотирьокаскадного вимірювальних каналів, рис. 1. а. б. в. г, показує, що в момент часу $t=0$ похибка сягає максимального значення, при зростанні часу похибка носить згасальний коливальний характер.

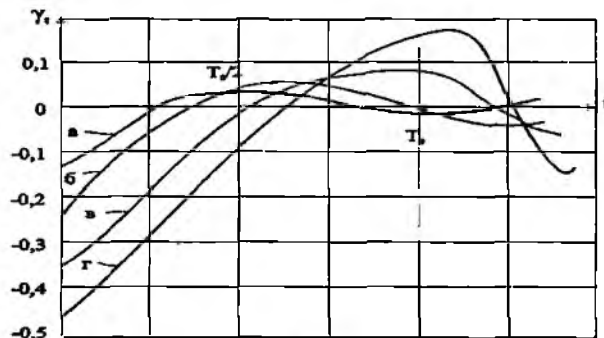


Рис. 1

Абсолютне значення похибки визначається порядком каналу. Похибка сягає максимуму в точках з нульовим значенням миттєвої амплітуди сигналу, тобто точках нуль-переходів, і нульових значень в точках, близьких до екстремальних значень сигналу, тобто максимумів та мінімумів. Отримані залежності дозволяють визначити часове положення точок сигналу, де нестационарна часова похибка дорівнює нулю.

Дослідження проведені для випадку співвідношення частот $\frac{f_a}{f_0} = 1$, де f_0 – частота вхідного сигналу, $f_a = \frac{1}{2\pi\tau}$ – верхня частота каналу.

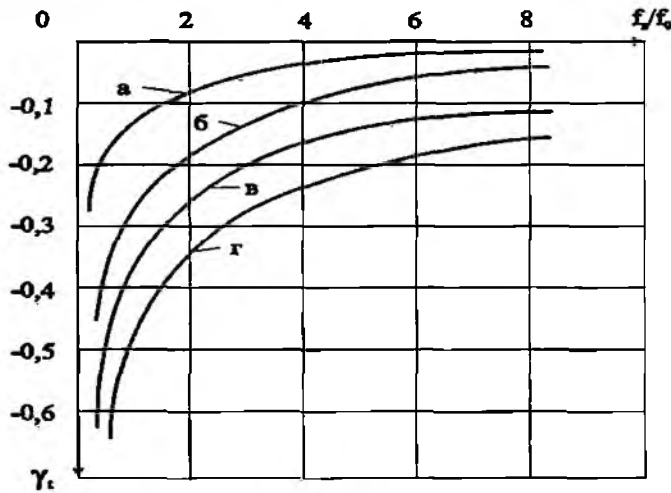


Рис. 2

Аналіз залежностей $\gamma_t = f\left(\frac{f_a}{f_0}\right)$ (рис. 2), отриманих для аналогічних каналів і параметрів сигналу, показує, що при зростанні відношення $\frac{f_a}{f_0}$ нестационарна часова похибка зменшується. Вказані значення наведені для часу $t = 0$.

Порівняльний аналіз нормованої нестационарної часової похибки для випадку фіксації часового зсуву опорного та досліджуваного сигналів по точках нуль-переходів $|\gamma_t^0| = \left| \frac{\Delta t_{nc}^0}{T_0} \right|$ або по екстремальних значеннях сигналів $|\gamma_t^{ext}| = \left| \frac{\Delta t_{nc}^{ext}}{T_0} \right|$ (рис. 3) проведений для різних вимірювальних каналів (рис. 4) показує, що фіксація по зсуву екстремальних значень сигналів дозволяє зменшити вплив похибки нестационарності.

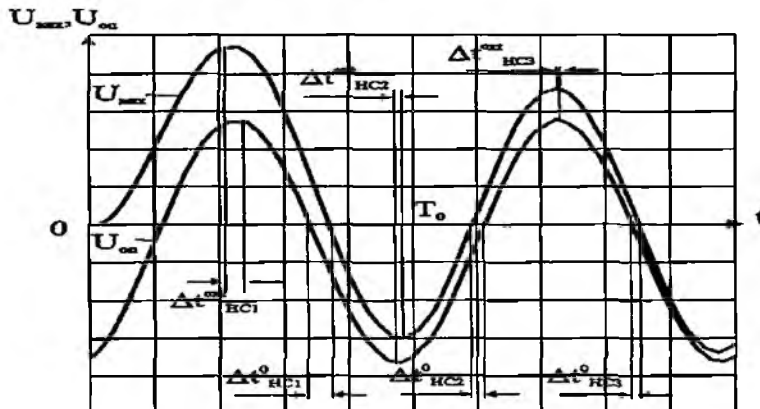


Рис. 3

Вираз при цьому між похибками $|\gamma_{n1}^{ext}|$ і $|\gamma_{n1}^0|$ складає 1.6; 1.8; 2.1; 3.2 раз відповідно для ширококутових однокаскадного, двокаскадного, трикаскадного, чотирьокаскадного вимірювальних каналів. Дослідження проведені для 1-го – 3-го нуль-переходів, 1-го – 2-го максимумів та 1-го мінімуму.

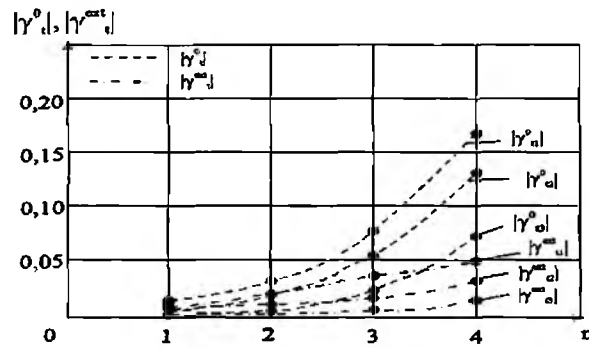


Рис. 4

Компенсатори нестационарної часової похибки

Обробка сигналів шляхом застосування однократного перетворення Гільберта дає можливість зменшити вплив нестационарної часової похибки при фіксації по точках нуль-переходів. Точкам нуль-переходів сигналів в результаті такого перетворення будуть відповідати точки екстремальних значень сигналів U_{max} і U_{min} , рис. 5, а.

Нормована нестационарна часова похибка в цьому випадку буде визначатися з виразу

$$\gamma_G = \frac{1}{2\pi} \left[\arctg \left\{ \frac{\hat{u}_{max \text{ диф}}(t)}{\frac{d\{u_{max}(t)\}}{dt}} \right\} - \arctg \left\{ \frac{\hat{u}_{min \text{ диф}}(t)}{\frac{d\{u_{min}(t)\}}{dt}} \right\} \right], \quad (12)$$

де $\frac{d\{u_{max}(t)\}}{dt} = N \cdot ((E/\tau) \cdot \sin(M) + \omega_0 \cdot \cos(L)) = u_{max \text{ диф}}(t)$ – досліджуваний сигнал,

$\frac{d\{u_{min}(t)\}}{dt} = N \cdot \omega_0 \cdot \cos(L) = u_{min \text{ диф}}(t)$ – опорний сигнал, $\hat{u}_{max \text{ диф}}(t) = N \cdot ((E/\tau) \cdot \cos(M) + \omega_0 \cdot \sin(L))$

– сигнал, спряжений за Гільбертом з досліджуваним сигналом, $\hat{u}_{min \text{ диф}}(t) = N \cdot \omega_0 \cdot \sin(L)$ – сигнал, спряжений за Гільбертом з опорним сигналом, де N, E, M, L – коефіцієнти, що дорівнюють:

$$N = \sqrt{(\omega_0 \tau)^2 + 1}; E = e^{-\frac{1}{\tau}}; M = \varphi_0 - \arctg(\omega_0 \tau); L = \omega_0 t + M.$$

Аналіз нормованої нестационарної часової похибки при обробці сигналів методом однократного перетворення Гільберта сигналів (12) показує, що значення похибок при фіксації сигналів по екстремумах γ_{n1}^{ext} , γ_{n2}^{ext} в такому випадку відповідають нестационарним часовим похибкам фіксації характерних точок по нуль-переходах сигналів, рис. 5, б. Моменти часу t_1, t_2, t_3 відповідають нульовим значенням похибки при фіксації по мінімальних і максимальних значеннях сигналів.

Застосування подвійного перетворення Гільберта сигналів дозволяє здійснювати фіксацію точок t_1, t_2, t_3 , в яких нестационарна часова похибка дорівнює нулю, по моментах нуль-переходів, що простіше апаратно реалізувати.

Алгоритм обробки сигналів у ширококутовому вимірювальному каналі на основі подвійного перетворення Гільберта наведений на рис. 6.

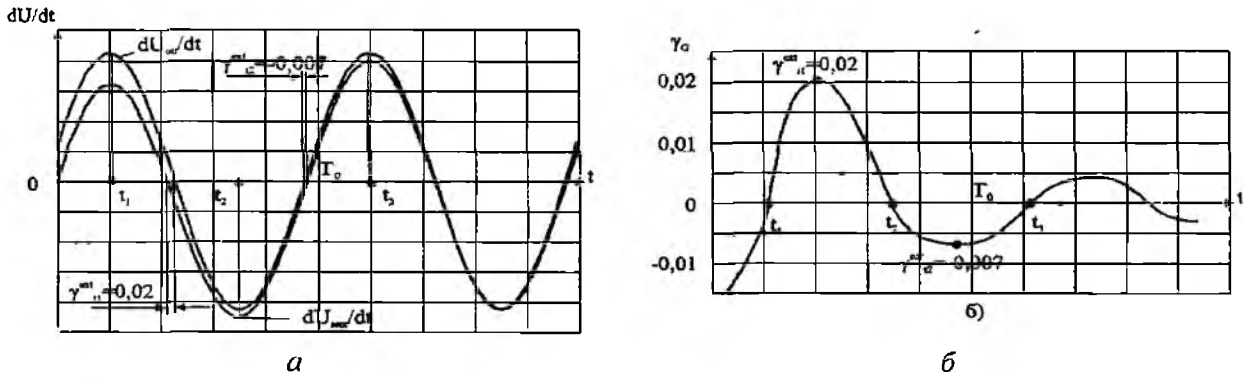


Рис. 5

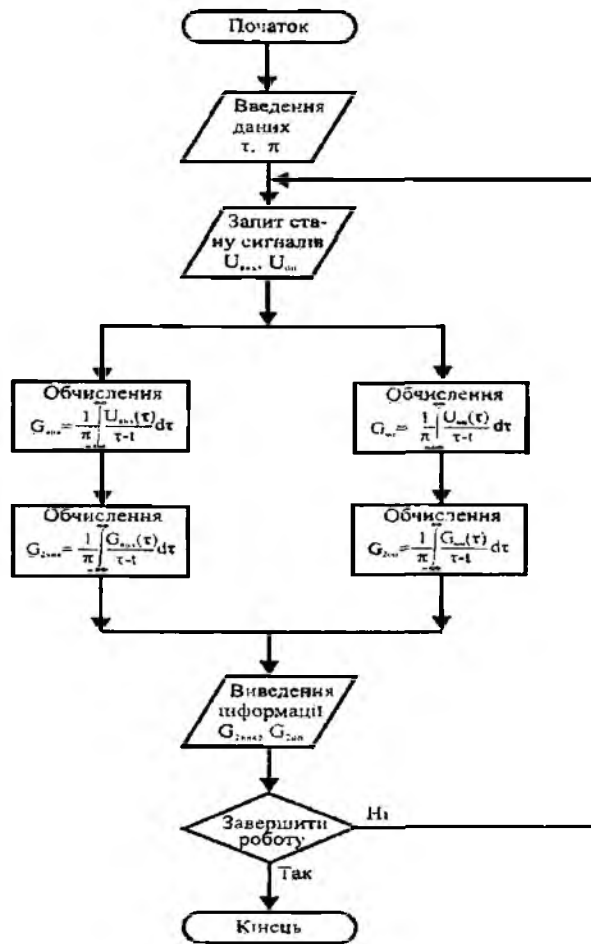


Рис. 6

Нормована нестационарна часова похибка в цьому випадку буде визначатися з виразу:

$$\gamma_{G2} = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{arctg} \left\{ \frac{\hat{u}_{\text{вих } 2\text{диф}}(t)}{d^2\{u_{\text{вих}}(t)\}} \right\} - \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\hat{u}_{\text{оп } 2\text{диф}}(t)}{d^2\{u_{\text{оп}}(t)\}} \right\} \right], \quad (13)$$

де $\frac{d^2\{u_{\text{вих}}(t)\}}{dt^2} = N \cdot (- (E/\tau^2) \cdot \sin(M) - \omega_0^2 \cdot \sin(L)) = u_{\text{вих } 2\text{диф}}(t)$ – досліджуваний сигнал,

$\frac{d^2\{u_{\text{оп}}(t)\}}{dt^2} = -N \cdot \omega_0^2 \cdot \sin(L) = u_{\text{оп } 2\text{диф}}(t)$ – опорний сигнал,

$\hat{u}_{\max 2\text{опф}}(t) = N \cdot \left(-(E/\tau^2) \cdot \cos(M) - \omega_0^2 \cdot \cos(L) \right)$ – сигнал, спряжений за Гільбертом з досліджуваним сигналом. $\hat{u}_{\min 2\text{опф}}(t) = -N \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(L)$ – сигнал, спряжений за Гільбертом з опорним сигналом, де N, E, M, L – коефіцієнти, що дорівнюють:

$$N = \sqrt{(\omega_0 \tau)^2 + 1}; E = e^{-\frac{t}{\tau}}; M = \varphi_0 - \arctg(\omega_0 \tau); L = \omega_0 t + M$$

У випадку ідеальних сигналів та ідеальних перетворюючих пристроїв застосування методу подвійного перетворення Гільберта дозволяє виключити вплив нестационарної часової похибки, рис. 7.

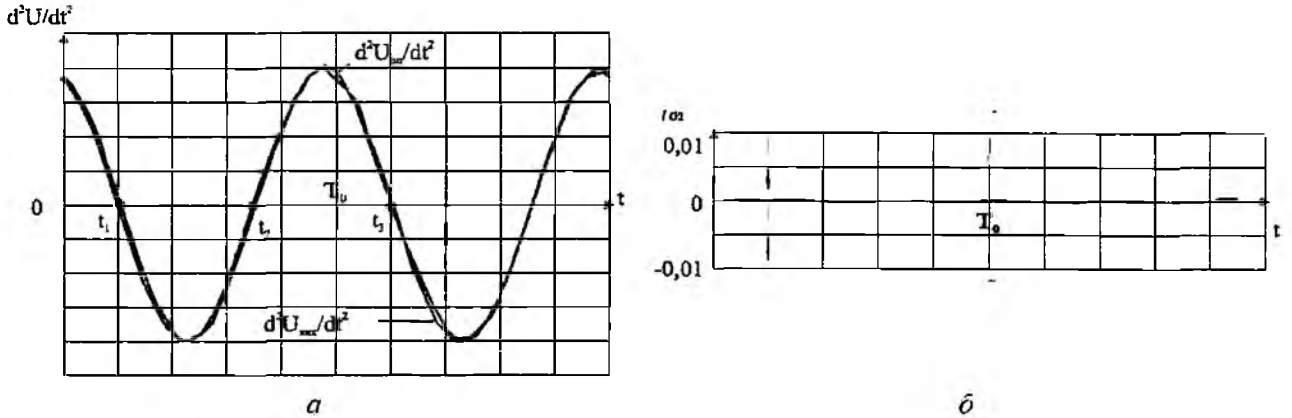


Рис. 7

Для реалізації розглянутого алгоритму обробки сигналів на основі подвійного перетворення Гільберта в апаратному вигляді застосовується пристрій вимірювання різниці фаз короточасних сигналів, або сигналів у вимірювальних каналах з великою сталою часу, що дозволяє компенсувати нестационарну часову похибку, рис. 8 [3].

Сигнали $U_{\max}(t)$ і $U_{\min}(t)$ вимірювального і опорного каналів поступають на входи пристроїв, які виконують операцію перетворення Гільберта, відповідно Gilb1 і Gilb2. З виходів Gilb1 і Gilb2 сигнали надходять на входи Gilb3 і Gilb4. аналогічних Gilb1 і Gilb2. З виходів Gilb3 і Gilb4 сигнали поступають на входи вимірювача різниці фаз.

Такий компенсатор може використовувати аналогову або цифрову обробку сигналів.

Для реалізації алгоритмів роботи компенсаторів НЧП в програмному вигляді застосовується цифровий фільтр, який реалізує сплайн-інтерполяцію дискретних значень сигналу $U_{\max}(t)$ на виході вимірювального каналу. При цьому на кожному з інтервалів (t_{i-1}, t_i) , при $i = 1, \dots, N$, інтерпольована функція представляється у вигляді

$$U_{\max}(t) = U_i(t); t_{i-1} \leq t \leq t_i; i = 1, 2, \dots, N. \quad (14)$$

де $U_i(t)$ – поліноми третьої степені:

$$U_i(t) = a_i + b_i(t - t_{i-1}) + c_i(t - t_{i-1})^2 + d_i(t - t_{i-1})^3, \quad (15)$$

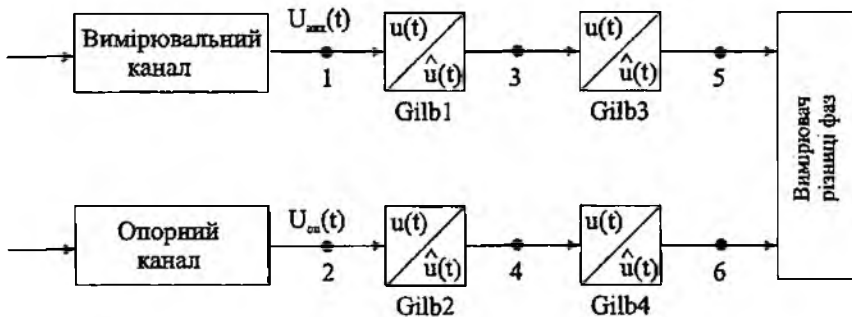


Рис. 8

де c_i – коефіцієнти, які при часових вибірках $t = 0, 0.3 \text{ мкс. } \dots, 6 \text{ мкс}$ визначаються із системи рівнянь

$$\begin{cases} 0.1 \cdot c_{i-1} + 0.4 \cdot c_i + 0.1 \cdot c_{i+1} = 30 \cdot (U_i - 2 \cdot U_{i-1} + U_{i-2}); i = 2, \dots, 20: \\ c_1 = 0: \\ c_{21} = 0: \end{cases}$$

де U_i, U_{i-1}, U_{i-2} – значення напруги на виході вимірювального каналу в моменти часу, що відповідають часовим вибіркам $t = 0, 0.3 \text{ мкс. } \dots, 6 \text{ мкс}$.

Розв'язуючи дану систему рівнянь методом прогонки, знаходимо коефіцієнт c_{20} :

$$c_{20} = \frac{0.1 \cdot Q_{20} - g_{20}}{0.37}, \quad (16)$$

де g_i, Q_i – коефіцієнти, які при часових вибірках $t = 0, 0.3 \text{ мкс. } \dots, 6 \text{ мкс}$ визначаються із співвідношень:

$$g_i = 30 \cdot (U_i - 2 \cdot U_{i-1} + U_{i-2}), i = 1, \dots, 20 \quad (17)$$

$$Q_2 = -2.5 \cdot g_1; Q_{i+1} = \frac{0.1 \cdot Q_i - g_i}{0.37}; i = 1, \dots, 20. \quad (18)$$

Визначаються по черзі всі c_i з меншими номерами:

$$c_{i-1} = 0.267 \cdot c_i + Q_i, i = 2, 3, \dots, 20. \quad (19)$$

Знаючи значення коефіцієнтів c_i , можна знайти коефіцієнти a_i, b_i, d_i , які при часових вибірках $t = 0, 0.3 \text{ мкс. } \dots, 6 \text{ мкс}$ визначаються з виразів:

$$\left. \begin{aligned} a_i &= U_{i-1}; i = 1, 2, \dots, 20; \\ b_i &= 10 \cdot (U_i - U_{i-1}) - \frac{1}{30} \cdot (c_{i+1} + 2c_i); i = 1, \dots, 19 \\ d_i &= \frac{10 \cdot (c_{i+1} - c_i)}{3}; i = 1, \dots, 19. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Підставивши в алгоритм рис.7 вираз для $U_i(t)$ (15) із значеннями коефіцієнтів (16), (19), (20), отримаємо вираз для скоригованого поточного значення сигналу $U(t)$ на виході відповідного вимірювального каналу.

Результати експериментальних досліджень показують, що застосування компенсатора з подвійним перетворенням Гільберта дозволяє зменшити нестационарну часову похибку. Виграш при цьому між похибками $|\gamma_{11}^{ext}|$ і $|\gamma_{11}^0|$ складає 14.8; 16.5; 22.3; 31.2 раз відповідно для широкосмугових однокаскадного, двокаскадного, трикаскадного, чотирьокаскадного вимірювальних каналів. Дослідження проведені для 1-го – 3-го нуль-переходів, 1-го – 2-го максимумів та 1-го мінімуму.

Висновки

Для визначення нестационарної часової похибки вимірювального каналу необхідно проводити дослідження його відгуку на гармонійне включення, що дозволяє дослідити тонку структуру вказаної похибки, її залежність від параметрів сигналів та каналів.

Нестационарна часова похибка є функцією часу, залежить від порядку моделі вимірювального каналу і параметрів сигналу. Показано, що НЧП сягає максимальних значень в точках з нульовим значенням миттєвої амплітуди сигналу, тобто в точках нуль-переходів, і нульових значень – в точках, близьких до екстремальних значень сигналу, тобто мінімумів та максимумів.

Запропоновано алгоритм роботи компенсатора для зменшення нестационарної часової похибки у широкосмугових вимірювальних каналах на основі подвійного перетворення Гільберта.

Запропоновано апаратний та програмний методи реалізації алгоритму роботи компенсатора НЧП у широкосмугових вимірювальних каналах.

Застосування компенсатора з подвійним перетворенням Гільберта дозволяє зменшити нестационарну часову похибку. Виграш при цьому між похибками $|\gamma_{11}^{err}|$ і $|\gamma_{11}^p|$ складає 14.8; 16.5; 22.3; 31.2 раз відповідно для широкосмугових однокаскадного, двокаскадного, трикаскадного, чотирикаскадного вимірювальних каналів. Дослідження проведені для 1-го – 3-го нуль-переходів, 1-го – 2-го максимумів та 1-го мінімуму.

Список літератури: 1. Рудик В.Д., Гончар С.Ф. Нестационарні часові похибки в лінійних вимірювальних каналах // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2005. № 1. С. 64–67. 2. Рудик В.Д., Гончар С.Ф. Нестационарні похибки вимірювачів часових зсувів // Вісник ВПІ. 2005. № 5. С. 143-148. 3. Деклараційний патент на корисну модель № 12038, кл. G 01 R 25/00. Фазометр / Рудик В.Д., Гончар С.Ф. Бюл. № 1, 13.01.2006.

*Вінницький національний
технічний університет*

Надійшла до редакції 12.03.2007

АЛГОРИТМИ КОДУВАННЯ-ДЕКОДУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОГО ЗАВАДОСТІЙКОГО КОДУ УМОВНИХ ЛИШКІВ В ЗАДАЧАХ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЦІЛІСНОСТІ

Вступ

Викривлення інформації, тобто порушення її цілісності, можливі на будь-якому етапі її циркуляції у обчислювальних мережах: при зберіганні, передачі або обробці. Для усунення таких викривлень на етапах передачі чи зберігання широко застосовуються різноманітні завадостійкі коди та відповідні алгоритми кодування-декодування. Одним із класів таких кодів є узагальнені коди, при застосуванні яких операції при кодуванні-декодуванні здійснюються над групами двійкових розрядів – узагальненими символами.

Під кодом умовних лишків розуміється представлення інформаційного об'єкту заданої розрядності – базового кодового слова, групи розрядів (пакети) якого, незалежно від системи попереднього кодування, розглядаються як лишки деякого умовного числа A в системі лишкових класів (СЛК). Код кожної i -ї групи (пакету) розглядається як s – значний розряд α_i , який може приймати будь-яке з s значень від 0 до $s - 1$, де $s = 2^b$ і умовно вважається лишком згаданого умовного числа A по основі p_i . Для вирішення задач забезпечення виявлення i , можливо, виправлення викривлень в таке представлення вводиться надлишкова інформація у вигляді лишка від ділення числа A на додаткову контрольну основу, яка повинна задовольняти сформульованим в [1] умовам. Тоді на таке представлення розповсюджуються можливості СЛК по виявленню і виправленню викривлень в будь-якій групі розрядів. Відомі алгоритми кодування-декодування [1, 2] як раз і використовують цей факт. Нижче пропонується розширення можливостей одного із відомих алгоритмів – алгоритму нулевізації з метою його використання не лише для контролю цілісності, але і її поновлення.

