УДК 681.327

КОМПАРАТИВНОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ε-КЛАСТЕРИЗАЦИИ МНОЖЕСТВ ЭТАЛОНОВ

МАШТАЛИР В.П.

Рассматриваются вопросы распознавания на основе сравнения регистрируемых данных с эталонной информацией. Внимание акцентируется на подходах, уменьшающих комбинаторную сложность задачи компаративного распознавания. Сокращение числа переборов достигается за счет прелиминарной кластеризации множеств эталонов, оптимизирующей быстродействие для различных соотношений точностных характеристик.

В концептуальном плане привлекательность стратификации признаковых пространств связана не только с заметным повышением быстродействия анализа иерархических группировок, но и с потенциально высокими возможностями учета адъювантной информации. Эта информация уточняет пространственные, временные и прочие виды отношений первоначально используемых сведений в виде специфических характеристических множеств или функций принадлежности.

В общем виде все методы иерархической кластеризации представляются процедурами двух типов [1-3]: объединения (слияния, группировки) и разбиения (дробления, декомпозиции). Начиная с группировок единичной мощности, в первом случае продвижение снизу-вверх продуцирует последовательность постепенно объединяемых кластеров. Процедуры второго типа начинают с одного кластера, совпадающего со всем множеством признаков, и образуют последовательность пошагового расщепления кластеров сверху-вниз.

Хорошо исследованными и апробированными являются методы иерархической кластеризации, которые обычно определяеются аббревиатурой SAHN (Sequential, Agglomerative, Hierarchical, Nonoverlapping) [3] – последовательные, агломеративные, иерархические, непересекающиеся. Суть алгоритмов данного типа сводится к построению разбиения некоторого множества признаков (образов) в виде последовательностей вложенных подмножеств исходного множества на основе анализа матрицы расстояний. Алгоритмы типа SAHN (их свойства определяются видами используемых ультраметрик) направлены, в первую очередь, на синтез описаний, отражающих "организацию" обрабатываемых данных. Применение полученных описаний структур признаков для информационного поиска есть не что иное, как процедура деривации по минимуму стратового различия. При этом количество операций сравнения не оптимизируется – всегда возможны случаи полного перебора эталонов, т.е. использование SAHN-алгоритмов для повышения быстродействия компаративного распознавания – паллиатив (комбинаторная сложность может лишь сокращать задачи, но это не гарантируется).

Альтернативный подход, хотя это и не является общепринятым, удобно называть ε-кластеризацией, а полученные группировки – ε-кластерами, поскольку в качестве предпосылок синтеза алгоритмов выступает группировка эталонов на основе заданного уровня различия. Методы ε-кластеризации направлены, в первую очередь, на минимизацию числа операций сравнения и при заданной точности распознавания и фиксированном множестве эталонов гарантируют его непревышение в случаях предъявления любого представителя заданного класса сигналов. На практике число операций может оказаться существенно меньше гарантированного в силу того, что получаемые кластеры имеют различную мощность. Однако наличие оценки максимально возможного числа операций компаративного распознавания является принципиальным фактором создания программно-аппаратных систем с ограничением на время принятия решений. Объясняется это тем, что при проектировании систем конкретизируется объем необходимых ресурсов, а высвобожденное время может использоваться, в частности, для повышения толерантности (в широком смысле) путем анализа элементов, потенциально относящихся к нескольким кластерам.

Группировка объектов или признаков в компаративном распознавании, имманентном корреляционно-экстремальным системам, имеет ряд принципиальных отличий от традиционных подходов к кластеризации. Во-первых, ценой компромисса между надежностью и быстродействием определяются рациональные объемы анализируемой на этапе распознавания эталонной информации. Во-вторых, гипотеза "компактности", когда агломерации составляют "похожие" и только "похожие" в смысле тематической интерпретации объекты, концептуально не играет существенной роли, а цель процедуры распознавания меняется: отнесение регистрируемых данных к кластеру и его идентификация часто теряют ортодоксальный смысл, так как требуется находить лишь некоторые характеристики (например, координаты) "ближайшего" в заданной метрике объекта. В-третьих, специфика регистрации текущего сигнала и, прежде всего, показатели ее точности, как правило, априорно задают погрешность ε, влияющую на кластеризацию опорных данных. Именно величина этой погрешности, а также требуемые параметры точности создают предпосылки для оптимизации быстродействия.

Ясно, что вопрос о существовании кластеров вообще и ε-кластеров в частности связан с относительным расположением эталонов в рамках выбранной меры их различия. Назовем метрическое пространство признаков $\Theta^0 \subset \Re^p$ равномерной конфигурацией, если оно изометрично пересечению $\Lambda(e_1, e_2, \ldots, e_p) \cap V^p$ решетчатой структуры

$$\Lambda(e_1, e_2, \ldots, e_p) = \{\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_p e_p : \alpha_i \in \Re,\ i = \overline{1,p}\}$$

($\{e_1, e_2, \ldots, e_p\}$ – некоторый базис) и ортогонального компакта $V^p = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \ldots \times [a_p, b_p]$. На рис.1 приведен пример конфигурации эталонов на плоскости, для которой ε-кластеров мощности, больше чем 1, не существует.

