

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

(повна назва)

Кафедра прикладної математики

(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Комп'ютерне моделювання перехідних режимів по ділянці
трубопроводу для знаходження місцеположення витоку газу

(тема)

Виконав:

здобувач 2 року навчання, групи ПМм-24-1
Олексій ПАВЛЮК

(Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика

(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. Ірина ГУСАРОВА

(посада, Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

Допускається до захисту

Завідувач кафедри ПМ

(підпис)

Максим СИДОРОВ

(Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

2025 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Завідувач кафедри _____

(підпис)

“ 10 ” листопада 2025 р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві Павлюку Олексію Володимировичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Комп'ютерне моделювання перехідних режимів по ділянці
трубопроводу для знаходження місцеположення витoku газу

затверджена наказом по університету від 10 листопада 2025 р. № 1028 Ст

2. Термін подання здобувачем роботи до екзаменаційної комісії 18 грудня 2025 р.

3. Вихідні дані до роботи математична модель нестационарних режимів течії газу
по ділянці трубопроводу з витком

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1. Аналіз предметної області

2. Вибір і обґрунтування методу розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Результати обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій _____

1. Актуальність теми роботи _____

2. Постановка задачі _____

3. Аналіз предметної області _____

4. Метод чисельного аналізу _____

5. Результати обчислювального експерименту _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи	10 – 16 листопада 2025 р.	виконано
2	Вибір та обґрунтування методу	17 – 23 листопада 2025 р.	виконано
3	Розробка алгоритму і програми	24 – 30 листопада 2025 р.	виконано
4	Проведення аналітичних досліджень та розрахунків	01 – 07 грудня 2025 р.	виконано
5	Робота над текстом пояснювальної записки	08 – 17 грудня 2025 р.	виконано
6	Представлення роботи на рецензію в ЕК	18 грудня 2025 р.	виконано

Дата видачі завдання 10 листопада 2025 р.

Здобувач _____
(підпис)

Керівник роботи _____ проф. Ірина ГУСАРОВА
(підпис) (посада, Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 86 с., 9 табл., 6 рис., 1 дод., 30 джерел.

ВИТОК, ДІЛЯНКА ТРУБОПРОВОДУ, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, МОДЕЛЮВАННЯ, ОПТИМІЗАЦІЙНА ЗАДАЧА.

Об'єкт дослідження – перехідні режими течії газу.

Мета роботи – вибір та реалізація чисельного методу розв'язання оптимізаційної задачі визначення оцінки місцезнаходження витоку або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу.

Методи дослідження – методи математичного та комп'ютерного моделювання, метод скінченних різниць з використанням неявної скінченно-різницевої схеми, метод Ньютона, чисельні методи оптимізації, зокрема метод золотого перетину.

У даній кваліфікаційній роботі зроблено огляд сучасного стану методів виявлення витоків на лінійних ділянках трубопроводу, детально розглянуто методи, які базуються на аналізі перехідних процесів – метод розрахунку динамічного балансу, метод знаків збільшення витрат, метод знаків збільшення тисків. Для знаходження розрахункових параметрів течії газу запропонована математична модель перехідних режимів течії газу з використанням кінетичної енергії та чисельний метод розв'язання рівнянь математичної моделі. Побудовано алгоритм та розроблено програмний продукт розв'язання оптимізаційної задачі визначення оцінки місцезнаходження витоку з використанням методу золотого перетину. Проведено обчислювальні експерименти.

Отримані результати дослідження можуть бути використані для моделювання режимів течії газу з метою своєчасного виявлення аварійних ділянок трубопроводу та контролю відповідності реальних та модельованих технологічних процесів для виявлення неузгодженості оперативних даних.

ABSTRACT

Introductory note: 86 pages, 9 tables, 6 figures, 1 appendix, 30 sources.

LEAKAGE VALUE, PIPELINE SECTION, MATHEMATICAL MODEL, MODELING, OPTIMIZATION PROBLEM.

Object of research – transient gas flow regimes.

Purpose of work – selection of a numerical method for solving the optimization problem of determining the location of a gas leak or unauthorized gas sampling in a pipeline section.

Methods of research – methods of mathematical and computer modeling, finite difference method using a nonlinear finite difference scheme, Newton's, numerical optimization methods, in particular the golden section method.

This qualification work provides an overview of the current state of methods for detecting leaks in linear sections of pipelines, with a detailed examination of methods based on the analysis of transient processes – the dynamic balance calculation method, the method of signs of increase in flow, and the method of signs of increase in pressure. To find the calculated parameters of gas flow, a mathematical model of transient gas flow regimes using kinetic energy and a numerical method for solving the equations of the mathematical model are proposed. An algorithm has been constructed and a software product has been developed to solve the optimization problem of determining the location of a gas leak using the golden section method. Computational experiments have been performed.

The results of the study can be used to model gas flow regimes for the timely detection of pipeline failure areas and to control the compliance of real and modeled technological processes in order to identify inconsistencies in operational data.

ЗМІСТ

	С.
Перелік скорочень, умовних познач, одиниць і термінів	8
Вступ	9
1 Аналіз предметної області та постановка задач дослідження	12
1.1 Огляд сучасного стану методів виявлення витоків на лінійних ділянках трубопроводу	12
1.2 Методи чисельного аналізу виявлення та локалізації аварійних ситуацій, пов'язаних з виявленням витоків	22
1.2.1 Метод розрахунку динамічного балансу	24
1.2.2 Метод знаків збільшення витрат	28
1.2.3 Метод знаків збільшення тисків	30
1.3 Змістовна та формальна постановка задачі	32
1.4 Постановка задач дослідження	34
2 Вибір та обґрунтування методу розв'язання	36
2.1 Математична модель нестационарних неізотермічних режимів течії газу по лінійній ділянці трубопроводу за умови витoku	36
2.2 Метод розв'язання задачі для отримання оцінки місцезнаходження витoku на лінійній ділянці трубопроводу	39
2.2.1 Постановка задачі одновимірної мінімізації	39
2.2.2 Застосування методу золотого перетину для визначення оцінки місцезнаходження витoku на ділянці трубопроводу	43
2.3 Метод та алгоритм розв'язання системи рівнянь математичної моделі НН РТГ з використанням неявної скінченно-різницевої схеми для лінійної ділянки з витокom	46
Висновки за розділом 2	53
3 Програмна реалізація	54
3.1 Система комп'ютерної алгебри Mathematica 11.3	54

3.2 Алгоритм розв’язання задачі комп’ютерного моделювання перехідних режимів по ділянці трубопроводу для знаходження місцеположення витоку газу	55
3.3 Опис програми	57
Висновки за розділом 3	59
4 Результати обчислювального експерименту та їх аналіз	60
4.1 Обчислювальний експеримент та аналіз результатів	60
Висновки за розділом 4	70
Висновки	71
Перелік джерел посилання	73
Додаток А Лістинг програми	77

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАК, ОДИНИЦЬ І ТЕРМІНІВ

ДТ – ділянка трубопроводу;

НН РТГ – нестационарний неізотермічний режим течії газу;

ГТС – газотранспортна система;

БЛД – багатониткова лінійна ділянка;

СН РТГ – стаціонарний неізотермічний режим течії газу;

ЕОМ – електронно-обчислювальна машина;

ПП – програмний продукт;

ММ – математична модель.

ВСТУП

Актуальність теми. Газотранспортна система відноситься до великома-сштабних інженерних об'єктів тривалого використання. В процесі експлуатації знижується надійність технологічних об'єктів, трапляються порушення цілісності магістрального газопроводу. Забезпечення надійної експлуатації газотранспортної системи є однією з найважливіших загальнодержавних задач, оскільки аварії трубопроводів можуть спричинити величезні економічні й екологічні збитки народному господарству.

В Україні розроблено та затверджено Енергетичну стратегію до 2050р., в якій особлива увага приділяється підтримці та модернізації ГТС, як одній із ключових елементів енергобезпеки [1]. Одним із аспектів розвитку є підвищення надійності, стабільності, економічної ефективності транспортування природного газу. Ця стратегія орієнтована на розвиток цифрових систем, «розумних» мереж і моніторингу для раннього виявлення аварій, витоків в мережі та швидкої локалізації і ліквідації аварій. Ставиться задача удосконалення методів прогнозування змін оцінок параметрів, які визначають технічний стан технологічного обладнання та режимів течії газу.

Таким чином, актуальність роботи зумовлена необхідністю вирішення проблеми своєчасного виявлення аварійних ділянок трубопроводу, вибору методів ідентифікації ділянок з витоків газу, знаходження оцінки параметрів витоку та знаходження місця витоку. Важливим моментом при вирішенні цих задач є вибір математичних моделей, за допомогою яких здійснюється моделювання перехідних режимів течії газу по ділянках трубопроводів із витоків в аварійних умовах, а також розробка обчислювальних методів для розв'язання рівнянь математичної моделі.

Практичне застосування результатів кваліфікаційної роботи дозволить при оперативно-диспетчерському керуванні своєчасно реагувати на зміни в параметрах режимів течії газу, за мінімально можливий проміжок часу підтверджувати фактичне місцезнаходження витоку та давати оцінку процесам, що відбува-

ються, і тим самим сприяти підвищенню точності діагностики та забезпеченню безпечної експлуатації газопроводу.

Мета і завдання кваліфікаційної роботи. Метою кваліфікаційної роботи є вибір та реалізація чисельного методу розв'язання оптимізаційної задачі визначення оцінки місцезнаходження витоку або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу. Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання:

- провести огляд і аналіз сучасного стану задачі «Комп'ютерне моделювання перехідних режимів по ділянці трубопроводу для знаходження місцеположення витоку газу»;

- зробити постановку задачі знаходження місцеположення витоку газу або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу;

- побудувати математичну модель і метод розв'язання рівнянь математичної моделі перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з витоком;

- вибрати чисельний метод та побудувати алгоритм розв'язання оптимізаційної задачі визначення оцінки місцезнаходження витоку або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу;

- розробити програмний продукт для визначення оцінки місцезнаходження витоку або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу;

- провести чисельні експерименти та аналіз їх результатів.

Об'єктом дослідження є перехідні режими течії газу.

Предметом дослідження є математична модель і метод розв'язання рівнянь математичної моделі перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з витоком та чисельний метод розв'язання оптимізаційної задачі.

Методи дослідження. У роботі використовуються методи математичного та комп'ютерного моделювання, метод скінченних різниць з використанням неявної скінченно-різницевої схеми, метод Ньютона, чисельні методи оптимізації, зокрема метод золотого перетину.

Публікації. Результати, отримані у роботі, було представлено на 28-му Міжнародному молодіжному форумі «Радіоелектроніка та молодь у XXI сто-

літті» (м. Харків, 16-18 квітня 2024 р.) [2], на 9-й Міжнародній науково-практичній конференції «Theoretical and empirical scientific research: concept and trends» (м. Оксфорд, Сполучене Королівство, 10 жовтня 2025 р.) [3], на 10-й Міжнародній науково-практичній конференції «An integrated approach to science modernization: methods, models and multidisciplinary» (м. Вінниця – Відень, 17 жовтня 2025 р.) [4], на 9-й Міжнародній науково-технічній конференції «Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем» (м. Дніпро, 5-7 листопада 2025 р.) [5], на IX-й Міжнародній науково-практичній конференції «Education and science of today: intersectoral issues and development of sciences» (м. Кембридж, Сполучене Королівство, 28 листопада 2025 р.) [6], а також на VII-й Міжнародній науково-теоретичній конференції «Scientific method: reality and future trends of researching» (м. Монреаль, Канада, 5 грудня 2025 р.) [7].

1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Огляд сучасного стану методів виявлення витоків на лінійних ділянках трубопроводу

Трубопровід відіграє важливу роль у процесі транспортування природного газу. Моніторинг стану трубопровідних систем є надзвичайно важливим завданням для забезпечення безпечної роботи газопроводу протягом усього терміну служби, оскільки має місце ризик виникнення надзвичайних ситуацій.

Моделювання перехідних режимів течії газу визначається необхідністю своєчасного прийняття коректних та обґрунтованих рішень при виникненні аварійних ситуацій, підвищенню безпечної та надійної роботи газотранспортної системи, здійсненню контролю цілісності трубопроводу. Режими течії природного газу по трубопроводу при виникненні аварійних ситуацій (несанкціонованому відборі) вважаються нестационарними та неізотермічними. Визначити місце розташування витoku, а також спрогнозувати потенційні ризики для навколишнього середовища, дозволяє у тому числі моделювання нестационарних неізотермічних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з витком з використанням різних математичних моделей з урахуванням різних факторів.

Існує значна кількість методів і способів виявлення витоків, але є й велика ймовірність виникнення аварій на газопроводах, тому актуальною лишається задача розробки нових та удосконалення існуючих методів ідентифікації аварійних ділянок.

З метою вивчення методів виявлення витоків на лінійних ділянках трубопроводу було проведено аналіз літературних джерел, вивчено наукові праці, ознайомлено з інтернет-виданнями, зроблено огляд існуючих сучасних методів знаходження витоків [8]. Це дослідження в подальшому може бути використано для створення нових підходів при моделюванні перехідних режимів течії газу, чисельного розв'язання оптимізаційної задачі визначення місцезнаходження

витоку або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу.

Порушення герметичності газопроводів відбувається з різних причин. За оцінкою експертів причиною виникнення нештатних ситуацій можуть бути гідродари, перепади тиску, електрохімічна корозія металу труб, незадовільна якість зварювальних робіт, втручання сторонніх осіб в процес експлуатації газопроводу, природні явища, форс-мажорні обставини. Статистична інформація причин виникнення аварій в Україні є конфіденційною, або частково закритою для всезагального огляду. Група з дев'ятнадцяти великих операторів газотранспортних систем у Європі European Gas Pipeline Incident Data Group (EGIG) займається збором даних щодо виникнення аварійних ситуацій в трубопроводах газотранспортної системи Європи. Так, відповідно до 12-го звіту EGIG [9] за десять років (1990-2022рр) серед зареєстрованих інцидентів на трубопроводах поява витоків, спричинених корозією складає 25,7%, кількість аварій через втручання сторонніх осіб – близько 22,8%, через рух ґрунту – близько 19,3%, а через будівельні дефекти – 17,5%.

Аварії на трубопроводах супроводжуються великими втратами природних ресурсів та забрудненням навколишнього середовища. Через легкозаймисту та вибухонебезпечну природу природного газу витoki в газопроводах можуть призвести до катастрофічних наслідків.

Для підтримки безпеки та надійності роботи газопроводів, для контролю цілісності трубопроводу існує велика кількість методів виявлення витоків. Основні вимоги до методів визначення витоків наступні:

- точність визначення місця витoku;
- оперативність (швидкодія) виявлення пошкоджень;
- висока чутливість;
- висока ступінь надійності та автоматизації;
- достовірність інформації;
- відсутність перешкод при різних режимах перекачування;
- безпечність експлуатації;
- забезпечення контролю стану трубопроводів великої протяжності;

- економічність;
- незалежність від погодних та кліматичних умов.

На даний момент не існує єдиної загальноприйнятої класифікації цих методів. Це пояснюється наявністю великої кількості різноманітних методів, які базуються на різних механізмах та фізичних принципах. Основними критеріями вибору методу виявлення витоку є:

- можливість доступу до трубопроводу;
- параметри трубопроводу;
- можливість моніторингу стану трубопроводу;
- точність локалізації витоку.

Деякі зарубіжні джерела [10] пропонують класифікацію систем та методів виявлення витоків, зображену на рисунку 1.1.