Використання для кодування-декодування алгоритму нулевізації

Суть алгоритму нулевізації зводиться до того, що як при кодуванні, так і при декодуванні числа

$$\bar{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \{\alpha_i + \Delta\alpha_i\}_{p_i}, \dots, \alpha_n, \alpha_k)$$

по лишкам усіх n основ, що утворюють робочий діапазон α_i ($i = 1, 2, \dots, n$), послідовно формуються так звані мінімальні числа виду

$$\begin{aligned} t_1 &= (\alpha_1, \alpha_2', \alpha_3', \dots, \alpha_n', \alpha_k'), \\ t_2 &= (0, (\alpha_2 - \alpha_2')_{p_2}, \alpha_3^{(2)}, \dots, \alpha_n^{(2)}, \alpha_k^{(2)}), \\ t_3 &= (0, 0, (\alpha_3 - \alpha_3' - \alpha_3^{(2)})_{p_3}, \alpha_4^{(3)}, \dots, \alpha_n^{(3)}, \alpha_k^{(3)}), \\ &\dots\dots\dots \\ t_n &= (0, 0, 0, \dots, (\alpha_n - \sum_{j=1}^{n-1} \alpha_n^{(j)})_{p_n}, \alpha_k^{(n)}). \end{aligned}$$

Підсумок цих чисел $T = \sum_{i=1}^n t_i$ має дві властивості [1]. По-перше лишки цієї суми по всіх

основах, окрім p_k , завжди дорівнюють лишкам вихідного числа \bar{A} . По-друге, величина цієї суми завжди є меншою ніж величина робочого діапазону $T < P$, тобто величина T лежить в межах робочого діапазону і для невикривлених чисел $T = A$.

Неважко помітити, що процес отримання величини $T = A$ є процесом кодування вихідного числа ЛУ-кодом, тобто значення A залежить лише від цього вихідного числа і не залежить від невідомої при кодуванні величини лишку по контрольній основі p_k . Цей лишок (контро-

льна ознака, що розшукується) α_k при цьому дорівнює сумі за модулем p_k усіх проміжних величин $\alpha_k^{(j)}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) тобто:

$$\alpha_k = \left(\sum_{j=1}^n \alpha_k^{(j)} \right) \pmod{p_k}.$$

При декодуванні ж віднімання із числа \bar{A} величини T приводить до того, що отримана різниця

$$\bar{A} - T = k \cdot P$$

має по всіх основах, окрім контрольної, лишки, що дорівнюють нулю, а по контрольній

$$\gamma = (\alpha_k - (T \pmod{p_k})) \pmod{p_k} = (k \cdot P) \pmod{p_k},$$

тобто при запису в лишкових класах має вид

$$\bar{A} - T = (0, 0, \dots, 0, \dots, 0, (k \cdot P) \pmod{p_k}),$$

де $k = 0, 1, 2, \dots, p_k$.

Для невикривлених чисел, тобто при $k = 0$, величина $\gamma = 0$, для викривлених $\gamma \neq 0$. Таким чином установлюється факт наявності чи відсутності викривлень.

Для ілюстрації можливостей алгоритму розглянемо два приклади.

Приклад. Хай необхідно закодувати з використанням алгоритму нулевізації вихідний код 110110. вважаючи, що можлива довжина пакета викривлень $b = 2$. Тоді можливе розбиття вихідного коду на три ($n = 3$) двохрозрядні групи $\alpha_1 = 11$, $\alpha_2 = 01$, $\alpha_3 = 10$. $s = 4$, а в якості умовних основ можна вибрати $p_1 = 4$, $p_2 = 5$, $p_3 = 7$. При цьому значення контрольної основи ($p_k > 2 \cdot p_n \cdot p_{n-1} = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$) можна вибрати $p_k = 71$, що потребує для свого відображення семи розрядів. Внаслідок цього для кодування формується код

$$A = 011.001.010.0000000.$$

Перше мінімальне число t_1 повинне мати лишок по першій основі, що дорівнює $11_{(2)} = 3_{(10)}$. Таким числом є $t_1 = 3$ або при представленні в СЛК з вибраними основами

$$t_1 = 11.011.011.0000011.$$

Друге мінімальне число t_2 повинне мати лишок по першій основі, який дорівнює нулю, а по другій

$$(\alpha_2 - \alpha'_2) \pmod{p_2} = (1 - 3) \pmod{5} = 11_{(2)}.$$

Мінімальним числом, яке має такі лишки по першій і другій основах, є $t_2 = 8$, тобто

$$t_2 = 000.011.001.0001000.$$

Третє мінімальне число t_3 повинно мати нульові лишки по першим двом основам, а по третій

$$(\alpha_3 - \alpha'_3 - \alpha^{(2)}_3) \pmod{p_3} = 5 = 101_{(2)}.$$

Мінімальним числом, що має такі лишки, є $t_3 = 40$, тобто

$$t_3 = 000.000.101.0101000.$$

Тоді сума цих чисел $T = \sum_{i=1}^3 t_i$ дорівнює 51, тобто

$$T = 11.01.10.0110011.$$

Код T є результатом кодування.

Приклад. Декодувати з використанням алгоритму нулевізації для умов наведеного вище прикладу код $\bar{A} = 11.01.01.0110011$, в якому викривлена третя пара розрядів. Як і раніше

$$t_1 = 011.011.011.0000011,$$

$$t_2 = 000.011.001.0001000.$$

Для третього мінімального числа t_3

$$(\alpha_3 - \alpha'_3 - \alpha^{(2)}_3) \pmod{p_3} = 4 = 100_{(2)}.$$

Мінімальним числом, що має такі лишки, є $t_3 = 60$, тобто

$$t_3 = 000.000.100.0111100.$$

При цьому

$$T = \sum_{i=1}^3 t_i = 71,$$

тобто оскільки $(T) \pmod{71} = 0$, то

$$T = 110110.0000000$$

$$\gamma = (a_k - (T \pmod{p_k}) \pmod{p_k} = (0110011 - 0000000) \pmod{71} = 51.$$

Оскільки $\gamma \neq 0$, то робиться висновок про наявність в числі, що декодується, викривлення. Оскільки при цьому

$$\gamma = (k \cdot P) \pmod{p_k} = (k \cdot 140) \pmod{71},$$

то $k = 10$, тому що $1400 \pmod{71} = 51$.

Нескладно упевнитися в тому, що число, що декодується $A = 1471$, може бути отримане тільки внаслідок викривлення вихідного числа $A = 51$ на величину

$$\Delta A = 1420 = 000.000.110.0000000.$$

тобто при викривленні третьої групи розрядів на величину $\Delta \alpha_3 = 110$, після чого корекція результату здійснюється просто:

$$\alpha_3 = (\tilde{\alpha}_3 - \Delta \alpha_3) \pmod{7} = (1 - 6) \pmod{7} = 2 = 10_{(2)}.$$

Порівнявши отримане значення з вихідним, невикривленим (умови прикладу 1), упевнюємося в тому, що корекція здійснена вірно. Зрозуміло, однак, що коригування викривлень тим шляхом, який розглянуто вище, тобто шляхом підбирання величини викривлення, є цілком неефективним.

Для виявлення можливостей алгоритму щодо коригування викривлень нагадаємо:

1. Відомий факт, що при $p_k > p_n \cdot p_{n-1}$ між величиною викривлення $\Delta \alpha_i$ і величиною γ є взаємно однозначна відповідність, що дає змогу сподіватися, що, отримавши γ , можна якимось чином визначити місце і величину викривлення, тобто здійснити її виправлення.

2. Те, що на числовій осі величина викривлення $l_i \cdot R_i$ відображається точкою в деякому піддіапазоні «контрольного» діапазону $[(P + 1), R)$. Відповідно, процес викривлення початкового числа A відобразиться переміщенням точки A із робочого діапазону $[0, P)$ в деякий інший піддіапазон. Звернемо увагу на те, що в залежності від величини початкового числа викривлене число (A_1 чи A_2) може попасти в один із суміжних діапазонів із номерами k або $(k - 1)$. Зокрема, при

$$A = A_1 \leq k \cdot P - l_i \cdot R_i,$$

це буде (в уже прийнятих позначеннях) діапазон $((k - 1) \cdot P, k \cdot P)$, тобто діапазон із номером $(k - 1)$, а при

$$A = A_2 > k \cdot P - l_i \cdot R_i,$$

це буде діапазон $(k \cdot P, (k + 1) \cdot P)$, тобто діапазон із номером k .

Внаслідок операції нулевізації із числа A' , яке контролюється, віднімаються відповідно числа $T = A' - (k - 1) \cdot P < P$, чи $T = A' - k \cdot P < P$. При цьому по контрольній основі $q = p_k$ одержується результат γ , такий, що відповідає лівій межі піддіапазону $[(k - 1) \cdot P, k \cdot P)$, тобто величині $(k - 1) \cdot P$, або ж такий, що відповідає лівій межі піддіапазону $[k \cdot P, (k + 1) \cdot P)$, тобто величині $k \cdot P$.

Тобто маємо

$$\gamma = \{k \cdot P\}_q \text{ або } \gamma = \{(k - 1) \cdot P\}_q.$$

Звідси, за правилами СЛК, отримаємо

$$k = \{\gamma / \{P\}_q\}_q \text{ чи } (k - 1) = \{\gamma / \{P\}_q\}_q. \quad (1)$$

Тобто, використовуючи вирази (1), завжди можна визначити номер того діапазону, в який потрапило викривлене число, та результат нулевізації – число $k \cdot P$. Оскільки величина викрив-

лення $li \cdot R_i$ і результат нулевізації $k \cdot P$ є близькими, тобто їх різниця є меншою за величину робочого діапазону P , то це надає принципову можливість визначити місце викривлення.

Оскільки подальші міркування певним чином залежать від можливих співвідношень величин $k \cdot P$ та $li \cdot R_i$, розглянемо два наступні випадки.

В першому випадку, при $k \cdot P > li \cdot R_i$, значення R_i , яке характеризує величину і місце викривлення, можна визначити із очевидної нерівності

$$k \cdot P - [k \cdot P / R_i] \cdot R_i < P. \quad (2)$$

Підставимо у (2) замість R_i його значення у вигляді

$$R_i = P \cdot q / p_i.$$

Тоді

$$k \cdot P - [k \cdot P / R_i] \cdot R_i = k \cdot P - [k \cdot P \cdot p_i / (P \cdot q)] \cdot P \cdot q / p_i = k \cdot P - [k \cdot p_i / q] \cdot P \cdot q / p_i < P.$$

Розділивши обидві частини правої частини останнього нерівняння на величину P , отримаємо

$$k - [k \cdot p_i / q] \cdot q / p_i < 1.$$

Помножимо обидві частини останнього нерівняння на величину p_i , одержимо:

$$k \cdot p_i - [k \cdot p_i / q] \cdot q < p_i, \quad (3)$$

або

$$\{k \cdot p_i\}_q < p_i. \quad (4)$$

Звернемо увагу на те, що в (3), (9) вирази в квадратних дужках є не що інше, як величина l_i :

$$[k \cdot P / R_i] = [k \cdot p_i / q] = l_i. \quad (5)$$

Вирази (2) та еквівалентні їм вирази (3), (4) утворюють системи нерівнянь по n ($i = 1, 2, \dots, n$) нерівнянь в кожній, в яких справедливим є лише одне нерівняння для того номера i та значення основи p_i , по якій має місце викривлення.

Таким чином, внаслідок розв'язання будь-якої із систем нерівнянь (2)–(4) щодо змінної p_i , місце викривлення стає виявленим.

Для визначення ж його величини проаналізуємо величини $T = A' - k \cdot P$, чи $T = A' - (k - 1) \cdot P$, які формуються по усіх лишках, окрім лишку по контрольній основі в ході операції нулевізації числа, яке контролюється.

Неважко зрозуміти, що вирази (2) – (4) є справедливими в разі, коли величина викривлення $li \cdot R_i < k \cdot P$. В цьому випадку величина сформованого в ході нулевізації числа T є меншою вихідного числа A_2 на величину $(k \cdot P - li \cdot R_i)$, тобто

$$T = A' - k \cdot P = A_2 - (k \cdot P - li \cdot R_i) < A_2, \quad (6)$$

та

$$\Delta \bar{A} = (k \cdot P - li \cdot R_i),$$

а величина скоригованого числа повинна визначатися як:

$$A_2 = T + (k \cdot P - li \cdot R_i).$$

Тобто величина скоригованого значення лишку:

$$\alpha_i = \{\bar{\alpha}_i + \Delta \bar{\alpha}_i\} = \{T - (k \cdot P - li \cdot R_i)\} \bmod p_i = \{\bar{\alpha}_i - \{li \cdot R_i\} \bmod p_i\} \bmod p_i,$$

або із урахуванням (5):

$$\alpha_i = \{\bar{\alpha}_i - \{[k \cdot p_i / q] \cdot R_i\} \bmod p_i\} \bmod p_i. \quad (7)$$

Приклад. Нехай в СЛК із основами 2, 3, 5, 17 вихідне число $18_{10} = 0, 0, 3, 1$ внаслідок викривлення перетворилося на $0, 0, 0, 1 = 120_{10}$.

Результат нулевізації дає

$$\Gamma = 0, 0, 0, 1, \gamma = 1.$$

Звідси

$$k = \{\gamma / \{P\}q\}q = \{1/13\}_{17} = 4.$$

Пошук місця викривлення із

$$\{k \cdot p_i\}q < p_i$$

для $k = 4$ дає

$$\{4 \cdot 2\}_{17} < 2 - \text{невірно,}$$

$$\{4 \cdot 3\}_{17} < 3 - \text{невірно,}$$

$$\{4 \cdot 5\}_{17} < 5 - \text{вірно,}$$

тобто виявлене викривлення по основі $p_3 = 5$.

Розрахунок скоригованого лишку по основі p_3 :

$$\alpha_3 = \{0 - \{[20/17] \cdot 42\} \bmod 5\} \bmod 5 = 3.$$

Видно, що корекцію викривлення здійснено правильно.

В другому випадку, коли результат нулевізації – число $(k-1) \cdot P$ є меншим за величину викривлення $l_i \cdot R_i$, обчислення місця і величини викривлення за виразами (6), (7) призведе до невірних результатів. Тоді, з урахуванням властивостей операцій в лишкових класах, для визначення місця та величини викривлення слід скористатися виразом

$$q - \{(k-1) \cdot p_i\} q < p_i.$$

В разі вірності цієї нерівності по одній із основ p_i правомочним є висновок про те, що

$$\gamma = \{(k-1) \cdot P\}_q,$$

а отже

$$k = \{\gamma / \{P\}_q\}_q + 1. \quad (8)$$

Зрозуміло, що в цьому разі величина викривлення $l_i \cdot R_i > (k-1) \cdot P$. Тоді величина сформованого в ході нулевізації числа T є більшою вихідного числа $A1$ на величину $[l_i \cdot R_i - (k-1) \cdot P]$, тобто

$$T = A1 - (k-1) \cdot P = A1 + [l_i \cdot R_i - (k-1) \cdot P] < A1. \quad (9)$$

Останній вираз може бути представленим у вигляді

$$T = A1 - k \cdot P = A1 - [(k-1) \cdot P - l_i \cdot R_i].$$

Неважко помітити, що вирази (6) та (9) є тотожними, якщо вважати, що номер діапазону в обох випадках має значення $-k$. І, хоча значення викривлення при цьому

$$\Delta \bar{a} = -(k \cdot P - l_i \cdot R_i),$$

величина скоригованого числа повинна визначатися, як і раніше, із виразу

$$A1 = T + ((k-1) \cdot P - l_i \cdot R_i).$$

Тобто величина скоригованого значення лишку:

$$\alpha_j = \{\bar{\alpha}_j + \Delta \alpha_j\} = \{T + ((k-1) \cdot P - l_i \cdot R_i)\} \bmod p_i = \{\bar{\alpha}_j - \{l_i \cdot R_i\} \bmod p_i\} \bmod p_i,$$

або із урахуванням (7) отримуємо, як і раніше:

$$\alpha_j = \{\bar{\alpha}_j - \{(k \cdot p_i / q) \cdot R_i\} \bmod p_i\} \bmod p_i.$$

Приклад. Нехай в СЛК із основами 2, 3, 5, 17 вихідне число $0_{10} = 0, 0, 0, 0$ внаслідок викривлення перетворилося на число $0, 0, 2, 0 = 102_{10}$.

Результат нулевізації дає

$$\Gamma = 0, 0, 0, 5, \gamma = 5.$$

Звідси, за правилами виконання операцій в СЛК.

$$k = \{\gamma / \{P\}_q\}_q = \{5/13\}_{17} = (5 + 2 \cdot 17)/13 = 3.$$

Пошук місця викривлення із

$$\{k \cdot p_i\} q < p_i$$

для $k = 3$ дає:

$$\{3 \cdot 5\}_{17} = 15 < 5 - \text{невірно,}$$

а

$$q - \{k \cdot p_i\} q < p_i$$

для $(k-1) = 3$

$$17 - 5 = 2 < 5 - \text{вірно,}$$

тобто, як і в попередньому прикладі, виявлене викривлення по основі p_3 , але з урахуванням (8) при $(k-1) = 3$, тобто при $k = 4$.

Розрахунок скоригованого лишку по основі p_3 :

$$\alpha_3 = \{2 - \{[20/17] \cdot 42\} \bmod 5\} \bmod 5 = 2 - 2 = 0.$$

Видно, що корекція викривлення здійснена правильно.

Використання для кодування-декодування z -алгоритму.

Для виявлення викривлень в z -алгоритмі використовується відмічений вище факт, що викривлене число виходить за межі робочого діапазону, тобто

$$\bar{A} \geq P. \quad (10)$$

Скористаємось співвідношенням для переводу чисел із СЛК в позиційну систему числення

$$\bar{A} = \sum_{i=1}^{i=n+1} \alpha_i B_i - [(1/R) \sum_{i=1}^{i=n+1} \alpha_i B_i] \times R, \quad (11)$$

де B_i – константа системи числення. Її ортогональний базис, причому

$$B_i = R \cdot m_i / p_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n + 1); \quad (12)$$

– $(n + 1)$ – число умовних основ, включаючи контрольну;

– m_i – ціле позитивне число, «вага» ортогонального базису B_i , таке, при якому

$$m_i B_i \pmod{p_i} = 1.$$

Підставивши вираз (11) в (10) з врахуванням (12), отримаємо

$$\sum_{i=1}^{i=n+1} \alpha_i R \cdot m_i / p_i - [(1/R) \sum_{i=1}^{i=n+1} \alpha_i R \cdot m_i / p_i] \times R > R/p_k.$$

Скоротивши в останньому виразі обидві частини на R , отримаємо, що в разі наявності викривлень

$$z > 1/p_k. \quad (13)$$

де

$$z = \sum_{i=1}^{i=n+1} \alpha_i m_i / p_i - [\sum_{i=1}^{i=n+1} \alpha_i m_i / p_i]. \quad (14)$$

Вирази (13), (14) визначають z -алгоритм декодування для ЛУ-коду, який лише визначає наявність викривлень. Цей алгоритм включає $(n + 1)$ незалежних (при необхідності одночасних) операцій множення коду i -ї групи ($i = 1, \dots, n + 1$) на відповідну константу і потім додавання $(n - 1)$ отриманих добутків.

Для побудови алгоритму, здатного не лише визначити наявність, але й виправляти викривлення, скористаємось наступними міркуваннями.

Оскільки викривлення по i -й основі, як показано вище, має величину $\Delta A = l_i \cdot R_i = l_i \cdot R/p_i$, то очевидним є нерівність

$$\bar{A} - l_i \cdot R_i < P. \quad (15)$$

причому величина l_i визначається з виразу

$$[\bar{A} / R_i] = [(A - l_i \cdot R_i) / R_i] = l_i, \quad (16)$$

Тоді з врахуванням (11), (12), (13), (15) вираз (16) прийме вид

$$z \cdot p_i - [z \cdot p_i] < p/p_k, \quad (17)$$

Ясно, що вираз (19) і еквівалентний йому вираз (17) справедливі лише для тієї основи p_i , в лишку якої є викривлення. Відтак, вираз (17) дозволяє визначити місце (номер групи), де виникло викривлення. Незавжди упевнитися, що величина цього викривлення

$$\Delta \alpha_i = \{[\bar{A} / R_i] \cdot R_i\} p_i = \{[z p_i] \cdot R_i\} p_i,$$

Власне виправлення зводиться до операції

$$\alpha_i = \{\bar{\alpha}_i - \Delta \alpha_i\} p_i \quad (18)$$

Таким чином, вирази (14), (17), (18) визначають z -алгоритм декодування для коригуючого ЛУ-коду.

Причому, оскільки лишки по будь-яких основах є рівноправними, то сказане вище стосується і контрольної основи. Прийнявши на етапі кодування $\alpha_k = 0$, отримаємо

$$\alpha_k = (p_k - P \cdot [z \cdot p_k]) \pmod{p_k} \quad (19)$$

і тоді вирази (14), (19) визначають z -алгоритм кодування.

Розглянемо приклади використання z -алгоритму стосовно $p_1 = 4, p_2 = 5, p_3 = 7, p_k = 71$, розрахувавши попередньо константи, які необхідні для визначення змінних z . Для обраних умов отримаємо: $P = 4 \cdot 5 \cdot 7 = 140$; $R = P \cdot p_k = 9940$.

При цьому $R_1 = 2485$; $R_2 = 1988$; $R_3 = 1420$; $R_4 = P = 140$, $m_1 = 1$; $m_2 = 2$; $m_3 = 6$; $m_4 = 3$. Позначивши значення m_i/p_i як g_i , отримаємо:

$$g_1 = 0,25; g_2 = 0,4; g_3 = 0,85714; g_4 = 0.493257.$$

Приклад. Закодувати повідомлення 11.01.10 з використанням z -алгоритму ЛУ-коду. Прийемо на етапі кодування $\alpha_4 = 0$. Із виразу (14) отримаємо

$$Z =]\alpha_1 \cdot g_1 + \alpha_2 \cdot g_2 + \alpha_3 \cdot g_3 + \alpha_4 \cdot g_4[=]3 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,857142 + 0 \cdot 0,493257[= 0,86428.$$

де позначка $]x[$ означає обчислення астини від величини x .

Тоді згідно з (19)

$$\alpha_4 = (p_4 - P \cdot [z \cdot p_4]) \pmod{p_4} = 51_{(10)} = 110011_{(2)}.$$

Приклад. Знайти і виправити викривлення в повідомленні, що використане вище, де

$$\tilde{A} = 11.01.01.110011.$$

Тоді

$$Z =]3 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,4 + 1 \cdot 0,857142 + 51 \cdot 0,493257[=]27,147949[= 0,147949.$$

Оскільки, згідно з виразом (13),

$$z = 0,147949 > 1/p_k,$$

то робимо висновок про наявність викривлення в наданій кодовій комбінації.

Для виявлення місця викривлення оцінюємо справедливість нерівнянь (17):

$$z \cdot p_1 - [z \cdot p_1] = 0,91796 < p_1/p_k = 0,09859,$$

нерівність не є справедливою;

$$z \cdot p_2 - [z \cdot p_2] = 0,739745 < p_2/p_k = 0,070422,$$

нерівність не є справедливою;

$$z \cdot p_3 - [z \cdot p_3] = 0,035643 < p_3/p_k = 0,09859,$$

нерівність є справедливою.

Звідси витікає висновок про викривлення в третій групі розрядів величиною

$$\Delta\alpha_3 = \{[z \cdot p_3] \cdot R_3\}_{p_3} = \{[1,03561 \cdot 22] \cdot 1420\}_7 = 6,$$

тому

$$\alpha_3 = \{\alpha_3 - \Delta\alpha_3\}_{p_3} = \{1 - 6\}_7 = 2 = 10_{(2)}.$$

Порівнюючи отримане значення α_3 з вихідним (приклад 3), упевнюємося в правильній корекції знайденого викривлення.

Висновки

Застосування таких кодів, на погляд авторів, дозволить розв'язати сформульовану проблему щодо надійного забезпечення цілісності інформаційних об'єктів в умовах впливу пактів викривлень значної тривалості.

Окрім того, слід відмітити, що застосування запропонованих алгоритмів кодування-декодування узагальнених ЛУ-кодів дозволяє забезпечити виявлення та виправлення викривлень в b -розрядних узагальнених символах в кожному із базових кодових слів.

Список літератури 1. Акушский И Я, Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. // М.: Сов. радио, 1966. 421 с. 2. Василенко В С., Будько М.М., Короленко М.П. Управление контролем та оперативним поновленням цілісності інформації в корпоративних мережах. // Управляющие системы и машины. 2000. № 5/6. С. 128 – 134

ПСЕВДОСТАТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВЧ-ГИПЕРТЕРМИИ

1. Известно [1], что применительно к ВЧ гипертермии выполняются следующие условия:

$$l, a\delta \leq \lambda, \quad (1)$$

где l – глубина залегания опухоли в теле пациента, a – апертура излучающего электрода, δ – глубина скин-слоя ВЧ поля в теле пациента, λ – длина волны ВЧ поля в органах тела пациента. Это условие совпадает с условием применимости известного квазистатического приближения, когда пространственное распределение поля задаётся уравнением Лапласа. Однако применительно к ВЧ гипертермии последнее приближение обладает существенным недостатком. Оно не учитывает диссипацию электромагнитного поля в теле пациента, а диссипация обеспечивает весь лечебный эффект в гипертермической онкологии.

