К ПОСТРОЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЗРЕНИЯ ЧЕЛОВЕКА С УЧЕТОМ ЦВЕТОВОЙ АДАПТАЦИИ

Е. П. Путятин, В. П. Пчелинов, М. Ф. Бондаренко

Харьковский институт радиоэлектроники

В исследовании работы органа зрения с учетом адаптации можно выделить два направления: а) изучение яркостной цветовой адаптации, т. е. характера изменения яркости цвета при длительном действии цветового раздражителя на глаз [1]; б) изучение хроматической адаптации, или характера изменения цветности произвольного излучения после предварительного действия на глаз других излучений [2—4].

Отмеченные работы носят экспериментальный характер и не предлагают общей теории работы органа зрения с учетом адаптации. Такие общие представления об адаптационных преобразованиях в зрительной системе могут дать математические модели цветовой адаптации. Эти модели позволяют предсказывать выходные реакции зрительной системы на любые входные сигналы.

Построению математических моделей зрения с учетом цветовой адаптации в литературе не уделялось достаточного внимания. Отметим лишь работу [4], в которой показано, что адаптационное преобразование цветового пространства нелинейно и обусловлено не только уменьшением чувствительности приемников (коэффициентов Криса). Авторы подчеркивают, что для объяснения многообразия адаптационных процессов необходимо учитывать взаимодействие приемников глаза при передаче зрительной информации в мозг.

Учитывая трехкомпонентность зрительной системы человека, представим модель цветовой адаптации в виде структурной схемы, изображенной на рис. 1. Здесь под входными сигналами U_1, U_2 U_3 понимаются координаты цвета в физиологической системе. В качестве выходных приняты промежуточные сигналы R_1, R_2, R_3, однозначно связанные со светлотой, насыщенностью и цветовым тоном B_1, B_2, B_3. Общий подход к моделированию зрительной системы и обозначения такие же, как и в ранее опубликованных работах, посвященных качественному построению общей модели зрения и модели однородных стационарных зрительных процессов [5—6].

Представляя модель в таком виде, мы хотим подчеркнуть, что сейчас нас не интересует связь между каналами в процессе передачи информации.

Работа отдельных блоков модели описывается следующими уравнениями:

блок 1

$$V_i = c_i \lg l_i U_i, \tag{1}$$

блок 2

$$m_i \frac{dT_i}{dt} + T_i = k_i V^i, \tag{2}$$

блок 3

$$R_i = V_i - T_i \quad (i = 1, 2, 3), \tag{3}$$

где c_i, l_i — константы логарифмического преобразователя в общем случае различные для разных каналов;

U_i, V_i — фотометрические яркости излучения, взятые соответственно в линейном и логарифмическом масштабе;

m_i — постоянные времени адаптации зрения, различные по трем каналам;

k_i — постоянные «статики» адаптации;

T_i — некоторые промежуточные сигналы, характеризующие степень смещения уровня выходных сигналов R_i вследствие адаптации.

Реакции модели адаптации в качественном отношении совпадают с адаптационными реакциями органа зрения. Покажем это на примере светлотного канала. При переводе взгляда с темного фона на светлый последний вначале слепит глаза, но со временем видимая яркость, т. е. светлота зрительного ощущения, снижается и постепенно устанавливается на некотором постоянном уровне. В этом случае мы имеем резкий скачок светлоты зрительного ощущения в сторону повышения с постепенным ее снижением и последующей установкой на постоянном уровне.