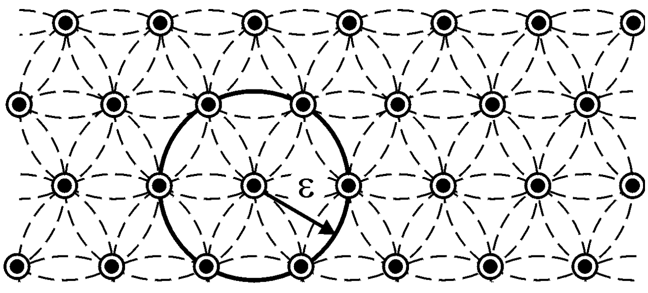

Рис.1. Равномерная конфигурация эталонов

Будем говорить, что метрическое пространство $\Theta^{\delta} \subset \Re^{p}$ – δ-псевдоравномерная конфигурация, если она может быть получена трансляцией каждой точки конфигурации на величину, не превышающую $\delta \cdot \max \|e_i\|$, где $\|d\|$ обозначает норму. Другими словами, δ – относительная погрешность псевдоравномерных конфигураций. Тогда поиск многозначных отображений вида

$$\Xi : \Theta \to \Theta / \Theta^{\delta},$$

факторизующих множество признаков на δ-псевдоравномерные конфигурации, есть общая постановка задачи кластеризации. Конкретизируем теперь задачу ε-кластеризации применительно к распознаванию на основе сравнения с эталонами.

Пусть $\pi(\Theta)$ – множество всех непустых подмножеств априорно заданных эталонных признаков $\Theta = \{\theta_i\}_{i=1}^{m}, \theta_i \in \Re^{p}$. На множестве эталонов введем в рассмотрение точечно-множественное отображение $\Xi^{\varepsilon} : \Theta \to \pi(\Theta)$, индуцирующее его разбиение на непересекающиеся подмножества $\left\{\Xi^{\varepsilon}(\theta)\right\}_{\theta \in \Theta}$, элементы которых отличаются в выбранной метрике ρ не более, чем на ε:

$$\forall \theta \in \Theta \Rightarrow \theta \in \Xi^{\varepsilon}(\theta); \tag{1}$$

$$\Theta = \bigcup_{\theta \in \Theta} \Xi^{\varepsilon}(\theta); \tag{2}$$

$$\forall \theta', \theta'' \in \Theta : \theta' \neq \theta'' \Rightarrow \begin{cases} \Xi^{\varepsilon}(\theta') \cap \Xi^{\varepsilon}(\theta'') = \varnothing, \\ \Xi^{\varepsilon}(\theta') = \Xi^{\varepsilon}(\theta''), \rho(\theta', \theta'') \leq \varepsilon. \end{cases} \tag{3}$$

Многозначное отображение Ξ^{ε}, удовлетворяющее условиям (1) – (3), вообще говоря, формализует все процедуры ε-кластеризации, среди которых должны выбираться оптимальные, в частности, по вычислительной сложности. Суть компаративного распознавания, таким образом, это поиск эталона, соответствующего регистрируемым данным q, т.е.

$$\min_{\theta \in \left\{\Xi^{\varepsilon}(\theta)\right\}} \rho(q, \theta).$$

При использовании методов ε-кластеризации в задаче распознавания могут возникать ошибки двух типов: межкластерные (ошибки выбора кластеров на некоторой страте) и внутрикластерные (ошибки выбора представителя кластера). Эти два вида ошибок связаны между собой таким образом, что ошибка первого типа автоматически влечет за собой ошибку второго типа. Ясно, что существует отличная от нуля вероятность того, что из-за пошагового огрубления, являющегося следствием иерархического представления информации, будет выбрано неверное направление компаративного распознавания. Вместе с тем иерархический подход гарантирует, по крайней мере, неувеличение стартовой межкластерной ошибки при одновременном уменьшении на каждом уровне иерархии внутрикластерных ошибок. Таким образом, решающее значение имеет выбор величины ε при заданных конфигурациях эталонов.

Для повышения надежности распознавания целесообразно использовать достаточно малые значения ε, что в целом увеличивает число операций сравнения, тогда как сокращение их количества требует оптимизации кластеров, безусловно определяемого некоторым ростом ε. При $\varepsilon \to 0$ задача сводится к полному перебору, но и при $\varepsilon \to d(\Theta)$ (d – диаметр множества Θ) число операций сравнения также стремится к $\mathrm{card}\,\Theta$. Конфликт между двумя критериями: комбинаторной сложностью компаративного распознавания и его надежностью должен устраняться для каждой конфигурации эталонов на этапе кластеризации. В любом случае для некоторого фиксированного стартового состояния необходимо обеспечивать глобальную оптимизацию компаративного распознавания.