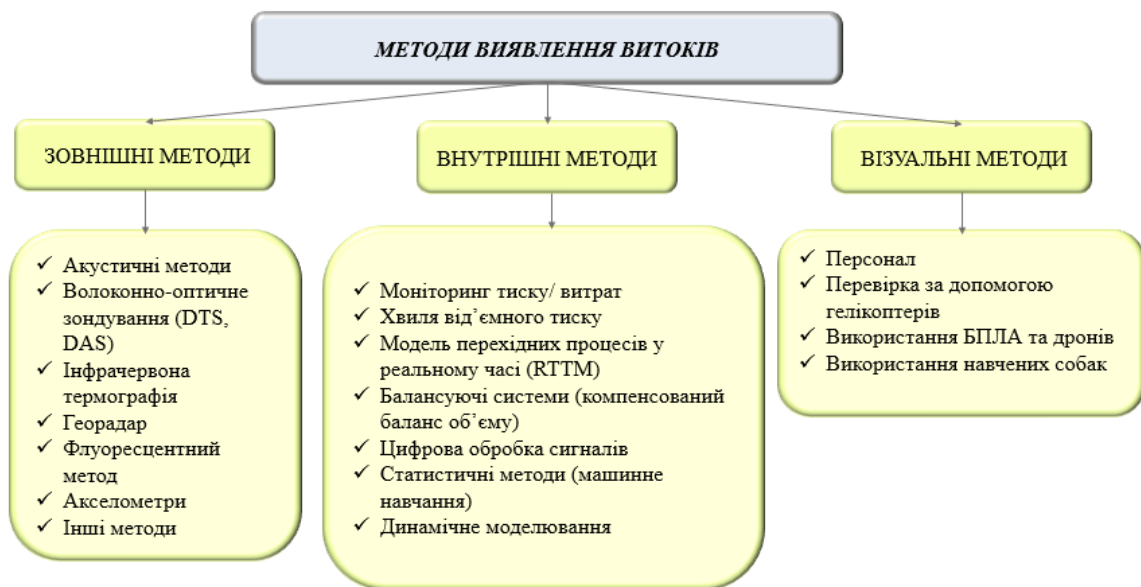


Рисунок 1.1 – Класифікація методів виявлення витоків

Зовнішні методи виявлення витоків використовують контрольно-вимірювальне обладнання для моніторингу параметрів трубопроводу спеціальними зовнішніми датчиками. Так акустичні методи працюють за принципом виявлення та обробки імпульсних та безперервних сигналів, що генерується під тиском під час появи витоку. Існують активні та пасивні акустичні методи кон-

тролю. До пасивних методів відносяться метод акустичної емісії, шумо- і вібродіагностика, і вони базуються на фіксуванні пружних хвиль, що виникають під час утворення витоків, деформацій напруженого матеріалу і руйнувань (зростання тріщин). Активні ж методи досліджують поширення коливань, що вводяться в контрольований об'єкт. Волоконно-оптичні методи ґрунтуються на властивостях оптичного волокна реєструвати зміни температури та зміни рівня зворотного розсіювання при віброакустичних впливах. Волоконно-оптичне зондування, аналіз точок тиску та динамічне моделювання можуть одночасно виявляти як розмір, так і місце розташування витoku.

Внутрішні методи виявлення витоків працюють на основі моделі або алгоритмічного принципу, який контролює параметри потоку в режимі реального часу.

Візуальний метод базується на фіксації запаху, наявності звуку, візуальному огляді ділянок трубопроводу людьми, собаками чи роботами.

Класифікацію методів виявлення витоків відповідно до роботи [11] наведено на рисунку 1.2. Система виявлення витоків розділяється на три основні категорії: біологічні, апаратні та програмні методи.

Біологічні методи відносяться до традиційних методів виявлення витоків, які вимагають присутності досвідченого персоналу, або використання навчених собак з високочутливим нюхом до речовини, що виділяється з витoku.

Апаратні методи залежать від апаратних пристроїв. Це можуть бути візуальні пристрої (наприклад використовують інфрачервоні камери для фіксації ефекту крапель витoku, температурні датчики, багатосенсорний електричний кабель, оптична рефлектометрія в часовій області), акустичні пристрої (при виникненні витоків, рідина виходить з трубопроводу, що створює шум, при цьому газ виходить із швидкістю хвилі, яка залежить від фізичних властивостей рідини в трубопроводі), детектори хвиль тиску (при поширенні хвиль зі швидкістю звуку, датчики тиску можуть бути використані для вимірювання градієнта тиску залежно від часу).

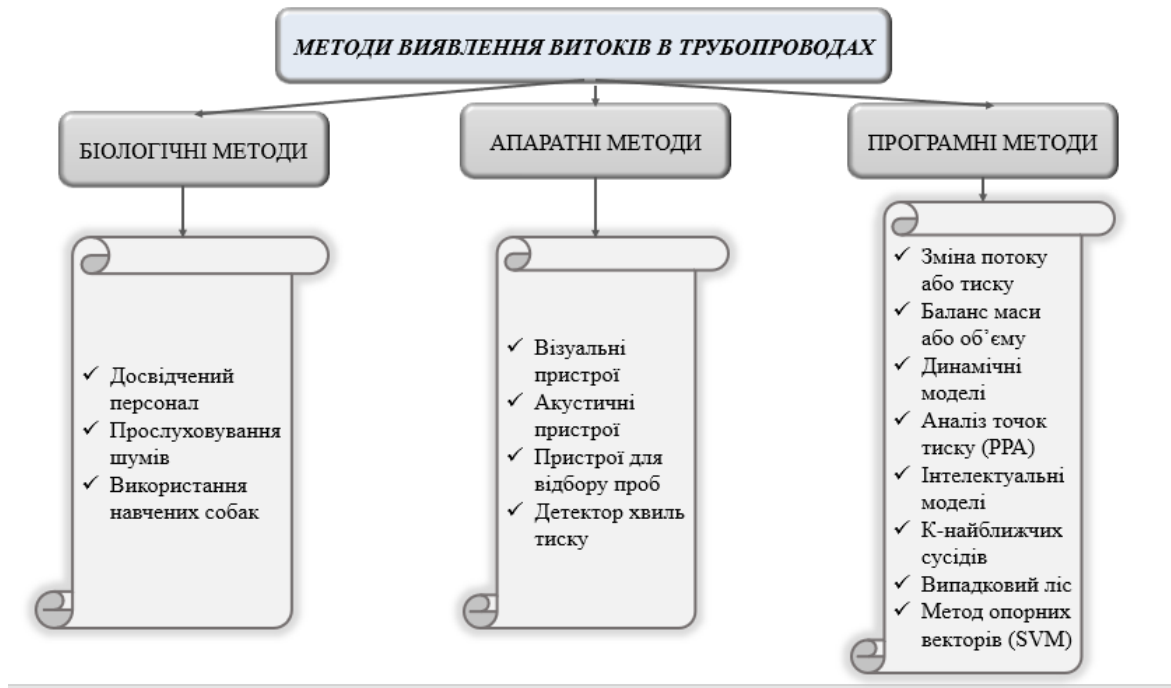


Рисунок 1.2 – Класифікація методів виявлення витоків

Складність моделювання нестационарних режимів течії пов'язана зі складністю та мінливістю динамічного стану потоку газу в трубопроводах. Програмні методи можна розділити на дві основні категорії: методи, засновані на моделях, та методи, керовані даними. Підходи, засновані на моделях, використовують теоретичні формули з гідродинаміки для порівняння обчислених та вимірянних значень, де значні відхилення вказують на витоки.

У статті [12] запропоновано чисельний метод розрахунку нестационарних режимів у магістральних газопроводах з урахуванням сил тертя та інерції газу, з довільним законом зміни швидкості руху газу на початку та тиску в кінці трубопроводу. Запропонований метод базується на використанні нового підходу у визначенні значень оригіналів передавальних функцій за допомогою дискретного аналога інтегрального рівняння згортки. Перевагою запропонованого підходу є те, що він дозволяє, не вдаючись в область дискретних образів, здійснити перехід від лапласових образів шуканих функцій до площинних оригіналів, не знаходячи коренів характеристичного рівняння, замінити операції неперервного інтегрування підсумовуванням за допомогою методу трапецій, що значно спрощує математичні розрахунки та підвищує точність обчислень.

В газовій мережі через платформи дистанційного моніторингу та керування, такі як системи диспетчерського керування та збору даних (SCADA), за допомогою технологічних датчиків є можливість контролювати трубопровідну мережу, отримувати миттєві сповіщення про витіки та ініціювати негайні дії реагування. Виявлення витоків за допомогою таких технологічних датчиків називається внутрішньо-орієнтованими методами. Ці методи базуються на виявленні розбіжностей вимірювань між вхідним та вихідним потоком за різні періоди часу.

В основі балансових методів (баланс маси або об'єму) лежить закон збереження маси, відповідно до якого маса на вході та на виході трубопроводу має рівні значення. Розбіжність значень визначних параметрів порівнюється із заздалегідь визначеним порогом сигналізації для генерації сповіщень. Суттєвий недолік цього методу полягає в тому, що він не дає змоги визначати координату витіку. Визначення місця витіку в газопроводі здійснюється з точністю до ділянки, а точність вимірів залежить від точності пристроїв виміру витрат природного газу.

Метод аналізу точок тиску (Pressure Point Analysis (PPA)) відстежує зміни тиску в різних точках усередині трубопроводу і якщо величина зниження тиску нижче заданого граничного значення, то відбувається сигнал тривоги. Застосувати цей методи при перехідних процесах течії газу не рекомендується, оскільки видаються хибні сигнали про появу витіку.

Для моделювання режимів течії газу по трубопроводу та динамічного визначення витоків використовують модель перехідних процесів у реальному часі [13], яка працює в режимі онлайн на основі граничних умов, що надаються системами диспетчерського керування та збору даних (SCADA). Моделі перехідних процесів у реальному часі моделюють гідравлічну поведінку потоку газу в трубопроводах, що дозволяє виявляти витіки шляхом аналізу коливань тиску та потоку. Сигналізація про витік генерується шляхом порівняння вимірних значень з розрахованими за моделлю. Застосування статистичного аналізу до різних сигналів з трубопроводу дозволяє зробити висновок про витік газу. Ме-

тод статистичного балансу об'єму (SVB) має в основі послідовний тест відношення ймовірностей (SPRT). SPRT обчислює відношення ймовірності витоку до ймовірності відсутності витоку та визначає, чи збільшився скоригований об'ємний баланс із заздалегідь визначеною ймовірністю, наприклад 99%.

Недоліком цього методу є складність математичних моделей та високі вимоги до кваліфікації персонала.

В роботі [14] для виявлення витоків в режимі реального часу, визначення місця розташування та швидкості витоку в системах транспортування газу трубопроводами запропоновано модель перехідних процесів у реальному часі (RTTM) на основі методу зворотного аналізу перехідних процесів (ІТА). В цьому методі місцеположення та швидкість витоку, властивості речовини течії, а також фізичні параметри системи розраховуються в послідовних періодах шляхом мінімізації розбіжностей між розрахунковими та вимірними параметрами потоку системи. Для чисельного розрахунку перехідних характеристик системи використано метод характеристик, а генетичний алгоритм – як інструмент оптимізації.

Оскільки існує багато ймовірностей та сценаріїв витоків, то неможливим стає застосування єдиного механізму моніторингу всієї трубопровідної мережі через певні обмеження в застосуванні кожного з методів. Тому на практиці має місце спільне застосування одночасно декількох методів. Прикладом такого поєднання є система виявлення витоків PipePatrol [15], яка використовує технологію динамічного моделювання в режимі реального часу (E-RTTM) разом із запатентованим модулем розпізнавання моделей витоків.

Динамічне моделювання чудово виявляє розмір та місцезнаходження витоків і може аналізувати як стаціонарні, так і перехідні стани. Воно не тільки ефективно характеризує виток, але й надає синтетичні дані для різних сценаріїв витоків. Динамічне моделювання, хоча й широко застосовується в польових умовах, має певні обмеження. Наприклад, розмір та місцезнаходження витоку необхідно заздалегідь визначити перед моделюванням. Після побудови моделі швидкість потоку, тиск і температура аналізуються за допомогою складних кореляцій. Як результат, симулятор може надавати лише розрахункові результати

на основі попередньо визначених середовищ витоків. Щоб точно визначити розмір та місцезнаходження витоків, необхідно створити кілька моделей витоків і вибрати модель, яка найкраще відповідає реальним даним. Цей процес вимагає значного часу та ресурсів, а це означає, що динамічне моделювання може створювати труднощі для виявлення в режимі реального часу, де швидке реагування є важливим.

В останні роки, у зв'язку зі швидким розвитком інформаційних технологій та штучного інтелекту, методи виявлення витоків на основі даних стали одним із основних напрямків досліджень.

В дослідженні [16] порівнюються дві техніки машинного навчання, які використовуються для регресійного аналізу та класифікації даних: дерева рішень та метод опорних векторів (SVM). Техніка «Дерево рішень» набір даних розбиває на окремі точки даних на основі різних критеріїв. SVM (Support Vector Machines) для розділення наборів даних використовує різні поля, площини, гіперплощини та намагається мінімізувати ортогональну відстань між двома із них. Ці моделі підходять для даних стаціонарного стану, оскільки вони ефективні в задачах регресії, що включають стабільні вхідні значення.

В роботі [17], використовуючи підходи науки про дані та машинного навчання, досліджено п'ять інтелектуальних моделей для визначення можливостей точного прогнозування витоків. Для потоку даних використовувалися такі моделі: градієнтний бустінг, дерева рішень, випадковий ліс, метод опорних векторів та штучні нейронні мережі. Отримані результати показали, що метод опорних векторів та штучні нейронні мережі є кращими регресорами, ніж інші. Для прогнозування тиску витоків та місця витоків розроблена гібридна модель машинного навчання. Гібридна модель, яка називається «регресором голосування», об'єднує дві моделі машинного навчання: регресор випадкового лісу та регресор XGBoost (екстремальний градієнтний бустінг). Вхідними параметрами гібридної моделі є температура, тиск і швидкість потоку. Результати цього дослідження показали покращення продуктивності гібридної моделі (регресора голосування) порівняно з іншими при виявленні витоків.

В статті [18] розроблено систему виявлення витоків у трубопроводах на основі технології цифрових двійників та фізико-інформованих нейронних мереж (PINN). Запропонована PINN складається з нейронної мережі для апроксимації даних та функції витрат, що включає фізичну інформацію. При цьому рівняння Нав'є-Стокса, що описують зміни тиску та потоку рідини в трубопроводі, включені до функції витрат PINN. Крім того, для підвищення точності виявлення витоків, скориставшись рівняннями нерозривності та імпульсу, фіксується динаміка зміни визначних параметрів течії газу в трубопроводі. Нейронна мережа (DNN) будується як «сурогатна» модель для розв'язання диференціальних рівнянь в частинних похідних. Модель розроблена для моделювання динаміки течії газу за нормальних умов експлуатації, при цьому відхилення в помилках прогнозування вказують на потенційні витoki. Для оцінки точності моделі використовується коефіцієнт детермінації та середньоквадратична похибка.

В роботі [19] для підвищення ефективності виявлення та класифікації витоків використовуються інтерпретоване фізичне моделювання та прогнозні можливості машинного навчання. Пропонуються моделі поліноміальної регресії другого ступеня та регресії Random Forest (випадковий ліс), які застосовуються до синтетичних даних, створених за допомогою COMSOL Multiphysics. Саме за допомогою використання регресії Random Forest досягається найвища точність прогнозів для розміру витoku та для положення витoku.

В ході дослідження, описаного в роботі [20], зроблено висновок, що машинне навчання може забезпечити швидке та точне виявлення витоків у перехідних умовах. На підставі аналізу різних моделей машинного навчання для визначення розміру та місця витoku обґрунтовано використання методу SWT (безперервного вейвлет-перетворення). SWT застосовується для створення спектрограм на основі вимірних значень величин масового потоку та тиску з плином часу. Спектрограми надають як часову, так і частотну інформацію, виражену у вигляді двовимірного векторного масиву, подібно до зображення. Для виявлення розміру та місця витoku використовуються дві різні моделі CNN (згортова нейронна мережа): GoogleNet та SqueezeNet. CNN для виявлення ви-

токів було навчено двом завданням: одне для виявлення розміру витоків, а інше для виявлення місця витоків. Модель виявлення розміру витоків використовувала дані тенденції масової витрати, тоді як модель виявлення місця витоків використовувала дані тенденції тиску. Використовуючи SWT для генерації спектрограм, CNN продемонструвала точність, за даними авторів, понад 90% для виявлення розміру витоків та понад 80% для виявлення місця витоків після збору даних та оптимізації скринінгу. Одним з недоліків цього методу є відсутність доступу до фактичних даних про витоків з діючих трубопроводів, тому для моделювання були створені синтетичні сценарії витоків, що дозволило провести контрольоване тестування та навчання моделі машинного навчання. результати можуть не повністю враховувати реальні складнощі. Це обмеження підкреслює необхідність майбутніх досліджень, що включатимуть фактичні дані про витоків, для перевірки та потенційного покращення точності моделі в режимі реального часу.

Автори в роботі [21] запропонували метод визначення місцезнаходження джерела витоків на основі вдосконаленої згорткової нейронної мережі (CNN). У цьому методі встановлюється модель поширення пружної хвилі, збудженої постійним витоків, і вдосконалена CNN будується відповідно до її просторового розподілу поля, а навчальний набір мережі отримується за допомогою моделювання методом скінченних елементів. Цей метод може визначити місцезнаходження джерела витоків в будь-який час після виникнення витоків.

