

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

ЧОПОРОВ СЕРГІЙ ВІКТОРОВИЧ

УДК: 004.94:519.876.2:621(043.3)

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ФОРМ ОБ'ЄКТІВ
У САПР МАШИНОБУДУВАННЯ**

05.13.12 – системи автоматизації проектувальних робіт

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Запорізькому національному університеті Міністерства освіти і науки України.

Науковий консультант: доктор технічних наук, професор
Гоменюк Сергій Іванович,
Запорізький національний університет,
декан математичного факультету.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Нефьодов Леонід Іванович,
Харківський національний автомобільно-дорожній
університет,
завідувач кафедри автоматизації та комп'ютерно-
інтегрованих технологій;

доктор технічних наук, старший науковий співробітник
Максименко-Шейко Кирило Володимирович,
Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного,
учений секретар;

доктор технічних наук, професор
Соколовський Ярослав Іванович,
Національний лісотехнічний університет України,
завідувач кафедри інформаційних технологій.

Захист відбудеться «28» травня 2019 р. о 13³⁰ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 при Харківському національному університеті радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14, а також на сайті спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 за електронною адресою: <http://nure.ua/branch/d-64-052-02>.

Автореферат розісланий «25» квітня 2019 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

Підпис

Л. В. Колесник

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Важливою частиною процесу проектування складних технічних об'єктів є дослідження їх експлуатаційних характеристик. Для цього використовують моделі різних видів: графічні, математичні, натурні тощо. Застосування математичного моделювання дозволяє зменшити витрати на натурні дослідження об'єктів, а також зробити прогнози відносно режимів експлуатації. Стан технічних об'єктів (наприклад, напружено-деформований) часто моделюють системами диференціальних рівнянь з частинними похідними, які не мають аналітичного розв'язку. У такому випадку використовують чисельні методи, які засновані на ідеї переходу від неперервної моделі об'єкта до дискретної. У результаті виникає необхідність автоматичної побудови дискретних моделей, які дозволяють розв'язати системи диференціальних рівнянь із заданою точністю.

Побудова дискретних моделей об'єктів машинобудування пов'язана з необхідністю опису їх форм. Для цього використовують різні подання форм об'єктів: граничне, конструктивна блокова геометрія, функціональне тощо. Функціональне подання, яке ґрунтується на використанні неявних функцій, є найбільш універсальним і теоретично дозволяє описати форму об'єкта довільної складності. Неявний опис форми об'єкта дозволяє класифікувати положення точки простору відносно його межі, але потребує розробки методів генерації дискретних моделей як об'єднання елементарних фігур (meshing).

У розвиток теорії та практики розробки математичного забезпечення систем автоматизації проектувальних робіт, а також математичного моделювання форм технічних об'єктів суттєвий вклад внесли такі вчені: Бреславський Д. В., Гоменюк С. І., Городецький А. С., Киричевський В. В., Куценко Л. М., Литвин О. М., Максименко-Шейко К. В., Нефьодов Л. І., Підгорний О. Л., Плоский В. О., Рвачов В. Л., Романова Т. Є., Соколовський Я. І., Стоян Ю. Г., Толлок В. О., Толлок О. В., Черніков О. В., Шейко Т. І., Pasko A., Requicha A. A. G., Shapiro V. та інші.

У розвиток методів генерації дискретних моделей форм об'єктів значний вклад зробили такі вчені як Лісняк А. О., Скворцов О. В., Сковпень А. В., Vern M., Chew L. P., Floater M. S., Freitag L. A., Joe B., Miranda A. C. O., Owen S. J., Ruppert J., Saxena A., Schneiders R., Shewchuk J. R. та інші.

Незважаючи на численні публікації, присвячені розв'язанню задач моделювання форм, виявлено протиріччя між необхідністю побудови дискретних моделей форм об'єктів, які дозволяють із заданою точністю виконувати чисельний аналіз стану виробів у САПР машинобудування, та обмеженістю методів, що існують. Це визначає **актуальність науково-технічної проблеми** підвищення ефективності проектування об'єктів машинобудування за рахунок збільшення точності математичного моделювання та зменшення часу, необхідного для дослідження їх стану.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась згідно з планом науково-технічних робіт кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету, а також у межах теми «Гібридні

аналітико-чисельні методи розв'язку актуальних задач неоднорідного середовища» (№ держреєстрації: 0114U002656).

У межах держбюджетних науково-дослідних робіт: «Аналітико-чисельні методи розв'язку задач механіки неоднорідних конструкцій на базі сучасних комп'ютерних технологій та візуалізація процесів» (№ держреєстрації: 0112U003061); «Розробка математичної моделі розподілу напружень у важконавантажених зубчастих колесах і створення прогресивної технології їх виготовлення» (№ держреєстрації: 0113U000804); «Математичне моделювання конструкцій неоднорідної структури на базі сучасних інформаційних технологій» (№ держреєстрації: 0115U000761); «Розробка математичного забезпечення для інженерного аналізу об'єктів аерокосмічної техніки на базі хмарних технологій» (№ держреєстрації: 0117U007204).