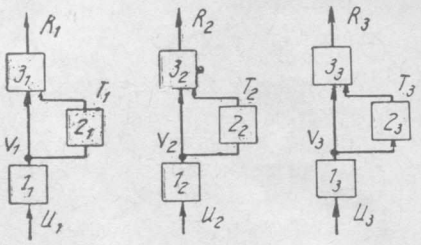

Рис. 1

Точно такой же в качественном отношении будет реакция модели. Поскольку вначале на вход модели длительное время подавался сигнал U_i малой величины, сигналы V_1 и T_1 также будут иметь малую величину. При последующем скачкообразном увеличении сигнала U_1 вместе с ним скачкообразно увеличится V_1. В то же время в первое мгновение вследствие инерционности блока *2* сигнал T_1 останется неизменным, поэтому выходной сигнал R_1, пропорциональный светлоте, также скачкообразно возрастет. Однако со временем под действием сигнала V_1 большой величины инерционный блок вступит в работу, результатом чего явится постепенный рост сигнала T_1. Благодаря этому, а также действию блока *3*, осуществляющего вычитание сигнала T_1, произойдет постепенное падение выходного сигнала R_1, значение которого в конце концов устанавливается на постоянном уровне.

В этом эксперименте входной сигнал является функцией вида

$$U_1(t) = \begin{cases} U_{11} & \text{при } t < 0, \\ U_{12} & \text{при } t \geqslant 0. \end{cases} \tag{4}$$

Решение для светлотного канала запишется в виде

$$R_1(t) \begin{cases} (1 - k_1)\, c_1 \lg l_1 U_{11} & \text{при } t < 0, \\ (1 - k_1)\, c_1 \lg l_1 U_{12} + k_1 c_1 l^{-\frac{t}{m}} \lg \frac{U_{12}}{U_{11}} & \text{при } t \geqslant 0. \end{cases} \tag{5}$$

Найдем значение реакций светлотного канала модели адаптации в моменты времени $t = -0$, $t = +0$ и $t = \infty$.

При $t = -0$ из (5) имеем

$$R_1 = (1 - k_1)\, c_1 \lg l_1 U_{11}. \tag{6}$$

Для момента времени $t = \infty$

$$R_1' = (1 - k_1)\, c_1 \lg l_1 U_{12}. \tag{7}$$

Из (5) для $t = +0$

$$R_1'' = c_1 \lg l_1 U_{12} - k_1 c_1 \lg l_1 U_{11}. \tag{8}$$

Но уровень реакции, равный значению R_1'', можно было бы получить, в течение длительного времени подавая на вход модели сигнал U_{13} связанный с R_1'' зависимостью между R_1 и U_1 или R_1' и U_{12}, аналогичной (6) или (7):

$$R_1'' = (1 - k_1)\, c_1 \lg l_i U_{13}. \tag{9}$$

Сравнивая правые части (8) и (9), получим зависимость, связывающую сигналы U_{11}, U_{12}, U_{13} между собой:

$$U_{12} = U_{11}^{k_1} U_{13}^{1-k_1}. \tag{10}$$

Повторяя рассуждения, приведенные выше для светлотного канала, можно записать равенство (10) для всех трех каналов модели цветовой адаптации, изображенной на рис. 1 и представленной формулами (1)—(3):

$$U_{i2} = U_{i1}^{k_i} U_{i3}^{1-k_i} \quad (i = 1, 2, 3). \tag{11}$$

Равенства (11) допускают экспериментальную проверку, в отличие от соотношений (1)—(6), для которых невозможно непосредственное измерение выходной величины R_i.

Реально равенства (11) означают следующее. Пусть испытуемому длительное время предъявляется излучение E_1 с координатами цвета U_{11}, U_{21}, U_{31}, после чего оно скачкообразно сменяется излучением E_2 (U_{12}, U_{22}, U_{32}). Формулы (11) определяют излучение E_3(U_{13}, U_{23}, U_{33}), которое в случае длительной адаптации к нему порождает цвет, совпадающий с цветом излучения E_2 в первый момент его воздействия на глаз.

Коэффициенты k_1, k_2, k_3 в общем случае могут оказаться различными. Предположим, что все они равны, и в таком виде будем проверять модель цветовой адаптации на опыте.

Вначале докажем справедливость следующего предложения: Если излучения E_1(U_{11}, U_{21}, U_{31}) и E_3(U_{13}, U_{23}, U_{33}) изображаются в цветовом пространстве в виде точек, лежащих на прямой, проходящей через начало координат, то излучение E_2(U_{12}, U_{22}, U_{32}) изображается точкой, лежащей на той же прямой. При этом предполагается справедливость равенства (11).