Поэтому в волновом уравнении, записанном в виде

$$\Delta \bar{E} + (\epsilon' + i\epsilon'') \frac{\omega^2}{c^2} \bar{E} = 0 \quad (2)$$

и описывающем пространственное распределение напряженности \bar{E} гармонического ($\bar{E} \sim e^{-i\omega t}$) электромагнитного поля, сохраним и действительную ϵ' и мнимую ϵ'' части диэлектрической проницаемости ($\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$) и преобразуем его с использованием условий (1). Поскольку решение уравнения (2) в общем случае комплексно, то есть

$$\bar{E} = \bar{E}' + i\bar{E}'', \quad (3)$$

то можно найти уравнения отдельно для величин \bar{E}' и \bar{E}'' . Они имеют следующий вид:

$$(\bar{\Delta} + \epsilon')^2 \bar{E}' = \epsilon''^2 \bar{E}'; \quad (4)$$

$$\bar{E}'' = -\frac{1}{\epsilon''} (\bar{\Delta} + \epsilon') \bar{E}', \quad (5)$$

где введено обозначение: $\bar{\Delta} = \left(\frac{c}{\omega}\right)^2 \Delta$. Оценки показывают, что первое слагаемое в уравнении (4) существенно больше второго, что соответствует условию (1). Это позволяет пренебречь величиной ϵ' в скобках уравнений (4) и (5). Это означает, что в приближении (1) уравнение (2) можно записать в виде

$$\bar{\Delta} \bar{E} + i\epsilon'' \bar{E} = 0, \quad (6)$$

а уравнение (4) и соотношение (5) приобретут вид

$$\bar{\Delta}^2 \bar{E}' = \epsilon''^2 \bar{E}'; \quad (7)$$

$$\bar{E}'' = -\frac{1}{\epsilon''} \bar{\Delta} \bar{E}'. \quad (8)$$

2. Соотношения (7) и (8) составляют исходные уравнения в псевдостатическом приближении. В векторном виде уравнения псевдостатического приближения оказываются удобными для решения задач электродинамики, когда граничные условия заданы для напряженности поля. Это относится к задачам исследования излучения электромагнитных волн антеннами различного типа.

Если рассматривается задача возбуждения электромагнитного излучения однородно заряженным электродом, когда задан потенциал на идеально проводящем электроде, тогда удобнее использовать уравнение, в котором искомым является не напряженность электрического поля, а его потенциал. Это уравнение можно получить следующим образом.

Пренебрежение слагаемыми, содержащими ϵ' в уравнениях (2) и (4), физически означает, как и в известном квазистатическом приближении, пренебрежение фазовыми эффектами при

анализе распространения электромагнитных волн. Из этого следует утверждение, что в выражении для поля через его потенциалы (скалярный φ и векторный \vec{A}):

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (9)$$

вторым слагаемым необходимо пренебречь, поскольку оно существенно меньше первого. Следовательно, в псевдостатическом приближении справедливо соотношение

$$\vec{E} = -\nabla\varphi, \quad (10)$$

как и в квазистатическом приближении. И исходные уравнения псевдостатического приближения можно записать в другой форме:

$$\Delta\varphi + i\varepsilon''\varphi = 0. \quad (11)$$

Для действительной и мнимой составляющей потенциала

$$\varphi = \varphi' + i\varphi'', \quad (12)$$

будут справедливы соотношения

$$\Delta^2\varphi' = \varepsilon''^2\varphi', \quad (13)$$

$$\varphi'' = -\frac{1}{\varepsilon''} \Delta\varphi', \quad (14)$$

которые являются скалярной разновидностью основного уравнения псевдостатического приближения.

3. Первый случай можно проиллюстрировать на примере задачи возбуждения в диссипативной среде электромагнитного поля высокочастотным зазором микрополосковой антенны [2]. содержащей открытый плоский прямоугольный резонатор площадью $a \times 2a$, заполненный диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_0 . Пусть в центре зазора шириной h приложено высокочастотное напряжение величиной V_0 . Считаем, что зазор занимает часть плоскости, определяемой следующими условиями:

$$|z| \leq a, |x| \leq h/2, h \ll a, \quad (15)$$

а поле возбуждается в объеме $y \gg 0$, заполненном диссипативной средой с диэлектрической проницаемостью, соответствующей условиям (1).

Граничное условие для напряженности электрического поля при значении координаты $y = 0$ приближенно можно записать в виде

$$E_x \Big|_{y=0} = \left(\frac{V_0}{h} \right) \cos k_0 z, \quad (16)$$

где

$$k_0 \equiv \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}. \quad (17)$$

В цилиндрических координатах: $z, \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \psi = \arctg \frac{x}{y}$, в силу симметрии задачи, напряженность электрического поля для области $\rho \geq 0$ будет иметь только одну азимутальную составляющую:

$$E_\psi = E(z, \rho), \quad (18)$$

не зависящую от угла ψ .

При этом уравнение (7) приобретает вид

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^2 E'_\psi = \varepsilon''^2 E'_\psi, \quad (19)$$

где

$$\bar{z} \equiv z \frac{\omega}{c} \quad (20)$$

Граничным условием для поля E_ψ будет соотношение (16), переписанное в виде

$$E_\psi \Big|_{\rho=\frac{h}{2}} = \frac{V_0}{h} \cos k_0 z. \quad (21)$$

Можно показать, что решением этой задачи будет функция

$$E_\psi(z, \rho) = E_0 \frac{K_0(\kappa \rho)}{K_0(\kappa \frac{h}{2})} \cos k_0 z, \quad (22)$$

где использованы обозначения

$$E_0 \equiv V_0/h; \quad (23)$$

$$\kappa = \frac{\omega}{c} \sqrt{-\epsilon_0 + \epsilon''}. \quad (24)$$

$K_0(\kappa \rho)$ – функция Бесселя 1-го рода 0-го порядка чисто мнимого аргумента. Если считать критерием скорости спада электрического поля расстояние ρ_0 , на котором амплитуда напряженности поля уменьшается в e раз, тогда получим

$$\rho_0 = \frac{c}{\omega} \frac{\alpha_0}{\sqrt{\epsilon_0 + \epsilon''}}, \quad (25)$$

где α_0 определяется из уравнения

$$\frac{K_0(\alpha_0)}{K_0(\kappa \frac{h}{2})} = \frac{1}{e}. \quad (26)$$

С учётом того, что из условия резонанса в резонаторе

$$k_0 a = \frac{\pi}{2}, \quad (27)$$

соотношение (25) можно переписать в виде

$$\rho_0 = 2 \frac{\alpha_0}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\epsilon''}{\epsilon_0}}} a. \quad (28)$$

Отсюда следует, что при условии $\epsilon_0 \gg \epsilon''$

$$\rho_{0, \max} = 2 \frac{\alpha_0}{\pi} a, \quad (29)$$

эта величина не зависит от свойств среды и является параметром, характеризующим только апертурное рассеяние его. В обратном случае, когда $\epsilon_0 \ll \epsilon''$, величина ρ_0 определяет глубину скин-слоя:

$$\rho_0 = 2 \frac{\alpha_0}{\pi} \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{\sqrt{\epsilon''}} a. \quad (30)$$

4. В качестве второго применения основного уравнения псевдостатического приближения можно рассмотреть задачу отыскания электромагнитного поля, возбуждаемого заряжаемым электродом, имеющем форму эллипсоида вращения. Пусть радиус эллипсоида равен a . Считаем, что на поверхность идеально проводящего эллипсоида приложен потенциал $V = V_0 e^{-i\omega t}$ от внешнего источника напряжения. Перейдем от декартовых координат (x, y, z) к эллипсоидальным координатам (σ, ζ, ξ) [3].

Причем соотношение $\sigma(x, y, z) = \text{const}$ определяет систему расширяющихся эллипсов, а уравнение

$$\sigma(x, y, z) = 0 \quad (31)$$

– поверхность электрода, $\zeta(x, y, z) = \text{const}$ и $\xi(x, y, z) = \text{const}$ задают поверхности взаимно ортогональных и ортогональных поверхностям эллипсоидов параболических и гиперболических конусов. Учитывая аксиальную симметрию электрода, можно провести разделение переменных в исходном уравнении (11) и получить уравнение

$$\Delta_{\sigma}^2 \varphi' = \varepsilon'' \varphi' \quad (32)$$

а также соотношение

$$\varphi'' = -\frac{1}{\varepsilon''} \Delta_{\sigma} \varphi', \quad (33)$$

в котором использовано обозначение

$$\Delta_{\sigma} \equiv \frac{1}{\sigma^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left\{ (\sigma^2 \pm 1) \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{1}{\sigma^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[(\sigma^2 \pm 1) \frac{\partial}{\partial \sigma} \right] \right] \right\} \varphi. \quad (34)$$

Знаки \pm относятся соответственно к сплюснутому и вытянутому вдоль аксиальной оси симметрии эллипсоиду вращения.

При $\sigma \rightarrow 0$ псевдостатическое распределение потенциала переходит в решение φ_0 квазистатической задачи [4]:

$$\Delta \varphi_0 = 0. \quad (35)$$

Используя это, можно найти граничные условия для функции φ . В обозначениях

$$\begin{cases} \psi \equiv \varphi / V_0 \\ \mu \equiv \sigma / a^2 \\ \alpha \equiv c / a \end{cases} \quad (36)$$

они имеют вид

$$\left\{ \begin{aligned} \psi|_{\psi=0} &= 1 \\ \frac{\partial \psi}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0} &= -\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mu^2} \Big|_{\mu=0} &= \frac{1}{2} \frac{1 + \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha^5}} \\ \frac{\partial^3 \psi}{\partial \mu^3} \Big|_{\mu=0} &= \frac{1}{4} \frac{\sqrt{\alpha^3} (3 + 4\sqrt{\alpha}) - 2(1 + \sqrt{\alpha})^3}{\sqrt{\alpha^7}} \end{aligned} \right. \quad (37)$$

Уравнение (32) при граничных условиях (37) было решено численно для фиксированного набора значений параметра α и δ . Из анализа полученных результатов можно заключить, что с ростом потерь эквипотенциали электрического поля приближаются к эллипсоидальному электроду, а при уменьшении потерь их зависимости стремятся к известным зависимостям, полученным для квазистатического приближения [4].

5. Проведенный анализ ведет к комплексным значениям распределений (в пространстве) потенциала $\varphi(\vec{r})$, где \vec{r} – радиус-вектор точки наблюдения с началом в одной из точек на поверхности электрода. Поэтому с учетом гармонической временной зависимости поля получим

$$\varphi(\vec{r}, t) = \varphi'(\vec{r}) e^{-i\omega t} + i\varphi''(\vec{r}) e^{i\omega t}. \quad (38)$$

Отсюда следует, что

$$\operatorname{Re} \varphi(\vec{r}, t) = |\varphi| \cos(\chi(\vec{r}) - \omega t), \quad (39)$$

где

$$|\varphi| \equiv \sqrt{\varphi'^2 + \varphi''^2}; \quad (40)$$

$$\chi \equiv \operatorname{arctg} \frac{\varphi''}{\varphi'}. \quad (41)$$

Из анализа этого соотношения можно сделать вывод о том, что влияние диссипации приводит не только к быстрому убыванию поля при удалении точек наблюдения от положения источника его возбуждения, но и к быстрому изменению его фазы в пространстве, что определяется поведением функции $\chi(\vec{r})$.

Список литературы: 1. Гай А., Леман Ю., Стоунбридж Дж. Применение электромагнитной энергии в терапии // ТИИР. 1974. Т. 62, №1. 2. I. J. Bahl and P. Bhartia. Microstrip Antenna. Dedham, MA: Artech House, 1980. 3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука. 1970. 4. Ландау Л., Лифшиц М. Электродинамика сплошных сред. ГИХ ФМ. М., 1959. (§ 4. Проводящий эллипсоид.)

Харьковский национальный
университет радиотехники

Поступила в редакцию 01.02.2007

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СИНТЕЗА МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СЕЛЕКТИВНЫХ СИГНАЛОВ С ФИНИТНЫМ СПЕКТРОМ

Поиски новых классов сигналов с финитным спектром, удовлетворяющих первому критерию Найквиста, т. е. свободных от межсимвольной интерференции (МСИ), представляют собой самостоятельную проблему в теории и практике цифровых телекоммуникационных систем.

Условие селективности сигнала $g(t)$, $-\infty < t < \infty$ или первый критерий Найквиста принято записывать в виде

$$g(kT) = \begin{cases} U, & k = 0 \\ 0, & k = \pm 1; \pm 2; \dots, \end{cases} \quad (1)$$

где T – интервал между соседними моментами отсчета (длительность тактового интервала).

Следуя [1], запишем модуль спектральной плотности селективного сигнала $g(t)$ на интервале частот $[-\omega_B, \omega_B]$ следующим образом:

$$|G(j\omega)| = \begin{cases} UT & \text{при } |\omega| \leq \omega_A; \\ G_{\Delta 1}(\omega) & \text{при } \omega_A < |\omega| \leq \omega_C; \\ G_{\Delta 2}(\omega) & \text{при } \omega_C < |\omega| \leq \omega_B; \\ 0 & \text{при } \omega_B < |\omega|. \end{cases} \quad (2)$$

Фазовый спектр сигнальной функции $g(t)$ принимаем равным нулю.

Рис. 1 иллюстрирует смысл выражения (2), где приняты следующие обозначения: $\omega_C = \pi/T$; ω_A, ω_B – границы переходной области; $2\Delta\omega$ – ширина переходной области; $\omega_A = (1-\alpha)\omega_C$; $\omega_B = (1+\alpha)\omega_C$; $\alpha = \Delta\omega/\omega_C$ – коэффициент скругления спектра ($0 \leq \alpha \leq 1$).

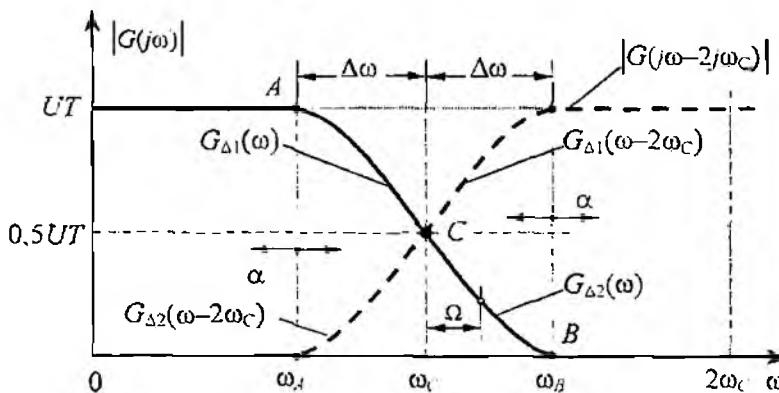


Рис. 1

Известно, что первый критерий Найквиста может быть записан не только во временной, но и в частотной области, где его можно представить выражением

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} G\left(j\omega - j\frac{2n\pi}{T}\right) = UT, \quad (3)$$

которое полностью эквивалентно (1).

Спектральная плотность $G(j\omega)$ в (3) может отличаться от нуля на интервале $[-\infty, \infty]$, т. е. спектр селективного сигнала не обязательно должен быть финитным. Если же селективный сигнал имеет финитный спектр, то смещенные копии функции $G(j\omega)$ перекрываются только в

переходной области $[\omega_A, \omega_B]$, как показано на рис. 1. В этом случае критерий (3) может быть представлен в виде двух равенств:

$$\begin{aligned} G_{\Delta 1}(\omega) + G_{\Delta 2}(-\omega + 2\omega_C) &= UT, & \omega_A \leq |\omega| \leq \omega_C, \\ G_{\Delta 1}(-\omega + 2\omega_C) + G_{\Delta 2}(\omega) &= UT, & \omega_C < |\omega| \leq \omega_B. \end{aligned} \quad (4)$$

Равенства (4) указывают на то, что функция $|G(j\omega)|$ для любого селективного сигнала с финитным спектром обладает нечетной симметрией относительно точки C в переходной области $[\omega_A, \omega_B]$.

Следует отметить, что запись первого критерия Найквиста во временной области (1) отличается наглядностью, но не является конструктивной, т. е. не позволяет установить правило, согласно которому можно было бы создавать новые классы селективных сигналов с заданными свойствами. Напротив, выражения (3) и (4) позволяют найти такое правило, поскольку все разнообразие сигналов Найквиста основано на различных методах аппроксимации функций $G_{\Delta 1}(\omega)$ и $G_{\Delta 2}(\omega)$ в переходной области. Основная цель аппроксимации – введение определенного числа параметров в синтезируемый селективный сигнал, наличие которых позволяет организовать процедуру параметрической оптимизации некоторой целевой функции.

Остановимся на этом вопросе более подробно. Представим спектральную плотность $G_{\Delta 2}(\omega)$ в виде ряда

$$G_{\Delta 2}(\omega) = 0,5UT \sum_{i=1}^N b_i e_i(\omega), \quad \omega_C \leq \omega \leq \omega_B, \quad (5)$$

где b_i – вещественные коэффициенты; $\{e_i(\omega)\}$ – система базисных функций, выбираемая в соответствии с конкретной задачей. Имеют место ограничения

$$0 \leq e_i(\omega) \leq 1 \text{ и } \sum_{i=1}^N b_i \leq 1.$$

Введение аппроксимации (5) позволяет синтезировать многопараметрический селективный сигнал, в котором коэффициенты b_i играют роль параметров. Аналитическая запись такого сигнала может быть получена при помощи обратного преобразования Фурье спектральной плотности (2) с учетом (4)

$$\begin{aligned} g(t) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_A} UT \cos \omega t \, d\omega + \frac{1}{\pi} \int_{\omega_A}^{\omega_C} [UT - G_{\Delta 2}(-\omega + 2\omega_C)] \cos \omega t \, d\omega + \frac{1}{\pi} \int_{\omega_C}^{\omega_B} G_{\Delta 2}(\omega) \cos \omega t \, d\omega = \\ &= U \frac{\sin \omega_C t}{\omega_C t} - \frac{1}{\pi} \left\{ \sin 2\omega_C t \int_{\omega_C}^{\omega_B} G_{\Delta 2}(\omega) \sin \omega t \, d\omega + \cos 2\omega_C t \int_{\omega_C}^{\omega_B} G_{\Delta 2}(\omega) \cos \omega t \, d\omega - \right. \\ &\quad \left. - \int_{\omega_C}^{\omega_B} G_{\Delta 2}(\omega) \cos \omega t \, d\omega \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (5) в (6), приходим к окончательному выражению

$$\begin{aligned} g(t; b_1, \dots, b_N) &= U \frac{\sin \omega_C t}{\omega_C t} + U \frac{\sin \omega_C t}{\omega_C} \left\{ \sin \omega_C t \sum_{i=1}^N b_i e_{ci}(t) - \right. \\ &\quad \left. - \cos \omega_C t \sum_{i=1}^N b_i e_{si}(t) \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $e_{ci}(t) = \int_{\omega_C}^{\omega_B} e_i(\omega) \cos \omega t \, d\omega$ и $e_{si}(t) = \int_{\omega_C}^{\omega_B} e_i(\omega) \sin \omega t \, d\omega$.

Выражение (7) является обобщенной формой записи для различных классов многопараметрических селективных сигналов с финитным спектром. Данное выражение может быть использовано для построения семейств селективных сигналов, обладающих какими-либо дополнительными свойствами, кроме отсутствия МСИ.

Пример. Рассмотрим частный случай, когда в качестве $e_i(\omega)$ выбраны *rect*-функции [2], образующие систему ортогональных функций в интервале $[\omega_c, \omega_B]$.

Тогда

$$e_i(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{при } \omega_c + \frac{\Delta\omega}{N}(i-1) \leq \omega \leq \omega_c + \frac{\Delta\omega}{N}i, \\ 0 & \text{при прочих } \omega. \end{cases}$$

Положим для определенности $N = 2$ (рис. 2). При этом

$$e_1(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{при } \omega_c \leq \omega \leq (1+p\alpha)\omega_c; \\ 0 & \text{при прочих } \omega; \end{cases} \quad e_2(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{при } (1+p\alpha)\omega_c \leq \omega \leq \omega_B; \\ 0 & \text{при прочих } \omega, \end{cases}$$

где $0 \leq p \leq 1$.

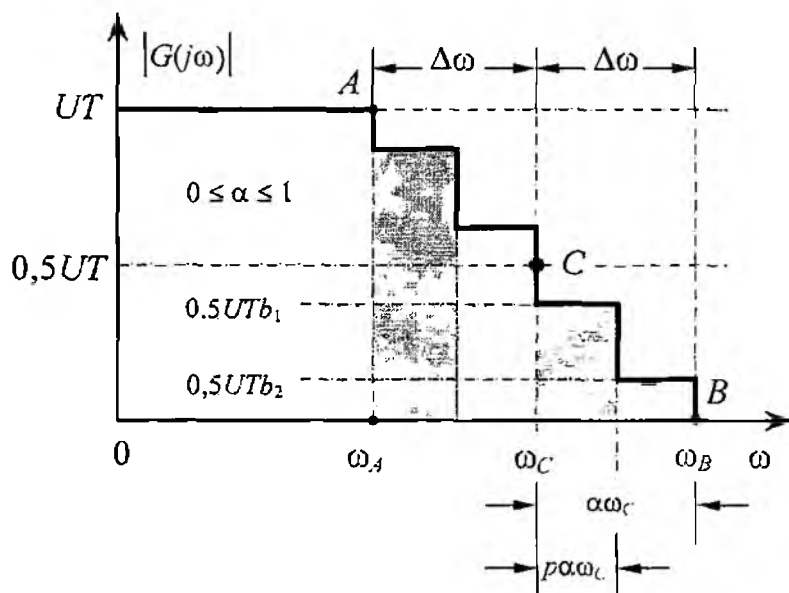


Рис. 2

Определяем вспомогательные функции

$$e_{c1}(t) = \int_{\omega_c}^{(1+p\alpha)\omega_c} e_1(\omega) \cdot \cos \omega t \, d\omega = \frac{1}{t} [\sin(1+p\alpha)\omega_c t - \sin \omega_c t]; \quad (8)$$

$$e_{c2}(t) = \int_{(1+p\alpha)\omega_c}^{\omega_B} e_2(\omega) \cdot \cos \omega t \, d\omega = \frac{1}{t} [\sin \omega_B t - \sin(1+p\alpha)\omega_c t]$$

и соответственно

$$e_{s1}(t) = \int_{\omega_c}^{(1+p\alpha)\omega_c} e_1(\omega) \cdot \sin \omega t \, d\omega = -\frac{1}{t} [\cos(1+p\alpha)\omega_c t - \cos \omega_c t]; \quad (9)$$

$$e_{s2}(t) = \int_{(1+p\alpha)\omega_c}^{\omega_B} e_2(\omega) \cdot \sin \omega t \, d\omega = -\frac{1}{t} [\cos \omega_B t - \cos(1+p\alpha)\omega_c t].$$

Подставляя (8) и (9) в (7), получаем окончательный результат:

$$g(t; b_1, b_2, p) = U \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} [1 - b_1 + b_2 \cos \alpha \omega_c t + (b_1 - b_2) \cos p \alpha \omega_c t]. \quad (10)$$

В табл. 1 приведены аналитические выражения сигнальных функций, свободных от МСИ, для некоторых комбинаций параметров b_1 и b_2 .

Таблица 1

№	b_1	b_2	$g(t; b_1, b_2, p), -\infty < t < \infty$
1	0	0	$U \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t}$
2	1	1	$U \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} \cos \alpha \omega_c t$
3	1	0	$U \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} \cos p \alpha \omega_c t$
4	0,5	0,5	$U \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} \cos^2 \frac{\alpha \omega_c t}{2}$
5	0,5	0	$U \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} \cos^2 \frac{p \alpha \omega_c t}{2}$
6	1	0,5	$U \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} \cos \frac{(1+p)\alpha \omega_c t}{2} \cos \frac{(1-p)\alpha \omega_c t}{2}$
7	0,5	0,25	$U \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{(1+p)\alpha \omega_c t}{2} \cos \frac{(1-p)\alpha \omega_c t}{2} \right)$

Рис. 3 иллюстрирует изменение формы многопараметрического селективного сигнала (10) при некоторых вариациях параметров b_1 , b_2 и p . Все кривые удовлетворяют критерию (1), т. е. принимают нулевые значения в эквидистантных точках kT , $k = \pm 1; \pm 2, \dots$

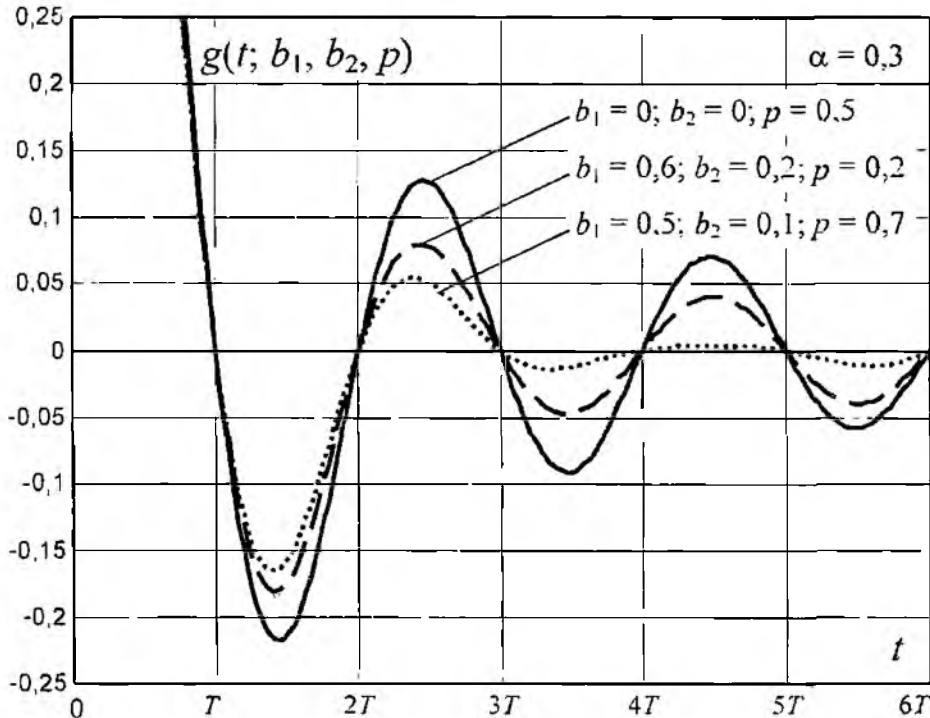


Рис. 3

Соответствующим подбором параметров можно синтезировать селективные сигналы, обладающие различными экстремальными свойствами [3].