У межах госпдоговірних науково-дослідних робіт, які укладено з державним підприємством «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля»: договір № 1/15 від 05.02.2015 р. «Розроблення програмно-методичного забезпечення для визначення руйнівних навантажень оболонок тришарової стільникової конструкції із композиційного матеріалу в умовах комплексного експлуатаційного навантаження» (№ держреєстрації: 0115U004162); договір № 5/16 від 05.06.2016 р. «Розробки методики визначення руйнівних навантажень оболонок під дією внутрішнього тиску з урахуванням пластичних деформацій матеріалу і чисельного прогнозування зон руйнування оболонок під дією внутрішнього надлишкового тиску з урахуванням нагріву» (№ держреєстрації: 0116U006602); договір № 8/17 від 16.05.2017 р. «Розробка методики визначення напружено-деформованого стану головного обтічника тришарової стільникової конструкції з раціональним вибором характеристик анізотропії матеріалу в залежності від характеру зовнішнього навантаження конструкцій та розробки розрахункової моделі для визначення критичних значень навантажень» (№ держреєстрації: 0117U001632); договір № 4/18 від 30.05.2018 р. «Розробка методики визначення зон руйнування і граничних тисків для вафельних оболонок паливного відсіку першого ступеню» (№ держреєстрації: 0118U001846); договір № 5/18 від 30.05.2018 р. «Відпрацювання і верифікації (за результатами статичних випробувань) методики визначення зон руйнування паливного відсіку другого ступеню при навантаженні внутрішнім надлишковим тиском» (№ держреєстрації: 0118U001845).

Також протягом виконання Гранта Президента України для молодих учених на 2013 рік у межах науково-дослідної роботи №Ф49/429-2013 «Математичне моделювання складних геометричних об'єктів з використанням технологій паралельних розрахунків» (№ держреєстрації: 0113U006252). Автор – науковий керівник науково-дослідної роботи.

Мета та задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є розробка ефективних методів математичного моделювання форм об'єктів у САПР машинобудування.

Для досягнення поставленої мети у дисертаційній роботі необхідно розв'язати такі основні задачі:

– виконати огляд і аналіз сучасного стану проблеми;

- розробити гібридний підхід до подання форм об'єктів машинобудування з використанням примітивів, які задані неявними функціями (функціональне подання) та власними границями (граничне подання);
- розробити проєкційний метод генерації дискретних моделей меж об'єктів, форма яких задана функціонально;
- розробити метод згладжування координат вузлів дискретних моделей меж об'єктів, форма яких задана функціонально;
- модифікувати метод локальних перебудов елементів дискретних моделей на випадок дискретних моделей на базі трикутних або чотирикутних елементів для меж об'єктів;
- розробити метод генерації дискретних моделей на базі елементів типу солід для форм об'єктів, заданих функціонально;
- розробити метод згладжування координат внутрішніх вузлів дискретних моделей форм об'єктів;
- розробити метод генерації адаптивних дискретних моделей форм об'єктів (adaptive meshing), заданих функціонально, для забезпечення скінченно-елементного аналізу поведінки об'єкта із заданою точністю;
- розробити методи генерації дискретних моделей форм об'єктів і скінченно-елементного аналізу з використанням технологій паралельних обчислень;
- розробити проблемно-орієнтовану мову для опису об'єктів машинобудування складної форми з використанням гібридного підходу, а також задач побудови дискретних моделей та скінченно-елементного аналізу;
- розробити САПР для апробації розроблених методів при дослідженні поведінки об'єктів машинобудування.

Об'єкт дослідження – об'єкти машинобудування.

Предмет дослідження – математичні моделі форм об'єктів машинобудування.

Методи дослідження. Дослідження базується на комплексному використанні методів аналітичної геометрії, математичного аналізу та математичного моделювання: для опису форм об'єктів використовується теорія R-функцій; для побудови дискретних моделей форм об'єктів – методи аналітичної геометрії, двійкового пошуку; для мінімізації функціоналів при пошуку оптимальних координат вузлів – методи покоординатного спуску і спряжених градієнтів; для побудови адаптивних дискретних моделей форм об'єктів – метод скінченних елементів; для апробації розроблених методів у САПР – об'єктно-орієнтований підхід.

Наукова новизна отриманих результатів. У результаті виконання дисертаційного дослідження розроблено математичні моделі, наукові методи та програмне забезпечення для математичного моделювання та аналізу форм об'єктів у САПР машинобудування. Водночас отримано такі нові наукові результати:

- вперше запропоновано гібридний підхід до подання форм об'єктів з використанням примітивів, які задані неявними функціями (функціональне подання) та власними границями (граничне подання), що дозволяє зменшити час побудови математичних моделей;
- вперше запропоновано проєкційний метод генерації дискретних моделей меж об'єктів, форма яких задана функціонально, що дозволяє будувати дво- та тривимірні дискретні моделі;

– вперше запропоновано метод згладжування координат вузлів дискретних моделей меж об'єктів, форма яких задана функціонально, у результаті чого можна підвищити точність моделювання в околах зламів їх поверхонь;

– отримав подальшого розвитку метод локальних перебудов елементів дискретних моделей у частині його узагальнення на випадок дискретних моделей на базі трикутних або чотирикутних елементів для меж об'єктів, що дозволяє підвищити точність скінченно-елементного аналізу;

– вперше запропоновано метод генерації дискретних моделей на базі елементів типу солід для форм об'єктів, заданих функціонально, який дозволяє будувати дво- і тривимірні моделі як з використанням симплексів (трикутників або тетраєдрів), так і з використанням топологічних кубів (чотирикутників або шестигранників);

– вперше запропоновано метод згладжування координат внутрішніх вузлів дискретних моделей форм об'єктів, відмінність якого від інших методів полягає в усуненні вироджених елементів та підвищенні точності скінченно-елементного аналізу;

– вперше запропоновано метод генерації адаптивних дискретних моделей форм об'єктів (adaptive meshing), заданих функціонально, який дозволяє будувати дво- і тривимірні дискретні моделі для виконання скінченно-елементного аналізу із потрібною точністю;

– отримали подальшого розвитку методи генерації дискретних моделей форм об'єктів і скінченно-елементного аналізу у частині розробки паралельних алгоритмів, що дозволяє зменшити витрати часу на моделювання;

– вперше розроблена проблемно-орієнтована мова, яка дозволяє описувати об'єкти машинобудування складної форми з використанням гібридного підходу, а також задачі побудови дискретних моделей та скінченно-елементного аналізу.