Сучасні методи визначення місця витоків в реальному часі на основі хвильового поля можна підсумувати наступним чином: по-перше, традиційний метод, заснований на сигналах акустичної емісії, має високу швидкість визначення місцезнаходження та низьку складність системи, але він потребує отримання точних сигналів акустичної емісії в момент виникнення витоків. А саме, неможливо визначити, чи утворився витік, та визначити місцезнаходження існуючого джерела витоків, що має високий рівень хибного виявлення. По-друге, на основі методу просторового кореляційного аналізу сигналу витоків можна визначити місце витоків в будь-який момент часу, коли виник витік,

та точно визначити, чи утворився витік. Однак необхідно побудувати та розрахувати точну теоретичну модель витоку, що вимагає використання кількох масивів датчиків для завершення визначення місцезнаходження, а час визначення місцезнаходження є відносно повільним, що має певні обмеження щодо сценарію застосування. Нарешті, метод, заснований на машинному навчанні, який не спирається на точну теоретичну модель поширення звукового поля витоку, має високу швидкість визначення місцезнаходження та низьку складність системи. Нарешті, методи, засновані на машинному навчанні або глибокому навчанні (CNN), не спираються на точні теоретичні моделі поширення звукового поля витоку та мають високу швидкість визначення місцезнаходження та низьку складність системи. Однак, оскільки звукове поле витоку є складним і чутливим до впливу навколишнього середовища, більшість поточних робіт базується на певному сигналі (наприклад, сигналі акустичної емісії) у певний момент зі значними характеристиками, що є більш обмежуючим у процесі застосування. Тому, щоб покращити практичність методу, необхідні подальші наукові дослідження, які мають бути спрямовані на створення більш універсальних методів, здатних працювати в умовах шуму та змінних параметрів середовища. Перспективним напрямом є поєднання фізичних моделей із технологіями штучного інтелекту для підвищення точності та надійності визначення місця витоку. Крім того, важливо розробити ефективні алгоритми обробки сигналів у реальному часі, що забезпечать оперативне реагування на аварійні ситуації в газотранспортних системах.

1.2 Методи чисельного аналізу виявлення та локалізації аварійних ситуацій, пов'язаних з виявленням витоків

ГТС України має досить складну структуру, основними елементами якої є БЛД. Для підтримки заданого тиску газу в газопроводі та необхідної пропускної спроможності через кожні 100 – 150 км встановлюють компресорні станції.

У більшості випадків режими течії природного газу характеризуються безперервністю транспортування, інертністю процесів, що протікають у БЛД, і є нестационарними. Нестационарність режимів транспортування природного газу по БЛД ГТС пояснюється багатьма факторами: змінним режимом споживання природного газу (сезонна нерівномірність споживання), аварійними ситуаціями, пов'язаними з розривами і витокami на трубопроводах, різного характеру поломками обладнання ГТС, зміною технологічних режимів диспетчерськими службами в процесі експлуатації ГТС. З метою забезпечення безпеки на об'єктах БЛД ГТС необхідне своєчасне реагування диспетчерських служб на появу аварійних ситуацій на БЛД ГТС, що можливо досягти за допомогою розробки методів ідентифікації аварійних ділянок, що базуються на застосуванні математичних моделей НН РТГ БЛД і засобів статистичної обробки даних, отриманих із замірних вузлів.

Модель структури БЛД ГТС можна задати за допомогою орієнтовного графу $G = (V, M)$, де V – множина вузлів графу, M – множина дуг графу. Вузли графу представляють собою місця з'єднання технологічних елементів між собою. Множина дуг $M = M_1 \cup M_2$, де M_1 – множина дуг графа відповідних ділянці трубопроводу, M_2 – множина дуг графа відповідних кранів. Множина вузлів $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3 \cup V_4 \cup V_5$ – це об'єднання взаємно не перетинаючих множин вузлів, де V_1 – множина входів БЛД ГТС, V_2 – множина проміжних вузлів, V_3 – множина виходів БЛД ГТС, V_4 – множина входів всіх кранів із M_2 , V_5 – множина виходів всіх кранів із M_2 . Кожному елементу множин M та V відповідає унікальний номер. Множини M та V скінченні:

$$m_1 = |M_1|, m_2 = |M_2|, v_1 = |V_1|, v_2 = |V_2|, v_3 = |V_3|, v_4 = |V_4|, v_5 = |V_5|.$$

Оскільки кожна дуга графа відповідає ділянці трубопроводу, то поняття « i -та дуга графа із M_1 » та « i -та ділянка трубопроводу із M_1 » є еквівалентними.

На сьогодні існує значна кількість методів і способів виявлення витоків, однак у більшості випадків засоби та система виявлення витоків в БЛД ГТС є дорогими. Тому розробка методів ідентифікації аварійних ділянок при моделюванні нестационарних неізотермічних режимів роботи БЛД ГТС все ще залишається актуальним завданням, рішення якою дозволить мінімізувати кількість аварій.

Розглянемо наступні методи виявлення аварійного витoku природного газу для БЛД ГТС, які базуються на аналізі перехідних процесів, отриманими при моделюванні НН РТГ БЛД ГТС: метод розрахунку динамічного балансу, метод знаків збільшення витрат, метод знаків збільшення тисків.

1.2.1 Метод розрахунку динамічного балансу

Рівняння динамічного балансу для БЛД газотранспортної системи між замірними вузлами для заданого інтервалу часу $[\tau_1, \tau_2]$ має вигляд:

$$\sum_{i=1}^{p_1} M_i^{(in)}(\tau_1, \tau_2) - \sum_{i=p_1+1}^{p_1+p_2} M_i^{(in)}(\tau_1, \tau_2) + \sum_{r \in Q_1} M_r(\tau_1) - \sum_{r \in Q_1} M_r(\tau_2) - M_{i,j}^{(out)}(\tau_1, \tau_2) = 0,$$

де $M_i^{(in)}(\tau_1, \tau_2)$ – маса природного газу, що пройшов відповідно через i -й ($i = \overline{1, p_1 + p_2}$) замірний вузол за інтервал часу $[\tau_1, \tau_2]$;

$M_r(\tau_1), M_r(\tau_2)$ – маси природного газу, акумульованого всередині кожної r -ї ($r \in M_1$) ділянки трубопроводу БЛД ГТС в моменти часу τ_1 і τ_2 відповідно;

$M_{i,j}^{(out)}(\tau_1, \tau_2)$ – маса втрат природного газу на БЛД ГТС між вхідними та вихідними замірними вузлами БЛД ГТС за інтервал часу $[\tau_1, \tau_2]$.

Для однопіткової лінійної ділянки рівняння динамічного балансу на ділянці трубопроводу між i -м та $(i+1)$ -м замірним вузлом за інтервал часу

$[\tau_1, \tau_2]$ записується так:

$$M_i^{(in)}(\tau_1, \tau_2) - M_{i+1}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) + M_{i,i+1}(\tau_1) - M_{i,i+1}(\tau_2) - M_{i,i+1}^{(out)}(\tau_1, \tau_2) = 0,$$

де $M_i^{(in)}(\tau_1, \tau_2)$, $M_{i+1}^{(in)}(\tau_1, \tau_2)$ – маси природного газу, що пройшов відповідно через i -й і $(i+1)$ -й замірний вузол за інтервал часу $[\tau_1, \tau_2]$;

$M_{i,i+1}(\tau_1)$, $M_{i,i+1}(\tau_2)$ – маси природного газу, акумульованого всередині ділянки трубопроводу між i -м і $(i+1)$ -м замірним вузлом відповідно в моменти часу τ_1 і τ_2 ;

$M_{i,i+1}^{(out)}(\tau_1, \tau_2)$ – маса втрат природного газу на ділянці трубопроводу між i -м та $(i+1)$ -м замірним вузлом за інтервал часу $[\tau_1, \tau_2]$.

Маса газу, що пройшов через входи або через виходи БЛД ГТС за інтервал часу $[\tau_1, \tau_2]$, визначається за формулою:

$$M_k^{(in)}(\tau_1, \tau_2) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} G_k(\tau) d\tau, \quad k = \overline{1, p_1 + p_2},$$

де G_k – масова витрата газу, отримана за формулою $G_k = Q_{0k} \rho_0$;

Q_{0k} – приведена об'ємна витрата в k -му замірному вузлі;

ρ_0 – щільність газу, приведена до стандартних умов.

Масу газу, акумульованого в БЛД ГТС в моменти часу τ_1 і τ_2 визначається для кожної ділянки трубопроводу за наступними формулами:

$$M_r(\tau_1) = \frac{\mu \cdot s_r}{R_a} \int_0^{l_r} \frac{P_r(x, \tau_1)}{z_r(x, \tau_1) T_r(x, \tau_1)} dx, \quad r \in M_1,$$

$$M_r(\tau_2) = \frac{\mu \cdot s_r}{R_a} \int_0^{l_r} \frac{P_r(x, \tau_2)}{z_r(x, \tau_2) T_r(x, \tau_2)} dx, \quad r \in M_1,$$

де s_r – площа поперечного перерізу кожної ділянки трубопроводу;

R_a – універсальна газова постійна повітря ($R_a = 287_{\text{нм}} / (\text{кг} \cdot \text{К})$);

l_r – довжина r -ї ділянки трубопроводу, що відповідає дузі графа БЛД ГТС;

μ – відносна щільність газу по повітрю;

$P_r(x, \tau)$, $T_r(x, \tau)$, $z_r(x, \tau)$ – тиск, температура, коефіцієнт стисливості газу відповідно на кожній ділянці трубопроводу.

Результати вимірювань параметрів газового потоку з замірним вузлом ($i = \overline{1, p_1 + p_2}$), дозволяють розрахувати чисельні оцінки мас $M_i^{(in)}(\tau_1, \tau_2)$, $M_r(\tau_1)$, $M_r(\tau_2)$, а також середньоквадратичне відхилення даних оцінок – $\hat{\delta}_{M_i^{(in)}}(\tau_1, \tau_2)$, $\hat{\delta}_{M_r}(\tau_1)$, $\hat{\delta}_{M_r}(\tau_2)$ відповідно.

Оцінка дисбалансу і середньоквадратичне відхилення даної оцінки розраховується наступним чином:

$$M_{i,j}(\tau_1, \tau_2) = \sum_{i=0}^{p_1} M_i^{(in)}(\tau_1, \tau_2) - \sum_{i=p_1+1}^{p_1+p_2} M_i^{(in)}(\tau_1, \tau_2) + \sum_{r \in M_1} M_r(\tau_1) - \sum_{r \in M_1} M_r(\tau_2),$$

$$\hat{\delta}_{M_{i,j}}^2(\tau_1, \tau_2) = \sum_{i=0}^{p_1} \hat{\delta}_{M_i^{(in)}}^2(\tau_1, \tau_2) + \sum_{i=p_1+1}^{p_1+p_2} \hat{\delta}_{M_i^{(in)}}^2(\tau_1, \tau_2) + \sum_{r \in M_1} \hat{\delta}_{M_r}^2(\tau_1) + \sum_{r \in M_1} \hat{\delta}_{M_r}^2(\tau_2).$$

А для виявлення витoku на однокитковій лінійній ділянці ці оцінки будуть мати вигляд:

$$M_{i,i+1}(\tau_1, \tau_2) = M_i^{(in)}(\tau_1, \tau_2) - M_{i+1}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) + M_{i,i+1}(\tau_1) - M_{i,i+1}(\tau_2),$$

$$\hat{\delta}_{M_{i,i+1}}^2(\tau_1, \tau_2) = \hat{\delta}_{M_i^{(in)}}^2(\tau_1, \tau_2) + \hat{\delta}_{M_{i+1}^{(in)}}^2(\tau_1, \tau_2) + \hat{\delta}_{M_{i,i+1}}^2(\tau_1) + \hat{\delta}_{M_{i,i+1}}^2(\tau_2).$$

Оцінка дисбалансу визначається так:

$$M_{i,j}(\tau_1, \tau_2) = M_{i,j}^{(out)}(\tau_1, \tau_2) + \mu_{M_{i,j}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2) + \zeta_{M_{i,j}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2),$$

де $\mu_{M_{i,j}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2)$ – систематична помилка дисбалансу, обумовлена систематичною помилкою результатів вимірювань масових витрат і виражається формулою для БЛД

$$\mu_{M_{i,j}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2) = (\tau_2 - \tau_1) \cdot \left(\sum_{i=1}^{p_1} \mu_{G_i} - \sum_{i=p_1+1}^{p_1+p_2} \mu_{G_i} \right), \quad i = \overline{1, p_1 + p_2} \quad (1.1)$$

або для однопунктової лінійної ділянки

$$\mu_{M_{i,i+1}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2) = (\tau_2 - \tau_1) \cdot (\mu_{G_i} - \mu_{G_{i+1}});$$

$\zeta_{M_{i,j}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2)$ – випадкова помилка величини дисбалансу, обумовлена сумарним впливом випадкових помилок результатів вимірювань фізичних параметрів газового потоку в замірному вузлі, де $\zeta_{M_{i,j}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2) \sim N(0, \delta_{M_{i,j}^{(out)}}^2(\tau_1, \tau_2))$.

Оцінку систематичної помилки дисбалансу $\mu_{M_{i,j}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2)$ можна розрахувати за формулою (1.1) при відомих оцінках систематичних помилок вимірювань масової витрати μ_{G_i} на всіх вхідних та вихідних замірних вузлах.

Або у випадку, коли систематичні помилки вимірювань масової витрати невідомі, тоді в якості оцінки систематичної помилки дисбалансу $\mu_{M_{i,j}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2)$ можна вибрати середнє значення дисбалансу в серії експериментів по розрахунку балансу на послідовних інтервалах часу за відсутності витоків.

Критерій M_1 відсутності витоків на БЛД ГТС між вхідними і вихідними замірними вузлами на інтервалі часу $[\tau_1, \tau_2]$ визначається за нерівністю:

$$\left| M_{i,j}(\tau_1, \tau_2) - \mu_{M_{i,j}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2) \right| \leq p \cdot \hat{\delta}_{M_{i,j}}(\tau_1, \tau_2), \quad (1.2)$$

де $p > 0$ – порогове значення критерію, яке визначається в результаті налаштування системи визначення витоків.

Якщо умова (1.2) виконується, то булева змінна $M_1 = 0$, а якщо не виконується, то $M_1 = 1$, тобто на інтервалі $[\tau_1, \tau_2]$ з'явився виток.

Якщо виток відбувався протягом послідовності інтервалів часу $[\tau_1, \tau_2], [\tau_2, \tau_3], \dots, [\tau_j, \tau_{j+1}]$, то значення логічної змінної $M = M_1 \wedge M_2 \wedge \dots \wedge M_j$ буде дорівнювати одиниці, де M_1, M_2, \dots, M_j визначаються за критерієм (1.2).

Чисельне значення i залежить від технічних вимог до системи виявлення витоків і визначається в результаті налаштування системи.

Оцінка маси втрат природного газу в результаті витоку на інтервалі часу $[\tau_1, \tau_2]$ оцінюється за формулою $M_{i,j}^{(out)}(\tau_1, \tau_2) = M_{i,j}(\tau_1, \tau_2) - \mu_{M_{i,j}^{(out)}}(\tau_1, \tau_2)$.

1.2.2 Метод знаків збільшення витрат

Метод знаків збільшення витрат є прямим методом виявлення витоків. Мета методу полягає в наступному. Якщо на інтервалі часу $[\tau_1, \tau_2]$ між вхідними і вихідними замірними вузлами БЛД ГТС виникає виток газу з приведеною об'ємною витратою $Q_0^{(out)}(\tau)$, то кількість природного газу, що пройшов через i -ті вхідні замірні вузли ($i = \overline{1, p_1}$) збільшується, а через j -ті вихідні замірні вузли ($j = \overline{p_1 + 1, p_1 + p_2}$) – зменшується.

При цьому об'єм витрат газу дорівнює

$$V_0^{(out)}(\tau_1, \tau_2) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} Q_0^{(out)}(\tau) d\tau,$$

а кількість природного газу, що пройшов через вхідні і вихідні замірні вузли за інтервал $[\tau_1, \tau_2]$, можуть бути оцінені за формулою

$$V_{0k}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} Q_{0k}(\tau) d\tau, \quad k = \overline{1, p_1 + p_2},$$

де $Q_{0l}(\tau)$ – оцінка приведеної об'ємної витрати в k -му замірному вузлі ($k = \overline{1, p_1 + p_2}$) в момент часу τ , отримана на основі прямих вимірів параметрів газового потоку у відповідному замірному вузлі.

В нестаціонарних режимах, викликаних зміною інтенсивності або закінченням витоку на БЛД, має місце наступна нерівність:

$$0 < \sum_{i=1}^{p_1} V_{0i}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) - \sum_{i=p_1+1}^{p_1+p_2} V_{0i}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) < V_0^{(out)}(\tau_1, \tau_2).$$

На підставі цієї нерівності побудована індикаторна функція наявності витоку:

$$J_1 = \text{sgn} \left[\sum_{i=1}^{p_1} V_{0i}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) - \sum_{i=p_1+1}^{p_1+p_2} V_{0i}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) \right], \quad (1.3)$$

де функція $\text{sgn}(x)$ має вигляд: $\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x > 0, \\ 0, & \text{якщо } x \leq 0. \end{cases}$

У випадку виявлення витoku на однопитковій лінійній ділянці розглянута нерівність має вигляд:

$$0 < V_{0i}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) - V_{0i+1}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) < V_0^{(out)}(\tau_1, \tau_2),$$

і індикаторна функція наявності витoku (1.3) визначається наступним чином:

$$J_1 = \text{sgn} \left[V_{0i}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) - V_{0i+1}^{(in)}(\tau_1, \tau_2) \right].$$

Логічна змінна J_1 приймає значення 1 при наявності витoku, а при його відсутності $J_1 = 0$. Якщо виток тривав протягом послідовності інтервалів часу $[\tau_1, \tau_2], [\tau_2, \tau_3], \dots, [\tau_p, \tau_{p+1}]$, то значення логічної змінної $J = J_1 \wedge J_2 \wedge \dots \wedge J_p$ буде дорівнювати одиниці, де J_1, J_2, \dots, J_p розраховуються у відповідності з (1.3). Чисельні значення p і тривалості інтервалів $[\tau_p, \tau_{p+1}]$ залежать від технічних вимог і визначаються в результаті налаштування системи.