В частности, можно получить сигнал с минимальными значениями боковых лепестков. Целевая функция при этом будет иметь вид

$$D(N; \alpha, b_1, b_2, p) = \sum_{k=1}^N \left| g \left[\frac{(2k+1)T}{2} \right] \right|. \quad (11)$$

Для минимизации (11) можно использовать один из известных методов [4].

В заключение следует отметить, что предложенный метод построения многопараметрических селективных сигналов с финитным спектром является достаточно общим и может служить удобным инструментом при решении различных задач, связанных с повышением эффективности цифровых систем связи.

Список литературы: 1. Сукачев Э.А. Общий подход к синтезу сигнальных функций, удовлетворяющих критериям Найквиста // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 123. С. 204 - 206. 2. Сукачев Э.А., Кожухарь И.Ф. Синтез и воспроизведение сигнальных функций в системах связи с коррелятивным кодированием // Праці УНДПРТ. 2000. № 4(24). С. 37 - 42. 3. Сукачев Э.А., Стрелковская И.В. Экстремальные свойства селективных сигналов при интерполяции их спектров кубическими сплайнами // Радиозлектроника. 2004. Т. 47, № 1. С. 32 - 37. (Изв. высш. учеб. заведений). 4. Аттеков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации. М.: Из-во МГТУ, 2003. 440 с.

*Одесская национальная академия связи
им. А. С. Попова*

Поступила в редколлегию 02 03 2007

ЦІНОВЕ РЕГУЛЮВАННЯ ДІЯЛЬНОСТІ ОПЕРАТОРІВ (ПРОВАЙДЕРІВ) ЩОДО НАДАННЯ ЗАГАЛЬНОДОСТУПНИХ (УНІВЕРСАЛЬНИХ) ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ ПОСЛУГ

Галузь зв'язку у будь-якій країні належить до галузі, що справляє вагомий вплив на її соціально-економічний розвиток. Як показує практика, раціональна економічна поведінка галузі стимулює економічне зростання та сприяє максимізації суспільного блага.

Розвиток телекомунікацій України, як основи національної інформаційної інфраструктури, є найважливішою складовою інфраструктури ринку, яка забезпечує задоволення суспільних потреб в телекомунікаційних послугах та є запорукою сталого розвитку економіки. Забезпечення стабільної роботи операторів телекомунікацій, які створюють та утримують місцеві мережі, можливе лише за умови збалансування тарифів, наближення їх розміру до собівартості та зменшення перехресного субсидування.

Тим часом у вітчизняній економічній літературі розробка наукових підходів до вирішення проблеми ціноутворення у сфері телекомунікацій тільки починається, оскільки об'єкт дослідження є якісно новим. Особливо актуальними в даному контексті є науково-методологічні основи визначення методів та інструментів цінового регулювання діяльності операторів (провайдерів) телекомунікацій щодо надання загальнодоступних (універсальних) телекомунікаційних послуг.

З огляду на зазначене автор вбачає своє завдання в тому, щоб охарактеризувати прогресивні методи ціноутворення у сфері телекомунікацій, запропоновані світовою економічною думкою; проаналізувати нинішній стан і проблеми цінового регулювання сфери телекомунікацій, обґрунтувати необхідність переходу від існуючої моделі ціноутворення до якісно нової, яка б дозволила нівелювати існуючі суперечності та хоча б наближено забезпечити досягнення балансу між економічною ефективністю та соціальною справедливістю.

Метою формування цін у сфері телекомунікацій є гармонійне поєднання попиту суспільства на телекомунікаційні послуги та інтересів операторів й провайдерів телекомунікацій, тому у процесі розробки тарифної політики необхідно врахувати рівень платоспроможності споживача, рівень цін конкурентів, а також покриття рівнем тарифу усіх витрат, пов'язаних з наданням послуг.

Одним з основних проявів низької ефективності встановлення тарифів у сфері телекомунікацій є їх стабільне зростання. З іншого боку, існуючі тарифи не покривають капітальних витрат щодо надання загальнодоступних (універсальних) телекомунікаційних послуг, а отже не забезпечують виробничої ефективності.

Тарифне регулювання включає інструменти регулювання тарифів на базові послуги, механізм забезпечення загальнодоступності послуг та регулювання взаємоз'єднання операторів. Розробка тарифної політики регулювання тарифів передбачає наступні етапи впровадження:

I. Визначення переліку послуг, тарифи на які потребують регулювання. Згідно з директивою Європейського Союзу щодо регулювання мереж та послуг електронного зв'язку передбачено процедуру аналізу ринку з метою визначення домінуючих операторів на ринку телекомунікацій. У разі виявлення недосконалої конкуренції на ринку регуляторний орган повинен регулювати тарифи домінуючого оператора та встановлювати їх на рівні витрат, щоб не допускати зловживання монопольною владою на ринку [6].

II. Розрахунок собівартості надання послуги. Директиви ЄС вимагають визначення рівня регульованих тарифів відповідно до рівня собівартості. Визначення тарифів вимагає розподілу витрат за видами послуг, що повинно перешкоджати подвійному обліку загальних витрат, оскільки у разі подвійного обліку тарифи можуть бути необґрунтовано завищеними.

III. Збалансування тарифів відповідно до витрат на надання послуг. Метою збалансування тарифів є встановлення тарифів на рівні собівартості, уникнення перехресного субси-

ування послуг місцевого та сільського зв'язку за рахунок інших видів зв'язку та збалансування структури тарифу. Структура тарифу місцевого зв'язку традиційної телефонії складається з плати за підключення, абонентської плати та плати за хвилину місцевих розмов після використання фіксованого обсягу трафіка.

Для того щоб визначити чи є нинішнє співвідношення плати за підключення, абонентської плати та плати за хвилину розмови оптимальним, необхідно проаналізувати ринок послуг місцевого телефонного зв'язку. Плата за підключення та абонентська плата мають включати фіксовані початкові витрати, пов'язані із наданням послуг телекомунікацій. Плата за хвилину розмови має відповідати змінним витратам, які пов'язані з проходженням трафіка. Для ефективного порівняння рівня тарифів на різних ринках застосовують так звані тарифні кошики, які дозволяють проводити порівняння телекомунікаційних тарифів, використовуючи кошик різних елементів для певної послуги. Порівняння витрат різних за рівнем способом споживання груп споживачів в Україні свідчить, що абонентська плата в Україні та країнах Східної Європи є заниженою відносно плати за хвилину місцевої розмови.

IV. Визначення методики тарифного регулювання. Метою запровадження методики тарифного регулювання, перш за все, є розробка правил перегляду тарифів, забезпечення передбачуваності тарифного регулювання та стимулювання операторів до збільшення продуктивності та зменшення тарифів.

Тарифи на загальнодоступні (універсальні) послуги в Україні підлягають державному регулюванню шляхом встановлення граничних або фіксованих їх розмірів. При цьому державне регулювання тарифів базується на наступних принципах:

- розрахунки тарифів на основі собівартості послуг з урахуванням отримання прибутку;
- залежність рівня тарифів від рівня якості телекомунікаційних послуг;
- недопущення встановлення демпінгових або дискримінаційних цін з боку окремих операторів, провайдерів телекомунікацій;
- необхідність уникнення перехресного субсидування одних телекомунікаційних послуг за рахунок інших;
- стягнення по часовій плати за фактичний час отримання споживачем телекомунікаційних послуг.

У світовій практиці існують такі основні методики регулювання цін на загальнодоступні (універсальні) телекомунікаційні послуги [5]:

1. Контрольоване встановлення тарифів. Спрямовується на соціальні аспекти та рівні можливості доступу до послуг зв'язку. При такому методі регулювання доходи телекомунікацій розглядаються як частина загальних доходів держави.

2. Метод довгострокових витрат приросту {Long-Run Incremental Cost (LRIC)}. Під витратами приросту розглядають зміну загальних витрат в результаті певного зростання обсягу послуг. Цей метод широко використовується регуляторними органами Австралії, Канади, Чілі, США, його також рекомендує Європейська Комісія. При застосуванні цього методу витрати на підключення абонентів базуються на витратах забезпечення лінії. Абонентська плата розраховується на підставі витрат приросту послуг, включаючи частину місцевої станції та абонентську лінію. Витрати дуже розрізняються залежно від території, щільності населення та інших факторів. *3. Цінова стеля (price cap).* Цей вид цінового регулювання, який полягає у використанні спеціальної формули, заздалегідь встановленої регуляторним органом для визначення того, наскільки домінуючий оператор може збільшувати ціни на послуги і використовується з метою застосування домінуючим оператором конкурентних цін. Згідно з методом цінової стелі оператор може збільшувати ціни відповідно до темпу інфляції за мінусом темпу зростання продуктивності. Індекс фактичних цін (API) – це середньозважені фактичні ціни оператора, які визначаються кожен рік для певного набору послуг. Формула розрахунку цінової стелі наступна:

$$API' \leq PCI'$$

$$PCI' = PCI'^{-1} \cdot (1 + I' - X)$$

$$PCI' = PCI'^{-1} \cdot (1 + CPI' - X)$$

де API' – індекс фактичних цін; PCI' – індекс цін Price Cap index, максимальне значення затвердженого API; CPI' – індекс споживчих цін, які зростають у вартості послуг; I' – показник інфляції; X – фактор продуктивності, який характеризує додатковий прибуток оператора при збільшенні продуктивності його виробництва.

Вперше цей вид цінового регулювання було запропоновано у Великобританії в 1984 році під час приватизації British Telecom. Регулювання за методом цінової стелі використовується сьогодні в усіх провідних країнах світу, таких як США, Канада, в країнах-членах Європейського Союзу.

4. *Розподіл витрат.* Оцінка витрат базується на записах бухгалтерських реєстрів оператора, що надає відповідні послуги витрат, представлених у вигляді витрат на одиницю наданої послуги.

5. *Метод "Витрати +"* При застосуванні цього методу тариф складається з частини коштів, що покривають оперативні витрати оператора на послуги та певної суми коштів для компенсації довгострокових витрат. Цей метод часто називають *регулюванням норми рентабельності*, що забезпечує операторів відносним рівнем визначеності щодо прогнозу доходів. При застосуванні цього методу спочатку розраховуються доходи оператора, діяльність якого регулюється, а потім ціни на окремі послуги коригуються таким чином, щоб забезпечити відповідний рівень доходів. Регулювання норми прибутку дозволяє не лише покривати прямі операційні та фінансові витрати, але й забезпечувати необхідне відтворення основних фондів. Недоліком цього методу тарифного регулювання є те, що відсутня потреба в мінімізації витрат.

Одним з основних завдань держави у сфері телекомунікацій є забезпечення доступу усім споживачам на всій території України до визначеного законом набору телекомунікаційних послуг. Ринкові механізми неспроможні забезпечити ліквідацію черги на встановлення телефонів найбільш біднішим громадянам та мешканцям сільських, гірських і віддалених регіонів, оскільки надання цієї послуги є збитковим.

Вибір методу залежить від мети, яку необхідно досягнути шляхом тарифного регулювання. Тарифне регулювання без визначеного механізму самостійно не може забезпечити загальнодоступності телекомунікаційних послуг, а вимагає запровадження відповідних інструментів та методик при здійсненні моніторингу ціноутворення в сфері телекомунікацій та витрат при формуванні операторами, провайдерами телекомунікацій тарифів на телекомунікаційні послуги.

У сфері телекомунікацій в Україні здійснюється контрольоване тарифне регулювання. Регульовані ціни – це ціни, рівень яких встановлюється згідно з нормативними актами у вигляді цінової стелі (верхня межа) й цінового порогу (нижня межа) та шляхом обмеження окремих складових цін (операційного прибутку, знижок тощо) з метою стримування не обґрунтованого зростання цін, усунення диспаритету в системі ціноутворення тощо. Регульовані ціни – це ціни перехідної економіки, які спонтанно з'явилися в Україні ще на початку реформи цін й були знаряддям трансформування державних цін у вільні ринкові ціни.

Аналіз деяких аспектів політики побудови тарифів на послуги зв'язку у країнах з розвинутою ринковою економікою показав, що існує значна розбіжність в принципах і методах формування тарифів у країнах з розвиненим телекомунікаційним ринком. Найбільш оптимальним і перспективним для галузі зв'язку України є використання основних принципів методу граничних цін.

Коротко розглянемо особливості застосування цього методу та проаналізуємо, наскільки він сприяє досягненню загальних цілей цінового регулювання, а саме – забезпеченню фінансування та економічної ефективності, а також досягненню соціальної справедливості. Цей

метод вдало поєднує у собі державне регулювання з вільним ціноутворенням в умовах формування ринкової інфраструктури. Тарифи, встановлені згідно з цим методичним підходом, за своєю суттю є рівноважними ринковими цінами. У перехідний період можливість застосування методу граничних цін є доцільною з таких причин:

1. Система граничних цін стимулює розвиток ефективної діяльності конкурентного ринку за допомогою відносної свободи тарифоутворення.

2. Метод забезпечує додаткові економічні стимули до зменшення собівартості послуг за умови підтримання певного рівня якості.

3. Під час переходу до ринкової економіки на початковій стадії небажано відмовлятися від регулювання, оскільки цей метод поєднує у собі державне регулювання з наданням оператору права вільного вибору остаточного рівня своїх тарифів на послуги зв'язку у встановлених межах.

У більшості країн, в тому числі й в Україні, незалежно від рівня доходів та лібералізації ринку, важко визначити рівень постійних та змінних витрат стосовно окремих груп споживачів чи надання окремої послуги. Найпоширенішим способом уникнення суперечок є визначення середньоарифметичної зваженої собівартості одиниці послуг, які надаються різними операторами. Для визначення галузевої собівартості одиниці послуги застосовується формула

$$СНП_r = \frac{СНП_1 M_1 + СНП_2 M_2 + СНП_3 M_3 + \dots + СНП_n M_n}{M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n} = \frac{\sum СНП \times M}{\sum M}$$

де $СНП_r$ – галузева собівартість одиниці послуги, грн.; $СНП$ – собівартість одиниці послуги в кожного конкретного оператора, грн.; n – кількість операторів, що надають конкретну послугу, од.; M – обсяг наданих послуг, од.

Єдина ціна, яка застосовується на території всієї країни, легко адмініструється та найменш вразлива до зовнішніх впливів. Усереднення цін (тарифів) може бути домінантною стратегією ціноутворення для домінуючих операторів.

Економічним аргументом на користь універсальності послуг є наявність позитивних зовнішніх ефектів (екстерналій). Існує два основних види екстерналій, які присутні при користуванні телефонними мережами загального користування: дзвінків та мережі.

Ця ситуація показана на рис. 1, де рівень підключення вказаний на нижній осі від 0 до 100 відсотків покриття. Переваги від екстерналій починають зростати між 30 та 60% рівня покриття. Застосування такого підходу обумовлюється наявністю дефіциту доступу (рис. 2).

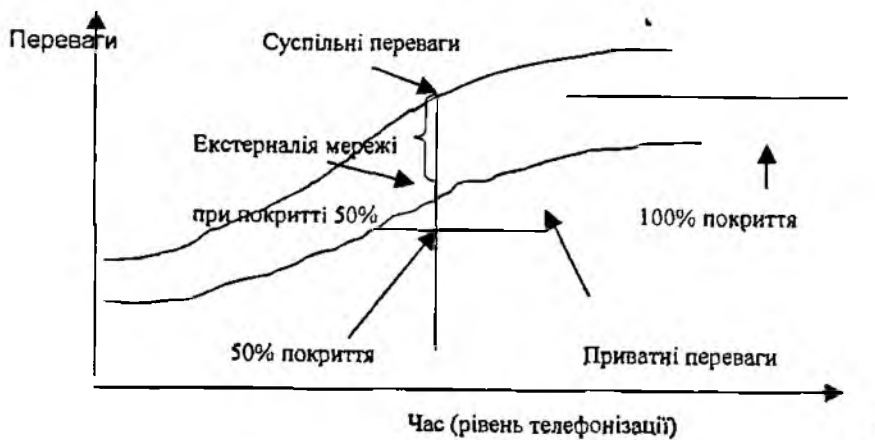


Рис. 1

Дослідження показують, що споживчий попит є не чутливим щодо ціни доступу. Виміром цієї чутливості є цінова еластичність попиту на доступ ϵ . Емпіричні докази також показують, що країни з низьким рівнем покриття, або значним рівнем сільського населення, мають достатньо високий абсолютний рівень ϵ .



Рис. 2

Гранична цінність лежить в основі ціни блага, а функція граничної цінності є, власне, функцією попиту [1]. Гранична цінність не є реальною суспільною цінністю останньої одиниці блага, а лише розрахунковою цінністю цієї останньої одиниці [2]. Наприклад, гранична цінність при наданні двох однакових телекомунікаційних послуг не є додатковою реальною цінністю додаткової другої послуги. Адже реально цінність кожної з отриманих двох однакових послуг дорівнюватиме ринковій ціні однієї послуги. Граничною споживчою цінністю другої послуги буде різниця між загальною індивідуальною споживчою цінністю двох послуг при отриманні двох послуг і загальною індивідуальною споживчою цінністю однієї послуги при отриманні однієї послуги.

Отже, показник граничної цінності має розрахунковий характер. Її доцільно було б характеризувати не як додаткову цінність (корисність) додаткової одиниці блага, а як приріст цінності (корисності) з розрахунку на кожну наступну одиницю блага, яка, згідно із законом спадаючої граничної корисності, зменшується із збільшенням кількості блага в міру задоволення потреб [3].

Що стосується граничних витрат, то сьогодні в маргінальній теорії цінності вони визначаються як додаткові витрати на додаткову одиницю виробленої продукції [4]. Граничні витрати – це межі, до яких оператор здійснює надання послуг, коли витрати у розрахунку на останню її одиницю практично зрівнюються з граничним доходом при різних економічних станах.

Кожний з конкретних дискретних економічних станів характеризується певною величиною та структурою застосовуваного капіталу, тобто величиною і структурою умовно-постійних та змінюваних витрат та питомими витратами на одиницю випуску, а отже, і величиною прибутку. В одному з таких станів при оптимальному обсязі надання послуг прибуток буде максимальним за умови мінімальних питомих витрат на одиницю послуги і відповідному співвідношенні між умовно-постійними та змінюваними витратами.

Розрахункові граничні витрати залежатимуть від змінюваних та загальних середніх витрат на одиницю в процесі переходу з одного економічного стану до іншого.

Граничний прибуток – це додатковий прибуток у розрахунку на кожну наступну послугу, як різниця між граничним доходом і граничними витратами на одну послугу, або як різниця між загальним прибутком у розрахунку на одну послугу між наступним і попереднім економічним станом у міру збільшення надання послуг [8].

Із зростанням граничних витрат граничний прибуток зменшується і при оптимальному обсягові надання послуг наближається до нуля. Коли граничні витрати практично зрівнюються з граничним доходом (ціною одиниці послуги), загальний прибуток буде максимальним.

Ця система формування граничних цін стимулює операторів підтримувати оптимальні тарифи, що задовольняють як операторів, так і споживачів, оскільки встановлюються на основі балансу між попитом та пропозицією. В той же час рівень тарифів не може перевищувати деякого визначеного рівня, що не дає змогу домінуючим операторам різко підвищувати ціни на свої

послуги. Зазначена система дає змогу ефективно контролювати діяльність усієї галузі і кожного оператора, зокрема. Крім того, такий напрям тарифної політики може захистити споживачів від різкого зростання цін під час інфляції й одночасно гарантувати операторам (провайдерам) телекомунікацій мінімальний прибуток. Метод регулювання цін на телекомунікаційні послуги шляхом встановлення граничних цін здатний також забезпечити довгострокову тарифну політику та її економічну стійкість у період переходу до ринкової системи господарювання.

Регулювання тарифів для забезпечення загальнодоступності телекомунікаційних послуг вимагає створення спеціального механізму соціальної доступності послуг телекомунікацій, що є одним з основних питань соціальної, економічної та політичної точок зору в Україні на найближчу перспективу.

Список літератури: 1. *Львов Ю А.* Основы экономики и организации бизнеса. СПб.: Формика, 1993. 2. *Маршалл А.* Принципы экономической науки: В 2-х т. Т.11 / Пер.с англ. М.: Прогресс. 1993. 3. *Кушнір В.* Категорія вартості в економіці: зародження і трансформація змісту. Харків: Еспада. 2005. 4. *Самуэльсон П.* Экономика. М.: Прогресс, 1964. 5. *InfoDev Telecommunications Regulation Handbook*, Toronto: McCarthy Tetrault; Intven, Hank. editor (2000) (<http://www.infodev.org/projects//314regulationhandbook/>). 6. *Структурно-інституційний аналіз галузевих ринків // Наукова доповідь за ред. д-ра екон. наук проф. Точиліна В.О.* Інститут економіки та прогнозування НАН України, 2006. 79 с. 7. *Шерер Ф.М., Росс Д.* Структура отраслевых рынков / Пер. с англ. М.: Инфра-М, 1997. 698 с. 8. *The Pocket Oxford Dictionary of Current English // Revised Eighth Edition.* New York: Oxford University Press, 1996. P. 543 9. *Звіт щодо діяльності Національної комісії з питань регулювання зв'язку України за 2006 рік* [www. NKRZ.GOV.UA](http://www.NKRZ.GOV.UA)

*Департамент економіки та фінансів
національної комісії з питань регулювання
зв'язку України. Київ*

Надійшла до редколегії 21.02.2007

СУМІСНА ФІЛЬТРАЦІЯ ДИСКРЕТНО-НЕПЕРЕРВНИХ ТА НЕПЕРЕРВНИХ МАРКІВСЬКИХ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ

Модель спостереження

У роботі [1] запропонований метод синтезу алгоритмів сумісної фільтрації дискретно-неперервного марківського процесу (ДНМП), що спостерігається на фоні адитивного білого гаусівського шуму (АБГШ). Визначальною та відмінною рисою зазначеного методу від відомих раніше є наявність в одержуваних схемах фільтрації неперервних неінформаційних компонент сигналу зворотнього зв'язку по дискретному інформаційному параметру цифрового сигналу (ЦС). Безперечний практичний інтерес викликає розвиток цього підходу на випадки, коли дискретно-неперервних марківських процесів, які підлягають оцінці, більше одного. У [2] доведено, що апостеріорний розподіл дискретних станів сукупного (групового) дискретного марківського процесу (ДМП), який формально утворюється суперпозицією ДМП та ланцюгів Маркова, що присутні у спостереженні ДНМП, також має експоненційну форму, якщо тільки апостеріорна щільність розподілу неперервних марківських параметрів (НМП) підпорядковується гаусівському закону. Тоді методи статистичної теорії розділення цифрових сигналів, що являють собою перетворення групового сигналу (апостеріорного розподілу ймовірностей його групового дискретного параметру (ДП)) в індивідуальні сигнали (апостеріорні розподіли індивідуальних ДП) є конструктивними стосовно класу задач, що пропонуються для розгляду. Це є доцільним через те, що задачі редукції алгоритмів оптимального розділення взаємно заважаючих цифрових сигналів, що описуються відповідними ДНМП, шляхом застосування апостеріорних розподілів ДП групового ЦС, у значній частині вже вирішені [2]. Якщо у спостереженні, крім деякої сукупності ДНМП, додатково присутні неперервні марківські процеси (НМП), то експоненційна форма апостеріорних розподілів групового та індивідуальних ДП зберігається [2, 3].

У загальному випадку, коли у спостереженні присутні ДНМП (у яких дискретні компоненти завдані процесами чи ланцюгами Маркова) та деяка кількість НМП, модель процесу, що фільтрується, може бути наведена у вигляді

$$y_i = \sum_{r=1}^n \lambda_r(r, t) + \sum_{j=n+1}^m \lambda_j(t) + n(t). \quad (1)$$

Отримання загального рішення задачі фільтрації процесу (1), що містить $n = 2, 3, \dots$ ДНМП $\lambda_i(r, t)$, $i = \overline{1, n}$, які у свою чергу містять ДМП $r_i = \overline{0, m_i - 1}$, $m_i = 2, 3, \dots$, та $m - n = 1, 2, \dots$ НМП λ_j , $j = \overline{n+1, m}$ на фоні АБГШ $n(t)$, є проблематичним, зважаючи на низку причин – ДМП можуть бути описані розривними марківськими процесами (що характерно для опису асинхронних адресних систем [4] або хаотичних імпульсних завод [5 та ін.]) або ланцюгами Маркова (що є природним при вирішенні задач оптимального розділення ЦС, гетерохронних або синхронних за тактовими точками). Крім того, функції $\lambda_i(r, t)$, $i = \overline{1, n}$ визначаються видом інформаційної маніпуляції параметром $r_i = \overline{0, m_i - 1}$, який, в свою чергу, не виключає залежності не тільки від фіксованого поточного значення ДП r_i , а й від значення часу $t \in [t_{k-1}, t_k)$; $t_k - t_{k-1} = T$, де T – довжина інформаційного тактового інтервалу. Така залежність має місце при частотній маніпуляції з мінімальним зсувом, мінімальній маніпуляції зі зсувом [6 та ін.].