Наукові результати, отримані у результаті виконання дисертаційного дослідження, у сукупності є вирішенням науково-технічної проблеми підвищення ефективності проектування об'єктів машинобудування за рахунок збільшення точності математичного моделювання та зменшення часу, необхідного на дослідження їх стану. Очікувані науково-технічні ефекти:

– підвищення якості візуального подання моделей об'єктів машинобудування;

– зниження витрат на натурні випробування об'єктів, що проектуються, за рахунок підвищення точності моделювання при дослідженні їх стану з використанням чисельних методів на базі дискретних моделей.

Наукові результати, отримані в дисертаційній роботі, відповідають формулі спеціальності 05.13.12 та напрямкам досліджень № 2, 4, 6 і 7 згідно з паспортом спеціальності, що свідчить про створення математичного, лінгвістичного та програмного забезпечення систем автоматизації проектування машинобудування.

Практичне значення отриманих результатів. Розроблені у дисертаційній роботі методи можуть використовувати конструкторські бюро і науково-дослідні організації для розробки САПР. Розв'язання задач дослідження дозволило розробити САПР для математичного моделювання та чисельного аналізу стану об'єктів машинобудування на базі адаптивних дискретних моделей.

Результати дисертаційної роботи використані у науково-виробничій діяльності державного підприємства «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля».

Результати роботи також використані у навчальному процесі кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету для розробки лабораторних робіт у курсах «Паралельні та розподілені обчислення» і «Програмне забезпечення наукових досліджень».

Особистий вклад здобувача. Усі основні наукові результати, які виносяться на захист, отримані автором самостійно. Матеріали, які складають основу дисертаційної роботи, опубліковані в роботах [3–4, 9, 11, 14, 19–20, 23, 26, 34, 44, 50, 54], виконаних одноосібно, складають особистий внесок здобувача. У роботах, які опубліковано зі співавторами, здобувачу належать такі результати: [1] – аналіз методів генерації дискретних моделей геометричних об’єктів і розробка методів генерації дискретних моделей на базі чотирикутників та шестигранників; [2] – розробка моделей об’єктів машинобудування та методу побудови адаптивної триангуляції; [5] – розробка моделей об’єктів машинобудування; [6, 25, 28, 31] – розробка математичних моделей форм об’єктів; [7] – розробка методу для знаходження областей, у яких необхідно збільшити кількість елементів дискретної моделі; [8] – розробка скінченно-елементних моделей для оцінки точності аналізу на базі елементів різної форми; [10, 17, 21, 27, 53] – розробка скінченно-елементних моделей для чисельного аналізу напружено-деформованого стану та стійкості тришарових пластин; [12] – розробка методу згладжування дискретних моделей з використанням мінімізації функціоналу; [13] – розробка методу триангуляції на базі технологій паралельних обчислень; [15] – розробка проблемно-орієнтованої мови для опису задач аналізу оболонкових конструкцій у САПР машинобудування; [16] – розробка методу триангуляції при гібридному поданні форм об’єктів; [18] – розробка алгоритму для обчислення моделей форм об’єктів у паралельних системах; [22] – аналіз сучасних САПР для дослідження стану ракетної техніки; [24] – метод пошуку координат вузлів дискретних моделей меж об’єктів; [29] – аналіз методів математичного моделювання форм об’єктів; [30] – розробка дискретних моделей для аналізу міцності конструкцій ракетної техніки; [32, 33] – аналіз методів генерації дискретних моделей форм; [35–39] – розробка методів генерації дискретних моделей та програмування алгоритмів на їх базі; [40] – розробка специфікацій мови опису форм об’єктів; [55] – розробка об’єктно-орієнтованих шаблонів проектування САПР машинобудування на базі методу скінченних елементів.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на міжнародних конференціях, у тому числі: IV Міжнародній науково-технічній конференції «Актуальні проблеми прикладної механіки і міцності конструкцій» (м. Запоріжжя, 2012 р.); V Міжнародній науково-технічній конференції «Комп’ютерні системи та мережні технології» (м. Київ, 2012 р.); XIII Міжнародній конференції з математичного моделювання МКММ-2012 (м. Херсон, 2012 р.); XIV Міжнародній конференції з математичного моделювання МКММ-2013 (м. Херсон, 2013 г.); The 3rd International Conference on High Performance Computing HPC-UA 2013 (Київ, 2013 р.); XV Міжнародній конференції з математичного моделювання МКММ-2014 (м. Херсон, 2014 р.); VI Всесвітньому конгресі «Авіація у XXI столітті» – «Безпека в авіації та космічні технології» (м. Київ, 2014 р.); V Міжнародній науково-технічній конференції «Актуальні