Пусть ε задает точность кластеризации, а δ – требуемую точность компаративного распознавания. Выделим два случая:

1) $\delta > \varepsilon$ – в качестве результата распознавания можно использовать любой представитель ε-кластера, ближайшего к вектору q, т.е. минимальное число операций сравнения определяется количеством кластеров (задача грубой ε-кластеризации); иначе, необходимо обеспечить [4-6]

$$\min_{\Xi_{\alpha}^{\varepsilon}} \mathrm{card} \left\{\Xi_{\alpha}^{\varepsilon}(\theta)\right\}_{\theta \in \Theta};$$

2) $\delta \leq \varepsilon$ – результатом распознавания будет элемент более точного дробления кластеров, т.е. при однократном дроблении кластеров (тонкая ε-кластеризация) надо добиться [7,8]

$$\min_{\Xi_{\alpha}^{\varepsilon}} \left\lfloor \mathrm{card} \left\{\Xi_{\alpha}^{\varepsilon}(\theta)\right\}_{\theta \in \Theta} + \max_{\theta \in \Theta} \mathrm{card} \left\{\Xi_{\alpha}^{\varepsilon}(\theta)\right\} \right\rfloor,$$

а при многократном (задача иерархической ε-кластеризации) [9,10]:

$$\min_{\Xi_{\alpha}^{\varepsilon}} \Big[\sum_{j=1}^{k-1} (\max\ \mathrm{card}\ \left\{\tilde{\Xi}_{j}^{\varepsilon}(\theta)\right\}_{\theta \in \tilde{\Xi}_{j-1}^{\varepsilon}(\theta)}) +$$

$$+ \max\ \mathrm{card}\ \tilde{\Xi}_{k-1}^{\varepsilon}(\theta) \Big],$$

где k – количество уровней иерархии, а композиционное произведение, определяющее требуемое точечно-множественное отображение, задается соотношениями

$$\Xi_{\alpha}^{\varepsilon} = \prod_{j=1}^{k-1} \tilde{\Xi}_{j}^{\varepsilon}\left(\tilde{\Xi}_{j-1}^{\varepsilon}(\theta)\right),\ \tilde{\Xi}_{0}^{\varepsilon}(\theta) = \Theta.$$

В общем виде иерархия $\Omega^{\varepsilon} = \left\{ \Omega_i^{\varepsilon} \right\}_{i \in \{1,2,\dots,k\}}$ – это подмножества $\Omega^{\varepsilon} \subset \pi(\theta)$, удовлетворяющие условиям (1) – (3) (иначе, $\Omega^{\varepsilon} \subseteq \left\{ \Xi^{\varepsilon}(\theta) \right\}_{\theta \in \Theta}$), для которых справедлива импликация

$$\forall i, j \in \{1,2,\dots,k\},\ i \neq j,\ \forall \Omega_i^{\varepsilon}, \Omega_j^{\varepsilon} \subset \Omega^{\varepsilon}:$$

$$: \Omega_i^{\varepsilon} \bigcap \Omega_j^{\varepsilon} \neq \varnothing \Rightarrow \begin{cases} \Omega_i^{\varepsilon} \subset \Omega_j^{\varepsilon}; \\ \Omega_j^{\varepsilon} \subset \Omega_i^{\varepsilon}. \end{cases} \qquad (4)$$

Здесь $\Omega_i^{\varepsilon} = \bigcup_{j \in J_i} \Omega_{ij}^{\varepsilon}$, J_i – множества, индексирующие кластеры на i-й страте. Тем самым компаративное распознавание сводится к поиску

$$\arg \min_{\theta \in \Omega_k^{\varepsilon}} \rho(q, \arg \min_{\Omega_k^{\varepsilon} \subset \Omega_{k-1}^{\varepsilon}} \rho(q, \arg \min_{\Omega_{k-1}^{\varepsilon} \subset \Omega_{k-2}^{\varepsilon}} \rho(\dots$$

$$\dots \rho(q, \arg \min_{\Omega_1^{\varepsilon} \subset \Omega^{\varepsilon}} \rho(q, \Omega_{1j}^{\varepsilon}))\dots))) . \qquad (5)$$

Заметим, что последовательная процедура (5) применима при иерархической ε-кластеризации. При тонкой кластеризации используется частный случай: поиск кластера и перебор принадлежащих ему эталонов:

$$\arg \min_{\theta \in \Omega_1^{\varepsilon}} \rho(q, \arg \min_{\Omega_1^{\varepsilon} \subset \Omega^{\varepsilon}} \rho(q, \Omega_{1j}^{\varepsilon})),$$

а при грубой ищется лишь ближайший кластер:

$$\arg \min_{\Omega_1^{\varepsilon} \subset \Omega^{\varepsilon}} \rho(q, \Omega_{1j}^{\varepsilon}).$$