Розглянемо задачу фільтрації спостереження (що викликає інтерес у статистичній теорії зв'язку), яке містить два ($n = 2$) ДНМП та деяку кількість НМП ($m = 1, 2, \dots$). причому взаємозв'язок $\lambda_i(r, t) = (-1)^r \lambda_i(t)$, $r_i = \overline{0, 1}$ відповідає класичній двійковій фазовій маніпуляції (ФМ):

$$y_i = \sum_{l=1}^2 (-1)^l \lambda_l(t) + \sum_{j=1}^m \lambda_j(t) + n(t). \quad (2)$$

У моделі (2) у відповідності з теоремою Дуба [7] сума марківських НМП виду λ_j , $j = \overline{n+1, m}$ є також марківським (у загальному випадку векторним) процесом. Припустимо також, що перший з двох ДНМП, що є моделлю корисного ЦС, містить додаткову двійкову ФМ псевдовипадковою послідовністю (ПВП), що розширює його спектр. У такому випадку модель спостереження (2) конкретизується до вигляду (для простоти викладення припустимо також, що дозволені моменти зміни ДП r_i співпадають, тобто обидва ЦС синхронні за тактовими точками):

$$y_i = \gamma(k, v) (-1)^{r_{c_1}^{(k)}} \lambda_{c_1}(t) + (-1)^{r_{c_2}^{(k)}} \lambda_{s_1}(t) + \lambda_{s_2}(t) + n(t), \quad (3)$$

$$\text{де } \gamma(k, v) = \begin{cases} \pm 1, & t \in [t_{k-1} + (v-1)\frac{T}{N}, t_{k-1} + v\frac{T}{N}) ; \\ 0, & t \notin [t_{k-1} + (v-1)\frac{T}{N}, t_{k-1} + v\frac{T}{N}) ; \end{cases}$$

$$r_{c_1, 2}^{(k)} = \overline{0, 1}; \quad k = 1, 2, 3, \dots; \quad v = \overline{1, N}; \quad t \in [t_{k-1}, t_k), \quad T = t_k - t_{k-1}.$$

У (3) $n(t)$ – АБГШ з односторонньою спектральною щільністю потужності N_0 ; T – довжина інформаційного тактового інтервалу, k – його номер; N – база сигналу, v – номер субелемента ПВП на поточному тактовому інтервалі. ДП r_c та r_s описуються апіорними ймовірностями станів $p(r_{c_1} = 0)$; $p(r_{c_1} = 1)$ та (2*2)-матрицями перехідних імовірностей $\|\pi_{c_1, s_1}(r_{c_1}^{(k)} / r_{c_1}^{(k)})\|$, а НМП λ_{c_1} , λ_{s_1} , λ_{s_2} – стохастичними диференційними рівняннями першого порядку:

$$\dot{\lambda}_{c_1} = -\alpha(\lambda_{c_1} - \lambda_{c_1,0}) + n_{\lambda_{c_1}}, \quad \dot{\lambda}_{s_1} = -\beta(\lambda_{s_1} - \lambda_{s_1,0}) + n_{\lambda_{s_1}}, \quad \dot{\lambda}_{s_2} = -\theta(\lambda_{s_2} - \lambda_{s_2,0}) + n_{\lambda_{s_2}}, \quad (4)$$

де $n_{\lambda_{c_1}}$, $n_{\lambda_{s_1}}$, $n_{\lambda_{s_2}}$ – АБГШ. При представленні НМП у моделі (3) рівняннями (4) вони являють собою дифузійні марківські процеси [3, 7 та ін.], що суттєво полегшує вирішення поставленої задачі фільтрації [2-5, 7]. Будемо також вважати, що НМП (4) повільно змінюються в межах інформаційного тактового інтервалу, тобто $\tau_{\lambda} \gg T$.

Синтез вирішуючих правил

При виборі у якості критерію оптимальності мінімуму середньої ймовірності помилки на двійковий (інформаційний) символ вирішуюче правило має вигляд

$$r_c^* = \text{rect} [p(r_c = 1 / y_i) - p(r_c = 0 / y_i)] = \text{rect} \left[\sum_{r_s=0}^1 p(r_c = 1, r_s / y_i) - \sum_{r_s=0}^1 p(r_c = 0, r_s / y_i) \right]. \quad (5)$$

де $\text{rect}(x \geq 0) = 1$; $\text{rect}(x < 0) = 0$; $p(r_c / y_i)$, $p(r_c, r_s / y_i)$ – апостеріорні ймовірності станів ДП r_c сигналу та групового ДП (r_c, r_s) , що формально утворюється дискретними параметрами сигналу та завади.

У відповідності з викладеним, апостеріорні ймовірності ДП (r_c, r_s) мають вигляд [1-5 та ін.]:

$$p(r_c, r_s / y_i) = \frac{p(r_c, r_s / y_i, t_{k-1} + 0) \exp \int_{t_{k-1}}^{t_k} F(y_i, \gamma(k, v) (-1)^{r_c} \lambda_{c_1}^*, (-1)^{r_s} \lambda_{s_1}^*, \lambda_{s_2}^*, t) dt}{\sum_{r_c=0}^1 \sum_{r_s=0}^1 p(r_c, r_s / y_i, t_{k-1} + 0) \exp \int_{t_{k-1}}^{t_k} F(y_i, \gamma(k, v) (-1)^{r_c} \lambda_{c_1}^*, (-1)^{r_s} \lambda_{s_1}^*, \lambda_{s_2}^*, t) dt}. \quad (6)$$

Тут ПВП $\gamma(k, v)$ визначена в моделі спостереження (3). λ_c^* , λ_{s1}^* , λ_{s2}^* – оцінки λ_c , λ_{s1} , λ_{s2} . Далі припустимо, що стани двійкових ДП r_c та r_s взаємно незалежні та рівноймовірні:

$$p(r_c, r_s) = p(r_c) \cdot p(r_s); \quad p(r_c \in \overline{0,1}) = p(r_s \in \overline{0,1}) = 0,5.$$

Запишемо функцію у показнику експоненти, що входить у (6), з урахуванням моделі (3) у явному вигляді [1-5 та ін.]:

$$F(y, \gamma(k, v)(-1)^{r_c} \lambda_c^*, (-1)^{r_s} \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t) = \frac{1}{N_0} \left[2y_t (\gamma(k, v)(-1)^{r_c} \lambda_c^* + (-1)^{r_s} \lambda_{s1}^* + \lambda_{s2}^*) - \lambda_c^{*2} - \lambda_{s1}^{*2} - \lambda_{s2}^{*2} - 2\gamma(k, v)(-1)^{r_c} \lambda_c^* \lambda_{s2}^* - 2(-1)^{r_s} \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^* - 2\gamma(k, v)(-1)^{r_c+r_s} \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^* \right]. \quad (7)$$

Вираз (7) є похідною за часом від логарифма функціонала правдоподібності, що є складовою апостеріорної імовірності (6).

Введемо позначення:

$$\begin{aligned} B_c &= \frac{2\gamma(k, v)}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \lambda_c (y_t - \lambda_{s2}^*) dt = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} b_c dt; \\ B_s &= \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \lambda_{s1} (y_t - \lambda_{s2}^*) dt = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} b_s dt; \\ R &= \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* dt = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \rho dt. \end{aligned} \quad (8)$$

Далі отримаємо вирішуюче правило (5) у явному вигляді, використовуючи позначення (8) і підставляючи послідовно (7) у (6), а результат – у (5):

$$r_c^* = \text{rect}[-thB_c + thB_s, th2R] = \text{rect}[-B_c + \text{Arth}(thB_s, th2R)], \quad (9)$$

де $\text{rect}(x \geq 0) = 1$; $\text{rect}(x < 0) = 0$.

Аналогічно можна отримати вирішуюче правило для ДП завади r_s :

$$r_s^* = \text{rect} \left[\sum_{r_c=0}^1 p(r_s = 1, r_c / y_t) - \sum_{r_c=0}^1 p(r_s = 0, r_c / y_t) \right] = \text{rect}[-B_s + \text{Arth}(thB_c, th2R)]. \quad (10)$$

При отриманні вирішуючих правил ураховано, що додатній співмножник виду $\exp \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} (2y_t \lambda_{s2}^* - \lambda_c^{*2} - \lambda_{s1}^{*2} - \lambda_{s2}^{*2}) dt > 0$ присутній у всіх складових аргументів вирішуючих правил і може бути спростований, а функція $\text{Arth}(\cdot)$ завдяки своїй непарності та монотонності на знаки аргументів у (9) та (10) не впливає.

Визначимо, що отримані вирішуючі правила мають зовнішню структуру, яка співпадає з структурою алгоритму розділення двох синхронних за тактовими точками двійкових ФМ-сигналів, оптимального за критерієм мінімуму середньої ймовірності помилки на двійковий інформаційний ДП [2]. Відмінним є наявність на виходах кореляторів сигнальної та заводової гілок (у величинах B_c , B_s , – див. (8)) неманіпульованої дифузійної марківської завади λ_{s2} .

Оцінка неінформаційних неперервних параметрів сигналу і завод

Для забезпечення функціонування вирішуючого правила (9) необхідно вирішити задачу оцінки λ_c^* , λ_{s1}^* , λ_{s2}^* НМП λ_c , λ_{s1} , λ_{s2} . Можна припустити, що, у свою чергу, аналогічно [1], для отримання таких оцінок необхідно буде мати поточні (“м’які”) рішення про стани ДП сигналу та завади виду:

$$th[-B_c(t) + Arth(thB_s(t)th2R(t))]; th[-B_s(t) + Arth(thB_c(t)th2R(t))]. \quad (11)$$

У (11), на відміну від позначень (8), при формуванні величин $B_c(t)$, $B_s(t)$, $R(t)$ верхня межа інтегрування не є фіксованою і змінюється у межах поточного тактового інтервалу $t \in [t_{k-1}, t_k]$.

З метою отримання рівнянь фільтрації НМП у спостереженні (3) (аналогічно [1, 3, 4 та ін.]) послідовно виконаємо осереднення функції (7) за r_c , r_s , а потім диференціювання за λ_c , λ_{s1} та λ_{s2} :

$$\begin{aligned} & \left\langle F \left[y_t, \gamma(k, v) (-1)^r \lambda_c^*, (-1)^r \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t \right] \right\rangle_{r_c, r_s} = F(y_t, \gamma(k, v) \lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t) = \\ & = \sum_{r_c=0}^1 \sum_{r_s=0}^1 F(y_t, \gamma(k, v) (-1)^r \lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t) \cdot p(t, r_c, r_s | \gamma(k, v) \lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t). \end{aligned} \quad (12)$$

Вважаючи процеси λ_c^* , λ_{s1}^* , λ_{s2}^* у відповідності до моделі (4) дифузійними та використовуючи прийняті у цьому випадку гаусівські наближення для щільності ймовірності $p(t, r_c, r_s | \gamma(k, v) \lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t)$ [1, 3-5, 7], з (12) отримуємо:

$$\begin{aligned} & F(y_t, \gamma(k, v) \lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t) = K^{-1} \frac{2}{N_0} \times \\ & \times \left[y_t (\gamma(k, v) \lambda_c^* + \lambda_{s1}^* + \lambda_{s2}^*) - \frac{1}{2} (\lambda_c^{*2} + \lambda_{s1}^{*2} + \lambda_{s2}^{*2}) - \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* - \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* - \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^* \right] \times \\ & \times \exp \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[y_t (\gamma(k, v) \lambda_c^* + \lambda_{s1}^*) - \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* - \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* - \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^* \right] dt + \\ & + \left[y_t (\gamma(k, v) \lambda_c^* - \lambda_{s1}^* + \lambda_{s2}^*) - \frac{1}{2} (\lambda_c^{*2} + \lambda_{s1}^{*2} + \lambda_{s2}^{*2}) + \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* - \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* + \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^* \right] \times \\ & \times \exp \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[y_t (\gamma(k, v) \lambda_c^* - \lambda_{s1}^*) + \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* - \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* + \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^* \right] dt + \\ & + \frac{1}{N_0} \left[-2 y_t (\gamma(k, v) \lambda_c^* - \lambda_{s1}^*) - \lambda_c^{*2} - \lambda_{s1}^{*2} + 2 \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* \right] dt \times \\ & + \left[y_t (-\gamma(k, v) \lambda_c^* + \lambda_{s1}^* + \lambda_{s2}^*) - \frac{1}{2} (\lambda_c^{*2} + \lambda_{s1}^{*2} + \lambda_{s2}^{*2}) + \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* + \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* - \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^* \right] \times \\ & \times \exp \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[y_t (-\gamma(k, v) \lambda_c^* + \lambda_{s1}^*) + \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* + \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* - \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^* \right] dt + \\ & + \left[y_t (-\gamma(k, v) \lambda_c^* - \lambda_{s1}^* + \lambda_{s2}^*) - \frac{1}{2} (\lambda_c^{*2} + \lambda_{s1}^{*2} + \lambda_{s2}^{*2}) - \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* + \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* + \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^* \right] \times \\ & \times \exp \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[y_t (-\gamma(k, v) \lambda_c^* - \lambda_{s1}^*) - \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* + \gamma(k, v) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* + \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^* \right] dt. \end{aligned} \quad (13)$$

Тут також враховано, що співмножник виду

$$\exp \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} (y_t \lambda_{s2}^* - \frac{1}{2} (\lambda_c^{*2} + \lambda_{s1}^{*2} + \lambda_{s2}^{*2})) dt > 0$$

присутній у всіх складових чисельника та знаменника K і тому може бути спростований. Відповідно,

$$\begin{aligned}
K = & \exp \frac{2}{N_0} \int_{t_{i-1}}^{t_i} [\gamma_i (\gamma(k, \nu) \lambda_c^* + \lambda_{s1}^*) - \gamma(k, \nu) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* - \gamma(k, \nu) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* - \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^*] dt + \\
& + \exp \frac{2}{N_0} \int_{t_i}^{t_{i+1}} [\gamma_i (\gamma(k, \nu) \lambda_c^* - \lambda_{s1}^*) + \gamma(k, \nu) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* - \gamma(k, \nu) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* + \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^*] dt + \\
& + \exp \frac{2}{N_0} \int_{t_{i+1}}^{t_{i+2}} [\gamma_i (-\gamma(k, \nu) \lambda_c^* + \lambda_{s1}^*) + \gamma(k, \nu) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* + \gamma(k, \nu) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* - \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^*] dt + \\
& + \exp \frac{2}{N_0} \int_{t_{i+2}}^{t_{i+3}} [\gamma_i (-\gamma(k, \nu) \lambda_c^* - \lambda_{s1}^*) - \gamma(k, \nu) \lambda_c^* \lambda_{s1}^* + \gamma(k, \nu) \lambda_c^* \lambda_{s2}^* + \lambda_{s1}^* \lambda_{s2}^*] dt.
\end{aligned} \tag{14}$$

Перепишемо (13) та (14) з урахуванням введених вище позначень (8) (де верхню межу інтегрування будемо вважати нефіксованою) та додатково введеного з метою скорочення запису позначення:

$$e = \gamma_i \lambda_{s2}^* - \frac{1}{2} (\lambda_c^{*2} + \lambda_{s1}^{*2} + \lambda_{s2}^{*2}). \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
F(\gamma_i, \gamma(k, \nu) \lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t) = & \frac{2}{KN_0} [[b_c + b_s - 2\rho + e] \times \exp[B_c(t) + B_s(t) - 2R(t) + \\
& + [b_c - b_s + \rho + e] \times \exp[B_c(t) - B_s(t) + 2R(t)] + [-b_c + b_s + \rho + e] \times \exp[-B_c(t) + B_s(t) + 2R(t)] + \\
& + [-b_c - b_s - \rho + e] \times \exp[-B_c(t) - B_s(t) - 2R(t)]] .
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
K = & \exp[B_c(t) + B_s(t) - 2R(t)] + \exp[-B_c(t) - B_s(t) + 2R(t)] + \\
& + \exp[-B_c(t) + B_s(t) + 2R(t)] + \exp[-B_c(t) - B_s(t) - 2R(t)].
\end{aligned} \tag{17}$$

Приведемо (16) та (17) до вигляду, який містить гіперболічні функції:

$$K = 4(chB_c(t)chB_s(t)ch2R(t) - shB_c(t)shB_s(t)sh2R(t)) > 0. \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
F(\gamma_i, \gamma(k, \nu) \lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t) = & \frac{8}{KN_0} [b_c (shB_c(t)chB_s(t)ch2R(t) - chB_c(t)shB_s(t)sh2R(t)) + \\
& + b_s (chB_c(t)shB_s(t)ch2R(t) - shB_c(t)chB_s(t)sh2R(t)) + \rho (chB_c(t)chB_s(t)sh2R(t) - \\
& - shB_c(t)shB_s(t)ch2R(t)) + e (chB_c(t)chB_s(t)ch2R(t) - shB_c(t)shB_s(t)sh2R(t))].
\end{aligned} \tag{19}$$

Підставимо (18) у (19) та поділимо чисельник та знаменник на

$$chB_c(t)chB_s(t)ch2R(t) > 0 :$$

$$\begin{aligned}
F(\gamma_i, \gamma(k, \nu) \lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t) = & \frac{2}{N_0 (1 - thB_c(t)thB_s(t)th2R(t))} \times \\
& \times [b_c (thB_c(t) - thB_s(t)th2R(t)) + b_s (thB_s(t) - thB_c(t)th2R(t)) + \\
& + \rho (th2R(t) - thB_c(t)thB_s(t)) + e (1 - thB_c(t)thB_s(t)th2R(t))] = \\
= & \frac{2}{N_0} [b_c th[B_c(t) - Arth(thB_s(t)th2R(t))] + b_s th[B_s(t) - Arth(thB_c(t)th2R(t))] + \\
& + \rho th[2R(t) - Arth(thB_c(t)thB_s(t))] + e].
\end{aligned} \tag{20}$$

При отриманні (20) використане еквівалентне перетворення $th(a - b) = (tha - thb) / (1 - thathb)$ [8].

Продиференціюємо (20) послідовно за λ_c^* , λ_{s1}^* та λ_{s2}^* :

$$(F(y, \gamma(k, v)\lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t))'_{\lambda_c^*} = \frac{2}{N_0} [\gamma(k, v)(y, -\lambda_{s2}^*)th[B_c(t) - Arth(thB_s(t)th2R(t))] + \gamma(k, v)\lambda_{s2}^*th[2R(t) - Arth(thB_c(t)thB_s(t)) - \lambda_c^*]; \quad (21)$$

$$(F(y, \gamma(k, v)\lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t))'_{\lambda_{s1}^*} = \frac{2}{N_0} [(y, -\lambda_{s2}^*)th[B_s(t) - Arth(thB_c(t)th2R(t))] + \gamma(k, v)\lambda_c^*th[2R(t) - Arth(thB_c(t)thB_s(t)) - \lambda_{s1}^*]; \quad (22)$$

$$(F(y, \gamma(k, v)\lambda_c^*, \lambda_{s1}^*, \lambda_{s2}^*, t))'_{\lambda_{s2}^*} = \frac{2}{N_0} [-\gamma(k, v)\lambda_c^*th[B_c(t) - Arth(thB_s(t)th2R(t))] - \lambda_{s1}^*th[B_s(t) - Arth(thB_c(t)th2R(t))] + y, -\lambda_{s2}^*]. \quad (23)$$

При отриманні наведених похідних також враховано, що $[th\phi(x)]'_x = [1 - th^2\phi(x)] \cdot [\phi(x)]'_x$ швидко зменшується при зростанні $\phi(x)$, швидкість зростання якої у межах, прийнятих для моделі спостереження (4) – не вище лінійної (див. (8)).

Запишемо рівняння фільтрації для математичних очікувань λ_c^* , λ_{s1}^* та λ_{s2}^* , але спочатку покажемо, що характер поведінки добутку

$$th[B_c(t) - Arth(thB_s(t)th2R(t))] \cdot th[B_s(t) - Arth(thB_c(t)th2R(t))], \quad (24)$$

(що описує пропедури одночасного «м'якого» зняття маніпуляції сигналу і завади) та співмножника

$$th[2R(t) - Arth(thB_c(t)thB_s(t))], \quad (25)$$

який не піддається простому фізичному трактуванню, завжди однаковий, але протилежний за знаком складників. Цей факт дасть змогу записати процедури фільтрації НМП λ_c^* , λ_{s1}^* та λ_{s2}^* у вигляді, що полегшує їх фізичне трактування і реалізацію.

Перемножуючи на невід'ємний співмножник $[1 - thB_c(t)thB_s(t)th2R(t)]^2$, з (24) отримуємо:

$$[thB_c(t) - thB_s(t)th2R(t)][thB_s(t) - thB_c(t)th2R(t)] = th2R(t)[thB_c(t)thB_s(t)th2R(t) - th^2B_c(t) - th^2B_s(t)] + thB_c(t)thB_s(t). \quad (26)$$

Тут, враховуючи, що $|th2R(t)| < 1$, співмножник

$$K_1 = thB_c(t)thB_s(t)th2R(t) - th^2B_c(t) - th^2B_s(t) < 0.$$

Аналогічно, з (25) отримуємо

$$[th2R(t) - thB_c(t)th2R(t)][1 - thB_c(t)thB_s(t)th2R(t)] = -th2R(t)[1 + th^2B_c(t) \cdot th^2B_s(t) - thB_c(t)thB_s(t)th2R(t)] - thB_s(t)thB_c(t). \quad (27)$$

У свою чергу, співмножник

$$K_2 = 1 + th^2B_c(t) \cdot th^2B_s(t) - thB_c(t)thB_s(t)th2R(t) > 0.$$

Одночасно, другі складники у (26) та (27) однакові, але протилежні за знаком.

Складемо таблицю.

З таблиці видно, що з точністю до інверсії знаків складових у (26) та (27) модулі співмножників K_1 та K_2 змінюються однаково – якщо поєднання знаків аргументів під функціями $th(\cdot)$ приводять до зростання модуля співмножника K_1 , то модуль співмножника K_2 також зростає. Крім того, якщо модулі K_1 та K_2 зменшуються, то знаки складових у (26) та (27) по-

парно відрізняються, а якщо навпаки, зростають – то співпадають. Тобто, зменшення модулів співмножників K_1 та K_2 приводить до «уповільнення» процесів деманіпуляції, і навпаки.

Знаки аргументів під $th(\cdot)$			Характер зміни модулів співмножників		Знаки складових		
$B_c(t)$	$B_s(t)$	$R(t)$	K_1	K_2	$R(t)K_1$	$R(t)K_2$	$thB_c(t) \cdot thB_s(t)$
+	+	+	↓	↓	-	+	+
+	-	+	↓	↓	-	+	-
-	+	+	↓	↓	-	+	-
-	-	+	↓	↓	-	+	+
+	+	-	↓	↓	+	-	+
+	-	-	↓	↓	+	-	-
-	+	-	↓	↓	+	-	-
-	-	-	↓	↓	+	-	+

Повна еквівалентність процедур реманіпуляції (24) та (25) досягається за умов $|B_c| \gg 1$, $|B_s| \gg 1$, $|R| \gg 1$. Тоді можна припустити, що $thB \cong signB$, де $sign(B \geq 0) = 1$, $sign(B < 0) = -1$.

Введемо додаткові позначення:

$$h_c^2 = \frac{\lambda_c^2 T}{N_0}; \quad h_s^2 = \frac{\lambda_{s1}^2 T}{N_0};$$

$$B_c = 2(-1)^r h_c^2 + 2(-1)^r R + n_{uc}; \quad B_s = 2(-1)^r h_s^2 + 2(-1)^r R + n_{uc}.$$

У цьому випадку (24) переписеться у вигляді:

$$th[2(-1)^r h_c^2 + 2(-1)^r R + n_{uc} - sign[2(-1)^r h_s^2 + 2(-1)^r R + n_{uc}] \cdot 2R] \times \\ \times th[2(-1)^r h_s^2 + 2(-1)^r R + n_{uc}] - sign[2(-1)^r h_c^2 + 2(-1)^r R + n_{uc}] \cdot 2R].$$

Вважаючи тут та далі, що $h_c^2 > h_s^2$ і нехтуючи постійними коефіцієнтами та шумовими складовими, отримуємо (враховуючи, що за визначенням $sign(-1)^r = (-1)^r$):

$$sign[(-1)^r h_c^2 + (-1)^r R - (-1)^r R] \cdot sign[(-1)^r h_s^2 + (-1)^r R - (-1)^r R] = (-1)^{r+r}.$$

Аналогічно, з (25) отримуємо:

$$th [2R - sign[2(-1)^r h_s^2 + 2(-1)^r R] \cdot [2(-1)^r h_c^2 + 2(-1)^r R]] = \\ = sign[2R - (-1)^r [(-1)^r h_c^2 + (-1)^r R]] = (-1)^{r+r}.$$

Тепер, використовуючи відомі [1, 3 та ін.] наближені рішення рівняння фільтрації та вищевикладені міркування, нехтуючи взаємними кумулянтними зв'язками, отримуємо:

$$\dot{\lambda}_c^* = \alpha(\lambda_c^* - \lambda_{c0}^*) - \frac{2K_{\alpha}}{N_0} [(y_t - \lambda_{s1}^* th[-B_s(t) + Arth(thB_c(t)th2R(t))] - \lambda_{s2}^*) \times \\ \times \gamma(k, \nu) th[-B_c(t) + Arth(thB_s(t)th2R(t))] - \lambda_c^*]; \\ \dot{\lambda}_{s1}^* = \beta(\lambda_{s1}^* - \lambda_{s10}^*) - \frac{2K_{\beta}}{N_0} [(y_t - \gamma(k, \nu) \lambda_c^* th[-B_c(t) + Arth(thB_s(t)th2R(t))] - \lambda_{s2}^*) \times \\ \times th[-B_s(t) + Arth(thB_c(t)th2R(t))] - \lambda_{s1}^*]; \quad (28)$$

$$\hat{\lambda}_{s_2}^* = \vartheta(\lambda_{s_2}^* - \lambda_{s_{20}}) - \frac{2K_{s_2}}{N_0} [(y_i - \gamma(k, v)\lambda_c^* th[-B_c(t) + Arth(thB_s(t)th2R(t))] - \lambda_{s_1}^* th[-B_s(t) + Arth(thB_c(t)th2R(t))]) - \lambda_{s_2}^*].$$

Структурна схема алгоритму сумісної фільтрації спостереження (3), оптимального за критерієм мінімуму середньої ймовірності помилки $p(r_c^* = 1 - r_c)$ у ДП корисного сигналу наведена на рис. 1. Ця схема максимально спрощена з єдиною метою продемонструвати взаємозв'язок процесів, що описуються процедурами прийняття рішень (9) та (10) і процедурами фільтрації (28). У схемі додатково наведені фільтри Φ_α , Φ_β , Φ_ϑ у гілках формування оцінок λ_c^* , $\lambda_{s_1}^*$, $\lambda_{s_2}^*$, параметри яких визначаються коефіцієнтами α , β та ϑ відповідно моделі спостереження (4). Тут ВП – вирішуючий пристрій $rect(\cdot)$ (9).