проблеми прикладної механіки та міцності конструкцій» (м. Запоріжжя, 2015 р.); XVI Міжнародній конференції з математичного моделювання МКММ-2015 (м. Херсон, 2015 р.); XV Міжнародній конференції «Проблеми інформатики та моделювання (ПІМ-2015)» (м. Одеса, 2015 р.); XVII Міжнародній конференції з математичного моделювання МКММ-2016 (сmt. Лазурне, Херсонська обл., 2016 р.); XIII Міжнародній науково-технічній конференції «АВІА-2017» (м. Київ, 2017 р.); VI Міжнародній науковій конференції «Космічні технології: сучасне та майбутнє» (м. Дніпро, 2017 р.); VI Міжнародній науково-технічній конференції «Актуальні проблеми прикладної механіки та міцності конструкцій» (м. Запоріжжя, 2017 р.); VI Міжнародній науково-технічній конференції «Інформаційні системи та технології ІСТ-2017» (Харків-Коблево, 2017 р.); XVIII Міжнародній конференції з математичного моделювання МКММ-2017 (сmt. Лазурне, Херсонська обл., 2017 р.); VI Міжнародному радіоелектронному форумі «Прикладна радіоелектроніка. Стан та перспективи розвитку» (м. Харків, 2017р.); IV Міжнародній науково-технічній конференції «Інформатика, управління та штучний інтелект» (м. Харків, 2017 р.); Міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми механіки та математики» (м. Львів, 2018 р.); The 14th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer ICTERI-2018 (Київ, 2018 р.); The 23rd International Conference «Mechanika-2018» (Druskininkai, Lithuania, 2018 р.); XIX Міжнародній конференції з математичного моделювання (сmt. Лазурне, Херсонська обл., 2018 р.), а також на наукових семінарах кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету. У повному обсязі робота доповідалася на VII Міжнародній науково-технічній конференції «Інформаційні системи та технології ІСТ-2018» (Харків-Коблево, 2018 р.), а також на міжвузівському науковому семінарі «Актуальні проблеми прикладної математики і механіки» (м. Запоріжжя, 2018 р.).

Публікації. За результатами дослідження опубліковано 55 робіт: серед них – 3 монографії [1–3]; 21 стаття у наукових періодичних виданнях (з них 3 статті – у періодичних виданнях, які включено до наукометричної бази Scopus [17, 21, 24]; 2 статті – у періодичних виданнях, які включено до наукометричної бази Web of Science [14, 19]; 19 робіт – у наукових фахових виданнях України, що включено до Переліку МОН України з технічних наук [4–16, 18–20, 22–24]); 10 статей – у наукових фахових виданнях України, що включено до Переліку МОН України з фізико-математичних наук, які додатково висвітлюють наукові результати [25–34]; 6 свідоцтв про реєстрацію авторського права на комп’ютерні програми [35–40]; 15 робіт – у збірниках матеріалів конференцій та тез доповідей [41–55] (з них 1 – у збірнику, який включено до наукометричної бази Scopus [55]).

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, семи розділів, висновків, переліку використаних джерел з 505 найменувань (50 с.), двох додатків (5 с.). Загальний обсяг дисертаційної роботи складає 352 сторінки, у тому числі 297 сторінок основного тексту, який проілюстрований 135 рисунками (34 с.) та 14 таблицями (3 с.).

ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано мету та завдання роботи, визначено об'єкт, предмет і методи досліджень, висвітлено наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, а також особистий внесок автора в роботах, виконаних у співавторстві, наведено відомості щодо апробації результатів дисертації та кількість публікацій, виконаних за темою дисертаційної роботи.

У **першому розділі** виконано аналіз предметної області та постановку задач дослідження. У сучасних будівництві, авіа-, машино-, судно- і ракетобудуванні існує потреба у зменшенні собівартості продукції. Для цього у процесі проектування використовують методи математичного моделювання, які дозволяють замінити вартісний натурний експеримент дослідженням математичної моделі об'єкта. Водночас поширене використання систем диференціальних рівнянь в частинних похідних, які не мають аналітичного розв'язку. У результаті, на практиці застосовують чисельні методи, засновані на ідеї переходу від неперервної моделі форми об'єкта до дискретної.

Першим етапом чисельного дослідження стану об'єкта є опис його форми. Далі виконується перехід до дискретної моделі, яка повинна не тільки адекватно подавати форму об'єкта, а й дозволити розв'язання вихідної системи диференціальних рівнянь із заданою точністю.

Для опису форм об'єктів використовують різні підходи і методи: інженерні креслення; каркасне подання; подання екземплярами примітивів; воксельне подання; дискретні моделі форм об'єктів; конструктивна суцільна (блокова) геометрія; подання розгорткою; граничне подання; функціональне подання. Практичне застосування восьми подань обмежене або вимагає значних зусиль для побудови моделей об'єктів складної форми. З точки зору універсальності одним з найбільш перспективних виглядає функціональне подання, в основі якого використання мови неявних математичних функцій.

Методи генерації дискретних моделей форм об'єктів можна умовно поділити на три класи: методи генерації структурованих дискретних моделей; методи генерації неструктурованих дискретних моделей; методи генерації дискретних моделей оболонки.

При генерації структурованих дискретних моделей форм об'єктів використовують алгебраїчні або диференціальні методи для встановлення відповідності між прямокутною розрахунковою системою координат і криволінійною фізичною. Алгебраїчні методи засновані на алгебраїчних перетвореннях системи координат, а диференціальні – на розв'язанні крайової задачі з частинними похідними.

Неструктуровані дискретні моделі можна отримати з використанням прямих і непрямих фронтальних методів, суперпозиції, суперпозиції, просторового вигину континууму, методів на основі критерію Делоне (для трикутників і тетраєдрів).

Більшість публікацій, що присвячено побудові дискретних моделей, враховують лише геометричні характеристики об'єктів та не дозволяють будувати адаптивні дискретні моделі для форм об'єктів при функціональному підході, який виявлено як найбільш універсальний.