Если точки (U_{11}, U_{21}, U_{31}) и (U_{13}, U_{23}, U_{33}) лежат на прямой, проходящей через начало координат, то имеет место следующее равенство:

$$\frac{U_{11}}{U_{13}} = \frac{U_{21}}{U_{23}} = \frac{U_{31}}{U_{33}}. \tag{12}$$

Определим из (11) значения чисел U_{11}, U_{21}, U_{31} при условии равенства k_i и подставим их в (12):

$$\left(\frac{U_{12}}{U_{13}}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{U_{22}}{U_{23}}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{U_{32}}{U_{33}}\right)^{\frac{1}{k}}. \tag{13}$$

Возведя члены равенства в k-ю степень, приходим к выражению

$$\frac{U_{12}}{U_{13}} = \frac{U_{22}}{U_{23}} = \frac{U_{32}}{U_{33}}, \tag{14}$$

доказывающему справедливость сформулированного выше предложения.

Введем теперь в рассмотрение ось U, исходящую из начала координат в цветовом пространстве и проходящую через точки (U_{11}, U_{21}, U_{31}), (U_{12}, U_{22}, U_{32}), (U_{13}, U_{23}, U_{33}).

Через U_1, U_2, U_3 обозначим координаты этих точек, отсчитываемые по оси U. Поскольку все три точки лежат на прямой, исходящей из начала координат, имеют место следующие равенства:

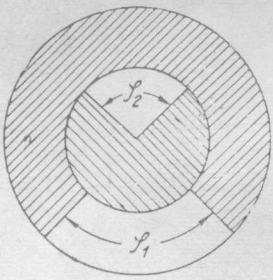

Рис. 2

$$\frac{U_1}{U_{11}} = \frac{U_2}{U_{12}} = \frac{U_3}{U_{13}}. \tag{15}$$

Произведя подстановку (15) в (11) для случая одинаковых k_i, получим

$$U_2 = U_1^k U_3^{1-k}. \tag{16}$$

Таким образом, числа U_1, U_2, U_3 связаны зависимостью того же вида, что и (11).

Для проведения эксперимента необходимо взять некоторое определенное излучение произвольно выбранного спектрального состава. При изменении яркости этого излучения мы получим в цветовом пространстве ряд точек, расположенных на одной прямой, проходящей через начало координат. Под координатой этих точек можно понимать яркость излучения или величину, пропорциональную ей.

Нами проведены эксперименты по проверке зависимости (16) на вертушке Максвелла с регулируемым внутренним диском. Методика эксперимента аналогична описанной в работе [7] для черно-белого ряда цветов. На рис. 2 показан вид дисков при отсутствии вращения. Угол φ_1 раствора кружков большего диаметра допускает изменение только при остановленной вертушке, угол же φ_2 может меняться на ходу без остановки вращения.

Дуги φ_1 и φ_2 измерялись в делениях; одно деление соответствует $\frac{1}{96}$ части дуги окружности. Опыты проводились при освещенности 700 *лк*. Глаз наблюдателя находился в плоскости, перпендикулярной к линии раздела полей сравнения, на расстоянии 200 *мм* от дисков. В опытах использовались белые, красные, зеленые, синие кружки и кружки из черного бархата. Для регулирования излучения по яркости изменялись соотношения углов раствора цветных кружков и кружков из черного бархата. Таким образом были получены ряды цветов, образующих линию в цветовом пространстве, которая исходит из начала координат.

В процессе опыта экспериментатору предлагалось установить равенство цветов полей сравнения внутреннего и внешнего дисков (цветовой тон которых, естественно, был одинаков) после предварительной адаптации к различным яркостям, заданным на полях дисков. Время установления равенства составляло $0{,}1 \div 0{,}3$ *сек*, поэтому при такой постановке эксперимента процессы инерции и быстрой адаптации существенно не сказывались. Разброс показаний не превышал $2 \div 3$ делений. Для одной и той же установки эксперимент проводился несколько раз, после чего вычислялись средние арифметические значения.