Из вида процедур (5) непосредственно следует, что основа компаративного распознавания – определение расстояния от регистрируемых данных до ε-кластеров. Это расстояние можно искать различными путями: до аппроксимаций кластеров в форме гиперсфер или гиперэллипсоидов, до их геометрических центров или центров тяжести, до любого представителя ε-кластера или комбинаций различных характеристик результатов группировки эталонов. Ясно, что детерминантами рационального выбора способа поиска кластера, содержащего требуемый эталон, являются конфигурация признаков и их прикладная интерпретация. Анализ этих детерминант ("компактности" ε-кластеров, их "удаленности" друг от друга, структурного сходства, "равномерности" мощностей в первом случае и необходимости, достаточности, важности, достоверности признаков, трактовки вида "близости" – во втором) создает предпосылки для построения алгоритмов компаративного распознавания.

Обозначим через B^p единичный шар в $\Re^p$, тогда расстояние от точки q до кластера Ω_i^{ε} имеет вид

$$\rho\left(q, \Omega_i^{\varepsilon} \right) = \min \left\{ \lambda \geq 0 : \Omega_i^{\varepsilon} \bigcap q \oplus \lambda B^p \neq \varnothing \right\}, \quad (6)$$

где "$\oplus$" – сумма Минковского. Быстродействующая реализация (6) может приводить к возникновению ошибок первого рода, т.е. к неправильному выбору ε-кластера при очередном шаге деривации (5). Конкретизация параметров аппроксимаций, до которых определяется расстояние, должна учитывать "качество" кластеризации, оценка которого представляет весьма сложную задачу [3,13].

Для оценки удаленности полученных группировок друг от друга введем расстояние между двумя ε-кластерами одного уровня иерархии:

$$\rho\left(\Omega_{im}^{\varepsilon}, \Omega_{in}^{\varepsilon}\right) = \min \left\{ \lambda \geq 0 : \Omega_{im}^{\varepsilon} \subset \Omega_{in}^{\varepsilon} \oplus \lambda B^p, \right.$$
$$\left. \Omega_{in}^{\varepsilon} \subset \Omega_{im}^{\varepsilon} \oplus \lambda B^p \right\}$$

и среднее расстояние между кластерами на одной страте:

$$\rho\left(\Omega_i^{\varepsilon} \right) = \left(\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=m+1}^{M} \rho\left(\Omega_{im}^{\varepsilon}, \Omega_{in}^{\varepsilon} \right) \right) \Big/ M',$$

где $M = \text{card} \left\{ \Omega_i^{\varepsilon} \right\}$, $M' = M(M-1)/2$.

Важное значение имеет и показатель рассеивания межкластерных расстояний:

$$\sigma_{\rho}\left(\Omega_i^{\varepsilon} \right) = \left(\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=m+1}^{M} \left(\rho\left(\Omega_i^{\varepsilon} \right) - \rho\left(\Omega_{im}^{\varepsilon}, \Omega_{in}^{\varepsilon} \right) \right)^2 \right) \Big/ (M'-1).$$

Ясно, что чем больше значения $\rho\left(\Omega_{im}^{\varepsilon}, \Omega_{in}^{\varepsilon}\right)$, $\rho\left(\Omega_i^{\varepsilon}\right)$ и меньше $\sigma_{\rho}\left(\Omega_i^{\varepsilon} \right)$, тем менее вероятен неправильный выбор кластера.

На некоторых уровнях (в частности, если расстояния определяются до границ кластеров и являются практически одинаковыми) следует учитывать диаметры $d\left(\Omega_{ij}^{\varepsilon}\right)$ ε-кластеров ($d \leq \varepsilon$):

$$d\left(\Omega_{ij}^{\varepsilon} \right) = \min \left\{ \lambda \geq 0 : \Omega_{ij}^{\varepsilon} \subset \theta \oplus \lambda B^p,\ \forall \theta \in \Omega_{ij}^{\varepsilon} \right\}.$$

Межуровневые расстояния

$$\tilde{\rho}\left(\Omega_i^{\varepsilon}, \Omega_{i+1}^{\varepsilon} \right) = d\left(\Omega_i^{\varepsilon} \right) - \max_{\Omega_{(i+1)j}^{\varepsilon} \subset \Omega_i^{\varepsilon}} d\left(\Omega_{(i+1)j}^{\varepsilon} \right)$$

предоставляют возможность оценивать допустимые погрешности при вычислении расстояний до регистрируемых данных.

Совершенно аналогично вводится и ряд других характеристик при определении расстояния до центров тяжести кластеров, их отдельных представителей и т.д.

По сравнению с гиперсферами в качестве более адекватного (но более сложного в вычислительном аспекте) представления ε-кластеров можно использовать описанные вокруг них гиперэллипсоиды, которые строятся на базе метода главных осей [11]. Применительно к компаративному распознаванию суть его заключается в следующем.