У результаті аналізу проблеми виявлено протиріччя між необхідністю побудови дискретних моделей форм об'єктів, які дозволять із заданою точністю виконувати чисельний аналіз стану об'єктів у САПР машинобудування, та обмеженістю існуючих методів.

Основні результати першого розділу опубліковано у роботах [3, 5, 32–33].

У **другому розділі** розглянуті особливості функціонального подання форм об'єктів, заданих кресленнями. Теорія R-функцій академіка Рвачова В. Л. пояснює, систематизує й узагальнює математичний апарат, необхідний для побудови теоретично необмеженої множини форм і відповідних їм функцій. Якщо сформулювати множину неявних функцій, які відповідають елементарним формам, то з використанням логічних операцій: \wedge (кон'юнкція), \vee (диз'юнкція) і \neg (заперечення), можна будувати неявні функції для складних форм у конструктивній манері. У цьому розділі побудовані функціональні моделі для фрикційного диску трансмісії, планки, прокладки, гайки з метричною різьбою, перехідника задньої ступиці, подовжувача важеля передньої підвіски, пробки, поршня тощо.

Функціональне подання з використанням неявних функцій є досить універсальним і дозволяє описувати довільні форми об'єктів. Проте, в авіа-, авто- і суднобудуванні дуже поширене використання параметричних кривих або поверхонь, які обмежують об'єкт (граничне подання). За такої умови, як зазначалося раніше, побудова системи границь для нестандартного об'єкта (наприклад, зі розгалуженою структурою технологічних отворів) також досить складна. Можливий спосіб спрощення процесу моделювання форм об'єктів – комбінування елементів функціонального та граничного подань (гібридне подання) шляхом перетворення граничних моделей в функціональні.

Для будь-якої замкнутої множини $L \in \mathbf{R}^n$, яка подає межу об'єкта Ω , можна побудувати неперервне неявне рівняння, найпростіший варіант якого – таке нормальне рівняння:

$$F(X) \equiv \inf_{Y \in L} \|X - Y\| = 0, \quad X \in \mathbf{R}^n.$$

Функція

$$\text{dist}(X, L) = \inf_{Y \in L} \|X - Y\| \quad (1)$$

є відстанню від точки $X \in \mathbf{R}^n$ до найближчої до неї точки множини L . Ця функція у довільно обраній точці X приймає значення, що дорівнює радіусу найбільшої гіперсфери з центром в X , повністю укладеної (вписаної) в L , якщо X – внутрішня

точка \mathbf{L} , і дорівнює радіусу найменшої гіперсфери з центром в X , що дотична до \mathbf{L} , якщо X – зовнішня точка \mathbf{L} .

Припустимо, що дана функція

$$\text{sign}(X, \mathbf{L}) = \begin{cases} +1, & X \in \Omega, \\ -1, & X \notin \Omega, \end{cases} \quad (2)$$

яка дорівнює $+1$ у внутрішніх точках \mathbf{L} і дорівнює -1 у зовнішніх точках \mathbf{L} . Відповідно, функція

$$f(X, \mathbf{L}) = \text{sign}(X, \mathbf{L}) \text{dist}(X, \mathbf{L}) \quad (3)$$

буде більше нуля у внутрішніх точках \mathbf{L} , дорівнює нулю, якщо $X \in \mathbf{L}$, і менше нуля в зовнішніх точках \mathbf{L} . Така функція буде неявно визначати форму об'єкта Ω . Отже, завдання полягає в побудові функцій (1) і (2) за умови, що \mathbf{L} – подана параметрично замкнена межа Ω .

У двовимірному випадку проста замкнена границя деякої двовимірної області подана параметрично:

$$\text{curve}(t) = \mathbf{p} + x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j}, \quad t_0 \leq t \leq t_1, \quad (4)$$

де t – скалярний аргумент; $x(t)$ і $y(t)$ – неперервні функції; $\mathbf{p} = (x_p; y_p)$ – радіус-вектор довільної точки двовимірного простору (точка прив'язки для характерної точки кривої); $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$ – ортонормований базис декартової системи координат двовимірного простору.

Знаходження відстані від довільної точки простору до найближчої точки кривої – задача досить екстенсивна, тому замінимо криву $\text{curve}(t)$ її дискретної моделлю у такому вигляді:

$$\mathbf{E}_2 = \{e_i = (\mathbf{p}_{i0}; \mathbf{p}_{i1})\}, \quad i = \overline{1, n},$$

де \mathbf{p}_{i0} і \mathbf{p}_{i1} – відповідно, координати (радіус-вектори) початку та кінця ребра e_i ; n – кількість ребер.

У такому випадку функція (1) отримає вигляд

$$\text{dist}(x, y, \text{curve}(t)) = \text{dist}(\mathbf{p}, \text{curve}(t)) \approx \text{dist}_2(\mathbf{p}, \mathbf{E}_2) = \min_{e_i = (\mathbf{p}_{i0}; \mathbf{p}_{i1}) \in \mathbf{E}_2} d_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_{i0}, \mathbf{p}_{i1}), \quad (5)$$

де $\mathbf{p} = (x; y) \in \mathbf{R}^2$ – довільна точка площини; $d_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_{i0}, \mathbf{p}_{i1})$ – функція для визначення відстані від точки \mathbf{p} до відрізка, заданого точками \mathbf{p}_{i0} і \mathbf{p}_{i1} (вершини ребра $e_i = (\mathbf{p}_{i0}; \mathbf{p}_{i1})$).