1.2.3 Метод знаків збільшення тисків

Метод знаків збільшення тисків відноситься до непрямих методів виявлення витоків і заснований на порівнянні результатів розрахунку параметрів газових потоків на основі математичної моделі нестационарних неізотермічних режимів роботи БЛД ГТС з результатами вимірювань цих параметрів.

Нехай в момент часу τ маємо результати вимірювань P_i', W_i', T_i' (тиск газу, питома масова витрата, температура газу) з i -го замірного вузла і результати вимірювань $P_{i+1}', W_{i+1}', T_{i+1}'$ з $(i+1)$ -го замірного вузла.

В якості початкових умов виберемо результати розрахунку математичної моделі нестационарних неізотермічних режимів роботи БЛД ГТС в момент часу $\tau-1$: $P(x, \tau-1)$, $Q_0(x, \tau-1)$, $T(x, \tau-1)$, $x \in [X_i, X_{i+1}]$, а в якості граничних умов виберемо наступні виміри в момент часу τ : $P'_i(\tau)$, $Q'_{0i+1}(\tau)$, $T'_i(\tau)$, де приведена об'ємна витрата газу на $(i+1)$ -му замірному вузлі визначається як $Q'_{0,i+1}(\tau) = \frac{G'_{i+1}(\tau)}{\rho'_{0i+1}(\tau)}$. В результаті розрахунку математичної моделі нестационарних неізотермічних режимів роботи БЛД ГТС отримаємо значення: $P(x, \tau)$, $Q_0(x, \tau)$, $T(x, \tau)$, $x \in [X_i, X_{i+1}]$.

Індикатором наявності витоків є значення булевої змінної

$$Y_0 = S_0 \wedge N_0,$$

де

$$S_0 = \text{sgn}\left(P(x_{i+1}, \tau) - P'_{i+1}\right), \quad (1.4)$$

$$N_0 = \text{sgn}\left(Q'_{0i} - Q_0(x_i, \tau)\right). \quad (1.5)$$

Якщо на інтервалі $[\tau_1, \tau_2]$ між i -м і $(i+1)$ -м замірним вузлом трапляється виток, то починаючи з моменту часу $\tau_0 \in [\tau_1, \tau_2]$, аргументи функцій (1.4), (1.5) є додатніми, а логічні змінні S_0 , N_0 приймають значення 1.

Якщо виток трапився в послідовні моменти часу $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m$, то і значення булевої змінної $Y = Y_0 \wedge Y_1 \wedge Y_2 \wedge \dots \wedge Y_m$ дорівнюватиме одиниці.

На основі запропонованих методів виявлення витоків можна побудувати критерій прийняття рішень про наявність витоків між i -м і $(i+1)$ -м замірним вузлом

$$K = M \wedge J \wedge Y,$$

де $M = M_1 \wedge M_2 \wedge \dots \wedge M_j$ – логічна змінна, яка отримана за методом розрахунку динамічного балансу на послідовних інтервалах $[\tau_1, \tau_2]$, $[\tau_1, \tau_2], [\tau_2, \tau_3], \dots, [\tau_j, \tau_{j+1}]$, протягом яких виникав виток, по оцінці дисбалансу між i -м і $(i+1)$ -м замірним вузлом;

$J = J_1 \wedge J_2 \wedge \dots \wedge J_p$ – логічна змінна, яка отримана за методом знаків збільшення витрат на послідовних інтервалах $[\tau_1, \tau_2]$, $[\tau_1, \tau_2], [\tau_2, \tau_3], \dots, [\tau_p, \tau_{p+1}]$, протягом яких виникав виток, між i -м і $(i+1)$ -м замірним вузлом;

$Y = Y_0 \wedge Y_1 \wedge Y_2 \wedge \dots \wedge Y_m$ – логічна змінна, яка отримана за методом знаків збільшення тисків на послідовних інтервалах $[\tau_1, \tau_2], [\tau_2, \tau_3], \dots, [\tau_m, \tau_{m+1}]$, протягом яких виникав виток, між i -м і $(i+1)$ -м замірним вузлом;

j, p, m – параметри, численні значення яких залежать від тривалості витoku і технічних вимог до системи виявлення вимог, і визначаються в результаті налаштування в системі.

1.3 Змістовна та формальна постановка задачі

Розглядається задача визначення місцеположення витoku на лінійній ДТ між двома замірними вузлами, на яких розташовано прилади обліку природного газу. Вважається, що витік дійсно відбувся, та відомо його величину.

Відомо, що X – значення координати витoku газу на ДТ між i -м та $(i+1)$ -м замірними вузлами, причому X розбиває лінійну ділянку, на якій трапився виток, на дві ділянки: до місцеположення витoku $[X_i, X]$ і після місцеположення витoku $[X, X_{i+1}]$. Вважаємо також відомими час виникнення витoku $\tau_{\text{поч}}$ і його інтенсивність $Q(\tau)$ в момент часу $\tau \in [\tau_{\text{поч}}, \tau_{\text{кін}}]$.

В основі критерію визначення оцінки місцезнаходження витоку лежить сума квадратичних нев'язок розбіжностей розрахункових і вимірних параметрів газового потоку у вузлах X_i і X_{i+1} .

Отже, постановку оптимізаційної задачі для знаходження місцеположення витоку X можна сформулювати наступним чином: необхідно знайти оцінку місцеположення витоку X на ділянці між i -м і $(i+1)$ -м замірним вузлом в момент часу τ , яке дозволяє мінімізувати цільову функцію

$$F(X) = \sum_{\tau_{\text{поч}} \leq \tau \leq \tau_{\text{кін}}} \left(\frac{1}{\sigma_{Q_{0i}}} \left(Q_{0i}(\tau) - Q_{0i}(X, \tau) \right) \right)^2 + \left. \frac{1}{\sigma_{P_{i+1}}} \left(P_{i+1}(\tau) - P_{i+1}(X, \tau) \right)^2 + \frac{1}{\sigma_{T_{i+1}}} \left(T_{i+1}(\tau) - T_{i+1}(X, \tau) \right)^2 \right) \rightarrow \min_{\substack{X_i \leq X \leq X_{i+1} \\ X \in \Omega}}, \quad (1.6)$$

де $Q_{0i}(X, \tau)$, $P_{i+1}(X, \tau)$, $T_{i+1}(X, \tau)$ – розрахункові значення параметрів газового потоку (об'ємна витрата, тиск, температура) в i -му і $(i+1)$ -му замірних вузлах;

$Q_{0i}(\tau)$ – оцінка вимірів приведеної об'ємної витрати в i -му замірному вузлі;

$P_{i+1}(\tau)$, $T_{i+1}(\tau)$ – результати вимірювань тиску і температури в $(i+1)$ -му замірному вузлі;

$\sigma_{Q_{0i}}^2$, $\sigma_{P_{i+1}}^2$, $\sigma_{T_{i+1}}^2$ – дисперсії вимірів відповідних параметрів газового потоку.

При розв'язанні оптимізаційної задачі необхідно визначити спосіб розрахунку цільової функції (1.6) при заданому значенні координат місцеположення витоку X і заданих граничних умов. При цьому виникає нова задача отримання відсутніх для обчислення функції (1.6) розрахункових значень об'ємної витрати $Q_{0i}(X, \tau)$, тиску $P_{i+1}(X, \tau)$ і температури $T_{i+1}(X, \tau)$ в i -му та $(i+1)$ -му замірних вузлах відповідно. Розрахунок цих параметрів здійснюється за допомогою

моделювання НН РТГ по лінійній ділянці $[X_i, X_{i+1}]$ за умови наявності на цій ділянці витоку.

1.4 Постановка задач дослідження

За допомогою систем диспетчерського контролю диспетчерські служби відстежують зміни в режимах течії по ДТ, виявляють наявність і оцінюють величину витоку та приймають рішення по знаходженню місцеположення витоку на ДТ.

Розглядається оптимізаційна задача (1.6) для знаходження місцеположення витоку. Розв'язання цієї задачі може бути отримано шляхом використання в цільовій функції даної задачі значень невідомих параметрів газового потоку, отриманих в результаті розв'язання задачі моделювання НН РТГ з урахуванням кінетичної енергії на лінійній ділянці, яка складається з ділянки до витоку та ділянки після витоку, та до вибору оптимального розв'язку.

Математичну модель НН РТГ по лінійній ДТ за умови витоку представляють дві взаємозалежні квазілінійні системи диференціальних рівнянь в частинних похідних, кожна з яких описує НН РТГ по ділянці трубопроводу до витоку та після витоку, які пов'язані лінійними рівняннями умов узгодженості.

Предметом дослідження є чисельний метод розв'язання задачі (1.6) для отримання оцінки місцезнаходження витоку на ДТ.

Метою кваліфікаційної роботи є вибір та реалізація чисельного методу розв'язання оптимізаційної задачі визначення оцінки місцезнаходження витоку або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу. Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання:

– провести огляд і аналіз сучасного стану задачі «Комп'ютерне моделювання перехідних режимів по ділянці трубопроводу для знаходження місцеположення витоку газу»;

- побудувати математичну модель і метод розв’язання рівнянь ММ перехідних режимів течії газу по ДТ з витоком;
- вибрати чисельний метод та побудувати алгоритм розв’язання оптимізаційної задачі визначення оцінки місцезнаходження витоку газу на ДТ;
- розробити програмний продукт для визначення оцінки місцезнаходження витоку або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу;
- провести чисельні експерименти та проаналізувати результати.

2 ВИБІР ТА ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ

2.1 Математична модель нестационарних неізотермічних режимів течії газу по лінійній ділянці трубопроводу за умови витоку

Розглядається ДТ $[X_i, X_{i+1}]$. Нехай $\{X_i, X_{i+1}\}$ – координати замірних вузлів на цій ділянці. Вважається, що замірні вузли розташовані на вході і виході ДТ, які будемо називати вхідним замірним вузлом і вихідним замірним вузлом. В кожному замірному вузлі вимірюється надмірний тиск газу $P_r(\tau)$, приведена до стандартних умов об'ємна витрата газу $Q_{0r}(\tau)$, температура газу $T_r(\tau)$, де τ – момент часу (дискретний), r – номер замірних вузлів, $r = i, i + 1$.

Для опису області обмежень Ω цільової функції (1.6) використовується ММ нестационарного неізотермічного режиму течії газу з урахуванням кінетичної енергії по лінійній ДТ з витоком, де місцеположення витоку X , яка представляє собою дві взаємозалежні квазілінійні системи диференціальних рівнянь в частинних похідних, кожна з яких описує НН РТГ по ділянках трубопроводу до витоку і після витоку [22, 23]:

$$\frac{\partial f^k(x,t)}{\partial t} + B^k(x,t, f^k(x,t)) \frac{\partial f^k(x,t)}{\partial x} = F^k(x,t, f^k(x,t)), \quad k = 1, 2, \quad (2.1)$$

де $f^k(x,t) = (W^k(x,t), P^k(x,t), T^k(x,t))$;

$W^k(x,t)$ – питома масова витрата на k -ї ДТ;

$P^k(x,t)$ – тиск на k -ї ДТ;

$T^k(x,t)$ – температура на k -ї ДТ, $k = 1, 2$,

$$B^k(x,t, f^k(x,t)) =$$

$$= \begin{bmatrix} 2\alpha S \frac{T^k(x,t)W^k(x,t)}{P^k(x,t)} & 1 - \alpha S \frac{T^k(x,t)(W^k(x,t))^2}{(P^k(x,t))^2} & 0 \\ \alpha S T^k(x,t) & 0 & 0 \\ \frac{2P^k(x,t)T^k(x,t)}{(W^k(x,t))^2} + \frac{\alpha S (T^k(x,t))^2}{P^k(x,t)} & \frac{-2T^k(x,t)}{W^k(x,t)} & \frac{2\alpha S W^k(x,t)T^k(x,t)}{P^k(x,t)} + \frac{2C_p P^k(x,t)}{\alpha S W^k(x,t)} \end{bmatrix},$$

$$F^k(x,t, f^k(x,t)) = \begin{bmatrix} -\frac{g}{\alpha S} \cdot \frac{P^k(x,t)}{T^k(x,t)} \frac{dh}{dx} - \beta S \frac{T^k(x,t)W^k(x,t)|W^k(x,t)|}{P^k(x,t)} \\ 0 \\ 2\beta S \frac{(T^k(x,t))^2 |W^k(x,t)|}{P^k(x,t)} - \frac{8KP^k(x,t)}{D\alpha S (W^k(x,t))^2} (T^k(x,t) - T_{gr}) \end{bmatrix}.$$

Позначимо ділянку до витоку $[X_i, X]$ за $[0, L_1]$, ділянку після витоку $[X, X_{i+1}]$ за $[0, L_2]$, де L_1, L_2 – довжина ділянок до та після витоку відповідно.

Визначними параметрами для НН РТГ в області $\Omega = \{(x,t), x \in [0, L_i], t \in [0, T_{\text{кін}}], i = \overline{1, 2}\}$, де $T_{\text{кін}}$ – кінцевий час процесу, є неперервно диференційовані функції: $W(x,t)$ – питома масова витрата газу, $P(x,t)$ – тиск газу, $T(x,t)$ – температура газу.

Систему (2.1) доповнюємо умовами узгодженості параметрів газового потоку в точці витоку газу, які мають вигляд:

$$P^1(L_1, t) = P^2(0, t), \quad (2.2)$$

$$T^1(L_1, t) = T^2(0, t), \quad (2.3)$$

$$T_{vt}(L_1, t) = T^1(L_1, t), \quad (2.4)$$

$$G^2(0, t) = G^1(L_1, t) - G_{vt}(t), \quad (2.5)$$

де $t \in [0, T_{\text{кін}}]$;

$G(x, t) = W(x, t) \cdot S$ – масова витрата газу;

S – площа поперечного перерізу трубопроводу;

$G^1(L_1, t)$, $P^1(L_1, t)$, $T^1(L_1, t)$ – значення параметрів газового потоку (масова витрата, тиск та температура газу) в кінці першої ділянки трубопроводу;

$G^2(0, t)$, $P^2(0, t)$, $T^2(0, t)$ – значення параметрів газового потоку (масова витрата, тиск та температура газу) на початку другої ділянки трубопроводу;

$T_{vt}(L_1, t)$ – температура витоку газу;

$G_{vt}(t) = Q(t) \cdot \rho_0(t)$ – масова витрата газу;

$Q(t)$ – величина витоку газу;

$\rho_0(t)$ – щільність газу при стандартних умовах.

Для того щоб систему рівнянь (2.1) – (2.5) можна було розв'язати необхідно задати граничні умови.

Граничні умови задаються на початку першої ділянки і наприкінці другої ділянки.

Гранична умова I типу складається в завданні тиску як функції часу, $P = P(t)$, II типу – у завданні масової витрати як функції часу $G = G(t)$ ($G = W \cdot S$), III типу – в завданні температури як функції часу $T = T(t)$.

Таким чином, граничні умови мають вид:

$$\begin{cases} P^1(0, t) = P^1(t), \\ T^1(0, t) = T^1(t), \end{cases} \quad G^2(L_2, t) = G^2(t), \quad (2.6)$$

де $P^1(t)$, $T^1(t)$, $G^2(t)$ – задані функції.

В якості початкового розподілу параметрів газового потоку – витрати газу, тиск, температура – розглядаються параметри стаціонарного режиму течії газу, оскільки нестационарний режим течії газу виникає внаслідок аварійних або інших ситуацій, при яких виникає виток газу. Це не порушує загальності. І тому початковий розподіл газового потоку задається для першої та другої ділянки

$$W^k(x,0) = W_0^k(x), P^k(x,0) = P_0^k(x), T^k(x,0) = T_0^k(x), x \in [0, L_k], k = 1, 2, \quad (2.7)$$

де $W_0^k(x)$, $P_0^k(x)$, $T_0^k(x)$ – задані функції для k -ї ділянки;

$W^k(x,0)$ – питома витрата газу на k -й ділянці;

$P^k(x,0)$ – тиск газу на k -й ділянці;

$T^k(x,0)$ – температура газу на k -й ділянці, $k = 1, 2$.

Таким чином, в якості математичної моделі перехідних режимів по ділянці трубопроводу для знаходження витoku пропонуються системи квазілінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних гіперболічного типу (2.1), які пов'язані умовами узгодження (2.2) – (2.5), які доповнюється граничними умовами (2.6) та початковими умовами (2.7).