Пусть точка $\xi_0 = \left\{ \xi_1^0, \xi_2^0, \dots, \xi_p^0 \right\}$ – центр тяжести ε-кластера, а ζ – произвольная ось, проходящая через него. Для поиска первой главной оси необходимо найти максимум среднеквадратичного отклонения в некотором направлении; для поиска второй – повторить процедуру в гиперплоскости, проходящей через точку $\xi_0 = \left\{ \xi_1^0, \xi_2^0, \dots, \xi_p^0 \right\}$ и перпендикулярной к найденной оси, и т.д. Среднеквадратическое отклонение произвольной точки $\xi = \{ \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p \}$ вдоль выбранной оси определяется формулой

$$d_{\xi\zeta} = \sqrt{\sum_{i=1}^{p}\left(\xi_i - \xi_i^{0}\right)^2}\ \cos\varphi,$$

где φ – угол между вектором $\xi - \xi_0$ и осью ζ. Другими словами, ищется максимум по всем точкам ε-кластера и осям ζ. На рис. 2 приведена геометрическая интерпретация построения в $\Re^3$.

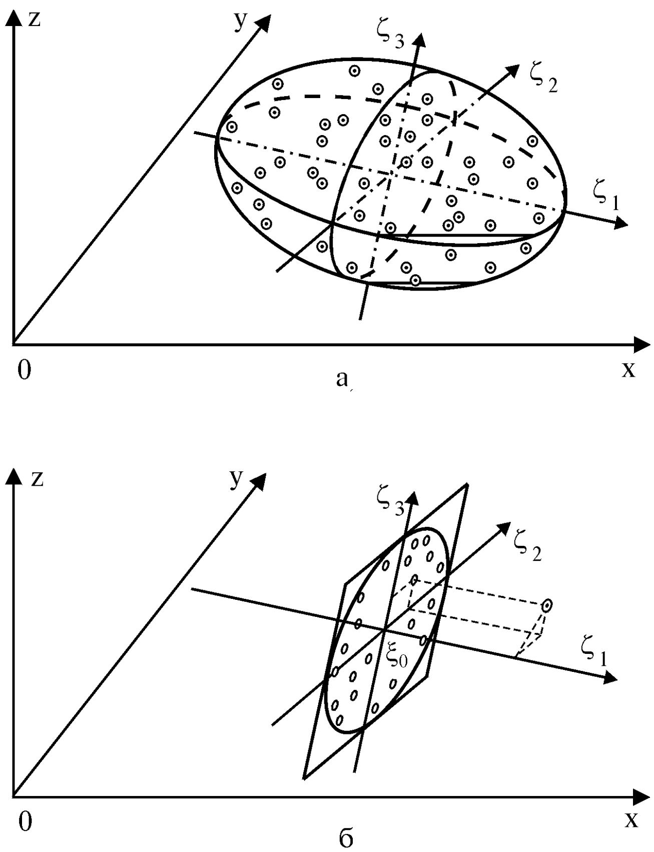

Рис. 2. Интерпретация описания ε-кластера

Зафиксируем ε-кластер $\Omega_j^{\varepsilon} = \{\theta_i\}_{i=1}^{m}$, $\theta_i \in \Re^p$ и введем обозначения: для вектора признаков – $\theta_i = \left\{\theta_i^1, \theta_i^2, ..., \theta_i^p\right\}$, а для его центра тяжести – $\theta_0 = \left\{\theta_0^1, \theta_0^2, ..., \theta_0^p\right\}$. Тогда, принимая во внимание, что

$$\theta_o^j = \frac{\sum\limits_{k=1}^{m}\left(\theta_k^j\right)}{m},\quad \eta_j = \frac{\sum\limits_{k=1}^{m}\left(\theta_k^j - \theta_0^j\right)^2}{m},\ j = \overline{1,p}$$

и $$\gamma_{jl} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{m}\left(\theta_k^j - \theta_0^j\right)^2\left(\theta_k^l - \theta_0^l\right)^2}{m},\quad j,l = \overline{1,p},$$

получаем симметрическую $p \times p$ матрицу $H(h_{jl})$, где $h_{jl} = \gamma_{jl}\big/\sqrt{\eta_j \eta_l}$. В силу ее симметричности характеристический полином $\det(E - \lambda H)$ имеет p действительных корней: $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge .... \ge \lambda_p \ge 0$. Главные оси задаются направлениями собственных векторов $\alpha_j = \left\{\alpha_j^1, \alpha_j^2, ..., \alpha_j^p\right\}$:

$$H\alpha_j = \lambda_j \alpha_j,$$

а собственные числа определяют полуоси искомого гиперэллипсоида.