Таким чином, запропоновано підхід до сумісної оптимальної фільтрації дискретно-неперервних і неперервних марківських процесів та отримано приклад синтезу, які можуть мати практичне значення. Як і очікувалось, алгоритм сумісної фільтрації НМП λ_c^* , $\lambda_{s_1}^*$, $\lambda_{s_2}^*$ характеризується наявністю зворотніх взаємних компенсаційних зв'язків і супутніх процедур реманіпуляції оцінок λ_c^* , $\lambda_{s_1}^*$ «м'якими» рішеннями з виходів трактів оцінок r_c^* , r_s^* ДП сигналу та завади. Можна припустити на підставі отриманого результату (див. рис.1) і відомих раніше робіт з марківської нелінійної фільтрації [1, 3-5 та ін.] та статистичної теорії розділення цифрових сигналів [2], що алгоритми фільтрації адитивної суміші ДНМП і НМП завжди будуть містити взаємодоповнюючі процедури оцінок НМП (пов'язані взаємозворотніми перехресними компенсуючими зв'язками), і процедури розділення-оцінки ДП кожного з дискретно-неперервних процесів. В останніх компенсаційні процедури будуть здійснюватися на основі взаємно перехресних зв'язків на виходах кореляторів кожного з процесів, що містить дискретний параметр.

Список літератури: 1. Тихонов В.И., Харисов В.Н., Смирнов В.А. Оптимальная фильтрация дискретно-непрерывных процессов // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, №7. С. 1441-1445. 2. Бураченко Д.Л. Оптимальное разделение цифровых сигналов многих пользователей в линиях и сетях связи в условиях помех. Л.: ВАС, 1990. 302 с. 3. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991. 608 с. 4. Ярлыков М.С., Черняков М.В. Оптимизация асинхронных адресных систем радиосвязию. М.: Связь, 1979. 216 с. 5. Смирнов В.А., Харисов В.Н., Ершов Л.А. Оптимальный прием дискретных сигналов на фоне хаотической импульсной помехи // Радиотехника. 1979. Т. 34, №7. С. 46-50. 6. Макаров С.Б., Цикин И.А. Передача дискретных сообщений по радиоканалам с ограниченной полосой пропускания. М.: Радио и связь, 1988. 304 с. 7. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Сов. радио, 1977. 488 с. 8. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры. 1981. 781 с.

Міністерство оборони України

Надійшла до редколегії 12.03.2007

КІЛЬЦЕВИЙ ПІДПИС НА ОСНОВІ УДОСКОНАЛЕНОГО КРИПТОПРИМІТИВУ ЗВЕДЕННЯ МНОЖИНИ ЗНАЧЕНЬ В ОДНЕ

Вступ

Недоліком більшості алгоритмів кільцевого підпису на сьогоднішній день є залежність розміру підпису від розміру групи. Для вирішення цієї задачі Нгюен [1] запропонував реалізацію абстрактного математичного опису криптопримітиву зведення множини значень в одне (надалі криптопримітив зведення), а також кільцевий підпис з фіксованим розміром на її основі. З проведеного аналізу в роботі [2] видно, що за швидкісними характеристиками запропонований Нгюеном кільцевий підпис є фаворитом у порівнянні з кільцевими підписами, що сформовані на інших методах побудови підписів. Недоліками даного підпису є велика кількість сеансових ключів, що використовуються при формуванні підпису, а також 11 складових підпису, які необхідно передавати разом з повідомленням. Згідно [1] криптопримітив зведення має експонентну складність підробки зведеного значення, тому може використовуватися як основа для розроблення нових підписів. Таким чином актуальною задачею є продовження напрямку розробки кільцевих підписів на основі криптопримітиву зведення запропонованого Нгюеном, що залучає:

- розроблення алгоритму кільцевого підпису з фіксованим розміром, зменшеною кількістю складових підпису та сеансових ключів;

- проведення аналізу стійкості розробленого кільцевого підпису.

Аналіз стійкості розробленого кільцевого підпису повинен залучати:

- аналіз стійкості до підробки зведеного значення удосконаленого криптопримітива зведення Нгюена;

- аналіз складності обчислення слабких місць складових підпису;

- аналіз стійкості до атаки екзистенційної підробки фактичним підписувачем;

- аналіз можливості формування підпису не користувачем групи;

- аналіз стійкості до атаки екзистенційної підробки зловмисником.

Запропонований кільцевий підпис на удосконаленому криптопримітиві зведення

Даний підпис розробляється для роботи в системі на ідентифікаторах, де існує уповноважений на генерування особистих ключів PKG (надалі уповноважений PKG), який формує ключ користувача групи, використовуючи свій особистий ключ та ідентифікаційні дані користувача групи. Таким чином уповноваженим PKG формуються такі загальносистемні параметри

$$params_{PKG} = (Q, Q_{pub}, G_1, p) \quad (1)$$

де Q – базова точка адитивної групи G_1 простого порядку p , $Q_{pub} = s_m Q$ – відкритий ключ уповноваженого PKG , $s_m \in_{\mathcal{R}} Z_p^*$ – випадкове значення особистого ключа уповноваженого PKG .

Пропонується удосконалення криптопримітиву зведення Нгюена, яке полягає у введенні додаткового зв'язку між базовою точкою Q та точкою P , що використовується для формування загальносистемних параметрів криптопримітиву зведення. Таким чином зв'язок представлений рівнянням $P = cQ$, де $c \in_{\mathcal{R}} Z_p^*$, дозволяє пов'язати вхідні дані для формування підпису, що в свою чергу дозволить виконати вимоги до кільцевих підписів представлених у роботах [3,4,5]. Більш детально застосування даного удосконалення обговорюється далі. Удосконалення криптопримітиву зведення змінює опис властивості "ефективність генерування".

Ефективність генерування: Для генерування параметрів криптопримітиву зведення використовуються загальносистемні параметри, що надані уповноваженим PKG . Генеруються випадкові значення $c, s \in_{\mathcal{R}} Z_p^*$, обчислюється точка $P = cQ$, та формується параметр

$t = (p, G_1, G_M, e, P)$, де G_1 – адитивна група еліптичної кривої, G_M – мультиплікативна група поля, $e: G_1 \times G_1 \rightarrow G_M$ – білінійне відображення декартового множення елементів адитивної групи у мультиплікативну групу. Згідно з властивостями адитивних груп еліптичних кривих, в групі, що має простий порядок, кожний елемент групи є генератором. Таким чином точка $\langle P \rangle = G_1$ простого порядку p . Далі обчислюються значення $t' = (P, P_{pub} = sP, \dots, s^q P)$, де q є верхньою границею числа елементів, що акумулюються криптопримітивом зведення. Після формування відкритого параметру t' необхідно зробити перевірку на рівність $Q \stackrel{?}{=} s'P$, де $i \in \{1, \dots, q\}$. При виконанні такого рівняння необхідно згенерувати нове значення $s \in_R Z_p^*$ і знов сформувавши відкритий параметр t' . Відповідні функції f, g для параметрів t, t' визначаються таким чином:

$$g(f(u, X)) = \prod_{i=1}^k (x_i + s)uP, \quad (2)$$

де $X = \{x_1, \dots, x_k\}$ – множина геш-значень ідентифікаційних даних, значення u є відкритим параметром. Геш-функції $H: \{0, 1\}^* \rightarrow Z_p^*$, яка необхідна для одержання геш-значень від ідентифікаційних даних користувачів групи, та $H_2: \{0, 1\}^* \rightarrow Z_p^*$, яка необхідна для одержання геш-значення від повідомлення. Використання двох різних геш-функцій підвищує стійкість до колізій як зазначено у [6].

Значення c є таємним значенням, використовується при формуванні підпису і може зберігатися упродовж існування групи, або знижується після формування підпису.

Загальносистемні параметри що надаються ФП:

$$params = (t, t', Q, Q_{pub}, f, g, u) \quad (3)$$

Формування підпису складається з формування відкритого ключа групи, формування таємного ключа групи, та формування складових підпису. При цьому при формуванні декількох підписів від незмінної групи обчислюються тільки значення таємного ключа групи та складових підпису.

Формування геш-значення від повідомлення

$$h = H_2(M) \quad (4)$$

Формування відкритого ключа групи :

$$gpk = V = g(f(u, X)) = \prod_{i=1}^k (x_i + s)uP, \quad (5)$$

де елементи групи є геш-значення ідентифікаційних даних користувачів групи, що представлені множиною $X = \{H(ID_i)\}_{i=1}^k$.

Формування таємного ключа групи :

$$X' = X \setminus \{x_j\}, \quad (6)$$

де геш-значення ідентифікаційних даних ФП

$$x_j = H(ID_j). \quad (7)$$

$$W = g(f(u, X')) = \prod_{i=1, i \neq j}^k (x_i + s)uP, \quad (8)$$

та особистий ключ ФП

$$s_j = R_{ID_j} = \frac{1}{x_j + s_m} Q \quad (9)$$

Складова підпису для маскуванню ідентифікаційних даних ФП:

$$R_1 = c^{-1} \cdot hW = c^{-1} \cdot h \cdot u \cdot \prod_{i=1, i \neq j}^k (x_i + s)P \quad (10)$$

Єднальний елемент

$$s_1 = (x_j + s) \cdot c \quad (11)$$

Складава підпису, що надає гарантію дійсності повідомлення

$$S_2 = h \cdot z R_{ID_j}, \quad (12)$$

де $z \in_R Z_p^*$ – сеансовий ключ.

Перевірочні елементи

$$R_2 = sS_2 = s \cdot h \cdot z R_{ID_j} = \frac{s \cdot h \cdot z}{x_j + s_m} Q. \quad (13)$$

$$R_3 = z \cdot h Q \quad (14)$$

Умова виконання першого перевірконого рівняння надає гарантії використання при формуванні кільцевого підпису ідентифікаційних даних всіх користувачів групи.

$$e(s_1 R_1, P) = e(V, P)^h \quad (15)$$

$$e(s_1 R_1, P) = e(P, P)^{(x_j + s) \cdot c \cdot c^{-1} \cdot h \cdot \prod_{i=1, i \neq j}^k (x_i + s)} = e(P, P)^{h \cdot \prod_{i=1}^k (x_i + s)} \quad (16)$$

$$e(V, P)^h = e(P, P)^{h \cdot \prod_{i=1}^k (x_i + s)} \quad (17)$$

Умова виконання другого перевірконого рівняння надає гарантії дійсності повідомлення та особистого ключа ФП, гарантії належності ФП групі X .

$$e(s_1 P + Q_{pub}, S_2) = e(R_2 + R_3, Q) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} e(s_1 P + Q_{pub}, S_2) &= e((x_j + s) \cdot c P + Q_{pub}, \frac{h \cdot z}{x_j + s_m} Q) = \\ &= e((x_j + s) Q + s_m Q, \frac{h \cdot z}{x_j + s_m} Q) = \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &= e(Q, Q)^{\frac{h \cdot z (x_j + s)}{x_j + s_m} + \frac{h \cdot z \cdot s_m}{x_j + s_m}} = e(Q, Q)^{h \cdot z} \cdot e(Q, Q)^{\frac{z \cdot h \cdot s}{x_j + s_m}} \\ e(R_2 + R_3, Q) &= e(Q, Q)^{h \cdot z} \cdot e(Q, Q)^{\frac{z \cdot h \cdot s}{x_j + s_m}} \end{aligned} \quad (20)$$

Значення підпису формується таким чином:

$$\sigma = (R_1, R_2, S_1, S_2, V, X) \quad (21)$$

При роботі з однією групою декілька разів замість передачі всіх ідентифікаційних даних можна передавати строку, яка посилається на визначену множину X , при цьому скорочується розмір підпису і стає дійсно фіксованим.

Аналіз складності обчислення слабких місць складових підпису

Насамперед необхідно перевірити складність обчислення єдиного елемента $s_1 = (x_j + s) \cdot c$ при невідомих зловмиснику значеннях s, c і можливістю перебрати всі значення $x_j \in X$. Випадкові значення $s, c \in_R Z_p^*$, де значення p мінімальну довжину порядку 2^{163} , згідно до сучасних вимог до стійкості [ДСТУ-1145]. Довжина групи X мінімально дорівнює 10. Тоді кількість наслідків для $x_j = C_{10}^1 = 10$. Кількість наслідків для значень s та c дорівнює $C_{2^{163}}^1 = 2^{163}$. Таким чином максимальна кількість наслідків для одержання значення s_1 дорівнює

$$C_{10}^1 \cdot C_{2^{163}}^1 \cdot C_{2^{163}}^1 = 1,36 \cdot 10^{99}, \quad (22)$$

тоді максимальна складність обчислення значення s_1 дорівнює

$$I = 1,36 \cdot 10^{99} I_{add} + 1,36 \cdot 10^{99} I_{mul}, \quad (23)$$

де I_{add} – складність додавання двох елементів поля, I_{mul} – складність множення двох елементів поля.

Порівнювати будемо зі складністю вирішення дискретного логарифму еліптичної кривої з порядком адитивної групи 2^{163} повним перебором. Складність однієї операції додавання та подвоєння точок дорівнює

$$I_{add_p} = 2I_{mul} + I_{inv} + I_{sqr} + 9I_{add} \text{ та} \quad (24)$$

$$I_{dbl_p} = I_{inv} + 2I_{mul} + I_{sqr} + 7I_{add}, \quad (25)$$

відповідно, тоді складність вирішення дискретного логарифму повним перебором

$$I_{FC} = 7 \cdot 10^{49} I_{add} + 2 \cdot 10^{49} I_{mul} + 10^{49} I_{inv} + 10^{49} I_{sqr} + \\ + (n-1)(9 \cdot 10^{49} I_{add} + 2 \cdot 10^{49} I_{mul} + 10^{49} I_{inv} + 10^{49} I_{sqr}), \quad (26)$$

де n – порядок адитивної групи еліптичної кривої приблизно дорівнює 2^{163} , I_{inv} – складність одержання зворотного елемента мультиплікативної групи. I_{sqr} – складність одержання квадратичного елемента мультиплікативної групи. Згідно [7] $I_{inv} \approx 10,5I_{mul}$ та $I_{sqr} \approx 0,11I_{mul}$ і тоді зводимо рівняння (25) до рівняння обчислення складності додавання та множення елементів в полі:

$$I_{FC} = (1,05 \cdot 10^{99} + 7 \cdot 10^{49}) I_{add} + (1,48 \cdot 10^{99} + 12,61 \cdot 10^{49}) I_{mul} \quad (27)$$

Таким чином можна зробити виводи, що складність визначення значення s , простим перебором для невідомих значень $c, s \in Z_p^*$, де $p = 2^{163}$, та $X = \{x_1, \dots, x_{10}\} \subset Z_p^*$ порівняно зі складністю рішення дискретного логарифму в групі точок еліптичних кривих над полями Z_p простим перебором.

Аналіз стійкості удосконаленого криптопримітива зведення

Згідно [1] стійкість криптопримітива зведення Нгюєна заснована на задачі q -SDH :

$$\Pr[(A(t, t') = (x, \frac{1}{x+s} P)) \wedge (x \in Z_p)] \quad (28)$$

де $t' = (P, P_{pub} = sP, s^2P, \dots, s^qP)$ та $t = (p, G_1, G_M, e, P)$, q – граничне значення криптопримітива. Тобто якщо є можливість одержання значення $(x, \frac{1}{x+s} P)$, тоді можна одержати трійку значень (x, W, X) , де $W \in G_1, X = \{x_1, \dots, x_k\} \subset Z_p \setminus \{-s\}$ таких, що виконується $(x \in Z_p \setminus X) \wedge ((x+s)W = \prod_{i=1}^k (x+s)u_i P)$. Формально це можна записати $f(g^{-1}(W), x) = f(u, X)$, або $f(g^{-1}(W), x) = (x+s) \cdot g^{-1}(W) = (x+s) \cdot u_1$, де $u_1 = g^{-1}(W)$. Таким чином $(x+s) \cdot u_1 = \prod_{i=1}^k (x+s) \cdot u_i$ і значення $W = u_1 P = (x+s)^{-1} \cdot \prod_{i=1}^k (x+s) \cdot u_i P$.

Удосконалення даного криптопримітиву визначається обчисленням точки

$$P = cQ \quad (29)$$

де $\langle Q \rangle = G_1$ – простого порядку p , $c \in_R Z_p^*$. Удосконалення робить зв'язок між двома перевіреними рівняннями і забезпечує можливість надання гарантій щодо "належності ФП групи". Задача визначення таємного значення c дорівнює складності вирішення дискретного логарифму на еліптичній кривій. Удосконалення вимагає деяких обмежень стосовно випадкового значення $s \in_R Z_p^*$, яке полягає у додатковій перевірці рівняння значень відкритого параметру $t' = (P, P_{pub} = sP, \dots, s^qP)$ базовій точці Q . У випадку рівняння будь-якого значення відкритого параметру t' з базовою точкою Q необхідно обрати нове значення $s \in_R Z_p^*$, обчислити нове значення t' та знов виконати перевірку. Таким чином стійкість удосконаленого криптопримітиву зведення не відрізняється від стійкості криптопримітиву, що запропонова-

но Нгюеном. Недоліком є додання додаткових вимог щодо випадкового значення s , але перевагами є зв'язок вхідних значень підпису, а відповідно і зв'язок двох перевірочних рівнянь, що дозволить виконання певних вимог [3,4,5].

Атака екзистенційної підробки ФП

Відкритий ключ $gpk = V = g(f(u, X))$ та множина X визначає групу користувачів. Проведемо аналіз можливості підробки повідомлення для вже сформованого підпису, тобто екзистенційну підробку фактичним підписувачем. Для дійсного повідомлення з геш-значенням h складові підпису V, R_1, R_2, s_1, S_2, X разом з таємним значенням c , і відкритими параметрами t, t' є фіксованими значеннями. Для формування однакового підпису від двох різних повідомлень необхідно виконання рівнянь:

$$R_1 = c^{-1} \cdot hW = c^{-1} h'W', \quad (30)$$

$$S_2 = h \cdot zR_{ID} = h' \cdot z'R_{ID}, \quad (31)$$

$$R_2 = sS_2 = s \cdot h \cdot zR_{ID} = \frac{s \cdot h \cdot z}{x_j + s_m} Q = \frac{s \cdot h' \cdot z'}{x_j + s_m} Q, \quad (32)$$

$$R_3 = z \cdot hQ = z' \cdot h'Q \quad (33)$$

де R_{ID} – особистий ключ фактичного підписувача. h та h' геш-значення дійсного та підробленого повідомлення відповідно. Знаходження значення $z' = \frac{z \cdot h}{h'} \bmod p$ для рівнянь (30),(31),(32) є поліноміальною задачею, але виникає складність у вирішенні рівняння (29). Якщо визначити зв'язок між геш-значеннями повідомлень $h_j = h' \bmod p$, тоді рівняння (29) можна представити:

$$\prod_{i=1, i \neq j}^k (x_i + s)u = h_j \prod_{i=1, i \neq j, i \neq d}^k (x_i + s)u \bmod p. \quad (34)$$

Розв'язок рівняння (33) можливий при виконанні умови

$$h_j = (x_d + s), \quad (35)$$

де $d \in \{1, \dots, k\} \setminus \{j\}$. Враховуючи те, що кількість можливих користувачів, які можуть бути залучені у групу для формування підпису, обмежено деякими структурами, наприклад, співробітник відділу, або робітники деякої компанії, а також властивості формуванням значень $x_i = H(ID)$, підбирання значення x_d для визначеного значення s є задачею перебору всіх можливих варіантів x_i . У випадку відсутності значень x_i , які відповідають умові (34) необхідно обирати нове повідомлення для підробки и знов обчислювати значення h_j . Враховуючи експоненту складності визначення заздалегідь значень h_j та x_d , що відповідають умові (34), та розміру поля більшим за 2^{163} , перебір всіх можливих значень є задачею експонентної складності. Тоді пропонується для заздалегідь визначеного значення h_j та будь-якого значення $x_d \in X \setminus \{x_j\}$ обчислювати значення s таким чином:

$$(x_d + s) \bmod p = h_j \Rightarrow s = (h_j - x_d) \bmod p \quad (36)$$

Згідно визначеного s обчислюються відкритий параметр t' , Відкритий ключ групи обчислюється:

$$gpk = V = \prod_{i=1}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot uP = \prod_{i=1, i \neq d}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot h_1 \cdot uP \quad (37)$$

Таємний ключ групи обчислюється:

$$W = \prod_{i=1, i \neq j}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot uP = \prod_{i=1, i \neq j, d}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot h_1 \cdot uP \quad (38)$$

тоді згідно рівняння $W' = h_1 W'$ значення W' представлено:

$$W' = \prod_{i=1, i \neq j, d}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot uP \quad (39)$$

значення особистого ключа ФП залишається незмінним

$$s_j = R_{jD_j} = \frac{1}{x_j + s_m} Q \quad (40)$$

$$gsk = (W, x_j, s_j), \text{ та} \quad (41)$$

$$gsk' = (W', x_j, s_j) \quad (42)$$

Визначення значення z' за формулою

$$z' = (h \cdot z) / h' \bmod p \quad (43)$$

Обчислення складових підпису представлено у табл.1 для геш-значень дійсного та підробленого повідомлень h та h' відповідно.

Таблиця 1

Обчислення складових підпису для дійсного та підробленого повідомлення

Дійсне повідомлення	Підроблене повідомлення
$R_1 = c^{-1} \cdot h \cdot W =$ $= c^{-1} \cdot \frac{h^1}{h_1} \cdot \prod_{i=1, i \neq j, d}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot h_1 \cdot uP =$ $= c^{-1} \cdot h^1 \cdot \prod_{i=1, i \neq j, d}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot uP$	$R_1' = c^{-1} \cdot h^1 \cdot W' =$ $= c^{-1} \cdot h^1 \cdot \prod_{i=1, i \neq j, d}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot uP$
$S_2 = h \cdot z R_{jD_j} = \frac{h \cdot z}{x_j + s_m} Q$	$S_2' = h^1 \cdot z^1 R_{jD_j} = \frac{h^1 \cdot z^1}{x_j + s_m} Q$
$R_2 = s S_2 = \frac{s \cdot h \cdot z}{x_j + s_m} Q = \frac{(h_1 - x_d) \cdot h \cdot z}{x_j + s_m} Q$	$R_2' = s S_2' = \frac{s \cdot h^1 \cdot z^1}{x_j + s_m} Q = \frac{(h_1 - x_d) \cdot h^1 \cdot z^1}{x_j + s_m} Q$
$R_3 = z \cdot h Q$	$R_3' = z^1 \cdot h^1 Q$
$s_1 = (x_j + h_1 - x_d) \cdot c$	$s_1' = (x_j + h_1 - x_d) \cdot c$

Таким чином ми одержали однакові складові підпису, але підпис приймається перевірником у випадку виконання умов Перевірочних рівнянь.

Першим виконуємо перевірку підпису для дійсного повідомлення.

$$e(s_1 R_1, P) = e(V, P)^h \quad (44)$$

$$e(s_1 R_1, P) = e(P, P)^{(x_j + h_1 - x_d) \cdot c \cdot c^{-1} \cdot h^1 \cdot \prod_{i=1, i \neq j, d}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot u} =$$

$$= e(P, P)^{\prod_{i=1, i \neq j, d}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot h^1 \cdot u} \quad (45)$$

$$e(V, P)^h = e(P, P)^{\prod_{i=1, i \neq j, d}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot h_1 \cdot u \cdot h} =$$

$$= e(P, P)^{\prod_{i=1, i \neq j, d}^k (x_i + h_1 - x_d) \cdot h^1 \cdot u} \quad (46)$$

Умова першого перевірного рівняння виконана. Перевірка другого перевірного рівняння:

$$e(s_1 P + Q_{pub}, S_2) = e(R_2 + R_3, Q) \quad (47)$$

$$e(s_1 P + Q_{pub}, S_2) = e((x_j + h_1 - x_d) \cdot c P + s_m Q, \frac{h \cdot z}{x_j + s_m} Q) =$$

$$= e((x_j + h_1 - x_d) Q + s_m Q, \frac{h \cdot z}{x_j + s_m} Q) =$$

$$= e(Q, Q) \frac{h \cdot z \cdot (x_j + h_1 - x_d) - h \cdot z \cdot s_m}{x_j + s_m} = e(Q, Q)^{h \cdot z} \cdot e(Q, Q) \frac{h \cdot z \cdot (h_1 - x_d)}{x_j + s_m} \quad (48)$$

$$e(R_2 + R_3, Q) = e\left(\frac{(h_1 - x_d) \cdot h \cdot z}{x_j + s_m} Q + z \cdot h Q, Q\right) =$$

$$= e(Q, Q)^{h \cdot z} \cdot e(Q, Q) \frac{h \cdot z \cdot (h_1 - x_d)}{x_j + s_m} \quad (49)$$

Умова другого перевірного рівняння виконана, таким чином підпис дійсного повідомлення з геш-значенням h приймається.