В табл. 1—4 приведены средние значения углов растворов φ_{U_2}, φ_{U_1}, φ_{U_3}, соответствующие яркостям U_2, U_1, U_3.

Таблица 1

Белый $\rho_б = 0,8$

φ_{U_1} / φ_{U_3}	30	48	64	80
5	13	15	18	21
10	18	21	26	29
20	26	31	36	40
30	32	39	45	50
40	36	44	51	57
50	40	49	57	64
60	44	54	61	70
70	47	58	67	75
82	51	63	73	81
96	55	69	79	89

Таблица 2

Красный $\rho = 0,344$; $x = 0,607$, $y = 0,336$

φ_{U_1} / φ_{U_3}	30	48	64	80
5	12	16	19	22
10	17	22	26	29
20	25	31	36	40
30	31	39	45	50
40	36	44	52	57
50	40	49	57	63
60	44	54	62	70
70	47	59	67	75
82	52	63	74	82
96	56	68	79	88

Таблица 3

Зеленый: $\rho = 0,32$, $x = 0,283$, $y = 0,526$

φ_{U_1} / φ_{U_3}	30	48	64	80
5	13	15	18	21
10	18	21	25	28
20	26	31	35	39
30	31	39	44	49
40	36	45	51	57
50	40	49	56	64
60	43	53	61	70
70	48	58	67	75
82	51	63	72	81
96	56	69	79	89

Таблица 4

Синий: $\rho = 0,078$, $x = 0,258$, $y = 0,248$

φ_{U_1} / φ_{U_3}	30	48	64	80
5	16	20	23	25
10	21	25	29	33
20	26	33	37	41
30	31	39	44	50
40	36	44	51	57
50	39	49	56	63
60	43	54	61	69
70	47	58	67	75
82	51	64	73	81
96	56	69	78	88

На рис. 3 представлены экспериментальные точки, характеризующие зависимость φ_{U_2} от φ_{U_3} при разных φ_U для белого, красного, зеленого и синего образцов. Теоретическая обработка экспериментальных данных проводилась так же, как описано в работе [7]. Анализируя графики, мы видим, что теоретические кривые при $k = 0,5$ достаточно хорошо проходят по экспериментальным точкам, что подтверждает теоретический вывод о равенстве коэффициентов «статики» адаптации для любого ряда цветов, образующих прямую линию в пространстве цветов и проходящих через начало координат.

Остановимся теперь на возможных моделях функционирования органа зрения с учетом цветовой адаптации. Одна из таких моделей представлена на рис. 4. В этой структурной схеме блокам *1*, *2*, *3* модели цветовой адаптации рис. 1 отвечают блоки *2*, *3*, *4*. Блокам *1* соответствуют известные интегральные соотношения Юнга — Гельмгольца.

В блоках 5_2 и 5_3 осуществляется взаимодействие между каналами в форме вычитания сигнала яркости. Входным сигналом является функция спектральной интенсивности лучистой яркости, которая зависит от длины волны и времени. Блок *6* реализует взаимно-однозначные преобразования. Для адаптационных процессов выходные сигналы (светлота B_1, насыщенность B_2 и цветовой тон B_3) являются функциями времени. Такая модель описывает качественно явления, связанные со стационарными однородными процессами и процессами цветовой адаптации.