Рассмотрим теперь процедуру отыскания расстояния от произвольной точки $q = \{q_1, q_2, ..., q_p\}$ до ε-кластера Ω_j^{ε}. Выполнив изометрическое преобразование перехода к базису из собственных векторов $q' = \alpha q$, где

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1^1 & \alpha_2^1 & ... & \alpha_p^1 \\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & ... & \alpha_p^2 \\ ... & ... & ... & ... \\ \alpha_1^p & \alpha_2^p & ... & \alpha_p^p \end{pmatrix},$$

получим, что описание кластера ε-кластера Ω_j^{ε} имеет вид

$$\frac{x_1^2}{\lambda_1^2} + \frac{x_2^2}{\lambda_2^2} + ... \frac{x_p^2}{\lambda_p^2} = 1.$$

Поскольку вектор нормали $n = (n_1, n_2, ..., n_p)$ в точке $A = \left\{x_1^0, x_2^0, ..., x_p^0\right\}$ пересечения с гиперэллипсоидом равен

$$n_k = \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{x_1^2}{\lambda_1^2} + \frac{x_2^2}{\lambda_2^2} + ... \frac{x_p^2}{\lambda_p^2} - 1\right) = \frac{2x_k}{\lambda_k^2},\quad k = \overline{1,p},$$

приходим к системе p уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{x_1^0 - q_1}{x_1^0 \big/ \lambda_1^2} = \dfrac{x_2^0 - q_2}{x_2^0 \big/ \lambda_2^2} = ... = \dfrac{x_p^0 - q_p}{x_p^0 \big/ \lambda_p^2}; \\ \dfrac{x_1^{0^2}}{\lambda_1^2} + \dfrac{x_2^{0^2}}{\lambda_2^2} + ... \dfrac{x_p^{0^2}}{\lambda_p^2} = 1. \end{cases} \qquad (7)$$

Таким образом, искомое расстояние от регистрируемого вектора признаков $q = \{q_1, q_2, ..., q_p\}$ до ε-кластера Ω_j^{ε}, представленного гиперэллипсоидом, определяется выражением

$$\rho\left(q, \Omega_j^{\varepsilon}\right) = \min\{\ \rho(q, A_1), \rho(q, A_2)\},$$

где A_1, A_2 – решения системы (7).

Конкретизируем теперь виды метрик, которые целесообразно использовать для различных типов данных компаративного распознавания.

Не детализируя генезиса признаковых пространств, можно утверждать, что применительно к компаративному распознаванию достаточно учитывать три доминирующие характеристики (или их комбинации): собственно значения признаков, их наличие у сравниваемых объектов и, наконец, различные виды упорядочивания, отражающие пространственно-временную, причинно-следственную или иную взаимосвязь. Именно поэтому следует выделить три подхода к определению различия между признаками. Получаемые метрики можно условно называть количественными, качественными и структурными.

Пусть множество $\Theta = \{\theta_i\}_{i=1}^{n}, \theta_i \in \Re^p$ задает n эталонов в виде p-мерных признаков. Меру (индекс, коэффициент) различия при использовании количественных значений признаков чаще всего следует задавать метрикой Минковского:

$$\rho(\theta_q, \theta_r) = \left(\sum_{j=1}^{p} |\theta_{qj} - \theta_{rj}|^s \right)^{(1/s)},$$

где θ_{qj} и θ_{rj} – измеряемые величины q-го и r-го наборов признаков, а значение s конкретизирует используемую метрику (при $s=2$ она становится евклидовой, при $s=1$ – известной в теории распознавания как "метрика городских кварталов" или Манхэттенская [1,3]).

Реже, но со значимым правом на самостоятельное существование в задачах классификации, можно использовать Чебышевское расстояние

$$\rho(\theta_q, \theta_r) = \max_j |\theta_{qj} - \theta_{rj}|$$

и метрику в смысле Камберра:

$$\rho(\theta_q, \theta_r) = \sum_{j=1}^{p} \frac{|\theta_{qj} - \theta_{rj}|}{|\theta_{qj} + \theta_{rj}|}.$$

Для проверки наличия, как правило, качественных или квантизируемых признаков синтезируются меры различия, базируемые на тривиальной метрике или бинарных расстояниях типа метрики Хэмминга (в том числе и при использовании аппарата теории нечетких множеств) [12]. Так, если для наборов признаков θ_q ввести обобщенный характеристический вектор $\xi \in \Re^p$:

$$\xi_j = \begin{cases} 1, \text{ если } \theta_{qj} \geq \Delta_j; \\ 0, \text{ в противном случае}, \end{cases}$$

где $j = \overline{1, p}$, Δ_j – порог, фиксирующий включение в рассмотрение j-го признака, можно легко определить детерминанты сравнения:

