

В.М. ШОКАЛО, д-р техн. наук, А.М. РЫБАЛКО, канд. физ-мат. наук,
М.А. ОМАРОВ, канд. техн. наук, Д.В. ГРЕЦКИХ

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРУПНОАПЕРТУРНЫХ РЕКТЕНН КОСМИЧЕСКИХ ЭНЕРГОСИСТЕМ

2. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ПЕРЕХВАТА ПРИ НЕСООСНОМ РАСПОЛОЖЕНИИ ПЕРЕДАЮЩЕЙ И ПРИЁМНОЙ АПЕРТУР

Публикуемая серия статей посвящена созданию модели крупноапертурной ректенны системы беспроводной передачи энергии (БПЭ) при произвольном взаимном расположении передающей и приемной апертур. В [1] рассматривался случай соосного расположения антенн систем БПЭ. Цель данной работы состоит в определении КПД перехвата $\bar{\eta}$ и распределения поля на апертуре ректенны при ее смещении относительно оси системы.

Подобная задача уже решалась в [2] для системы БПЭ с круглой передающей и квадратной приемной апертурами (рис. 1) как задача максимизации КПД перехвата. Здесь для каждого смещения X_0 находилось оптимальное амплитудное распределение (АР) поля возбуждения $F(u)$, при котором величина $\bar{\eta}$ достигала максимума. Техническая реализация системы БПЭ, у которой при $X_0 = \text{вар}$ изменяется АР на апертуре передающей антенны, весьма затруднительна. Для изучения возможности ее упрощения исследовался случай, когда АР при $X_0 = 0$ является оптимальным и не изменяется для всех остальных значений $X_0 \neq 0$.

На первом этапе решения задачи рассматривалась система БПЭ, в которой использовались круглые апертуры с радиусами R_1 и R_2 (рис. 2), согласованные по поляризации. Поле возбуждения считалось линейно поляризованным с осесимметричным гауссовским АР

$$F(u) = e^{-\nu \tau u^2}, \tag{1}$$

где $\tau = \pi R_1 R_2 / \lambda_0 D$ – число Френеля; $\nu = 0.225$; λ_0 – рабочая длина волны, D – расстояние между апертурами.

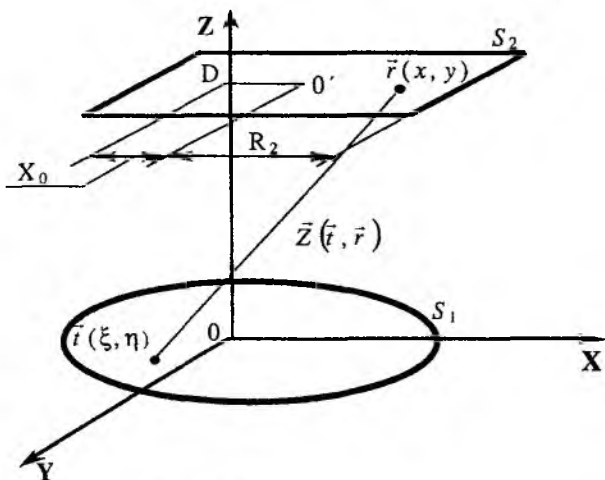


Рис. 1

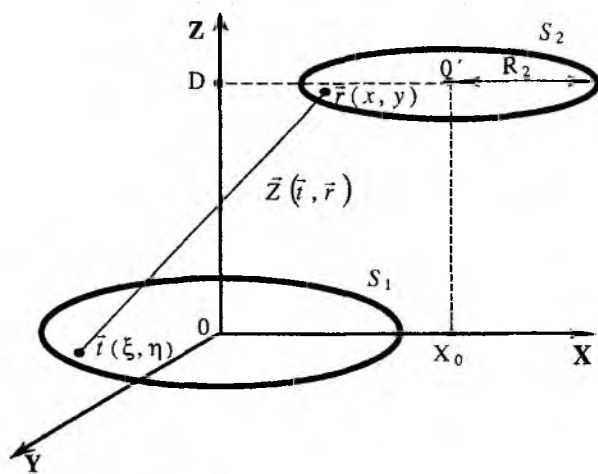


Рис. 2

Для записи функционала КПД перехвата СВЧ-энергии между апертурами нужно по полю возбуждения передающей антенны найти отношение мощности P_m поля, падающего на площадь апертуры приёмной антенны S_2 , к мощности излучения передающей антенны P_T . С целью определения величины P_m найдем поле $\vec{E}(x, y, D)$ в плоскости расположения апертуры приемной антенны по полю возбуждения $\vec{E}(\xi, \eta, 0)$, используя апертурный метод [3]. По-

ле передающей антенны в плоскости апертуры приемной антенны, находящейся в зоне Френеля, может быть описано с помощью известного выражения

$$\vec{E}(x, y, D) = \frac{jk}{2\pi} \iint_{S_1} \vec{E}(\xi, \eta, 0) \frac{e^{-jkZ(\vec{r}, \vec{r})}}{Z(\vec{r}, \vec{r})} d\xi d\eta, \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda_0$ – волновое число; $Z(\vec{r}, \vec{r})$ – расстояние между точками $\vec{r}(\xi, \eta, 0)$ и $\vec{r}(x, y, D)$.