Функцію $d_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_{i0}, \mathbf{p}_{i1})$ можна задати такою формулою:

$$d_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_{i0}, \mathbf{p}_{i1}) = \begin{cases} \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_{i0}\|, & \text{якщо } (\mathbf{p} - \mathbf{p}_{i0}) \cdot (\mathbf{p}_{i1} - \mathbf{p}_{i0}) \leq 0, \\ \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_{i1}\|, & \text{якщо } (\mathbf{p}_{i1} - \mathbf{p}_{i0}) \cdot (\mathbf{p}_{i1} - \mathbf{p}_{i0}) \leq (\mathbf{p} - \mathbf{p}_{i0}) \cdot (\mathbf{p}_{i1} - \mathbf{p}_{i0}), \\ \left\| \mathbf{p} - \left(\mathbf{p}_{i0} + \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_{i0}) \cdot (\mathbf{p}_{i1} - \mathbf{p}_{i0})}{(\mathbf{p}_{i1} - \mathbf{p}_{i0}) \cdot (\mathbf{p}_{i1} - \mathbf{p}_{i0})} (\mathbf{p}_{i1} - \mathbf{p}_{i0}) \right) \right\|, & \text{інакше.} \end{cases} \quad (6)$$

У тривимірному випадку просту замкнену границю деякої тривимірної області можна задати m клаптями (патчами, англ. patches), які є параметричними поверхнями такого вигляду:

$$\begin{aligned} \text{surface}_l(u, v) &= \mathbf{q} + x(u, v)\mathbf{i} + y(u, v)\mathbf{j} + z(u, v)\mathbf{k}, \\ u_{l0} \leq u \leq u_{l1}, \quad v_{l0} \leq v \leq v_{l1} \quad l &= 1, m, \end{aligned} \quad (7)$$

де u і v – скалярні аргументи; $x(u, v)$, $y(u, v)$, $z(u, v)$ – неперервні функції; $\mathbf{q} = (x_q, y_q, z_q)$ – радіус-вектор довільної точки тривимірного простору (точки прив'язки характерної точки поверхні); $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ – ортонормований базис декартової системи координат тривимірного простору.

Параметричну поверхню можна апроксимувати дискретною моделлю, що складається з трикутних елементів, нормаль до яких (в порядку обходу вузлів) спрямована назовні об'єкта:

$$\mathbf{E}_3 = \{tr_i = (\mathbf{q}_{i0}; \mathbf{q}_{i1}; \mathbf{q}_{i2})\}, \quad i = \overline{1, n},$$

де \mathbf{q}_{i0} , \mathbf{q}_{i1} і \mathbf{q}_{i2} – координати вузлів трикутника tr_i , які впорядковані супроти годинникової стрілки.

В такому випадку у при наближеному обчисленні формули (1) границю \mathbf{L} можна замінити дискретною моделлю \mathbf{E}_3 :

$$\text{dist}(x, y, z, \mathbf{L}) = \text{dist}(\mathbf{q}, \mathbf{L}) \approx \text{dist}_3(\mathbf{q}, \mathbf{E}_3) = \min_{tr_i = (\mathbf{q}_{i0}; \mathbf{q}_{i1}; \mathbf{q}_{i2}) \in \mathbf{E}_3} d_3(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{i0}, \mathbf{q}_{i1}, \mathbf{q}_{i2}), \quad (8)$$

де $\mathbf{q} = (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ – радіус-вектор довільної точки простору; $d_3(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{i0}, \mathbf{q}_{i1}, \mathbf{q}_{i2})$ – функція для визначення відстані від точки \mathbf{q} до трикутника, який заданий точками \mathbf{q}_{i0} , \mathbf{q}_{i1} і \mathbf{q}_{i2} .

Функцію $d_3(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{i0}, \mathbf{q}_{i1}, \mathbf{q}_{i2})$, яка використана у формулі (8), можна обчислити за допомогою такої формули:

$$d_3(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{i_0}, \mathbf{q}_{i_1}, \mathbf{q}_{i_2}) = \begin{cases} \|l\|, & v_0 \geq 0 \wedge v_1 \geq 0 \wedge v_2 \geq 0, \\ \|\mathbf{q} - \mathbf{q}_{i_0}\|, & v_0 < 0 \wedge v_1 \geq 0 \wedge v_2 < 0, \\ \|\mathbf{q} - \mathbf{q}_{i_1}\|, & v_0 < 0 \wedge v_1 < 0 \wedge v_2 \geq 0, \\ \|\mathbf{q} - \mathbf{q}_{i_2}\|, & v_0 \geq 0 \wedge v_1 < 0 \wedge v_2 < 0, \\ d_2(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{i_0}, \mathbf{q}_{i_1}), & v_0 < 0 \wedge v_1 \geq 0 \wedge v_2 \geq 0, \\ d_2(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{i_1}, \mathbf{q}_{i_2}), & v_0 \geq 0 \wedge v_1 < 0 \wedge v_2 \geq 0, \\ d_2(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{i_2}, \mathbf{q}_{i_0}), & v_0 \geq 0 \wedge v_1 \geq 0 \wedge v_2 < 0, \end{cases} \quad (9)$$