Для стационарных процессов имеем

$$W_2 = \lg \frac{(l_2 U_2)^{c_2(1-k_2)}}{(l_1 U_1)^{c_1(1-k_1)}}, \tag{17}$$

$$W_3 = \lg \frac{(l_3 U_3)^{c_3(1-k_3)}}{(l_1 U_1)^{c_1(1-k_1)}}. \tag{18}$$

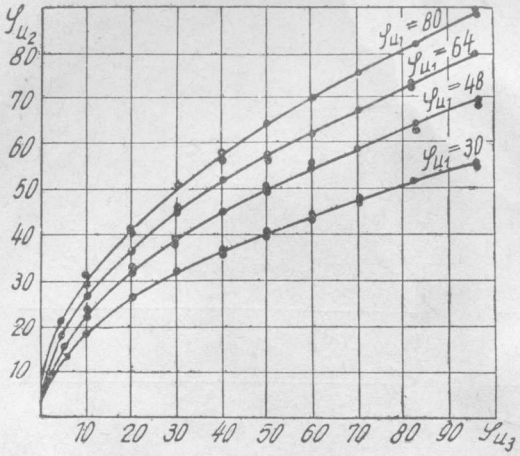

Рис. 3

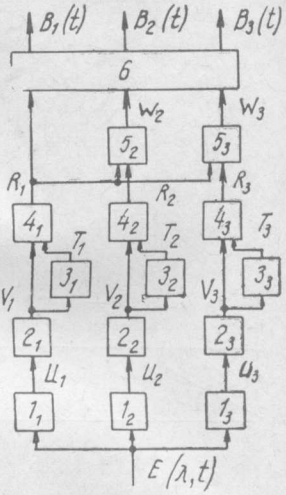

Рис. 4

Нетрудно заметить, что возможна и другая структурная схема модели зрения, удовлетворяющая экспериментальным данным о яркостной цветовой адаптации. Такая схема изображена на рис. 5 и отличается от предыдущей лишь тем, что блоки, в которых осуществляется вычитание сигнала яркости (3_2, 3_3), расположены сразу же за логарифмическими блоками 2. Для стационарных процессов реакции цветовых каналов R_2 и R_3 будут определяться соотношениями

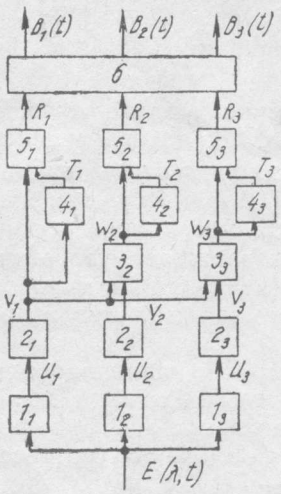

Рис. 5

$$R_2 = (1 - k_2) \lg \frac{(l_2 U_2)^{c_2}}{(l_1 U_1)^{c_1}}, \tag{19}$$

$$R_3 = (1 - k_3) \lg \frac{(l_3 U_3)^{c_3}}{(l_1 U_1)^{c_1}}. \tag{20}$$

Для одинаковых значений $k_1 = k_2 = k_3$ и $C_1 = C_2 = C_3$ по всем трем каналам модели обнаруживают тождественное функционирование, поскольку $W_2 = R_2$ и $W_3 = R_3$.

Уточнить эти модели могут лишь эксперименты по цветовой адаптации на равносветлотных образцах.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. В. Кравков. О цветовой адаптации глаза. «Пробл. физ. оптики», т. 8, 1953.

2. Е. Н. Юстова. Изменение цветового ощущения при адаптации. «Пробл. физ. оптики», т. 6, 1948.

3. R. Bernam, R. Evans, S. Newhall. Predictions of colour appearance with different adaptation illuminations. IOSA, V. 1, 1957.

4. М. М. Бонгард, М. С. Смирнов. Цветная адаптация и границы применимости понятия «светочувствительный приемник глаза». «Биофизика». т. III, вып. 2, 1958.

5. Ю. П. Шабанов-Кушнаренко. Математическая модель переработки информации в органе зрения человека. Сб. «Моделирование в биологии и медицине», вып. II, «Наукова думка», Киев, 1966.

6. Ю. П. Шабанов-Кушнаренко, Е. П. Путятин, Г. Д. Майстровский. Моделирование однородных стационарных зрительных процессов. Сб. «Моделирование в биологии и медицине», вып. II, «Наукова думка», Киев, 1966.

7. Ю. П. Шабанов-Кушнаренко, Г. Ф. Дюбко, Е. П. Путятин, М. Ф. Бондаренко. Моделирование статики адаптации слуха и зрения (статья в настоящем сборнике).