Положим в числителе соотношения (2) $Z(\vec{r}, \vec{r}) = D + (x - \xi)^2/2D + (y - \eta)^2/2D$, а в знаменателе $-Z(\vec{r}, \vec{r}) = \sqrt{X_0^2 + D^2}$. Тогда выражение (2) примет вид:

$$\vec{E}(x, y, D) = \frac{jke^{-jkD}}{2\pi\sqrt{X_0^2 + D^2}} \iint_{S_1} \vec{E}(\xi, \eta, 0) e^{-jk[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]/2D} d\xi d\eta. \quad (3)$$

Так как поле возбуждения является осесимметричным и линейно поляризованным, то

$$\vec{E}(\xi, \eta, 0) = E(\sqrt{\xi^2 + \eta^2}) \vec{e}_t = E(\rho) \vec{e}_t,$$

где единичный вектор \vec{e}_t лежит в плоскости XOY (рис. 2).

Учитывая соотношение $J_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{jz \sin(\varphi)} d\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{jz \sin(\varphi + \varphi_0)} d\varphi$, можно показать,

что поле вдоль апертуры ректенны описывается выражением

$$\vec{E}(x, y, D) = \vec{e}_t \frac{jke^{-jkD} e^{-jk(x^2 + y^2)/2D} R_1}{\sqrt{X_0^2 + D^2}} \int_0^{R_1} E(\rho) e^{-jk\rho^2/2D} J_0\left(\frac{k\rho\sqrt{x^2 + y^2}}{D}\right) \rho d\rho, \quad (4)$$

где $J_0(z)$ – функция Бесселя нулевого индекса.

Сделаем замену переменных в выражении (4): $\rho = \sqrt{DR_1/kR_2} u$. Микроволновый луч сфокусирован на апертуру приемной антенны, если

$$E(\sqrt{DR_1/kR_2} u) = F(u) e^{\frac{jR_1}{2R_2} u^2}.$$

Тогда выражение (4) примет вид:

$$\vec{E}(x, y, D) = \vec{e}_t \frac{jR_1}{R_2\sqrt{X_0^2 + D^2}} e^{-jkD} e^{-jk(x^2 + y^2)/2D} \int_0^{\sqrt{2\tau}} F(u) J_0\left(\frac{\sqrt{2\tau}\sqrt{x^2 + y^2}u}{R_2}\right) u du. \quad (5)$$

Перепишем последнее выражение в полярных координатах. Так как ректенна смещается вдоль оси X, то $x - X_0 = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$. Тогда выражение (5) примет вид:

$$E(\rho) = \vec{e}_t \frac{jR_1 e^{-jkD} e^{-jk\frac{\rho^2 + 2\rho X_0 \cos \varphi + X_0^2}{2D}}}{R_2\sqrt{X_0^2 + D^2}} \int_0^{\sqrt{2\tau}} F(u) J_0\left(\sqrt{2\tau}u \sqrt{\frac{\rho^2 + 2\rho X_0 \cos \varphi + X_0^2}{R_2^2}}\right) u du. \quad (6)$$

Формула (6) позволяет рассчитать АФР на апертуре ректенны на этапе вычисления ее КПД выпрямления.

По полю $\vec{E}(x, y, D)$ определим величину плотности мощности электромагнитного потока $\Pi(\rho)$, падающего перпендикулярно плоскости приемной антенны

$$\Pi(\rho) = \frac{1}{2} \frac{|E(\rho)|^2}{120\pi} = \frac{1}{240\pi} \left| \frac{R_1}{R_2} \int_0^{\sqrt{2\tau}} F(u) J_0(\sqrt{2\tau}u) \sqrt{\frac{\rho^2 + 2\rho X_0 \cos\varphi + X_0^2}{R_2^2}} u du \right|^2.$$

Проинтегрировав плотность потока $\Pi(\rho)$ по области S_2 , охватывающей апертуру приемной антенны, найдем искомую мощность

$$P_m = \frac{1}{240\pi} \iint_{S_2} \left| \frac{R_1}{R_2} \int_0^{\sqrt{2\tau}} F(u) J_0(\sqrt{2\tau}u) \sqrt{\frac{\rho^2 + 2\rho X_0 \cos\varphi + X_0^2}{R_2^2}} u du \right|^2 dS_2. \quad (7)$$