2.2 Метод розв'язання задачі для отримання оцінки місцезнаходження витoku на лінійній ділянці трубопроводу

2.2.1 Постановка задачі одновимірної мінімізації

Розв'язання задачі (1.6) полягає в оптимізації деякої функції $F(x)$. При цьому основна увага приділяється мінімізації цільової функції, оскільки максимізація зводиться до мінімізації за допомогою введення нової цільової функції

$F(x) = -F(x)$. У випадку, коли змінюється один скалярний параметр x , виникає задача одновимірної мінімізації.

Нехай $F(x)$ – дійсна функція однієї змінної, яка визначена на множині $X \subset (-\infty, \infty)$. Точка $\bar{x} \in X$ називається точкою локального мінімуму функції F , якщо існує такий δ -окіл цієї точки, що для всіх x з множини X , виконується нерівність $F(\bar{x}) \leq F(x)$. Якщо ж ця нерівність виконується для всіх $x \in X$, точка $\bar{x} \in X$ називається точкою глобального мінімуму.

Більшість алгоритмів мінімізації здійснюють лише пошук точки локального мінімуму функції F . Для того, щоб застосувати один з таких алгоритмів мінімізації, спочатку потрібно знайти відрізок $[a, b]$, який містить точку \bar{x} , на якому вона є єдиною точкою локального мінімуму. Цей відрізок будемо називати відрізком локалізації точки x .

Необхідною умовою того, щоб точка \bar{x} множини X була точкою локального мінімуму диференційованої функції F , є виконання нерівності

$$F'(\bar{x}) = 0,$$

яке визначає точку \bar{x} як стаціонарну. Будь-яка стаціонарна точка не є точкою локального мінімуму, тому додатково вводиться достатня умова. Достатньою умовою локального мінімуму є додатність $F''(\bar{x})$.

Якщо другої похідної функції F не існує, то варто слідкувати за знаком першої похідної. Зміна знаку з « $-$ » на « $+$ » відповідає випадку спадання функції зліва від точки \bar{x} , і зростанню справа, тобто мінімуму функції. Якщо $F'(\bar{x})$ змінює знак з « $+$ » на « $-$ » при переході через \bar{x} , то має місце локальний максимум.

Такий спосіб пошуку мінімуму можна застосувати в тих випадках, коли при знаходженні похідної функції $F(x)$ не виникає труднощів. В практичних реалізаціях знаходження похідних цільової функції і знаходження коренів рівняння $F'(\bar{x})=0$ буває складно. Тому, важливо мати методи, які засновані не на обчисленні похідних, а на обчисленні тільки значень функції в спеціально підібраних точках.

Багато алгоритмів одновимірної мінімізації побудовані в розрахунку на те, щоб на відрізку локалізації цільова функція була унімодальна.

Нехай F – функція, яка визначена на відрізку $[a,b]$. Припустимо, що на цьому відрізку існує єдина точка \bar{x} локального мінімуму функції F , причому функція строго спадає при $x \leq \bar{x}$ і строго зростає при $x \geq \bar{x}$. Така функція називається унімодальною. Унімодальна функція не обов'язково має бути неперервною. Достатньою умовою унімодальності диференційованої функції на відрізку є додатність її другої похідної у всіх точках відрізка.

Для звуження відрізка локалізації точки мінімуму унімодальної функції використовуються наступні правила [24].

Твердження 2.1. Нехай функція F – унімодальна на відрізку $[a,b]$ і $a \leq \alpha < \gamma < \beta \leq b$. Тоді:

- а) якщо $F(\alpha) \leq F(\beta)$, то $\bar{x} \in [a, \beta]$;
- б) якщо $F(\alpha) \geq F(\beta)$, то $\bar{x} \in [\alpha, b]$;
- в) якщо $F(\alpha) \geq F(\gamma)$ і $F(\gamma) \leq F(\beta)$, то $\bar{x} \in [\alpha, \beta]$.

Твердження 2.2. Якщо функція унімодальна на відрізку $[a,b]$, то вона унімодальна і на будь-якому відрізку $[c,d] \subset [a,b]$.

Таким чином, основна властивість унімодальної функції в тому, що за допомогою будь-якої пари точок відрізка можна зменшити відрізок пошуку точки мінімуму. Вибираючи спеціальним чином точки на відрізку, можна побудувати алгоритм послідовного виключення інтервалів відрізка. Алгоритм закінчується,

коли новий відрізок досягне достатньо малих розмірів. При цьому не потрібно, щоб досліджувана функція була диференційованою і неперервною.

Припущення про унімодальність цільової функції (1.6) засновано на наступних правилах. Досліджувана функція представляє собою суму квадратичних нев'язок розбіжності розрахункових і вимірних параметрів газового потоку у вузлах ділянки. Процеси течії газу в трубах при аварійній ситуації вважаються нестационарними, для них характерні великі швидкості газу і швидкі зміни параметрів газового потоку. В момент виникнення витоку, хвилі збурення тиску і витрати розповсюджуються в обидві сторони зі швидкістю звуку в газі. Через те, що від місцеположення витоку залежить час приходу хвилі збурення на кожен із замірних вузлів, характер зміни значень параметрів газового потоку на кінцях ділянки буде залежати від того, наскільки точка витоку наближена до кожного з них.

Таким чином, відхилення розрахункових параметрів газового потоку на початку та на кінці ділянки від вимірних даних буде тим більше, чим більша відстань від передбачуваної точка витоку до дійсного місцезнаходження витоку.

Отже, розглядається задача знаходження наближеного значення \bar{x}^* до точки мінімуму \bar{x} унімодальної на відрізку $[a, b]$ функції F .

Також припустимо, що за приближення \bar{x}^* до точки мінімуму приймається одна з ймовірних точок.

Нехай для розв'язку даної задачі послідовно розраховуються значення унімодальної функції F в N ймовірних точках x_1, x_2, \dots, x_N , причому, для визначення кожної з точок x_k можна скористатись інформацією про значення функції у всіх попередніх точках x_1, x_2, \dots, x_{k-1} . Такі методи називаються методами послідовного пошуку. Розглянемо найпростіший з методів цього сімейства – метод золотого перетину.

2.2.2 Застосування методу золотого перетину для визначення оцінки місцезнаходження витоку на ділянці трубопроводу

Цільова функція, яку необхідно мінімізувати для розв'язку оптимізаційної задачі (1.6), є унімодальною. Тому використання методу золотого перетину є доцільним. Це метод має наступні перевагами в порівнянні з іншими методами одновимірної оптимізації. По перше, це відсутність вимоги диференційованості цільової функції, оскільки робота з похідними представляє собою труднощі. По друге, алгоритм простий в реалізації. Процедура уточнення розташування витоку на ділянці трубопроводу полягає в побудові послідовності, вкладених один в одного ділянок, кожна з яких локалізує витік.

В основі методу золотого перетину лежить розбиття відрізка на дві нерівні частини, в якому відношення довжини всього відрізка до довжини більшої його частини дорівнює довжині більшої частини до довжини меншої частини відрізка [25 – 29].

Розглядається відрізок $[a, b]$, який ділиться в пропорції золотого перетину в обох напрямках, тобто обираються такі дві точки α і β , що:

$$\frac{b-a}{b-\alpha} = \frac{b-a}{\beta-a} = \phi,$$

де $\phi = 1 + \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1,62$ – пропорція золотого перетину (рис. 2.1).



Рисунок 2.1 – Поділ відрізка $[a, b]$ в пропорції золотого перетину

Відповідно, золотий перетин відрізка $[a, b]$ відбувається кожною з двох

симетрично розподілених точок

$$\alpha = b - \frac{1}{\phi}(b-a), \quad \beta = a + \frac{1}{\phi}(b-a).$$

Зауважимо, що точка α здійснює золотий перетин не тільки відрізка $[a, b]$, але і відрізка $[a, \beta]$:

$$\frac{\beta - a}{\alpha - a} = \frac{\alpha - a}{\beta - \alpha} = \phi.$$

Відповідно до визначення золотого перетину, довжина відрізка $[a, \beta]$ може бути виражена через довжину відрізка $[a, b]$, а довжина відрізка $[a, \alpha]$ через довжину відрізка $[a, b]$, за допомогою співвідношень:

$$\frac{b-a}{\beta-a} = \phi, \quad \frac{b-\alpha}{\alpha-a} = \phi.$$

Таким чином,

$$\frac{\beta - a}{\alpha - a} = \frac{\frac{(b-a)}{\phi}}{\frac{(b-a)}{\phi}} = \frac{(b-a)}{(b-a)} = \phi,$$

$$\frac{\alpha - a}{\beta - \alpha} = \frac{\alpha - a}{(\beta - a) - (\alpha - a)} = \frac{\alpha - a}{\frac{(b-a)}{\phi} - \frac{(b-a)}{\phi}} = \frac{\alpha - a}{(\alpha - a)} = \phi.$$

Аналогічно точка β здійснює золотий перетин не тільки відрізка $[a, b]$, але і відрізка $[\alpha, b]$.

Розглянемо $(k + 1)$ -у ітерацію даного методу. Проводиться розподіл ділянки $[a^{(k)}, b^{(k)}]$ в пропорції золотого перетину точками, які знаходяться за формулами:

$$\alpha^{(k)} = b^{(k)} - \frac{1}{\phi} \Delta^{(k)}, \quad \beta^{(k)} = a^{(k)} + \frac{1}{\phi} \Delta^{(k)},$$

де $\Delta^{(k)} = b^{(k)} - a^{(k)}$ – довжина відрізка $[a^{(k)}, b^{(k)}]$.

Важливо, що точка $x^{(k+1)}$ (спочатку $x^{(k+1)} = \alpha^{(k)}$, а потім $x^{(k+1)} = \beta^{(k)}$) співпадає з однією з точок $\alpha^{(k+1)}$, $\beta^{(k+1)}$. Тому на відповідному кроці достатньо розрахувати значення функції лише в одній точці.

На кожному кроці алгоритму виключається менша частина відрізка, яка утворена діленням цього відрізка в пропорції золотого перетину однією з точок $\alpha^{(k)}$ або $\beta^{(k)}$. Тобто, кожна ітерація скорочує довжину відрізка локалізації в

$\phi = \frac{(1 + \sqrt{5})}{2}$ раз, отже

$$\Delta^{(n+1)} = \frac{1}{\phi} \Delta^{(n)} = \frac{2}{1 + \sqrt{5}} \Delta^{(n)}.$$

Так як точка $x^{(n)}$ віддалена від кінців відрізка $[a^{(n)}, b^{(n)}]$ на величину, яка не перевищує $\frac{1}{\phi} \Delta^{(n)}$, справедлива оцінка:

$$|x^{(n)} - \bar{x}| < \frac{1}{\phi} \Delta^{(n)} = \Delta^{(n+1)},$$

яку можна використати для апостеріорної оцінки похибки.

Зазначена оцінка дає можливість зробити висновок про збіжність методу золотого перетину зі швидкістю геометричної прогресії, знаменник якої дорівнює

$$q = \frac{2}{(1 + \sqrt{5})}.$$

2.3 Метод та алгоритм розв'язання системи рівнянь математичної моделі НН РТГ з використанням неявної скінченно-різницевої схеми для лінійної ділянки з витокком

Для того, щоб знаходити значення цільової функції при чисельному розв'язанні задачі (1.6) необхідно знайти невідомі параметри газового потоку, які є розв'язком системи рівнянь математичної моделі НН РТГ для лінійної ділянки з витокком.

Система диференціальних рівнянь у частинних похідних (2.1) в загальному вигляді не має аналітичного розв'язку. Тому розв'язувати її необхідно чисельно. Для чисельного розв'язку використовуємо скінченно-різницевий метод.

Розглядається система (2.1) для i -ї ($i = \overline{1, 2}$) лінійної ділянки НН РТГ по ДТ, довжиною L_i , тобто в області $\Omega_1 = \{(x, t), x \in [0, L_i], t \in [0, T_{\text{кін}}], i = \overline{1, 2}\}$, де $T_{\text{кін}}$ – проміжок часу протягом якого проводиться розрахунок НН РТГ, позначимо часовий шар через k , де $k = \overline{0, k_{\text{max}}}$, $k_{\text{max}} = \frac{T_{\text{кін}}}{\Delta t}$.

Для побудови різницевої схеми вводиться двовимірна прямокутна сітка з постійним кроком за часом Δt і координатою Δx_i . Відрізок довжиною L_i розбивається на n_i відрізків довжиною Δx_i . Вузли сітки мають координати

$$(x_j, t_k), \quad x_j = j \cdot \Delta x_i, \quad t_k = k \cdot \Delta t, \quad j = \overline{0, n_i}, \quad k = \overline{0, k_{\text{max}}}.$$

Схеми апроксимації похідних на початку ділянки зображено на рисунку 2.2, в кінці ділянки зображено на рисунку 2.3, в j -й точці зображено на рисунку 2.4.

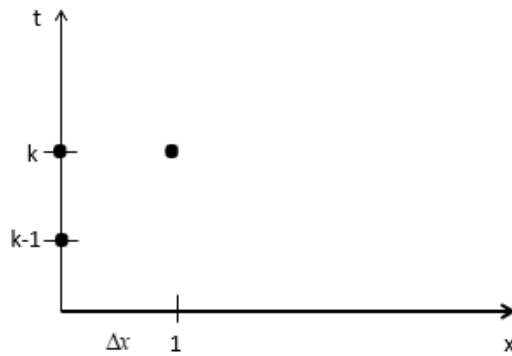


Рисунок 2.2 – Схема апроксимації похідних на початку ділянки

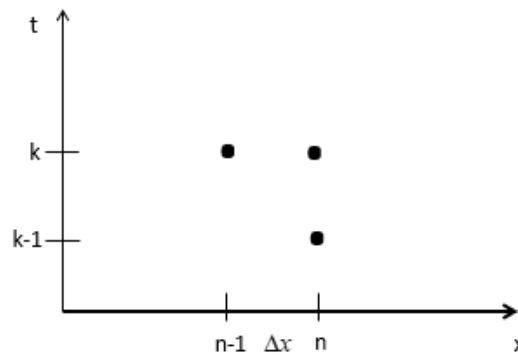


Рисунок 2.3 – Схема апроксимації похідних в кінці ділянки

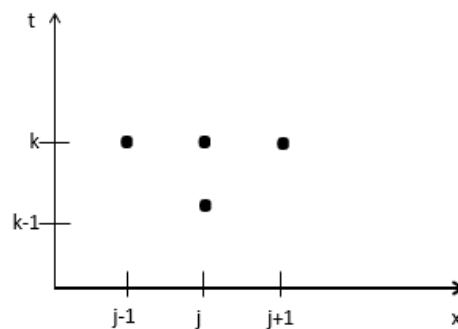


Рисунок 2.4 – Схема апроксимації похідних в j -й точці

Відповідно до неявної скінченно-різницевої схеми

$$\frac{\partial f^i}{\partial t} \Big|_j^k = \frac{f_j^{k,i} - f_j^{(k-1),i}}{\Delta t}, \quad j = \overline{0, n_i},$$

$$\frac{\partial f^i}{\partial x} \Big|_j^k = \begin{cases} \frac{f_1^{k,i} - f_0^{k,i}}{\Delta x_i}, & j = 0, \\ \frac{f_{j+1}^{k,i} - f_{j-1}^{k,i}}{2\Delta x_i}, & j = \overline{1, n_i - 1}, \\ \frac{f_{n_i}^{k,i} - f_{n_i-1}^{k,i}}{\Delta x_i}, & j = n_i, i = \overline{1, 2}. \end{cases}$$

В системах диференціальних рівнянь (2.1) зробимо заміну частинних похідних для кожної ДТ.

Отримаємо систему нелінійних алгебраїчних скінченно-різницевих рівнянь:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x_i} B_0^{k,i} \right) f_0^{k,i} - \frac{f_0^{(k-1),i}}{\Delta t} + B_0^{k,i} \frac{f_1^{k,i}}{\Delta x_i} = F_0^{k,i}, & j = 0, \\ \frac{f_j^{k,i}}{\Delta t} - \frac{f_j^{(k-1),i}}{\Delta t} + B_j^{k,i} \frac{f_{j+1}^{k,i}}{2\Delta x_i} - B_j^{k,i} \frac{f_{j-1}^{k,i}}{2\Delta x_i} = F_j^{k,i}, & j = \overline{1, n_i - 1}, \\ \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x_i} B_{n_i}^{k,i} \right) f_{n_i}^{k,i} - \frac{f_{n_i}^{(k-1),i}}{\Delta t} - B_{n_i}^{k,i} \frac{f_{n_i-1}^{k,i}}{\Delta x_i} = F_{n_i}^{k,i}, & j = n_i, i = \overline{1, 2}. \end{cases} \quad (2.8)$$

Систему (2.8) доповнимо умовами узгодженості:

$$P_{n_i}^{k,1} = P_0^{k,2}, \quad (2.9)$$

$$T_{n_i}^{k,1} = T_0^{k,2}, \quad (2.10)$$

$$W_0^{k,2} = W_{n_i}^{k,1} - W_{vt}(k \cdot \Delta t), \quad (2.11)$$

де $W_{vt} = \frac{G_{vt}}{S}$.