ϑ_1 – принадлежность двум наборам признаков θ_q и θ_r одних и тех же компонентов:

$$\vartheta_1 = \sum_{j=1}^{p} \xi_{qj} \xi_{rj};$$

ϑ_2 – число случаев, когда векторы θ_q и θ_r не обладают одинаковыми характеристиками:

$$\vartheta_2 = \sum_{j=1}^{p} (1 - \xi_{qj})(1 - \xi_{rj});$$

ϑ_3 – множество ситуаций, в которых набор θ_q не имеет признаков, присущих θ_r:

$$\vartheta_3 = \sum_{j=1}^{p} (1 - \xi_{qj}) \xi_{rj};$$

ϑ_4 – множество случаев, когда вектор θ_r не имеет признаков, свойственных θ_q:

$$\vartheta_4 = \sum_{j=1}^{p} \xi_{qj} (1 - \xi_{rj}).$$

Нетрудно заметить, что при генерировании функций различия убывание по параметру ϑ_1, возрастание по ϑ_2 и симметрия по ϑ_3 и ϑ_4, а также выполнение аксиомы тождества, свойства рефлексивности и неравенства треугольника обеспечивают синтез метрик, позволяющих проводить анализ совпадения признаков. Заметим, что поскольку для двух идентичных характеристических векторов $\vartheta_2 = p - \vartheta_1$, $\vartheta_3 = \vartheta_4 = 0$, а для двух противоположных $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0$, $\vartheta_4 = p - \vartheta_3$, примерами меры различия признаков могут служить функции [2]:

$$\rho(\theta_q, \theta_r) = 1 - \frac{\vartheta_1 \vartheta_2 - \vartheta_3 \vartheta_4}{\vartheta_1 \vartheta_2 + \vartheta_3 \vartheta_4},$$

$$\rho(\theta_q, \theta_r) = 1 - \frac{\vartheta_1}{\sqrt{(\vartheta_1 + \vartheta_3)(\vartheta_1 + \vartheta_4)}}.$$

В случаях задания наборов признаков в виде кортежей или списков, т.е. при необходимости распознавания свойств последовательностей с учетом сведений о логических аспектах изучаемых объектов, явлений или процессов структурно-лингвистическими методами часто используется расстояние по Кендалу [2]:

$$\rho(\theta_q, \theta_r) = 1 - \frac{2}{p(p-1)} \sum_{s<t} \Delta_{st}^q \Delta_{st}^r,$$

где заданный алфавит является упорядоченным (реже частично упорядоченным) множеством с отношением порядка "π", задающим коэффициенты сравнения:

$$\Delta_{st}^q = \begin{cases} +1 \text{ при } \theta_{qt} \,\pi\, \theta_{qs}; \\ -1 \text{ при } \theta_{qs} \,\pi\, \theta_{qt}; \\ \ \ 0 \text{ при } \theta_{qs} \,\pi\, \theta_{qt} \text{ и } \theta_{qt} \,\pi\, \theta_{qs}, \end{cases}$$

где $s < t$.

Необходимо подчеркнуть, что метрика Кендала ориентируется лишь на "однотипность" упорядочивания признаков. Более тонкие меры различия списков, учитывающие их структуру, можно получать с использованием трансформаций одного списка в другой [13,14]. Простейшим и в то же время достаточным набором операций преобразований являются:

$\overset{\leftrightarrow}{\psi}(\theta_{qs}, \theta_{rs})$ – подстановка символа θ_{qs} вместо θ_{rs};

$\vec{\psi}\left(\theta^{\varnothing}, \theta_{qs}\right)$ – создание вместо пустого символа $\theta^{\varnothing}$ нового символа θ_{qs};

$\overleftarrow{\psi}\left(\theta_{qs}, \theta^{\varnothing}\right)$ – уничтожение символа θ_{qs}.

Имея "цену" каждой операции $c[o]$, расстояние между двумя списками можно определить как наименьшую из возможных цен перехода от исходного списка к конечному. В качестве базовых соотношений для вычисления различия списков выступает шаговое преобразование θ_{qs} к θ_{rt} [12]:

$$\rho(\theta_{qs},\theta_{rt}) = \min \begin{cases} \rho(\theta_{qs-1},\theta_{rt-1}) + c\left[\overleftrightarrow{\psi}\,(\theta_{qs},\theta_{rs})\right]; \\ \rho(\theta_{qs},\theta_{rt-1}) \quad + c\left[\overrightarrow{\psi}\,(\theta^{\varnothing},\theta_{qs})\right]; \\ \rho(\theta_{qs-1},\theta_{rt})\ 1 + c\left[\overleftarrow{\psi}\left(\theta_{qs},\theta^{\varnothing}\right)\right]. \end{cases}$$

Необходимо отметить, что в общем случае учет цены такого “локального” перехода достаточно сложен вследствие потенциальной поливариантности цепочек преобразований различной стоимости, обеспечивающих свойство эквифинальности. Тем самым, для вычисления расстояния, соответствующего полной цене трансформаций, следует применять процедуры типа динамического программирования, удовлетворяющие требованию: каждое решение, принимаемое на некотором шаге преобразований, должно обеспечивать суммарную оптимальность на всех последующих этапах.

В заключение следует подчеркнуть, что эффективность компаративного распознавания достигается за счет таких свойств ε-кластеризации, как:

– минимизация количества операций сравнения на стадии распознавания при заданном значении “сходства/различия” ε и фиксированных множествах эталонов путем оптимального формирования ε-кластеров;

– обеспечение устойчивости прелиминарной обработки опорных данных, т.е. независимости кластеризации от стартовых условий и выбора эталонов;

– синтез на основе точечно-множественных отображений теоретико-экспериментального инструментария, позволяющего анализировать информационные свойства признаковых пространств в аспекте необходимости, достаточности и полноты характеристик эталонных множеств.