Мощность излучения P_Σ легко определить по полю на апертуре передающей антенны $\bar{E}(\xi, \eta, 0)$:

$$P_\Sigma = \frac{1}{240\pi} \iint_{S_1} |E(\xi, \eta, 0)|^2 dS_1 = \frac{1}{120\pi} \int_0^{R_1} |E(\rho)|^2 \rho d\rho.$$

Введя функцию $F(u)$ и сделав замену переменных $\rho = \sqrt{DR_1/kR_2}u$, получим следующее выражение для излучаемой мощности:

$$P_\Sigma = \frac{DR_1}{120kR_2} \int_0^{\sqrt{2\tau}} |F(u)|^2 u du. \quad (8)$$

Воспользовавшись представлениями (7) и (8), запишем выражение для КПД перехвата СВЧ-энергии системы БПЭ в виде:

$$\bar{\eta} = \frac{P_m}{P_\Sigma} = \frac{kR_1 D}{2\pi R_2 (X_0^2 + D^2)} \frac{\iint_{S_2} \left| \int_0^{\sqrt{2\tau}} F(u) J_0(\sqrt{2\tau}u) \sqrt{\frac{\rho^2 + 2\rho X_0 \cos\varphi + X_0^2}{R_2^2}} u du \right|^2 dS_2}{\int_0^{\sqrt{2\tau}} |F(u)|^2 u du} \quad (9)$$

Вычислим интегралы знаменателя

$$g(\tau) = \int_0^{\sqrt{2\tau}} |F(u)|^2 u du = \frac{1}{4v\tau} (1 - e^{-4v\tau^2})$$

и числителя

$$\psi(\rho) = \left| \int_0^{\sqrt{2\tau}} F(u) J_0(\sqrt{2\tau}u) \sqrt{\frac{\rho^2 + 2\rho X_0 \cos\varphi + X_0^2}{R_2^2}} u du \right|^2,$$

используя разложение функции Бесселя в виде конечной суммы с N членами

$$J_0(z) = \sum_{n=0}^N \frac{(-1)^n z^{2n}}{(n!)^2 2^{2n}}. \text{ Проводя интегрирование, получим}$$

$$\psi(\rho) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N c_n c_m (2\tau)^{n+m} \left(\frac{\rho^2 + 2\rho X_0 \cos\varphi + X_0^2}{R_2^2} \right)^{n+m},$$

$$\text{где } c_n = \frac{(-1)^n}{2v\tau} \left[\frac{1}{(4v\tau)^n n!} - e^{-2v\tau^2} \sum_{k=0}^n \frac{\left(\frac{\tau}{2}\right)^n}{n!(n-k)!(2v\tau^2)^k} \right]$$

В результате выражение для КПД перехвата принимает вид:

$$\bar{\eta} = \frac{kR_1 D}{2\pi R_2 (X_0^2 + D^2)} \frac{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N c_n c_m (2\tau)^{n+m} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_2} \left(\frac{\rho^2 + 2\rho X_0 \cos \varphi + X_0^2}{R_2^2} \right)^{n+m} \rho d\rho d\varphi}{\frac{1}{4v\tau} (1 - e^{-4v\tau^2})} \quad (10)$$

Преобразуем интеграл в (10)

$$h(X_0) = \int_0^{2\pi} \int_0^{R_2} \left(\frac{\rho^2 + 2\rho X_0 \cos \varphi + X_0^2}{R_2^2} \right)^{n+m} \rho d\rho d\varphi.$$

Используя относительные величины $t = \rho/R_2$, $b = X_0/R_2$, получим

$$\begin{aligned} h(b) &= R_2^2 \int_0^{2\pi} \int_0^1 (t^2 + 2tb \cos \varphi + b^2)^{n+m} t dt d\varphi = \\ &= 2\pi R_2^2 \sum_{k=0}^{n+m} \sum_{p=0}^k \frac{(n+m)!(2k-2p)! b^{k+p}}{p!(n+m-k)!(k-p)!^3 2^{k-p} (2(n+m+1)-k-p)} \end{aligned}$$

После подстановки полученного соотношения в формулу (10) выражение для КПД перехвата запишется в следующем виде:

$$\bar{\eta} = \frac{2v \sum_{n,m=0}^N \sum_{k=0}^{n+m} \sum_{p=0}^k c_n c_m (2\tau)^{n+m+2} \frac{(n+m)!(2k-2p)! b^{k+p}}{p!(n+m-k)!(k-p)!^3 2^{k-p} (2(n+m+1)-k-p)}}{1 - e^{-4v\tau^2}} \quad (11)$$

Аналогично получается соотношение для КПД перехвата в случае круглой передающей и квадратной приемной апертуры:

$$\bar{\eta} = \frac{k^2 \int_{-R_2}^{R_2} \int_{-R_2+X_0}^{R_2+X_0} \left| \int_0^{R_1} E(\rho) e^{-\frac{jk\rho^2}{2D}} J_0\left(\frac{k\rho\sqrt{x'^2+y'^2}}{D}\right) \rho d\rho \right|^2 dx' dy'}{2\pi D^2 \int_0^{R_1} |E(\rho)|^2 \rho d\rho} \quad (12)$$

где R_2 – половина ширины приемной апертуры.