Розв'язком системи рівнянь (2.8) з умовами узгодженості (2.9) – (2.11) буде вектор

$$\begin{aligned} f^k &= (f^{k,1}, f^{k,2}) = (f_0^{k,1}, f_1^{k,1}, f_2^{k,1}, \dots, f_{n_1}^{k,1}, f_0^{k,2}, f_1^{k,2}, f_2^{k,2}, \dots, f_{n_2}^{k,2}) = \\ &= (W_0^{k,1}, P_0^{k,1}, T_0^{k,1}, W_1^{k,1}, P_1^{k,1}, T_1^{k,1}, W_2^{k,1}, P_2^{k,1}, T_2^{k,1}, \dots, W_{n_1}^{k,1}, P_{n_1}^{k,1}, T_{n_1}^{k,1}, \\ &W_0^{k,2}, P_0^{k,2}, T_0^{k,2}, W_1^{k,2}, P_1^{k,2}, T_1^{k,2}, W_2^{k,2}, P_2^{k,2}, T_2^{k,2}, \dots, W_{n_2}^{k,2}, P_{n_2}^{k,2}, T_{n_2}^{k,2}). \end{aligned}$$

Для розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь (2.8) з умовами узгодженості (2.9) – (2.11) застосовуються ітераційні методи. Обираємо один із найбільш поширених методів розв'язання нелінійних систем – метод Ньютона.

Розглянемо $(s+1)$ -у ітерацію для k -го часового шару. Тоді нехай $f^{k,i,s+1}$ – вектор розв'язку системи на $(s+1)$ -й ітерації k -го часового шару i -ї лінійної ділянки трубопроводу ($i = \overline{1,2}$). Причому, вектор поправок до невідомих змінних $\delta f^{k,i,s+1}$ такий, що $f^{k,i,s+1} = f^{k,i,s} - \delta f^{k,i,s+1}$, ($i = \overline{1,2}$).

На кожному кроці ітераційного процесу лінійна система набуває вигляду:

$$\left\{ \begin{aligned} &\left[\frac{\partial \Psi}{\partial f} \right]_0^{k,i,s} \cdot \delta f_0^{k,i,s+1} + B_0^{k,i,s} \frac{\delta f_1^{k,i,s+1}}{\Delta x_i} = \Psi_0^{k,i,s}, \\ &-B_j^{k,i,s} \cdot \frac{\delta f_{j-1}^{k,i,s+1}}{2\Delta x_i} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial f} \right]_j^{k,i,s} \cdot \delta f_j^{k,i,s+1} + B_j^{k,i,s} \cdot \frac{\delta f_{j+1}^{k,i,s+1}}{2\Delta x_i} = \Psi_j^{k,i,s}, \\ & \hspace{15em} j = \overline{1, n_i - 1}, \\ &\left[\frac{\partial \Psi}{\partial f} \right]_{n_i}^{k,i,s} \cdot \delta f_{n_i}^{k,i,s+1} + B_{n_i}^{k,i,s} \frac{\delta f_{n_i-1}^{k,i,s+1}}{\Delta x_i} = \Psi_{n_i}^{k,i,s}, i = \overline{1,2}, \end{aligned} \right. \quad (2.12)$$

де $\psi^{k,i,s}$ – вектор нев’язок на s -й ітерації k -го числового шару i -ї ділянки;

$\left[\frac{\partial \psi}{\partial f} \right]_0^{k,i,s}, \dots, \left[\frac{\partial \psi}{\partial f} \right]_{n_i}^{k,i,s}$ – елементи матриці Якобі на s -й ітерації k -го число-

вого шару i -ї ділянки, $i = \overline{1,2}$.

Для векторів нев’язок маємо співвідношення:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_0^{k,i,s} = \frac{f_0^{k,i,s}}{\Delta t} - B_0^{k,i,s} \frac{f_0^{k,i,s}}{\Delta x} + B_0^{k,i,s} \frac{f_1^{k,i,s}}{\Delta x} - \frac{f_0^{(k-1),i}}{\Delta t} - F_0^{k,i,s}, \\ \psi_j^{k,i,s} = \frac{f_j^{k,i,s}}{\Delta t} - B_j^{k,i,s} \frac{f_{j-1}^{k,i,s}}{2\Delta x} + B_j^{k,i,s} \frac{f_{j+1}^{k,i,s}}{2\Delta x} - \frac{f_j^{(k-1),i}}{\Delta t} - F_j^{k,i,s}, j = \overline{1, n_i - 1}, \\ \psi_{n_i}^{k,i,s} = \frac{f_{n_i}^{k,i,s}}{\Delta t} - B_{n_i}^{k,i,s} \frac{f_{n_i-1}^{k,i,s}}{\Delta x} + B_{n_i}^{k,i,s} \frac{f_{n_i}^{k,i,s}}{\Delta x} - \frac{f_{n_i}^{(k-1),i}}{\Delta t} - F_{n_i}^{k,i,s}, i = \overline{1,2}. \end{array} \right. \quad (2.13)$$

Умови узгодженості (2.9) – (2.11) матимуть вигляд:

$$\delta P_{n_1}^{k,1,s+1} = \delta P_0^{k,2,s+1},$$

$$\delta T_{n_1}^{k,1,s+1} = \delta T_0^{k,2,s+1},$$

$$\delta W_{n_1}^{k,1,s+1} = \delta W_0^{k,2,s+1},$$

у векторній формі їх можна записати так:

$$\delta f_{n_1}^{k,1,s+1} = \delta f_0^{k,2,s+1}. \quad (2.14)$$

Зміна витoku між k -м та $(k-1)$ -м часовими шарами враховується при за-
даванні початкового наближення на k -му часовому шарі методу Ньютона.

Граничні умови враховуються наступним чином. На початку першої ді-
лянки визначають тиск та температуру, наприкінці наступної ділянки задається
масова витрата, тобто для $s = 0$

$$P_0^{k,1,0} = P^1(k\Delta t),$$

$$T_0^{k,1,0} = T^1(k\Delta t),$$

$$W_{n_2}^{k,2,0} = \frac{G^1(k\Delta t)}{S}.$$

Тоді додатково будемо мати умови

$$\delta P_0^{k,1,s+1} = 0, \quad (2.15)$$

$$\delta T_0^{k,1,s+1} = 0, \quad (2.16)$$

$$\delta W_{n_2}^{k,2,s+1} = 0. \quad (2.17)$$

В отриманій системі (2.12), (2.14) – (2.17) з урахуванням (2.13), кількість рівнянь більше ніж кількість невідомих і її необхідно перетворити шляхом зменшення розмірності і таким чином забезпечити її розв'язання.

Виключаємо з системи змінні $\delta W_{n_1}^{k,1,s+1}$, $\delta P_0^{k,2,s+1}$, $\delta T_0^{k,2,s+1}$. Замінюємо ці змінні за формулами

$$\delta P_0^{k,2,s+1} = \delta P_{n_1}^{k,1,s+1}, \quad (2.18)$$

$$\delta T_0^{k,2,s+1} = \delta T_{n_1}^{k,1,s+1}, \quad (2.19)$$

$$\delta W_{n_1}^{k,1,s+1} = \delta W_0^{k,2,s+1}. \quad (2.20)$$

Причому потрібно скласти рівняння, які відносяться до даних змінних. Тобто необхідно до рівняння, яке відноситься до змінної $\delta W_{n_1}^{k,1,s+1}$ наприкінці першої ділянки, додати рівняння, яке відноситься до змінної $\delta W_0^{k,2,s+1}$ на початку другої ділянки, а також скласти рівняння, які відносяться до змінних $\delta P_{n_1}^{k,1,s+1}$ та $\delta P_0^{k,2,s+1}$, і рівняння, які відноситься до змінних $\delta T_{n_1}^{k,1,s+1}$ та $\delta T_0^{k,2,s+1}$.

Отримані рівняння замінюють рівняння, які відносяться до змінних $\delta W_0^{k,2,s+1}$, $\delta P_{n_1}^{k,1,s+1}$, $\delta T_{n_1}^{k,1,s+1}$. Рівняння, які відносяться до змінних $\delta W_{n_1}^{k,1,s+1}$, $\delta P_0^{k,2,s+1}$, $\delta T_0^{k,2,s+1}$ видаляються із системи. Крім того, рівняння, які відносяться до змінних $\delta P_0^{k,1,s+1}$, $\delta T_0^{k,1,s+1}$, $\delta W_{n_2}^{k,2,s+1}$ замінюються на рівняння (2.15) – (2.17).

Отримана система розв'язується відносно поправок до невідомих.

Після розв'язання лінійної системи, значення змінних, які були видалені із системи знаходяться з співвідношень (2.18) – (2.20).

Далі значення параметрів газового потоку на $(s+1)$ -й ітерації розраховується відповідно до формули

$$f^{k,s+1} = f^{k,s} - \delta f^{k,s+1}.$$

Наведемо алгоритм для розрахунку НН РТГ по ДТ з витоком для k -го часового шару.

- а) визначення початкових значень параметрів газового потоку;
- б) завдання точності розрахунків ε ;
- в) розрахунок компонент вектору нев'язок $\psi^{k,i,s}$ для всіх точок i -ї ДТ ($i = \overline{1,2}$);
- г) розрахунок елементів матриці Якобі $\left[\frac{\partial \psi^{k,s}}{\partial f^{k,s}} \right]_{f^{k,s}}$ для всіх точок i -ї ДТ ($i = \overline{1,2}$);
- д) формування системи лінійних алгебраїчних рівнянь (2.12);
- е) доповнення системи рівнянь (2.12) умовами (2.14) – (2.17), розв'язання перетвореної лінійної системи відносно вектору поправок до невідомих;
- ж) знаходження видалених змінних;
- з) знаходження нових значень параметрів газового потоку на $(s+1)$ -й ітерації

$$f^{k,s+1} = f^{k,s} - \delta f^{k,s+1};$$

і) перевірка збіжності $\|\psi^{k,s+1}\| \leq \varepsilon$ (якщо досягнута задана точність розрахунків, то переходимо до пункту в), а інакше алгоритм завершує свою роботу по k -му часовому шару).

Збіжність розрахунку даного методу не залежить від вибору параметрів кроку за часом Δt і координатою Δx_i .

Висновки за розділом 2

В другому розділі кваліфікаційної роботи обґрунтовано вибір чисельного методу розв'язання задачі для отримання оцінки місцезнаходження витоку. Цільова функція, яка розглядається для знаходження місцеположення витоку, є унімодальною і тому доцільним є застосування методу золотого перетину для її мінімізації. В роботі детально описана ММ НН РТГ з урахуванням кінетичної енергії по ДТ з витоком. В якості чисельного розв'язку рівнянь математичної моделі обрано скінченно-різницевий метод з використанням неявної схеми. Необхідність розв'язання задачі математичного моделювання НН РТГ по ДТ з витоком в обраній точці ДТ полягає в необхідності отримання невідомих розрахункових параметрів газового потоку для обчислення значень цільової функції.

3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 Система комп'ютерної алгебри Mathematica 11.3

При роботі над моделюванням різних процесів важливо мати програмний інструмент, що налаштований на розв'язання відповідних математичних задач. Система комп'ютерної алгебри Wolfram Mathematica є одним з найбільш зручних програмних засобів, що дозволяє досить ефективно виконувати моделювання широкого спектру задач в різних областях математики, фізики, біології та інших галузях [30].

Перевага у використанні саме пакету системи комп'ютерної алгебри полягає в тому, що система Wolfram Mathematica має вбудовану мову програмування високого рівня – мову функціонального програмування, підтримує процедурне програмування і об'єктно-орієнтований підхід. Система інтерактивна, тобто працює в режимі постійного діалогу з користувачем, дозволяє зручно і швидко описувати потрібні для користувача змінні, керувати вхідними даними, легко змінювати параметри у програмному коді, є можливість візуалізації отриманих результатів у графічному та динамічному вигляді, а це дає можливість досліджувати реальні процеси з самих різноманітних сторін. Вона може бути використана широким колом користувачів: від користувачів з базовими знаннями основ інформатики та обчислювальної техніки до фахових математиків та інженерів. Крім того, систему Wolfram Mathematica можна застосовувати на різних операційних системах, що дозволяє розподіляти розв'язання математичних задач будь-якої складності між обчислювальними центрами.

Таким чином, система Wolfram Mathematica (розглядається версія цього продукту 11.3), завдяки унікальним можливостям мови, алгоритмів, аналізу та обробки даних може бути застосована до розв'язання оптимізаційної задачі визначення оцінки місцеположення витоку або несанкціонованого відбору газу на ДТ, а також допоміжних задач моделювання ММ перехідних режимів течії газу по лінійній ДТ з витоком. Використання цього середовища дозволяє проводити

дослідження щодо задачі визначення оцінки місцеположення витоку, візуалізації результатів обчислень, проведення аналізу та систематизації отриманих даних.

3.2 Алгоритм розв'язання задачі комп'ютерного моделювання перехідних режимів по ділянці трубопроводу для знаходження місцеположення витоку газу

Ділянка трубопроводу, що досліджується на наявність витоку, ділиться в пропорції золотого перетину. Всередині кожної з отриманих ділянок обчислюються значення цільової функції (1.6).

Наведемо алгоритм розв'язку оптимізаційної задачі (1.6) з використанням методу золотого перетину. Розглянемо $(k + 1)$ -у ітерацію даного методу. При цьому, вважаємо, що відрізок локалізації витоку $[X_+^{(k)}, X_{++}^{(k)}]$ вже знайдений (для $k = 0$ вважаємо, що $[X_+^{(k)}, X_{++}^{(k)}] = [X_i, X_{i+1}]$).

1. Проводиться розподіл ділянки $[X_+^{(k)}, X_{++}^{(k)}]$ в пропорції золотого перетину точками

$$X_1^{(k)} = X_{++}^{(k)} - \frac{1}{\phi} l^{(k)}, \quad X_2^{(k)} = X_+^{(k)} + \frac{1}{\phi} l^{(k)},$$

де $l^{(k)} = X_{++}^{(k)} - X_+^{(k)}$ – довжина відрізка $[X_+^{(k)}, X_{++}^{(k)}]$.

2. Здійснюється моделювання НН РТГ для ділянки $[X_i, X_{i+1}]$ за умови, що витік знаходиться в точці $X_j^{(k)}$, $j = 1, 2$. Виток розбиває ділянку $[X_i, X_{i+1}]$ на дві лінійні ділянки, з'єднані вузлом, в якому задана величина витоку як функція

часу. Кожна ділянка (до витоку та після витоку) ділиться на N_j частин, $j=1,2$. Розрахунок НН РТГ здійснюється для заданого відрізка часу, розділеного на часові шари. Таким чином, моделювання НН РТГ здійснюється для кожного значення місцезнаходження витоку $X_j^{(k)}$, $j=1,2$.

3. На основі значень параметрів газового потоку, що отримані в пункті 2, обчислюється значення цільової функції (1.6).

4. Здійснюється порівняння значень $F(X_1^{(k)})$ і $F(X_2^{(k)})$. Точка, якій відповідає менше значення цільової функції, визначає ділянку для подальшого дослідження. Якщо значення $F(X_1^{(k)})$ є мінімальним, то в якості ділянки, де буде проводитись локалізація витоку, обирається ділянка $[X_+^{(k+1)}, X_{++}^{(k+1)}] = [X_+^{(k)}, X_2^{(k)}]$, в іншому випадку вибирається ділянка $[X_+^{(k+1)}, X_{++}^{(k+1)}] = [X_1^{(k)}, X_{++}^{(k)}]$.

Довжину $l^{(k+1)}$ ділянки $[X_+^{(k+1)}, X_{++}^{(k+1)}]$, отриманої в результаті розрахунку $(k+1)$ -ї ітерації, можна отримати за формулою:

$$l^{(k+1)} = \frac{1}{\phi} l^{(k)} = \left(\frac{1}{\phi}\right)^{k+1} L,$$

де L – довжина вихідної ділянки $[X_i, X_{i+1}]$.

При цьому номер i ітерації наведеного алгоритму, в результаті виконання якої, локалізація місцеположення витоку на ділянці довжини L буде здійснена з заданою точністю розрахунку ε , можна визначити з нерівності

$$\left(\frac{1}{\phi}\right)^{i+1} * L \leq \varepsilon \Rightarrow \left(\frac{1}{\phi}\right)^{i+1} \leq \frac{\varepsilon}{L} \Rightarrow i \geq \log_{\frac{1}{\phi}} \frac{\varepsilon}{L} - 1.$$

Загальна кількість ітерацій разом з нульовою ітерацією в такому випадку дорівнюватиме $N = i + 1$. При цьому для досягнення заданої точності ε необхідно $N_F = i + 1$ розрахунків цільової функції.