Виконуємо перевірку підпису для підробленого повідомлення з геш-значенням h' .

$$e(s_1 R_1, P) = e(V, P)^{h'} \quad (50)$$

$$e(s_1 R_1, P) = e(P, P)^{(x_j + h_1 - x_d) \cdot h' \cdot c^{-1} \cdot h' \cdot \prod_{i=1, \dots, d}^{t'} (x_i + h_1 - x_d) u} =$$

$$= e(P, P)^{h' \cdot \prod_{i=1, \dots, d}^{t'} (x_i + h_1 - x_d) u} \quad (51)$$

$$e(V, P)^{h'} = e(P, P)^{\prod_{i=1, \dots, d}^{t'} (x_i + h_1 - x_d) h_1 \cdot u \cdot h'} =$$

$$= e(P, P)^{\prod_{i=1, \dots, d}^{t'} (x_i + h_1 - x_d) h_1 u h_1 h'} \quad (52)$$

Умова виконання першого перевірного рівняння не виконана. Перевірка другого перевірного рівняння

$$e(s_1 P + Q_{pub}, S_2) = e(R_2 + R_3, Q) \quad (53)$$

$$e(s_1 P + Q_{pub}, S_2) = e\left(\frac{(x_j + h_1 - x_d) Q + s_m Q}{x_j + s_m}, \frac{h' \cdot z'}{x_j + s_m} Q\right) =$$

$$= e(Q, Q) \frac{h' \cdot z' \cdot (x_j + h_1 - x_d) - h' \cdot z' \cdot s_m}{x_j + s_m} = e(Q, Q)^{h' \cdot z'} \cdot e(Q, Q) \frac{h' \cdot z' \cdot (h_1 - x_d)}{x_j + s_m} \quad (54)$$

$$e(R_2 + R_3, Q) = e\left(\frac{(h_1 - x_d) \cdot h' \cdot z'}{x_j + s_m} Q + h' \cdot z' Q, Q\right) =$$

$$= e(Q, Q)^{h' \cdot z'} \cdot e(Q, Q) \frac{h' \cdot z' \cdot (h_1 - x_d)}{x_j + s_m} \quad (55)$$

Умова виконання другого перевірного рівняння виконується.

Таким чином підпис для підробленого повідомлення з геш-значенням h' не проходить перевірку.

Висновком даного аналізу є стійкість даного кільцевого підпису до атаки екзестеційної підробки зі сторони ФП за рахунок використання у звичайному виді геш-значення повідомлення у першому перевіроному рівнянні.

Атака формування підпису не користувачем групи

Зробимо аналіз можливості проведення атаки формування підпису без знання особистого ключа фактичного підписувача, тобто використовуючи особистий ключ користувача, що не входить до складу групи, замість особистого ключа фактичного підписувача. Обирається випадковий елемент $c \in_R Z_p^*$, формуються відкриті параметри t та t' , обирається випадкові елементи функції $u, s \in_R Z_p^*$. Формується група, яка представлена множиною $X = \{x_1, \dots, x_k\}$, обирається випадковий індекс фактичного підписувача $j \in \{1, \dots, k\}$, при цьому робимо спробу сформувати підпис на ключі R_{jD} , де $x_j \notin X$.

Для сформованої групи обчислюються значення складових підпису

$$R_1 = c^{-1} \cdot h \cdot \prod_{i=1, i \neq j}^k (x_i + s) uP; \quad (56)$$

$$s_1 = (x_j + s) \cdot c; \quad (57)$$

$$S_2 = h \cdot zR_{ID}, \quad (58)$$

де $z \in_R Z_p^*$;

$$R_2 = sS_2 = s \cdot h \cdot zR_{ID}; \quad (59)$$

$$R_3 = z \cdot hQ.$$

Перше рівняння $e(s, R_1, P) = e(V, P)^h$ проходить перевірку, а друге перевірочне рівняння $e(s_1 P + Q_{pub}, S_2) = e(R_2 + R_3, Q)$ не дає можливості зробити атаку такого виду за рахунок використання єдиного елемента s_1 , який поєднує ідентифікаційні дані фактичного підписувача у відкритому ключі групи у першому рівнянні з ідентифікаційними даними у особистому ключі фактичного підписувача. Таким чином робимо перевірку другого перевірочного рівняння:

$$e((x_j + s)Q + s_m Q \cdot h \cdot zR_{ID}, Q) = e(Q, Q) \quad \frac{(x_j + s + s_m) \cdot h \cdot z}{x_j + s_m} \quad (60)$$

$$e(R_3 + R_2, Q) = e(z \cdot hQ + \frac{h \cdot z \cdot s}{x_j + s_m} Q, Q) = e(Q, Q) \quad \frac{(x_j + s_m + s) \cdot h \cdot z}{x_j + s_m} \quad (61)$$

Використання значення x_j при формуванні єдиного елемента приведе до невиконання умови першого перевірочного рівняння $e(s, R_1, P) = e(V, P)^h$.

Висновком проведеного аналізу є неможливість формування підпису від імені групи, якщо фактичний підписувач не належить групі.

Проведення порівняльних характеристик

Таблиця 2

Порівняльний аналіз за кількістю операцій підписів запропонованого підпису та підпису Нгуєна

	Nguyen		Запропонований підпис	
	Форм.	Перев.	Форм.	Перев.
Додавання у групі G_1	9	6	0	2
Скалярне множення у G_1	12	8	4	2
Множення у мультиплікативній групі	10	0	$k + 6$	0
Функція H_2	1	1	1	1
Відображення	6	10	0	4
Розпаралювання	Так		Так	
Вразливість к атакам	Ні		Ні	

Висновки

В даній роботі запропоновано кільцевий підпис, який відповідає таким вимогам:
 – визначення всіх можливих таємних ключів групи (у даній реалізації всіх таємних значень W) не повинно давати можливість підробити підпис, або визначити ідентифікаційні дані фактичного підписувача;

- використання при формуванні підпису чітко визначеної множини геш-значень ідентифікаційних даних всіх користувачів групи;
- можливість доказу належності ФП групі без можливості визначення його ідентифікаційних даних;
- можливість формування підпису тільки дійсним на даний час особистим ключем ФП;
- надання гарантій дійсності підписаного повідомлення.

Даний підпис має два сеансові ключі проти одинадцяти у Нгюєна, а максимальна кількість складових підпису зменшена до шести.

Проведено детальний аналіз кільцевого підпису:

– аналіз стійкості до підробки зведеного значення удосконаленого криптопримітива зведення Нгюєна:

- аналіз складності обчислення слабких місць складових підпису;
- аналіз стійкості до атаки екзестеційної підробки фактичним підписувачем;
- аналіз можливості формування підпису не користувачем групи;
- аналіз стійкості до атаки екзестеційної підробки зловмисником.

Таким чином одержано більш швидкий кільцевий підпис у порівнянні з підписом Нгюєна, який у результаті проведеного аналізу визначено стійким до різного виду атак.

Список літератури. 1. *Lan Nguyen* Accumulators from Bilinear Pairings and Applications to ID-based Ring Signatures and Group Membership Revocation 2. *Горбунко І.Д., Шевченко Д.В.* Порівняльний аналіз групових та кільцевих підписів, методи побудови кільцевих підписів. 3. *Joseph K. Liu and Duncan S. Wong* Linkable Ring Signatures Security Models and New Schemes. 4. *Joseph K. Liu and Duncan S. Wong* On the Security of (Threshold) Ring Signature Schemes. 5. *Sherman Chow, Richard Lui, Lucas Hui, S M Yiu* Identity Based Ring Signature: Why, How and What Next. 6. *ISO/IEC 15946-2:2002*, Information technology – Security techniques – Cryptographic techniques based on elliptic curves – Part 2: Digital signatures. 7. *Darell Hankerson, Julio Lopez Hernandez, Alfred Menezes.* Software implementation of elliptic curve cryptography over binary fields. *Advances in Cryptology Crypto '99*. 8. *ДСТУ 4541-2002* Інформаційні технології. Криптографічний захист інформації. Цифровий підпис, що ґрунтується на еліптичних кривих. Формування та перевірка.

*Харківський національний
університет радіоелектроніки*

Надійшла до редколегії 25.04.2007

УДК 621

Резольвентный оператор уравнений Максвелла для 6-мерного вектора поля / А. Г. Нерух, А. В. Возианова // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 5 – 11.

Уравнения Максвелла в шестимерной форме для сложной среды рассматриваются в пространстве обобщенных функций. Получена функция Грина для шестимерного вектора электромагнитного поля этих уравнений для случая однородной среды и с ее помощью построены интегральные уравнения Вольтера второго рода, эквивалентные уравнениям Максвелла. Найден резольвентный оператор интегрального уравнения, соответствующий начальной задаче. Исследовано влияние резкого изменения среды на преобразование электромагнитного поля плоской волны и поля излучения сосредоточенного источника.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 621

Резольвентний оператор рівнянь Максвелла для 6-вимірному вектору поля / А. Г. Нерух, А. В. Возіанова // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 5 – 11.

Рівняння Максвелла у шестивимірному виді для складного середовища розглядаються у просторі узагальнених функцій. Отримана функція Грина для шестивимірному вектору електромагнітного поля цих рівнянь у випадку однорідного середовища та за її допомогою побудовані інтегральні рівняння Вольтера другого роду, еквівалентні рівнянням Максвелла. Знайдено резольвентний оператор інтегрального рівняння, який задовольняє початковій задачі. Досліджено вплив різкої зміни середовища на перетворення електромагнітного поля щільної волни та поля випромінювання точечного випромінювача.

Бібліогр. 3 назви

UDC 621

Maxwell's equation resolvent operator for the 6-D field vector / A. G. Nerukh, A. V. Vozianova // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 5 – 11.

Maxwell's equation in 6-D form for the complex medium are considered in the space of the generalized functions. The free spatial Green's function for the time domain Maxwell equations in the 6D formulation was obtained in the unhomogeneous medium. Using it Volterra integral equation of the second kind was constructed which equivalent to Maxwell's equation. The resolvent operator for this equation corresponding to the initial problem was found. Transformation of electromagnetic field when the medium properties change by jump at some moment of time was investigated for the plane wave and the point source.

Ref.: 3 items

УДК 519.859

Решение некоторых экстремальных задач на множестве композиций перестановок / И. В. Гребенник, А. В. Баранов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 12 – 17.

Анализируется применение моделей комбинаторной оптимизации при решении задач геометрического проектирования и разработки сложных радиотехнических систем. Вводится новое комбинаторное множество – композиция перестановок. Решается ряд экстремальных задач на композиции перестановок на основе введенного отношения линейного порядка. Обсуждаются возможности использования результатов при разработке сложных технических систем.

Библиогр.: 9 назв.

УДК 519.859

Розв'язання деяких екстремальних задач на множині композицій переставлень / І. В. Гребенник, А. В. Баранов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 12 – 17.

Аналізується застосування моделей комбінаторної оптимізації при розв'язанні задач геометричного проектування та розробки складних радіотехнічних систем. Вводиться нова комбінаторна множина – композиція переставлень. Розв'язується низка екстремальних задач на композиції переставлень на базі введенного відношення лінійного порядку. Обговорюються можливості використання результатів при розробці складних технічних систем.

Бібліогр.: 9 назв.

UDC 519.859

Solution of some extremal problems on permutations compositions set / I. V. Grebennik, A. V. Baranov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 12 – 17.

Application of combinatorial optimization models to geometrical design and complex radio technical systems development is analyzed. A new combinatorial set – permutations composition is introduced. A number of extremal problems on the permutations compositions set based on proposed linear ordering relationship is solved. Possibilities to use the results in design of complex technical systems are discussed
Ref.: 9 items.

УДК 621.375.9

Многозеркальный открытый резонатор миллиметрового диапазона волн. E-поляризованные колебания / В. К. Корнеев, О. Н. Сухоручко, О. И. Белоус, А. И. Фисун // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 18 – 21.

Описан многозеркальный открытый резонатор с эшелеттным зеркалом. Исследованы спектры и топология полей E-поляризованных колебаний такого резонатора в восьмимиллиметровом диапазоне длин волн. Предложено использовать такой резонатор в качестве колебательной системы электронно-вакуумных приборов.

Ил. 6. Библиогр.: 7 назв.

УДК 621.375.9

Багатодзеркальний відкритий резонатор міліметрового діапазону хвиль. E-поляризовані коливання / В. К. Корнеев, О. М. Сухоручко, О. І. Білоус, А. І. Фісун // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 18 – 21.

Описано багатодзеркальний відкритий резонатор з ешелеттним дзеркалом. Досліджено спектри і топологія полів E-поляризованих коливань такого резонатора в восьми міліметровому діапазоні довжин хвиль. Запропоновано використання цього резонатора в якості коливальної системи електронно-вакуумних приладів.

Іл. 6. Бібліогр.: 7 назв.

UDK 621.375.9

Millimeter wave multimirror open resonator. E-polarized modes / V. K. Korneev, O. N. Suchoruchko, O. I. Belous, A. I. Fisun // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 18 – 21.

Multimirror open resonator with echelette mirror is described. The spectrum and field topology of E-polarized modes is investigated in 8 mm wave range. The application of this resonator as an oscillation system of electron vacuum devices is offered.

6 figs. Ref.: 7 items.

УДК 537.8.029.6:621.372.825

Истокообразная функция Грина круглого резонатора / С. Д. Приймєнко, Л. А. Бондаренко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 22 – 26.

В явном виде выделена сингулярная часть функции Грина круглого резонатора в форме функции Грина неограниченного пространства. Задача построения функции Грина для поля решета как задача дифракции потенциальной и вихревой частей напряженности электрического поля точечного источника тока на стенках круглого резонатора. Потенциальная и вихревая составляющие напряженности электрического поля обусловлены соответственно скалярным и векторным потенциалами или распределениями зарядов и токов в точке источника. Приведены аналитические соотношения для сингулярной и регулярной частей тензорной функции Грина, а также результаты расчета одного из ее компонент.

Ил. 3. Библиогр.: 10 назв.

УДК 537.8.029.6:621.372.825

Джерелоподібна функція Гріна круглого резонатора / С. Д. Приймєнко, Л. О. Бондаренко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 22 – 26.

Сингулярну частину функції Гріна круглого резонатора відокремлено у формі функції Гріна необмеженого простору, включаючи дельта-подібну сингулярність. Задачу побудови функції Гріна для поля розв'язано як задачу дифракції потенційної й вихрової частин напруженості електричного поля точкового джерела струму на стінках круглого резонатора. Потенційна й вихрова складові напруженості електричного поля обумовлені відповідно скалярним і векторним потенціалами або розподілами зарядів і струмів у точці джерела. Наведено аналітичні співвідношення для сингулярної і регулярної частин тензорної функції Гріна, а також результати розрахунку одного з її компонентів.

Іл. 3. Бібліогр.: 10 назв.

UDC 537.8.029.6:621.372.825

Sourcewise Green's function of the circular cavity / *S. D. Prijmenko, L. A. Bondarenko* // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 22 – 26.

Singular part of circular cavity Green's function is singled out in an explicit form as Green's function of unbounded space and contains all singularities including delta-shaped singularity. The problem of construction of Green's function for a field is solved as a problem of diffraction of potential and rotational parts of intensity of the electric field of the current point source on walls of the circular cavity. The analytical correlations for singular and regular parts of tensor Green's function and also calculation results of one of its components are presented.

3 fig. Ref.: 10 items.

УДК 538.574.6

Особенности рассеяния электромагнитных волн на морской поверхности, приводящие к аномальному рассеянию / *А. Г. Тыжненко, Е. В. Резник* // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 27 – 31.

Теоретически показано, что аномальное рассеяние электромагнитных волн на морской поверхности (спайки) может происходить не только вследствие определенных физических свойств рассеивающей среды, но и вследствие специфической геометрии гравитационных волн.

Ил. 2. Библиогр.: 10 назв.

УДК 538.574.6

Особистості розсіювання електромагнітних хвиль на морській поверхні, які приводять до аномального розсіювання / *О. Г. Тыжненко, Е. В. Резник* // Радиотехніка: Всеукр міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 27 – 31.

Теоретично показано, що аномальне розсіювання електромагнітних хвиль на морській поверхні (спайки) може траплятися не тільки завдяки певним фізичним властивостям середовища, але також завдяки специфічній геометрії гравітаційних хвиль.

Іл. 2. Бібліогр.: 10 назв.

UDC 538.574.6

Specific features of e. m. waves scattering from the sea surface causing anomaly scattering / *A. G. Tyzhnenko, Y. V. Ryznyk* // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 27 – 31.

It is shown due to theoretical investigations that anomalous scattering of electromagnetic waves from sea surface can take place not only due to physical effects but also due to a specific geometry of gravity waves.

2 Figs. Ref.: 10 items.

УДК 517.958:537.8

Рассеяние поля точечного нестационарного источника на конусе с продольными щелями / *В. А. Дорошенко, Е. А. Дзигора, Ю. Д. Шимук* // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 32 – 37.

Приведены результаты исследования задачи возбуждения нестационарными радиальными диполями конической структуры с периодическими продольными щелями. Метод решения начально-краевой задачи основан на использовании интегрального преобразования Мелера-Фока, вследствие чего исходная электродинамическая задача свелась к решению функциональных уравнений. В частном случае узкого и полупрозрачного конусов получены аналитические решения задачи и даны приближения для поля в одномодовом режиме.

УДК 517.958:537.8

Розсіювання поля точкового нестационарного джерела на конусі із поздовжніми щілинами / *В. О. Дорошенко, О. О. Дзигора, Ю. Д. Шимук* // Радиотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 32 – 37.

Наведено результати дослідження задачі збудження нестационарними радіальними диполями конічної структури із періодичними поздовжніми щілинами. Метод розв'язання початково-крайової задачі базується на використанні інтегрального перетворення Мелера-Фока, внаслідок чого вихідну електродинамічну задачу зведено до розв'язання функціональних рівнянь. У випадку вузького і напівпрозорого конусів отримано аналітичні розв'язки задачі та надано наближення для поля в одномодовому режимі.

UDC 517.958:537.8

Unsteady source field scattering on a cone with longitudinal slots / V. A. Doroshenko, E. A. Dzigora, Y. D. Shimuk // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 32 – 37.

Results of investigation on unsteady radial dipole exciting problem for a cone structure with periodical longitudinal slots are presented. The method for solving the initial boundary problem is based on the integral Meler-Fock transforms. As a result the given electromagnetic problem is reduced to solving functional equations. For narrow and semitransparent cones both analytical solutions of the problem are obtained. Field approximations are given for a single mode regime.

УДК 621.396

Моделирование сигнала некогерентного рассеяния с заданными корреляционными свойствами / Е. В. Рогожкин, В. А. Пуляев, Д. П. Белозёров // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 38 – 42.

Рассматривается возможность использования фазовой манипуляции частоты гармонического сигнала с программно управляемого синтезатора для моделирования псевдослучайного процесса с заданной формой спектра, аналогичного форме спектра сигнала некогерентного рассеяния.

Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.396

Модельовання сигналу некогерентного розсіяння с заданими кореляційними властивостями / Є. В. Рогожкін, В. О. Пуляєв, Д. П. Белозьоров // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 38 – 42.

Розглядається можливість використання фазової маніпуляції частоти гармонійного сигналу з програмно керованого синтезатора для модельовання псевдовипадкового процесу с заданою формою спектру, аналогічного формі спектру сигналу некогерентного розсіяння.

Бібліогр.: 6 назв.

UDC 621.396

Simulation of the incoherent scatter signal with specified correlation properties / E. V. Rogozhkin, V. A. Pulayev, D. P. Belozarov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 38 – 42.

The possibility to use the phase-shift keying of frequency of a harmonic signal from the program controlled synthesizer for simulation of a pseudo-random process with the specified form of the spectrum similar to the form of the incoherent scatter spectrum is considered.

Ref.: 6 items.

УДК 621.372.061.3.001.63:681.3

Проектирование нелинейных динамических систем с использованием численно-аналитических методов / А. В. Карпукhin, Ж. В. Дейнеко, М. В. Клименко // Радиотехника. Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 43 – 51.

Изложены основные принципы проектирования нелинейных резонансных цепей. Особое внимание уделено исследованию поведения нелинейных динамических систем в фазовом пространстве. Рассмотрены этапы проектирования нелинейных резонансных цепей.

Ил. 4. Библиогр.: 11 назв.

УДК 621.372.061.3.001.63:681.3

Проектування нелінійних динамічних систем з використанням чисельно-аналітичних методів / О. В. Карпукhin, Ж. В. Дейнеко, М. В. Клименко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 43 – 51.

Викладено загальні принципи проектування нелінійних резонансних кіл. Особлива увага приділена дослідженню поведінки нелінійних динамічних систем у фазовому просторі. Розглянуто етапи проектування нелінійних динамічних систем.

Іл. 4. Бібліогр.: 11 назв.

UDC 621.372.061.3.001.63:681.3

Design of nonlinear dynamic systems using numerically-analytical methods / A. V. Karpukhin, Zh. V. Deyneko, M. V. Klimenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 43 – 51.

Main principles of nonlinear resonance circuits design are stated. The special attention is given to research of nonlinear dynamic systems behaviour in the phase space. Design stages of nonlinear resonance circuits are examined.

Fig. 4. Ref.: 11 items.

УДК 629.735.05:621, 3(045)

Показатели эффективности скалярного метода оптимального диагностирования стробированием / В. А. Игнатов, Г. Ф. Коначович, И. А. Мачалин // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 52 – 55.

Рассмотрены основные расчетные соотношения для скалярного метода оптимального диагностирования стробированием, которые позволяют выполнить анализ, синтез и оптимизацию скалярных, векторных и матричных систем диагностирования.

Ил. 1. Библиогр.: 7 назв.

УДК 629.735.05:621, 3(045)

Показники ефективності скалярного методу оптимального діагностування стробуванням / В. О. Ігнатов, Г. Ф. Коначович, І. О. Мачалін // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 52 – 55.

Розглянуто основні розрахункові співвідношення для скалярного методу оптимального діагностування стробуванням, які дозволяють виконати аналіз, синтез і оптимізацію скалярних, векторних та матричних систем діагностування.

Ил. 1. Библиогр.: 7 назв.

UDK 629.735.05:621, 3(045)

Indices of efficiency of scalar method for the optimum diagnosing by sampling / V. O. Ignatov, G. F. Konachovich, I. O. Machalin // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 52 – 55.

The basic calculation ratios for the scalar method of optimum diagnosing by sampling which makes it possible to analyze, synthesize and optimize the scalar, vector and matrix systems of diagnosing are considered.

1 fig. Ref.: 7 items.

УДК 621.371.

Экспериментальные исследования характеристик запаздывания сигнала ретрансляционного измерителя / А. Ф. Величко, Д. А. Величко, А. Н. Роечко, В. Ю. Левантовский, Е. В. Одноволик // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 56 – 61.

Проведены экспериментальные исследования зависимости запаздывания сигнала ретрансляционного измерителя от изменения расстояния. Установлен механизм происхождения отклонений запаздывания радиоволны от линейного закона. Экспериментально подтвержден способ снижения ошибок измерения, вызванных неподавленной компонентой спектра, возникающей при преобразованиях в ретрансляторе.

Ил. 8. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.371

Експериментальні дослідження характеристик запізнювання сигналу ретрансляційного вимірювача / А. Ф. Величко, Д. А. Величко, А. М. Роечко, В. Ю. Левантовський, Є. В. Одноволик // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 56 – 61.

Проведено експериментальні дослідження залежності запізнювання сигналу ретрансляційного вимірювача від зміни відстані. Встановлено механізм виникнення відхилень запізнювання радіохвилі від лінійного закону. Експериментально підтверджено спосіб зниження похибок вимірювання, які викликані неподавленою компонентою спектру, що виникає при перетвореннях у ретрансляторі.

Ил. 8. Библиогр.: 4 назви.

UDC 621.371

Experimental investigations of signal delay in retransmission meter / A. F. Velichko, D. A. Velichko, A. N. Roenko, V. Yu. Levantovsky, E. V. Odnovolik // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 56 – 61.

Experimental investigations of retransmission meter signal delay with distance change have been conducted. The mechanism of radio wave delay deviation from linear law has been found out. The method of decrease in the measurement errors caused by undeepressed spectral component at transformations in repeater has been confirmed experimentally.

8 fig. Ref.: 4 items.

УДК 551.510

Уточнение методики учета физического фактора замечаемости при построении истинных распределений параметров радиометеоров / Д. Ю. Горелов, Ю. И. Велощук // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 62 – 68.

Радиолокационный метод наблюдений позволяет оценить видимое распределение скоростей метеорных тел. Переход от видимого распределения к истинному распределению производится присвоением каждой орбите метеороида веса, учитывающего избирательность метода наблюдения. Предложен метод расчета физического фактора замечаемости с учетом влияния насыщенности метеорного следа на отраженный от него сигнал, а также влияния на оценки физического фактора зенитного расстояния радианта. Данная процедура может заметно изменить соответствующие распределения параметров орбит метеороидов.

Ил. 5. Библиогр.: 5 назв.

УДК 551.510

Уточнення методикі врахування обліку фізичного фактору селективності при побудові істинних розподілів параметрів радіометеорів / Д. Ю. Горелов, Ю. І. Волощук // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 62 – 68.