Литература: 1. *Дуда Р., Харт П.* Распознавание образов и анализ сцен. М.: Мир. 1976. 512 с. 2. *Фор А.* Восприятие и распознавание образов. М.: Машиностроение, 1989. 272 с. 3. *Dubes R.C.* Cluster analysis and related issues // Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision / Chen C.H., Pau L.F. and Wang P.S.P. (eds.). Singapore - New Jersey - London - Hong Kong: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 1995. P. 3-32. 4. *Майстренко А.А., Машталир В.П., Путятин Е.П., Ходарев В.Т.* Предварительная обработка эталонной информации при классификации изображений // Тез. докл. Всесоюзн. конф. “Математические методы распознавания образов (ММРО-IV)”, Ч.3. “Распознавание, анализ и понимание изображений: методология, теория, методы и средства”. Рига: МИПКРРиС при СМ ЛатвССР. 1989. С. 64-66. 5. *Машталир В.П., Ходарев В.Т.* Многозначные отображения в корреляционных системах технического зрения // АСУ и приборы автоматики. 1990. Вып. 96. С. 107-111. 6. *Mashtalir V.P., Maystrenko A.A.* Preprocessing method for correlation identification // Proc. of 9th IFAC/IFOR Symp. “Identification and system parameter estimation”. Vol. 1. Oxford: Pergamon Press plc. 1991. P. 266-270. 7. *Машталир В.П., Ходарев В.Т.* Метод классификации эталонов в корреляционно-экстремальных системах технического зрения // АСУ и приборы автоматики. 1993. Вып. 99. С. 9-16. 8. *Mashtalir V.P.* Template sets preprocessing for correlation procedures // Proc. The third all-ukranian intern. conf. “Signal/Image Processing and Pattern Recognition”. Kyjiv: UA on IP and SP. 1996. P. 63-65. 9. *Киношенко Е.И., Машталир В.П., Хромушин В.А.* Методы синтеза экспертных систем диагностики заболеваний внутренних органов на основе точечно-множественных отображений // Вестн. новых мед. технологий. 1996. Т.III, №4. С. 101-107. 10. *Mashtalir V.P., Putyatin E.P.* Hierarchical decomposition of reference features for correlation classification // Праці УНДІРТ. 1997. №2. С. 36-42. 11. *Браверман Э.М., Мучник И.Б.* Структурные методы обработки экспериментальных данных. М.: Наука, 1983. 464 с. 12. *Rezaee M.R., Lelieveldt B.P.F., Reiber J.H.C.* A new cluster validity index for the fuzzy c-mean // Pattern Recognition Letters. 1998. Vol.19, №3,4. P. 237-246. 13. *Bunke H.* Structural and Syntactic Pattern Recognition / / Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision / Chen C.H., Pau L.F. and Wang P.S.P. (eds.). Singapore - New Jersey- London - Hong Kong: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 1995. P. 163-209. 14. *Masek W.J., Paterson M.S.* A faster algorithm for computing string-edit distances // Journal Computing System Science. 1980. Vol. 20, №1. P. 18-31.

Поступила в редколлегию 12.04.99

Рецензент: д-р техн. наук Путятин Е.П.

Машталир Владимир Петрович, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник кафедры применения ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: обработка изображений и распознавание образов. Адрес: Украина, 310141, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-19, e-mail: masht@skynet.kharkov.com.

УДК 519.3

ОСОБЕННОСТИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ О φ-ОБЪЕКТЕ ПРОСТРАНСТВА R^2

РОМАНОВА Т.Е., МАГДАЛИНА И.В.

Рассматривается способ представления исходной информации о φ - объекте, обладающем произвольной пространственной формой в пространстве R^2 на основе алгебро-топологических свойств компонент линейной связности границы φ - объекта.

При создании интеллектуальных систем решения оптимизационных задач геометрического проектирования [1] возникает необходимость построить единую вычислительную основу представления информации о математических моделях объектов реального мира. В этом случае формальная модель описания информации должна быть однозначной, конструктивной, полной, не избыточно-информативной, компактной и удобной для вычислительных процессов.

В рассматриваемом классе задач в качестве математических моделей материальных объектов выбираются φ - объекты [2] – непустые канонически замкнутые (канонически открытые) [3] точечные множества арифметического евклидова пространства R^2, гомотопический тип [4] внутренности и замыкания которого совпадают.

На рис.1, а приведено двусвязное канонически открытое множество $T = int_{*}T = intclT$, гомотопический тип внутренности и замыкания которого – топологическая окружность; на рис.1,б изображено четырехсвязное канонически замкнутое множество $T = cl_{*}T = clintT$, внутренность и замыкание которого гомотопически эквивалентны “букету” трех тополо-