3.3 Опис програми

Програмний продукт для визначення оцінки місцеположення витоку або несанкціонованого відбору газу на ДТ створений з використанням засобів системи комп'ютерної алгебри Wolfram Mathematica версії 11.3.

Задача визначення місцеположення витоку на лінійній ДТ між двома замірними вузлами, на яких розташовано прилади обліку природного газу, зводиться до розв'язку оптимізаційної задачі. Область обмежень цільової функції (1.6) представляє собою взаємопов'язані системи диференціальних рівнянь ММ НН РТГ з урахуванням кінетичної енергії з витоком на довільній ДТ з відповідними початковими та граничними умовами. Розв'язання оптимізаційної задачі з обмеженнями здійснюється методом золотого перетину і зводиться до розв'язання задач моделювання НН РТГ по лінійній ДТ з витоком та вибору з отриманих розв'язків оптимального, що дає змогу отримати значення місцезнаходження витоку.

На початку моделювання НН РТГ необхідно задати фізичні параметри газу, технічні параметри трубопроводу, часовий інтервал процесу моделювання, час початку перехідного процесу, тобто час, коли встановлений факт початку витоку, крок за часом, граничні умови на кінцях ділянки, величину витоку газу, кількість точок розбиття лінійних ділянок та точність розрахунків. Розраховуються наступні режими течії газу для лінійної ДТ.

1. СН РТГ по стаціонарній моделі. Отримані результати використовуються в якості початкового розподілу при проведенні розрахунку нестаціонарного режиму.

2. СН РТГ по нестаціонарній моделі. В цьому випадку на лінійній ДТ від-

сутній виток газу і не відбувається різка зміна граничних умов. В якості вхідних параметрів обираються результати моделювання СН РТГ по стаціонарній моделі, а також крок за часом і граничні умови на кінцях ділянки. Результати моделювання СН РТГ по нестаціонарній моделі використовуються в якості початкового розподілу для моделювання НН РТГ.

3. НН РТГ по нестаціонарній моделі. В цьому випадку на ділянці встановлено наявність витoku відомої величини і спостерігається різка зміна граничних умов. В якості початкового розподілу можуть використовуватись результати моделювання СН РТГ як по стаціонарній, так і по нестаціонарній моделі.

В результаті роботи програми моделювання НН РТГ з витком по лінійній ДТ на кожному часовому шарі отримуємо параметри газового потоку та будуємо графіки, які відображають характер зміни за часом визначних параметрів газу в кожній точці розбиття ділянки.

Моделювання НН РТГ використовується для отримання розрахункових параметрів, однак, у випадку відсутності інформації щодо показання датчиків у вузлах досліджуваної ділянки, моделювання НН РТГ може бути застосовано для імітації результатів вимірів.

Програмні модулі, що реалізують метод золотого перетину розв'язку поставленої оптимізаційної задачі працюють за наступним принципом. В якості вхідних параметрів необхідно задати координати вузлів досліджуваної ділянки, а також точність розрахунку – максимально допустиму довжину відрізка, що локалізує виток. Результатом роботи є таблиця з описанням ітерацій вибраного алгоритму, що допомагає відслідкувати процес послідовного звуження відрізка локалізації витoku. Для кожного кроку приведено початковий відрізок локалізації витoku, координати вибраних пробних точок і значення цільової функції (1.6) в кожній з них.

Код ПП обчислювального експерименту наведені у додатку А кваліфікаційної роботи.

Висновки за розділом 3

В третьому розділі кваліфікаційної роботи було обґрунтовано використання системи комп'ютерної алгебри Wolfram Mathematica версії 11.3 для розв'язання задачі комп'ютерного моделювання перехідних режимів по ДТ для знаходження місцеположення витоку газу. Для запропонованого в даній роботі методу визначення оцінки місцезнаходження витоку побудовано алгоритм розв'язання оптимізаційної задачі та розроблено програмний продукт. Розв'язання оптимізаційної задачі здійснюється методом золотого перетину і зводиться до розв'язання задач моделювання НН РТГ по лінійній ДТ з витоком та вибору з отриманих розв'язків оптимального, що дає змогу отримати значення оцінки місцезнаходження витоку.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ АНАЛІЗ

4.1 Обчислювальний експеримент та аналіз результатів

Тестування ПП проводилося за допомогою ЕОМ на базі процесору Intel(R) Core(TM) i3-7020U CPU, 2.30GHz з операційною системою Windows 10.

Код ПП обчислювального експерименту наведені у додатку А кваліфікаційної роботи.

Розглядається лінійна ДТ, яка має наступні технічні характеристики трубопроводу та фізичні параметри газу:

- довжина ДТ $L = 54$ км;
- внутрішній діаметр труби $DiamMas = 1400$ мм;
- товщина стінок труби $\delta = 10$ мм;
- глибина залягання труби $h = 1$ м;
- коефіцієнт, що враховує вплив підкладних кілець $\phicoef = 1$;
- коефіцієнт ефективності ДТ $Ef = 0,966$;
- питома теплоємність газу $Cp = 0,656 \frac{\text{ккал}}{\text{кгК}}$;
- коефіцієнт стислості газу $zH1 = 0,9$;
- коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту $K = 1,4 \frac{\text{ккал}}{\text{м.куб.ч.К}}$;
- відносна щільність газу по повітрю $\Delta var = 0,60472$;
- температура ґрунту на глибині закладання газопроводу $tgp = 10^\circ\text{C}$;
- поправочний коефіцієнт, що враховує відхилення режиму течії газу від квадратичного $acoef = 1$.

Розрахунки проводяться з точністю $\varepsilon = 10^{-6}$.

В якості початкового розподілу параметрів газового потоку розглядаються параметри стаціонарного режиму течії газу, а саме:

- тиск на початку ділянки $P_{H1} = 74,63$ атм. ;
- температура на початку ділянки $t_{H1} = 39^\circ \text{C}$;
- комерційна витрата газу $q_1 = 92,3$ млн.куб.м / добу .

Для моделювання НН РТГ використовуються задані координати місця знаходження витоку та задані граничні умови (а саме, використовуються задані величини температури газу і тиску на початку та масової витрати на кінці ділянки):

$$\begin{cases} P^1(0,t) = 74,63 \text{ атм.}, \\ T^1(0,t) = 39^\circ \text{C}, \end{cases} \quad G^2(L,t) = 92,3 \text{ млн.куб.м / доб.}$$

Починаючи з 30-ї секунди моделювання, в точці X^* спостерігається виток величиною $q = 10$ млн. куб. м. на добу, тобто

$$q = \begin{cases} 0 \text{ млн. куб. м / доб.}, & t < 30 \text{ сек}, \\ 10 \text{ млн. куб. м / доб.}, & t \geq 30 \text{ сек}. \end{cases}$$

Розглядається задача визначення оцінки місцеположення несанкціонованого відбору на ДТ між двома замірними вузлами. Для розв'язку задачі оптимізації, до якої зводиться поставлена задача, було вибрано метод прямого пошуку – метод золотого перетину.

Методи прямого пошуку засновані на обчисленні значень цільової функції в ряді спеціально вибраних точок, і подальшому порівнянні цих значень між собою. При обчисленні функції (1.6), що розглядається в рамках нашої задачі, відбувається порівняння розрахункових і вимірних параметрів газового потоку. В разі відсутності інформації про показання датчиків в замірних вузлах досліджуваної ділянки, для імітації результатів вимірювань застосовується моде-

лювання НН РТГ по ДТ з витоком у вказаній точці. Також вважаємо, що систематичними помилками вимірювань можна знехтувати.

Наявність випадкової похибки у вимірюваннях параметрів газового потоку моделюється внесенням обурень за тиском, температурою і комерційною витратою в граничні умови у вузлах вибраної ділянки трубопроводу. Припускаємо, що випадкові помилки вимірювань розподілені за нормальним законом з нульовим математичним очікуванням і середньоквадратичним відхиленням, яке задається у відповідності з оцінкою похибки датчиків виміру тиску, тобто $\pm 0,5\%$.

Здійснивши моделювання НН РТГ по ділянці з витоком при заданих граничних умовах, отримаємо розподіл параметрів газового потоку у вузлах ділянки на всіх розглянутих часових шарах. Зі значеннями комерційної витрати на початку ділянки, тиску і температури в кінці ділянки відбувається порівняння розрахункових значень при обчисленні цільової функції (1.6). Решта значень (тиск і температура на початку ділянки, а також комерційна витрата в кінці ділянки), використовуються в якості граничних умов при моделюванні НН РТГ.

Процедура тестування запропонованих алгоритмів будувалась таким чином, щоб перевірити коректність їх роботи в різних умовах. Інтерес представляє здатність запропонованого методу визначати місцеположення витоку в будь-якій точці ділянки з будь-якою заданою точністю, та об'єм оперативних даних (вимірів), необхідних для успішної роботи програми.

Проілюструємо процес розв'язку поставленої задачі визначення оцінки місцеположення витоку з використанням методу золотого перетину. Для цього розглянемо процедуру пошуку витоку на 14-му км досліджуваної ділянки з точністю локалізації витоку 100 м. Час моделювання $T = 20$ хвилин. Деталізація ітерацій методу золотого перетину представлена в таблиці 4.1, а результати в таблиці 4.2.

Дані таблиці 4.1 – 4.2 надають можливість відслідкувати процес послідовного звуження відрізка локалізації витоку. Для кожного кроку наведено почат-

ковий відрізок локалізації витоку $\left[X_+^{(k)}, X_{++}^{(k)} \right]$, координати вибраних пробних точок $X_m^{(k)}$ і значення $F\left(X_m^{(k)}\right)$ цільової функції (1.6) в кожній з них, $m = 1, 2$.

Таблиця 4.1 – Деталізація ітерацій методу золотого перетину

№ ітерації	Ділянка		Точка №1				
	$X_+^{(k)}$	$X_{++}^{(k)}$	$X_1^{(k)}$	Сума по q	Сума по P	Сума по T	$F\left(X_1^{(k)}\right)$
0	0	54000	20626,16	192,5225	6,984158	19,0698	218,5765
1	0	33373,84	12747,67	9,292056	0,233142	0,661541	10,18674
2	0	20626,16	7878,494	261,3789	5,483908	15,73949	282,6023
3	7878,494	20626,16	12747,67	9,292056	0,233142	0,661541	10,18674
4	7878,494	15756,99	10887,81	61,02373	1,429797	4,075114	66,52864
5	10887,81	15756,99	12747,67	9,292056	0,233142	0,661541	10,18674
6	12747,67	15756,99	13897,13	0,060384	0,001581	0,004474	0,066438
7	12747,67	14607,53	13458,07	1,699959	0,043789	0,124038	1,867785
8	13458,07	14607,53	13897,13	0,060384	0,001581	0,004474	0,066438
9	13458,07	14168,48	13729,42	0,420032	0,010929	0,030937	0,461898
10	13729,42	14168,48	13897,13	0,060384	0,001581	0,004474	0,066438
11	13897,13	14168,48	14000,77	3,41E-06	8,95E-08	2,53E-07	3,75E-06
12	13897,13	14064,83	13961,18	0,008579	0,000225	0,000637	0,009441
13	13961,18	14064,83	14000,77	3,41E-06	8,95E-08	2,53E-07	3,75E-06
№ ітерації	Точка №2						
	$X_2^{(k)}$	Сума по q	Сума по P	Сума по T	$F\left(X_2^{(k)}\right)$		
0	33373,84	1100,004	65,67245	175,3342	1341,011		
1	20626,16	192,5225	6,984158	19,0698	218,5765		
2	12747,67	9,292056	0,233142	0,661541	10,18674		
3	15756,99	16,5786	0,465304	1,310682	18,35458		
4	12747,67	9,292056	0,233142	0,661541	10,18674		
5	13897,13	0,060384	0,001581	0,004474	0,066438		
6	14607,53	2,05775	0,05532	0,156265	2,269334		
7	13897,13	0,060384	0,001581	0,004474	0,066438		
8	14168,48	0,160531	0,004246	0,012006	0,176782		
9	13897,13	0,060384	0,001581	0,004474	0,066438		
10	14000,77	3,41E-06	8,95E-08	2,53E-07	3,75E-06		
11	14064,83	0,023851	0,000628	0,001777	0,026257		
12	14000,77	3,41E-06	8,95E-08	2,53E-07	3,75E-06		
13	14025,24	0,00362	9,52E-05	0,000269	0,003985		

Для аналізу впливу кожного з параметрів газового потоку на підсумкове значення функції в таблиці 4.1 приводяться додатково доданки цієї суми – суми квадратичних нев'язок по комерційній витраті (виміряній в млн. м³ на добу), тиску (виміряному в атм.) і температурі (виміряній в °С) по всіх часовий шарах.

Таблиця 4.2 – Результати роботи алгоритму за методом золотого перетину

№ ітерації	Вибрана точка (номер)	Вибрана ділянка		Довжина вибраної ділянки
		$X_+^{(k+1)}$	$X_{++}^{(k+1)}$	
0	№1	0	33373,84	33373,84
1	№1	0	20626,16	20626,16
2	№2	7878,494	20626,16	12747,67
3	№1	7878,494	15756,99	7878,494
4	№2	10887,81	15756,99	4869,177
5	№2	12747,67	15756,99	3009,317
6	№1	12747,67	14607,53	1859,86
7	№2	13458,07	14607,53	1149,457
8	№1	13458,07	14168,48	710,4033
9	№2	13729,42	14168,48	439,0534
10	№2	13897,13	14168,48	271,3499
11	№1	13897,13	14064,83	167,7035
12	№2	13961,18	14064,83	103,6465
13	№1	13961,18	14025,24	64,05703

Далі в таблиці 4.2 представлені результати порівняння отриманих значень цільової функції на даній ітерації і новий відрізок локалізації витоків $[X_+^{(k+1)}, X_{++}^{(k+1)}]$. Для розв'язку поставленої задачі знадобилось 13 ітерацій методу золотого перетину. Процедура даного методу дозволяє зберегти інформацію про одну з пробних точок для наступної ітерації, і, таким чином, зменшити кількість обчислень цільової функції.

Щоб забезпечити задану точність визначення місцеположення витоків, перейдемо до визначення об'єму оперативних даних, які необхідно зібрати. Дослідити цей процес можна за допомогою зміни часу моделювання НН РТГ T ,

який в сукупності з параметром τ (кроком за часом) визначає об'єм вибірки вимірів, що передаються в алгоритм в якості вхідних параметрів.

Продовжимо розгляд процедури пошуку витоку на 14-му км досліджуваної ділянки з різною точністю локалізації витоку. Будемо послідовно зменшувати параметр T (час моделювання) і оцінювати коректність роботи методу в цих умовах. Результати даного експерименту наведено в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 – Час роботи програми, в залежності від часу моделювання

Точність локалізації витоку, м	Час моделювання T , 20 хвилин	Час моделювання T , 15 хвилин	Час моделювання T , 10 хвилин	Час моделювання T , 5 хвилин	Час моделювання T , 3 хвилини
	Час роботи програми, хвилини	Час роботи програми, хвилини	Час роботи програми, хвилини	Час роботи програми, хвилини	Час роботи програми, хвилини
100	1,0284	0,8171	0,6514	0,4922	0,4509
50	1,0944	0,8907	0,6976	0,5261	0,4564
25	1,1860	0,9295	0,7395	0,5543	0,4703
10	1,7731	1,0441	0,8981	0,6070	0,5301
5	1,3320	1,1119	0,8852	0,6711	0,5821
1	1,4992	1,2661	1,0105	0,7633	0,6682
0,1	1,8247	1,5654	1,2354	0,9137	0,7948

На основі аналізу отриманих результатів, можна зробити наступні висновки:

- а) успішна робота досліджуваного алгоритму гарантується при завданні часу моделювання від трьох хвилин і вище;
- б) збільшення часу моделювання призводить до збільшення часу роботи програми, оскільки збільшується об'єм оброблюваних даних.

Встановивши значення часу моделювання в $T = 3$ хвилини, для 14-ого км досліджуваної ділянки, перейдемо до дослідження роботи методу золотого перетину при різних значеннях потрібної точності локалізації витоку. Дані результати представлені в таблиці 4.4.

Аналіз результатів тестування роботи програми за методом золотого пе-

ретину в залежності від точності локалізації витоку показав, що чим більша точність, тим більша кількість ітерацій і тим довше працює програма.

Але якщо брати точність від 5 м до 100 м, то отримуємо для даного тестового прикладу однакові оцінки місцеположення витоку.