После замены переменных $u = \frac{\sqrt{2\tau}}{R_1} \rho$; $x = \frac{x'}{R_2}$; $y = \frac{y'}{R_2}$; $b = \frac{X_0}{R_2}$ (относительное смещение антенн от соосного положения) и при фазовом распределении поля возбуждения, обеспечивающем фокусировку микроволнового луча в плоскости расположения приемной апертуры, выражение для КПД перехвата энергии примет вид:

$$\bar{\eta} = \frac{\tau}{\pi} \frac{\int_{-1+b}^{1+b} \int_0^{\sqrt{2\tau}} \left| \int_0^{\sqrt{2\tau}} F(u) J_0(\sqrt{2\tau} \sqrt{x^2 + y^2} u) u du \right|^2 dx dy}{\int_0^{\sqrt{2\tau}} |F(u)|^2 u du} \quad (13)$$

Используя разложение функции Бесселя в виде конечной суммы с N членами и проводя интегрирование по формуле (12), приходим к следующему выражению для КПД перехвата:

$$\bar{\eta} = \frac{2\tau}{\pi} \frac{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{p=0}^{n+m} c_n c_m (2\tau)^{n+m} (n+m)! \left((1+b)^{2(n+m-p)+1} - (-1+b)^{2(n+m-p)+1} \right)}{p!(n+m-p)!(2p+1)(2(n+m-p)+1)} \cdot \frac{1}{4\nu\tau} (1 - e^{-4\nu\tau^2}), \quad (14)$$

где $c_n = \frac{(-1)^n}{2\nu\tau} \left[\frac{1}{(4\nu\tau)^n n!} - e^{-2\nu\tau^2} \sum_{k=0}^n \frac{\left(\frac{\tau}{2}\right)^k}{n!(n-k)!(2\nu\tau^2)^k} \right]$.

Из выражений (10, 12) следует, что КПД перехвата энергии является функционалом амплитудно-фазового распределения и зависит от параметров системы, включающих в себя рабочую длину волны, размеры апертур, расстояние между ними, а также величину отклонения антенн от соосного положения.

На рис. 3 приведена зависимость КПД перехвата СВЧ-энергии от относительного осевого

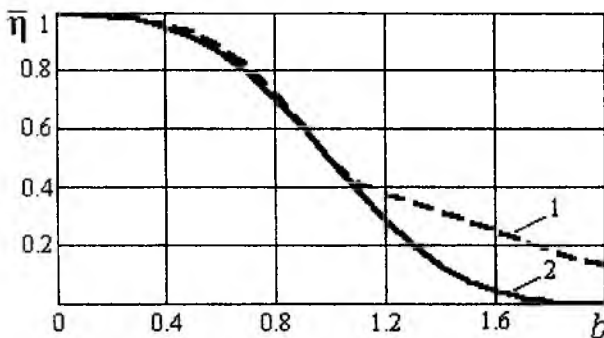


Рис. 3

смещения $\bar{\eta}$ при этом фактически отсутствует.

сдвига антенны квадратной апертуры для числа Френеля $\tau=2,4$. Кривая 1 заимствована из [2] и соответствует случаю максимизации $\bar{\eta}$. Кривая 2 рассчитана по изложенной выше методике. Из сравнения приведенных результатов можно сделать вывод, что в системах БПЭ при относительных смещениях апертуры ректенны $0 < b < 1$ не следует изменять АР поля возбуждения до оптимальной формы, так как

Список литературы: 1. Шокало В. М., и др. Моделирование крупноапертурных ректенн космических энергосистем. 1. Модель крупноапертурной ректенны для расчета КПД выпрямления при соосном расположении передающей и приемной апертур и изменяющейся дальности передачи энергии // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 121. С. 3-10. 2. Шокало В.М., и др. Передача энергии микроволновым лучом при несоосном расположении передающей и приемной апертур // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2000. Вып. 115. С. 3-6. 3. Фрадин А.З. Антенны сверхвысоких частот. М.: Сов. радио, 1957. С. 69-80.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редакцию 18.04.2002