Радіолокаційний метод спостережень дозволяє оцінити видимий розподіл швидкостей метеорних тел. Перехід від видимого розподілу до істинного розподілу здійснюється присвоєнням кожній орбіті метеороїда коефіцієнту, що враховує вибірковість методу спостереження. Запропоновано метод розрахунку фізичного фактору селективності з урахуванням впливу насиченості метеорного сліду на відбитий від нього сигнал, а також впливу на оцінки фізичного фактору зенітної відстані радіанту. Дана процедура може помітно змінити відповідні розподіли параметрів орбіт метеороїдів

Іл. 5. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 551.510

The revision of the methods of the selectivity physical factor account when building the radiometers parameter true distribution / D. Y. Gorelov, Y.I. Voloshuk // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 62 – 68.

The Radar method of the observations allows to value visible sharing of the meteoroids velocities. Transition from visible distribution to true distribution is performed through assigning each orbit of meteoroid a weight, taking into account selectivity of the observation method. Method of the selectivity physical factor calculation is offered. With provision for the meteoric trace saturation action on the signal reflected from it, as well as the action on the estimations of the physical factor of the radiant zenithal distance. The given procedure can noticeably change the corresponding distribution of meteoroids orbits parameter.

5 fig. Ref.: 5 items.

УДК 621.396

Пример расчета ожидаемых уровней электромагнитного поля с учетом реального местоположения радиотехнических средств / И. О. Лисковский // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 69 – 75.

Предлагается пример расчета, базирующийся на методике, учитывающей реальное расположение радиотехнических средств при проведении расчетного прогнозирования ожидаемых уровней электромагнитного поля.

Ил. 3. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.396

Приклад розрахунку очікуваних рівнів електромагнітного поля з урахуванням реального місцезнаходження радіотехнічних засобів / І. О. Лісковський // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 69 – 75.

Пропонується приклад розрахунку, що базується на методиці, яка враховує реальне розміщення радіотехнічних засобів при проведенні розрахункового прогнозування очікуваних рівнів електромагнітного поля.

Іл. 3. Бібліогр.: 4 назв.

UDC 621.396

An example of calculation of the electromagnetic field anticipated levels, with allowance for the actual site location of radio engineering means / I. O. Liskovsky // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 69 – 75.

The example of calculation based on the technique taking into account the actual arrangement of radio means is offered when performing computational prediction of the electromagnetic field anticipated levels.

3 fig. Ref.: 4 items.

УДК 621.376.33: 621.391.278

Анализ линеаризованного устройства ФАПЧ при разных видах угловой модуляции / А. П. Бондарев, С. В. Давиденко, Б. А. Павлов // Радиотехника: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 75 – 78.

Проведен анализ и выполнена оптимизация параметров линеаризованной системы ФАПЧ второго порядка при действии сигнала и шума. рассмотрены случаи частотной модуляции одномерным марковским процессом, а также частотной и фазовой модуляции групповым сигналом с равномерным энергетическим спектром.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.376.33: 621.391.278

Аналіз лінеаризованого пристрою ФАПЧ при різних видах кутової модуляції / А. П. Бондарев, С. В. Давіденко, Б. О. Павлов // Радиотехника. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 75 – 78.

Проведено аналіз і виконано оптимізацію параметрів лінеаризованої системи ФАПЧ другого порядку при дії сигналу і шуму. Розглянуто випадки частотної модуляції одномірним марківським процесом, а також частотної і фазової модуляції груповими сигналами з рівномірним енергетичний спектр.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

UDC 621.376.33: 621.391.278

The analysis of the linearized PLL device at miscellaneous aspects of the angle modulation / A.P. Bondarev, S.V. Davidenko, B.A. Pavlov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 75 – 78.

The analysis and optimization of the linearized second order PLL system parameters under the action of a signal and noise are carried out, the cases of a frequency modulation by the univariate Markovian process, and also frequency and phase modulation by a group signal with a uniform power spectrum are considered.

1 fig. Ref: 4 items.

УДК 681.327.8

Метод формализации описания процесса эволюции телекоммуникационной сети / Г.С. Гайворонская // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2006. Вип.149. С. 79 – 83.

Предложен вариант формализации описания процесса эволюции телекоммуникационной сети при введении оборудования новой технологии, существенно влияющего на структуру сети. При этом допустимые изменения состояний узла описываются с помощью диаграммы частично-упорядоченного множества в виде псевдографа, в котором вершины отображают состояния узла, а ребра – возможные непосредственные переходы между этими состояниями.

Табл. 1. Ил. 2. Библиогр.: 10 назв.

УДК 681.327.8

Метод формалізації опису процесу еволюції телекомунікаційної мережі / Г.С. Гайворонська // Радиотехника: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2006. Вип.149. С.79 – 83 .

Запропоновано варіант формалізації опису процесу еволюції телекомунікаційної мережі під час введення обладнання нової технології, що суттєво впливає на структуру мережі. При цьому допустимі зміни стану вузла описуються за допомогою діаграми частково-впорядкованої множини у вигляді псевдографу, в якому вершини відображають стани вузлів, а ребра – можливі безпосередні переходи між цими станами.

Табл. 1. Ил. 2. Библиогр.: 10 назв.

UDC 681.327.8

A Method for Formalization of Telecommunication Network Evolution Process / G.S. Gayvoronska // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P.79 – 83.

Proposed a variant of formalization of describing telecommunication network evolution process, while introducing new technology equipment, that significantly influences on a network structure. At this time, allowed changes of state of node are described with a help of partly-ordered set diagram as a pseudograph, which vertices indicates node states, and edges – possible elementary changes of this states.

1 tab. 2 fig. Ref: 10 items

УДК 621.372.8

Определение составляющих комплексных диэлектрических и магнитных проницаемостей материала и оценка погрешности / В. В. Саламатин, Г. А. Лукьянчук, Г. В. Лемешко, Ю. А. Мельниченко, М. Р. Османов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вип. 149. С. 84 – 88.

Представлены решения уравнений, связывающих комплексные коэффициенты отражения и передачи с комплексными параметрами материала плоско-параллельной пластины, расположенной в волноводе прямоугольного сечения, относительно составляющих комплексных параметров материала. Приведены результаты экспериментальных исследований, численный расчет погрешности измерений, который свидетельствует о высокой точности предложенной методике расчета электромагнитных параметров материала.

Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.372.8

Визначення складових комплексних діелектричних і магнітних проникностей матеріалу і оцінка погрешності / В. В. Саламатин, Г. О. Лукьянчук, Г. В. Лемешко, Ю. А. Мельниченко, М. Р. Османов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 84 – 88.

Представлено рішення рівнянь, що пов'язують комплексні коефіцієнти віддзеркалення і передачі з комплексними параметрами матеріалу плоско-параллельної пластини, розташованої в хвилеводі прямокутного перетину, щодо складових комплексних параметрів матеріалу. Наведено результати експериментальних досліджень, чисельний розрахунок погрешності вимірювань, який свідчить про високу точність запропонованої методики розрахунку електромагнітних параметрів матеріалу.

Бібліогр.: 6 назв.

UDC 621.372.8

Determination of complex permittivity and magnetic conductivity material constituents and estimation of mistake / V. V. Salamatin, G. A. Lukyanchuk, G. V. Lemeshko, Y. A. Melnichenko, M. R. Osmanov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 84 – 88.

The solutions of equalizations, interconnecting complex reflectivity factor and transfer factor with integrated parameters of the parallel-sided plate material located in the rectangular cross-section waveguide are obtained in relation to the material components complex parameters. The results of experimental researches, numerical calculation of measures mistake are given, they testify about a high accuracy of the offered method of calculation of the material electromagnetic parameters.

Ref.: 6 items.

УДК 550.388.2

О механизме, вызывающем наблюдаемый эффект анизотропии молекулярных процессов в атмосфере Земли / И. А. Делов, Н. И. Слипченко, А. В. Леонидов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 89 – 100.

Получены экспериментальные данные непосредственного измерения хаотической скорости молекул одновременно в нескольких направлениях, позволяющие раскрыть механизм наблюдаемого ранее эффекта анизотропии молекулярных процессов в атмосфере Земли.

Ил. 7. Библиогр. 7 назв.

УДК 550.388.2

Про механізм, який визиває ефект анізотропії молекулярних процесів у атмосфері Землі / І. А. Делов, Н. І. Слипченко, О. В. Леонідов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 89 – 100.

Отримано експериментальні дані безпосереднього вимірювання хаотичної швидкості молекул одночасно в декількох напрямках, які дозволяють розкрити механізм ефекту анізотропії молекулярних процесів в атмосфері Землі.

Іл. 7. Бібліогр. 7 назв.

UDC 550.388.2

About the mechanism responsible for the observed effect of anisotropy of the molecular processes in the Earth atmosphere / I.A. Delov, N.I. Slipchenko, A.V. Leonidov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 89 – 100.

Experimental data of the direct measurement of the molecular random velocity simultaneously in several directions were obtained, they make it possible to reveal the mechanism of previously observed effect of the molecular processes in the Earth atmosphere.

7 fig. Ref.: 7 items.

УДК 537.87:621.315

Электронно-волновые явления в композитной полупроводниковой структуре / В. А. Абдулкадыров, Д. В. Абдулкадыров, Э. М. Хуторян // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 101–105.

Рассмотрено взаимодействие плоской электромагнитной волны с композитной полупроводниково-диэлектрической структурой с дифракционной решеткой. Найдены коэффициенты отражения и собственные числа композитной структуры. Приведены результаты численного эксперимента

UDC 537.87:621.315

Електроно-хвильові явища в композитній напівпровідниковій структурі / В. А. Абдулкадыров, Д. В. Абдулкадыров, Э. М. Хуторян // Радиотехника: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 101–105

Розглянуто взаємодію електромагнітної хвилі із композитною напівпровідниково-діелектричною структурою із дифракційною ґраткою. Знайдені коефіцієнти відбиття та власні числа композитної структури. Наведені результати чисельного експерименту

UDC 537.87:621.315

Electron-wave phenomena in the composite semiconductor structure / V. A. Abdulkadyrov, D. V. Abdulkadyrov, E. M. Khutoryan // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149 P. 101–105.

Interaction of electromagnetic plane wave with a layered semiconductor-dielectric structure with diffraction grating has been investigated. The reflection coefficient and eigenvalues have been obtained. Numerous experiment results are given.

УДК 621.375.8.0.38.825.4+621.383

Полупроводниковые оптические усилители на основе асимметричных многослойных квантово-размерных структур. Часть 2. Численные исследования / В. В. Лысак, С. И. Петров, А. В. Шулика // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 106–117.

Приводятся результаты численного исследования особенностей усиления оптического излучения в сложных квантово-размерных полупроводниковых асимметричных структурах, а также взаимодействия оптических импульсов фемтосекундной длительности с носителями заряда с применением моделей, разработанных авторами в первой части данной работы [часть 1].

Табл. 6. Ил. 20. Библиогр.: 8 назв.

UDC 621.375.8.0.38.825.4+621.383

Напівпровідникові оптичні підсилювачі на основі асиметричних багатошарових квантово-розмірних структур. Ч. 2. Обчислювальні дослідження / В. В. Лисак, С. І. Петров, О. В. Шуліка // Радиотехника: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 106–117.

Наводяться результати обчислювального дослідження особливостей підсилення оптичного випромінювання у складних квантово-розмірних напівпровідникових асиметричних структурах, а також взаємодії оптичних імпульсів фемтосекундної тривалості з носіями заряду з використанням моделей, розроблених авторами у першій частині даної роботи [частина 1].

Табл. 6. Іл. 20. Бібліогр.: 8 назви.

UDC 621.375.8.0.38.825.4+621.383

Asymmetrical multiple quantum-well semiconductor optical amplifiers. Part 2. Numerical simulations / V. V. Lysak, S. I. Petrov, O. V. Shulika // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 106–117.

In this paper we investigate numerically features of the optical gain in the complex semiconductor asymmetrical quantum-well structures as well as interaction of the femtosecond optical pulses with charge carriers in those structures applying the models developed by authors in the first part of this work [Part 1].

6 tab. 20 fig. Ref.: 8 items.

УДК 681.7.068.4

Исследование влияния сварки на дисперсионные свойства волоконно-оптических компонентов / А. И. Филипенко, О. В. Сычева, О. В. Легкая // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 118–124.

Исследована степень влияния сварки дисперсионно-модифицированных ОВ на профиль показателя преломления, а следовательно, и на величину вызываемой этим изменением дисперсии. Выбран метод вычисления дисперсии, при котором учитывается изменение профиля показателя преломления.

Промоделированы изменения профилей показателя преломления. Рассчитана дисперсия, вносима смоделированным изменением. Разработан алгоритм для определения зависимости дисперсии от различных факторов изменения: высоты профиля, радиуса сердцевинки, глубины промежуточной оболочки и ее ширины.

Табл. 4. Ил. 7. Библиогр.: 8 назв.

УДК 681.7.068.4

Дослідження впливу зварювання на дисперсійні властивості волоково-оптичних компонентів / О. І. Филипенко, О. В. Сичова, О. В. Легка // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 118–124.

Досліджено ступінь впливу зварювання дисперсійно-модифікованих оптичних волокон на профіль показника переломлення, а отже, і на величину дисперсії, що викликана цією зміною. Обрано метод обчислення дисперсії, при якому враховується зміна профілю показника переломлення. Промодельовано зміни профілів показника переломлення. Розраховано дисперсію, внесено змодельованою зміною. Розроблено алгоритм для визначення залежності дисперсії від різних факторів зміни: висоти профілю, радіуса сердцевинки, глибини проміжної оболонки і її ширини.

Табл. 4. Іл. 7. Бібліогр.: 8 назви.

UDC 681.7.068.4

Research on the welding action on the dispersion properties of optical fiber components / A. Filipenko, O. Sychova, O. Legka // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 118–124.

The degree of the dispersion-modified optical fibers welding action on refractive index profile and, consequently, on the dispersion value caused by it is studied. The method of dispersion calculation is chosen where the refractive index profile variation is taken into account. The changes of the refractive index form are modeled. The dispersion brought in by the modeled change is expected. The algorithm is developed for determination of dispersion dependence on different factors of variation: profile height, core radius, depth of intermediate cladding and its width.

4 tab. 7 fig. Ref.: 8 items.

УДК 621.317.722

Компенсация нестационарных временных погрешностей измерительных каналов / В. М. Кичак, В. Д. Рудык, С. Ф. Гончар // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 125–132

Рассмотрен подход к определению нестационарных временных погрешностей, показана природа их возникновения, проведен анализ погрешностей аналитическим методом с применением моделей измерительных каналов. Приведены математические соотношения, которые могут быть использованы для определения указанных погрешностей, а также графики, которые наглядно демонстрируют поведение таких погрешностей при разных значениях параметров канала и сигнала.

Рассмотрен алгоритм обработки сигналов с целью компенсации нестационарной временной погрешности в широкополосных измерительных каналах и реализация данного алгоритма в аппаратном и программном виде.

Ил. 8. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.317.722

Компенсация нестационарных часовых похибок измерительных каналов / В. М. Кичак, В. Д. Рудык, С. Ф. Гончар // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 125–132.

Розглянуто питання підходу до визначення нестационарних часових похибок, показано природу їх виникнення, проведено аналіз похибок аналітичним методом із застосуванням моделей вимірювальних каналів. Наведено математичні співвідношення, що можуть бути використані для визначення вказаних похибок, а також графіки, що наочно демонструють поведінку таких похибок при різних значеннях параметрів каналу і сигналу.

Розглянуто алгоритм обробки сигналів з метою компенсації нестационарної часової похибки в широкосмугових вимірювальних каналах та реалізація даного алгоритму в апаратному та програмному вигляді.

Іл. 8. Бібліогр.: 3 назви.

UDC 621.317.722

Compensation of nonstationary temporal errors of the measurement channel / V. M. Kichak, V. D. Rudyk, S. F. Gonchar // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 125–132.

The approach to estimation of nonstationary temporal errors, nature of their origin is considered, the analysis of errors by the analytical method is carried out using models of the measurement channel. Mathemati-

cal correlations which can be used for determination of the indicated errors, and also graphs which evidently demonstrate the conduct of such errors at the different values of parameters of channel and signal, are given.

The algorithm of the signal processing is considered with the aim to compensate the nonstationary temporal error in the measurement channel and realize this algorithm in a hardware and software form.

8 fig. Ref.: 3 items.

УДК 681.3

Алгоритм кодування – декодування узагальненого завадостійкого коду умовних лишків в задачах забезпечення цілісності / В. С. Василенко, О. К. Юдін // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 133–139.

Досліджено можливості застосування у задачах забезпечення цілісності інформаційних об'єктів в телекомунікаційних мережах алгоритмів кодування - декодування узагальненого завадостійкого коду умовних лишків. Запропоновано опис таких алгоритмів і здійснено аналіз їх можливостей.

Бібліогр.: 2 назв.

UDC 681.3

Generalized antigambling code of conditional deductions in the tasks of providing of integrity / V.S.Vasylenko, O.K.Yudin // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 133–139.

The possibilities to apply the algorithms of coding-decoding of the generalized antigambling code of conditional deductions are studied in the tasks of providing integrity of information holding object in the telecommunication networks. The offered description of such algorithms is offered and analysis of their possibilities is carried out.

Ref.: 2 items.

УДК 621.396.677.8

Псевдостатическое приближение в электродинамической теории ВЧ-гипертермии / Ф. Ю. Дранищев, Л.А. Поспелов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 140–144.

Предложено и обосновано новое в электромагнитной теории псевдостатическое приближение. Установлен критерий его применимости. Выведено новое уравнение электромагнитного поля, соответствующее этому приближению. Показано, что это уравнение 4-го порядка в частных производных. Для поля, возбуждаемого микрополосковым излучателем в сильно диссипативной среде, уравнение псевдостатического приближения решено аналитически и его решение проанализировано. Применительно к полю, возбуждаемому круглым эллипсоидальным электродом, это уравнение преобразовано к обыкновенному дифференциальному уравнению четвертого порядка. Найдены граничные условия для этой задачи с использованием известного решения соответствующей квазистатической задачи, получено и проанализировано численное решение ее.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.396.677.8

Псевдостатичне наближення в електродинамічній теорії ВЧ-гіпертермії / Ф. Ю. Дранищев, Л. А. Поспелов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 140–144.

Запропоновано та обґрунтовано нове в електромагнітній теорії псевдостатичне наближення. Встановлено критерій його застосовності. Виведено нове рівняння електромагнітного поля, відповідне цьому наближенню. Показано, що це рівняння 4-го порядку в часткових похідних. Для поля, збуджуваного мікропелюстковим випромінювачем в сильно дисипативному середовищі, рівняння псевдостатичного наближення рішення аналитично та його рішення проаналізовано. Стосовно до поля, збуджуваного круглим еліпсоїдальним електродом, це рівняння перетворено к звичайному диференціальному рівнянню четвертого порядку. Знайдені граничні умови для цієї задачі з використанням відомого рішення відповідної квазистатичної задачі, отримано і проаналізовано чисельне рішення її.

Бібліогр.: 3 назв.

UDC 621.396.677.8

Pseudo-static approximation electrodynamic theory HF hyperthermia / F. Dranishchev, L. Pospelov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P.140–144.

Pseudostatic approximation, new in the electromagnetic theory, is offered and proved. The criterion of its applicability is established. The new equation for the electromagnetic field corresponding to this approximation is derived. It is shown that this equation is the equation of the 4-th order in private derivatives. For a field excited by a microstrip radiator in a strong dissipation medium the equation of pseudo-static approximation is solved analytically and its solution is analyzed. With reference to a field excited with a round

ellipsoidal electrode this equation is transformed to the ordinary differential equation of the fourth order. Boundary conditions are found for this problem using the known solution of the corresponding quasi-static problem, its numerical solution is received and analyzed.

Ref.: 3 items.

УДК 621.391.24

Математические аспекты синтеза многопараметрических селективных сигналов с финитным спектром / Э. А. Сукачев, Д. Ю. Ильин // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 145–149.

Предложена новая обобщенная форма записи для многопараметрических сигналов, удовлетворяющих первому критерию Найквиста. Обсуждаются вопросы синтеза сигналов с заданными свойствами.

Табл. 1. Ил. 3. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.391.24

Математичні аспекти синтезу багато параметричних селективних сигналів з фінітним спектром / Е. О. Сукачев, Д. Ю. Ільїн // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 145–149

Запропоновано нову узагальнену форму для запису багатопараметричних сигналів, які відповідають вимогам першого критерію Найквіста. Обговорюються питання синтезу сигналів з заданими властивостями.

Табл. 1. Іл. 3. Бібліогр.: 4 назви.

UDC 621.391.24

Mathematical aspects of synthesis of multiparametric selective signals with finite spectrum / E. A. Sukachev, D. Y. Ilyin // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 145–149.

A new generalized form of representation for the multiparametric signals satisfying the first Nyquist's criterion is offered. Problems of the synthesis of signals with the given properties are discussed.

1 tab. 3 fig. Ref.: 4 items.

УДК 621.314.26

Ценовая регуляция деятельности операторов (провайдеров) относительно предоставления общедоступных (универсальных) телекоммуникационных услуг / Д. И. Олейник // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 150–155.

Предлагается рассмотреть прогрессивные методы ценообразования в сфере телекоммуникаций о предоставлении общедоступных телекоммуникационных услуг.

Ил. 2. Библиогр.: 9 назв.

УДК 621.314.26

Цінове регулювання діяльності операторів (провайдерів) щодо надання загальнодоступних (універсальних) телекомунікаційних послуг / Д. І. Олійник // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 150–155.

Пропонується розглянути прогресивні методи ціноутворення у сфері телекомунікацій щодо надання загальнодоступних телекомунікаційних послуг.

Іл. 2. Бібліогр.: 9 назви.

UDC 621.314.26

Price control of operators (providers) activity in relation to rendering popular (universal) telecommunication services / O. I. Oleynik // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. №149. P. 150–155.

The new approaches to economic means of price control for limited resources used on the telecommunication field are described in the article.

2 fig. Ref: 9 items.

УДК 621.391

Совместная фильтрация дискретно-непрерывных и непрерывных марковских диффузионных процессов / В. Ф. Ерохин, А. Г. Соловей // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 149. С. 156–163.

С применением взаимодополняющих методов теории нелинейной фильтрации и статистической теории разделения цифровых сигналов предложен подход к синтезу алгоритмов фильтрации аддитивных совокупностей дискретно-непрерывных и непрерывных марковских диффузионных процессов.

Табл. 1. Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.391

Сумісна фільтрація дискретно-неперервних та неперервних марківських дифузійних процесів / В. Ф. Єрохін, О. Г. Соловей // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 156–163.

Із застосуванням взаємодоповнюючих методів теорії нелінійної фільтрації та статистичної теорії розділення цифрових сигналів запропоновано підхід до синтезу алгоритмів фільтрації адитивних сукупностей дискретно-неперервних та неперервних марківських дифузійних процесів.

Табл. 1. Іл. 1. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 621.391

Discrete-continuous and continuous Markov diffusion processes common filtering / V. F. Erokhin, O. G. Solovey // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. P. 156–163.

The method of synthesis filtering algorithms of discrete-continuous and continuous Markov diffusion processes additional aggregates is offered. Elements of non-line filtering theory and discrete signals division statistical theory are used in this method.

Tabl. 1. 1 fig. Ref.: 8 items.

УДК 681.3.06:519.248.681

Кольцевая подпись на основе усовершенствованного криптопримитива сведения множества значений в одно / И. Г. Горбенко, Д. В. Шевченко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. науч.-техн. сб. 2007. Вип. 149. С. 164–172.

Представлен усовершенствованный криптопримитив сведения множества значений в одно и разработанный на его основе алгоритм кольцевой подписи фиксированным размером. Проведен анализ стойкости данного алгоритма к различного вида атакам, а также сравнительные характеристики с кольцевой подписью Нгюэна.

Табл. 2. Библиогр.: 8 назв.

UDC 681.3.06:519.248.681

Кільцевий підпис на основі удосконаленого криптопримітиву зведення множини значень в одне / І. Г. Горбенко, Д. В. Шевченко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2007. Вип. 149. С. 164–172.

Представлено удосконалений криптопримітив зведення множини значень в одне та розроблений на його основі алгоритм кільцевого підпису з фіксованим розміром. Проведено аналіз стійкості даного алгоритму до атак різного виду, а також порівняльні характеристики з кільцевим підписом Нгюєна.

Табл. 2. Бібліогр.: 8 назв

UDC 681.3.06:519.248.681

Ring signature based on advanced accumulator / I.D. Gorbenko, D.V. Shevchenko // Radiotekhnika: all-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2007. № 149. С. 164–172.

This paper is devoted to advanced accumulator and developed ring signature with fixed size of signature that is based on advanced accumulator. Security analyses of this ring signature and comparable characteristic of this ring signature and Nguyen's signature are presented in this article.

2 tab. Ref.: 8 items

**ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ
РАДІОТЕХНІКА**

Випуск 149

Російською, українською та англійською мовами

**СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ
РАДИОТЕХНИКА**

Выпуск 149

На русском, украинском и английском языках

Коректор Л.І. Саценко

Підп. до друку 25. 06. 2007. Формат 60х90/8. Папір офсет. Гарнітура Таймс. Друк. ризограф
Ум. друк. арк. 11,2. Обл.-вид. арк. 10,3. Тираж 300 прим. Зам. № 89. Ціна договір.

Харківський національний університет радіоелектроніки (ХНУРЕ)
Просп. Леніна, 14, Харків, 61166

Оригінал-макет підготовлено і збірник надруковано у ПФ „Колегіум”, тел. (057) 703-53-74.
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої діяльності до Державного реєстру видавців
Сер. ДК №1722 от 23.03.2004