Таблиця 4.4 – Результати роботи методу золотого перетину в залежності від точності локалізації витоку

Точність, м	Кількість ітерацій N	Кількість точок N_f розрахунку цільової функції	Час роботи програми, хв	Ділянка, м		Довжина отриманої ділянки, м
				$X_+^{(N)}$	$X_{++}^{(N)}$	
100	13	14	0,425985	13961,18	14025,24	64,05703
50	14	15	0,450983	13985,65	14025,24	39,58942
25	15	16	0,483168	13985,65	14010,12	24,46761
10	17	18	0,529769	13995,00	14004,34	9,345795
5	19	20	0,582016	13998,57	14002,14	3,569776
1	22	23	0,655778	13999,41	14000,25	0,84271
0,1	27	28	0,816163	13999,98	14000,05	0,075987
Точність, м	Оцінка місцеположення витоку \bar{X} , м		Похибка $ X^* - \bar{X} $, м			
100	14000,77		0,77			
50	14000,77		0,77			
25	14000,77		0,77			
10	14000,77		0,77			
5	14000,77		0,77			
1	13999,93		0,07			
0,1	13999,98		0,02			

Наступний етап тестування полягає в застосуванні алгоритму до задачі пошуку оцінки місцеположення витоку, якщо витік розташований в різних точках ділянки. При цьому параметри точності локалізації витоку і часу моделювання фіксувались і складали 0,1 м, 1 м, 5 м, 10 м, 25 м і $T = 3$ хвилин відповідно. Результати дослідження наведено в таблицях 4.5 – 4.9.

Для кожної точності розглянуто різні реальні положення витоку уздовж ділянки трубопроводу (10 м, 500 м, 7000 м, 14000 м, 20000 м, 35000 м, 53900 м). Результат досліджень дає змогу зробити наступні висновки. Час роботи програми майже не залежить від місця витоку, різниця в часі складає $\pm 0,05$ хв, що підтверджує стабільність алгоритму. Похибка локалізації збільшується із збільшенням точності локалізації. Найкращий результат при точності 0,1 м (від 0 до 0,03 м).

Тестування алгоритму відбувалось в припущенні, що всі випадкові помилки вимірів усунені.

Додатково досліджуються ситуації, при яких випадкові помилки спостерігаються тільки у вимірюваннях комерційної витрати, або у вимірюваннях всіх розглянутих параметрів газового потоку. В таких випадках в значення $P^1(0,t)$, $T^1(0,t)$ і $G^2(L,t)$ вноситься обурення, що розподілене за нормальним законом з нульовим математичним очікуванням і середньоквадратичним відхиленням, що дорівнює 0,4615 млн. куб. м. на добу для масової витрати, 0,37315 атм. для тиску і $0,195^\circ\text{C}$ для температури (0,5 % від базових значень).

Таблиця 4.5 – Результати роботи метода золотого перетину в залежності від місцезнаходження витоку для точності локалізації витоку 0,1 м і часу моделювання $T = 3$ хвилин

Місцезнаходження витоку X^* , м	Час роботи програми, хвилин	Ділянка, м		Оцінка місцезнаходження витоку \bar{X} , м	Похибка $ X^* - \bar{X} $, м
		$X_+^{(N)}$	$X_{++}^{(N)}$		
10	0,778066	9,942605	10,01859	9,989568	0,010432
500	0,783748	499,9385	500,0145	499,9855	0,0145
7000	0,756486	6999,942	7000,018	6999,989	0,011
14000	0,761745	13999,98	14000,05	13999,98	0,02
20000	0,745547	19999,95	20000,03	20000	0
35000	0,778607	34999,97	35000,05	34999,97	0,03
53900	0,829151	53899,97	53900,05	53899,97	0,03

Таким чином, дослідження роботи методу золотого перетину показало, що даний метод дозволяє локалізувати виток в будь-якій точці ділянки (виключаючи граничні умови ділянки), з будь-якою заданою точністю і за будь-якого часу моделювання починаючи з трьох хвилин.

Таблиця 4.6 – Результати роботи методу золотого перетину в залежності від місцезнаходження витoku для точності локалізації витoku 1 м і часу моделювання $T = 3$ хвилин

Місцезнаходження витoku X^* , м	Час роботи програми, хвилин	Ділянка, м		Оцінка місцезнаходження витoku \bar{X} , м	Похибка $ X^* - \bar{X} $, м
		$X_+^{(N)}$	$X_{++}^{(N)}$		
10	0,654242	9,345795	10,1885	9,866618	0,133382
500	0,763922	499,5407	500,3834	500,0615	0,0615
7000	0,735145	6999,544	7000,387	7000,065	0,065
14000	0,751015	13999,41	14000,25	13999,93	0,07
20000	0,632622	19999,35	20000,2	19999,87	0,13
35000	0,65771	34999,73	35000,57	34999,73	0,27
53900	0,701724	53899,4	53900,25	53899,92	0,08

Таблиця 4.7 – Результати роботи методу золотого перетину в залежності від місцезнаходження витoku для точності локалізації витoku 5 м і часу моделювання $T = 3$ хвилин

Місцезнаходження витoku X^* , м	Час роботи програми, хвилин	Ділянка, м		Оцінка місцезнаходження витoku \bar{X} , м	Похибка $ X^* - \bar{X} $, м
		$X_+^{(N)}$	$X_{++}^{(N)}$		
10	0,587365	7,982262	11,55204	7,982262	2,017738
500	0,568459	497,3344	500,9042	499,5407	0,4593
7000	0,578262	6998,181	7001,751	7000,387	0,613
14000	0,596477	13998,57	14002,14	14000,77	0,77
20000	0,554589	19998,51	20002,08	20000,72	0,72
35000	0,605016	34998,37	35001,93	34998,37	1,63
53900	0,64079	53898,56	53902,13	53898,56	1,44

Таблиця 4.8 – Результати роботи метода золотого перетину в залежності від місцезнаходження витоку для точності локалізації витоку 10 м і часу моделювання $T = 3$ хвилини

Місцезнаходження витоку X^* , м	Час роботи програми, хвилини	Ділянка, м		Оцінка місцезнаходження витоку \bar{X} , м	Похибка $ X^* - \bar{X} $, м
		$X_+^{(N)}$	$X_{++}^{(N)}$		
10	0,533766	5,776019	15,12181	5,776019	4,223981
500	0,521402	493,7646	503,1104	499,5407	0,4593
7000	0,514739	6994,611	7003,957	7000,387	0,613
14000	0,516351	13995	14004,34	14000,77	0,77
20000	0,5076	19994,94	20004,29	20000,72	0,72
35000	0,524434	34996,16	35005,5	35001,93	1,93
53900	0,560118	53896,35	53905,7	53902,13	2,13

Таблиця 4.9 – Результати роботи метода золотого перетину в залежності від місцезнаходження витоку для точності локалізації витоку 25 м і часу моделювання $T = 3$ хвилини

Місцезнаходження витоку X^* , м	Час роботи програми, хвилини	Ділянка, м		Оцінка місцезнаходження витоку \bar{X} , м	Похибка $ X^* - \bar{X} $, м
		$X_+^{(N)}$	$X_{++}^{(N)}$		
10	0,478056	0	24,46761	15,12181	5,12181
500	0,479369	478,6428	503,1104	493,7646	6,235352
7000	0,475473	6985,265	7009,733	7000,387	0,387
14000	0,48094	13985,65	14010,12	14000,77	0,23
20000	0,472467	19979,82	20004,29	19994,94	5,06
35000	0,474551	34986,81	35011,28	35001,93	1,93
53900	0,51232	53871,89	53896,35	53887,01	2,99

Розглянутий в даній роботі метод локалізації ділянки, на якій відбувся виток, дає можливість ідентифікувати виникнення аварійних ситуацій, зробити оцінку параметрів течії газу та оцінку місцеположення витоку на ДТ. Проведені експерименти підтверджують коректність роботи алгоритму розв'язку оптимізаційної задачі.

Висновки за розділом 4

В четвертому розділі кваліфікаційної роботи було описано результати проведення обчислювальних експериментів по визначенню оцінки місцезнаходження витоку газу між двома замірними вузлами. Процедура тестування запропонованих алгоритмів будувалась таким чином, щоб перевірити коректність їх роботи в різних умовах. Експеримент проводився для пошуку витоку на 14-му км досліджуваної ділянки з різною точністю локалізації витоку та при різному часі моделювання. На основі отриманих результатів зроблено висновок, що оптимальний час моделювання – від трьох хвилин і вище. Час роботи програми та кількість ітерацій при роботі програми за методом золотого перетину збільшується в залежності від точності локалізації витоку. Час роботи програми майже не залежить від місця витоку, що підтверджує стабільність роботи алгоритму.

ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі виконані наступні завдання:

- проведено огляд і аналіз сучасного стану задачі «Комп’ютерне моделювання перехідних режимів по ділянці трубопроводу для знаходження місцеположення витоку газу»;
- зроблено постановку задачі знаходження місцеположення витоку газу або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу;
- побудовано математична модель та метод розв’язання рівнянь ММ перехідних режимів течії газу по ДТ з витоком для знаходження цільової функції оптимізаційної задачі;
- вибрано чисельний метод та побудовано алгоритм розв’язання оптимізаційної задачі визначення оцінки місцезнаходження витоку або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу;
- розроблено програмний продукт для визначення оцінки місцезнаходження витоку або несанкціонованого відбору газу на ділянці трубопроводу;
- проведено чисельні експерименти та зроблений аналіз їх результатів.

Для забезпечення надійної експлуатації ГТС важливим є своєчасне реагування на виникнення витоків та оперативне усунення наслідків аварійних ситуацій. Розглянуті в даній роботі перехідні режими течії газу та проведене комп’ютерне моделювання дозволяє своєчасно локалізувати аварійну ДТ, надати підтвердження факту виникнення місця витоку та зробити оцінку параметрів місцезнаходження витоку. Це дозволить при оперативно-диспетчерському керуванні своєчасно реагувати на зміни в параметрах режимів течії газу та тим самим сприяти підвищенню точності діагностики та забезпеченню безпечної експлуатації газопроводу.

Доцільність продовження досліджень за тематикою даної кваліфікаційної роботи пов’язана з актуальністю розробки, впровадженням новітніх технологій та методів виявлення витоків, появою сучасних систем моніторингу газопроводів. Запропонований метод знаходження місця витоку та оцінки параметрів мі-

сцезнаходження витоку можна удосконалювати шляхом досліджування величини витоку. Крім того, доцільним є проведення комп'ютерного моделювання перехідних режимів, враховуючи реальні похибки датчиків вимірів. Це дозволить зробити запропонований метод більш точним для практичного використання.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Енергетична стратегія України на період до 2050 року. URL: <https://mev.gov.ua/reforma/enerhetychna-stratehiya-0> (дата звернення: 17.11.2025).
2. Павлюк О. В. Математична модель нестационарних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з вибоком. *28-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті»*: зб. матеріалів форуму. Т. 7. Харків : ХНУРЕ, 2024. С. 257–258.
3. Гусарова І. Г., Павлюк О. В. Комп'ютерне моделювання перехідних режимів по ділянці трубопроводу з вибоком. *57-й Міжнародний науковий журнал «Грааль науки»*: зб. матеріалів форуму. Т. 57. Вінниця-Відень : 2025. С. 518–524.
4. Гусарова І. Г., Павлюк О. В. Чисельне моделювання перехідних режимів по ділянці трубопроводу з вибоком. *Theoretical and empirical scientific research: concept and trends*: Collection of scientific papers «ΛΟΓΟΣ» with Proceedings of the IX International Scientific and Practical Conference, Oxford, October 10, 2025. Oxford-Vinnitsia : P.C. Publishing House & UKRLOGOS Group LLC, 2025. P.144–148. DOI 10.36074/logos-10.10.2025.028.
5. Павлюк О. В., Гусарова І. Г. Сучасні методи знаходження та моделювання вибоків. *Матеріали IX Міжнародної науково-технічної конференції «Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем»*. Дніпро : УДУНТ, 2025. С.76–77.
6. Гусарова І. Г., Павлюк О. В. Чисельне моделювання знаходження місцеположення вибоку на ділянці трубопроводу. *Education and science of today: intersectoral issues and development of sciences*: Collection of scientific papers «ΛΟΓΟΣ» with Proceedings of the IX International Scientific and Practical Conference, Cambridge, November 28, 2025. Cambridge-Vinnitsia : P.C. Publishing House & UKRLOGOS Group LLC, 2025. P.172–175. DOI 10.36074/logos-28.11.032.
7. Гусарова І. Г., Павлюк О. В. Результати комп'ютерного моделювання знаходження місцеположення вибоку. *Scientific method: reality and future trends*

of researching: Collection of Scientific Papers «SCIENTIA» with Proceedings of the VII International Scientific and Theoretical Conference, December 5, 2025. Montreal, Canada : International Center of Scientific Research. P.360–368. DOI 10.36074/scientia-05.12.2025.

8. Gas pipeline incidents. 12-th Report of the European Gas Pipeline Incident Data Group (period 1970 – 2022). URL: [https://www.egig.eu/reports/\\$60/\\$178](https://www.egig.eu/reports/$60/$178) (дата звернення: 10.12.2025).

9. Review and analysis of pipeline leak detection methods / N. V. S. Korlapati, F. Khan, Q. Noor, S. Mirza, S. Vaddiraju. *Journal of Pipeline Science and Engineering*. 2022. P. 100074.

10. Natural-gas pipeline leak location using variational mode decomposition analysis and cross-time–frequency spectrum / Q. Xiao, J. Li, J. Sun, H. Feng, S. Jin. *Measurement*. 2018. Vol. 124. P. 163–172.

11. Yusubov Ch., Abbasov H., Pan Saikia A. A new approach to numerical calculation of non-stationary processes in complex main gas pipelines. *Reliability: Theory & Applications*. 2025. Vol. 20. No. 7 (83). P. 120–126.

12. Zhang J., Milano G. Real-Time Leak Detection in Gas Pipelines. *Pipeline Simulation Interest Group*. 2025. P. 1–11.

13. Malekpour A., She Y. Real-time leak detection in oil pipelines using an Inverse Transient Analysis model. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*. 2021. Vol. 70. P. 104411.

14. PipePatrol Leak Detection. Pipeline Management Solution. URL: <https://pipeline management.com/leak-detection/> (дата звернення: 15.11.2025).

15. Application of Machine Learning Techniques for Leak Detection in a Horizontal Pipeline Transporting a Water-Glycerol Mixture / A. Gámez-De-León, J. Jiménez-Cabas, L. Díaz-Charris, J. H. Cuartas. *Lecture Notes in Computer Science*. Cham, 2025. P. 185–192.

16. Aniyom E., Chikwe A. Prediction of Leak on Gas Pipeline Using a Hybrid Machine Learning Model. *Improved Oil and Gas Recovery*. 2025. Vol. 9. P. 1–11.

17. Developing a Digital Twin System Based on a Physics-informed Neural Network for Pipeline Leakage Detection / W.-S. Lin, Y.-H. Cheng, Z.-Y. Hing, Y. Yao. *The 35th European Symposium on Computer Aided Process Engineering*, Ghent. 2025. P. 1650–1655.
18. Bhattacharjee K., Roy P. Simulation-driven leak diagnostics in pipelines: machine learning and curve fitting-based prediction models. *Asian Journal of Civil Engineering*. 2025. Vol. 26. P. 4739–4751.
19. Gas Pipeline Leak Detection by Integrating Dynamic Modeling and Machine Learning Under the Transient State / J. Kim, S. Han, D. Kim, Y. Lee. *Energies*. 2024. Vol. 17, no. 21. P. 5517.
20. A continuous leakage real-time localization method based on space phase image of elastic wave field with improved CNN / B. Xu, L. Tong, T. Bi-wan, H. Xin-jing. *Measurement*. 2024. Vol. 224. P. 113894.
21. Shah B. A., Muthalif A. G. A. Detection and classification of external interference in oil and gas pipelines through evaluation of machine learning and feature extraction techniques. *International Journal of Structural Integrity*. 2025. P. 1–25.
22. Тевяшев А. Д., Гусарова І. Г., Камінська А. В. Математична модель та метод розрахунку нестационарних режимів у лінійних ділянках магістральних газопроводах. *Радіоелектроніка та інформатика*. 2007. №2(37). С. 144–150.
23. Гусарова І. Г., Резнікова С. О. Застосування модифікованого методу Ньютона при моделюванні перехідних режимів з урахуванням кінетичної енергії. *29-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті»*: зб. матеріалів форуму. Т. 7. Харків : ХНУРЕ, 2025. С. 235–236.
24. Кісельова О. М. Шевельова А. Є. Чисельні методи оптимізації. Дніпропетровськ : Вид-во ДНУ, 2008. 208 с.
25. Кузьмініх В. О., Молодід О. К., Тараненко Р. А. Методи дослідження операцій. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 117 с.
26. Ладієва Л. Р. Методи оптимізації та пошуку оптимальних рішень. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 73 с.

27. Нефьодов Ю. М., Галицька Т. Ю. Методи оптимізації в прикладах і задачах. Київ : Кондор, 2024. 324 с.
28. Сікора Я. Б., Щехорський А. Й., Якимчук Б. Л. Методи оптимізації та дослідження операцій. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2019. 148 с.
29. Gill P. E., Murray W., Wright M. H. Practical optimization. Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, 2019. 421 p.
30. Kabai S. Golden section in my Wolfram Mathematica demonstrations. *Symmetry: Culture and Science*. 2022. Vol. 33, no. 3. P. 303–319.