де $v_0 = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{e}_{01} \times \mathbf{c}_0)$, $v_1 = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{e}_{12} \times \mathbf{c}_1)$ і $v_2 = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{e}_{20} \times \mathbf{c}_2)$ – значення, які використовуються для визначення взаємного розташування точки і вершин трикутника; $\mathbf{e}_{01} = \mathbf{q}_{i_1} - \mathbf{q}_{i_0}$, $\mathbf{e}_{12} = \mathbf{q}_{i_2} - \mathbf{q}_{i_1}$ і $\mathbf{e}_{20} = \mathbf{q}_{i_0} - \mathbf{q}_{i_2}$ – вектори, утворені сторонами трикутника; $\mathbf{n} = \mathbf{e}_{01} \times (-\mathbf{e}_{20})$ – зовнішня нормаль до площини трикутника; $l = \frac{(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{i_0}) \cdot \mathbf{n}}{\|\mathbf{n}\|}$ – відстань від \mathbf{q} до

площини трикутника; $\mathbf{b} = \mathbf{q} - \frac{l}{\|\mathbf{n}\|} \mathbf{n}$ – радіус-вектор проєкції \mathbf{q} на площину трикутника; $\mathbf{c}_0 = \mathbf{b} - \mathbf{q}_{i_0}$, $\mathbf{c}_1 = \mathbf{b} - \mathbf{q}_{i_1}$ і $\mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - \mathbf{q}_{i_2}$ – вектори, що з'єднують вершини трикутника з вершиною радіус-вектора \mathbf{b} .

Для визначення знаку функції у довільній точці в обох випадках (дво- і тривимірному) можна скористатися тестом парності перетинів границь довільним променем з цієї точки.

Наприклад, симетричний профіль крила НАСА 0011 можна подати такою складеною кривою:

$$naca_{0011}(t) = \begin{cases} \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} \mathbf{t}_i, & 0 \leq t \leq 1, \\ \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} (t-1)^i (2-t)^{n-i} \mathbf{b}_i, & 1 < t \leq 2, \end{cases}$$

де $n=5$ – степінь кривих; $\mathbf{t}_0 = (0; 0)$, $\mathbf{t}_1 = (1,14034; 2,44284)$, $\mathbf{t}_2 = (11,1025; 3,65375)$, $\mathbf{t}_3 = (30,8809; 1,13309)$, $\mathbf{t}_4 = (39,9276; 0,09712)$, $\mathbf{t}_5 = (40; 0)$ – контрольні точки кривої Безьє п'ятої степені, які відповідають верхньому вигину крила; $\mathbf{b}_0 = (0; 0)$, $\mathbf{b}_1 = (1,14034; -2,44284)$, $\mathbf{b}_2 = (11,1025; -3,65375)$, $\mathbf{b}_3 = (30,8809; -1,13309)$, $\mathbf{b}_4 = (39,9276; -0,09712)$, $\mathbf{b}_5 = (40; 0)$ – контрольні точки кривої Безьє п'ятої степені, які відповідають нижньому вигину крила.

У результаті профіль крила з технологічними отворами (рис. 1) можна подати такою функцією:

$$f_{naca}(x, y) = f(x, y, naca_{0011}(t)) \wedge \neg \text{rectangle}(x - x_1, y, w_1, h_1) \wedge \neg \text{circle}(x - x_2, y, r_2) \wedge \neg \text{rectangle}(x - x_3, y, w_3, w_3),$$

де $\text{circle}(x, y, r) = 1 - \frac{x^2 + y^2}{r^2}, \quad r > 0;$ $\text{stripe}(x, w) = 1 - \left(\frac{2}{w}x\right)^2;$
 $\text{rectangle}(x, y, w, h) = \text{stripe}(x, w) \wedge \text{stripe}(y, h), \quad w > 0, \quad h > 0;$ $x_1, x_2, x_3, w_1, h_1, r_2, w_3$ – параметри положення та розмірів технологічних отворів.

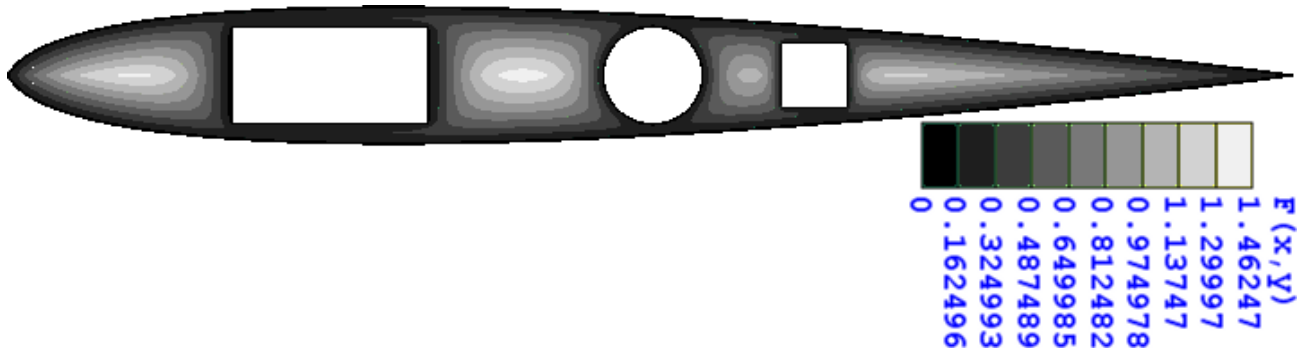


Рисунок 1 – Профіль NASA 0011 з технологічними отворами, якщо $x_1 = 10$, $x_2 = 20$, $x_3 = 25$, $w_1 = 6$, $h_1 = 3$, $r_2 = 1,5$, $w_3 = 2$

Отримані таким чином моделі форм об'єктів можна вважати гібридними, тому що вони поєднують неявно задані примітиви з формами, заданими гранично.

Основні результати другого розділу опубліковано у роботах [1, 3, 6, 19, 28, 50].

У **третьому розділі** розглянуті особливості формалізації дискретних моделей форм об'єктів у такому вигляді:

$$\mathbf{M} = (\mathbf{N}, \mathbf{E}), \quad (10)$$

де $\mathbf{N} = \left((v_{k_1}, \mathbf{I}_{k_1}), (v_{k_2}, \mathbf{I}_{k_2}), \dots, (v_{k_m}, \mathbf{I}_{k_m}) \right)$ – множина пар: v_{k_i} – координати вузла з кодом k_i та \mathbf{I}_{k_i} – множина кодів (номерів) інцидентних йому елементів;
 $\mathbf{E} = \left(e_1 = (k_{1,1}, k_{1,2}, \dots, k_{1,n_1}), e_2 = (k_{2,1}, k_{2,2}, \dots, k_{2,n_2}), \dots, e_q = (k_{q,1}, k_{q,2}, \dots, k_{q,n_q}) \right)$ – множина елементів, кожен з яких має $n_i = |e_i|$ вершин, – кортежів кодів вузлів з множини \mathbf{V} , що визначають положення вершин елемента; m – кількість вузлів; q – кількість елементів.

Множину \mathbf{N} , у загальному випадку, можна вважати асоціативним масивом, який зберігає пари ключ-значення. Ключем виступає код вузла (номер, або адреса в пам'яті), значенням – його координати і множина кодів інцидентних йому елементів. Аналогічне твердження справедливе та для множини \mathbf{E} , в якій ключами можуть виступати коди (номери або адреси) елементів, а значеннями – відповідні списки або масиви, що зберігають кортежі.

У цьому розділі для подання (10) наведено псевдокоди алгоритмів вставки та видалення вузлів і елементів, формування множини вузлів, суміжних із заданим. Виконано емпіричне дослідження двох можливих реалізацій подання (10): заснованої на використанні динамічних масивів, заснованої на використанні двозв'язних списків для зберігання вузлів та елементів. Серія обчислювальних експериментів для порівняння цих двох реалізацій показала, що перші (спискові)

більш ефективні при видаленні вузлів, а другі – при безпечному додаванні (при вставці з перевіркою існування вузлів з однаковими координатами).

Більш висока ефективність спискових структур при видаленні обґрунтовується тим, що видалення одного екземпляра зі списку має обчислювальну складність порядку $O(1)$. Недоліком таких структур є відсутність можливості довільного доступу (загалом, доступ до екземпляра за індексом у списку потребує ітерування списку).

Векторні структури розміщують екземпляри у послідовних адресах пам'яті комп'ютера та дозволяють здійснювати довільний доступ до екземпляра. У результаті алгоритми лінійного пошуку, які використовуються при вставці для пошуку однакових вершин, працюють швидше (зокрема, за рахунок більш ефективного використання кешів процесора). Отже, операції вставки для векторних структур у 1,2–2 рази швидші відносно спискових. Одночасно, векторні структури практично на порядок повільніші спискових у видаленні вузлів і елементів моделі, що пояснюється необхідністю зсувів масивів даних та оновлення відповідних індексів. Проте, векторні структури дозволяють розробити ефективні паралельні алгоритми ітерування, у тому рахунку, під час оновлення індексів.

Основні результати третього розділу опубліковано у роботах [3, 23, 55].

У **четвертому розділі** розроблено проєкційний метод генерації дискретних моделей меж об'єктів, форма яких задана функціонально. Основна ідея метода полягає у використанні фонові дискретної моделі, яка складається з елементів довільної форми.

Першим етапом проєкційного методу є видалення всіх зовнішніх вузлів та інцидентних їм елементів фонові сітки. У результаті залишаються вузли та елементи, які можна вважати початковим дискретним образом форми деякого об'єкта Ω .

На другому етапі усуваються конфігурації, які можуть спричинити топологічно невірні результати. Такі конфігурації утворюються у разі дотику елементів у вузлі. В даному випадку елементи вважаються сусідніми у вузлі, якщо у його оточенні простір ділиться на дві зв'язних підмножини, інакше вони вважаються дотичними.

На третьому етапі формується підсумкова дискретна модель. Спочатку формується множина межових граней для елементів, які залишилися після другого етапу. Потім для кожного межового вузла знаходиться проєкція на межі об'єкта Ω .

Наприклад, для об'єкта, заданого функцією

$$w(x, y, z) = \text{cuboid}(x, y, z, 2, 2, 2) \wedge \text{sphere}(x, y, z, 1) \wedge \neg(0,5^2 - x^2 - y^2) \wedge \neg(0,5^2 - x^2 - z^2) \wedge \neg(0,5^2 - y^2 - z^2). \quad (11)$$

У результаті використання рівномірної фонові сітки, що складається з 9261 вузла та 48000 тетраєдрів, яка побудована на кубі $[-1; 1] \times [-1; 1] \times [-1; 1]$ (рис. 2, а), після видалення зовнішніх вузлів залишиться 2158 межових вузлів і 4332 елемента (рис. 2, б). Потім після знаходження відповідних проєкцій на межу буде отримана дискретна модель межі у вигляді рис. 2, в. Якщо використовувати фонову сітку, яка, наприклад, складається з 9261 вузла і 8000 кубічних елементів (рис. 2, г), після видалення зовнішніх вузлів з дискретної моделі залишиться 3064 граничних вузла і

3072 елементів (рис. 2, д), проєкція яких на кордон дозволить отримати результат (рис. 2, є).

У формулі (11) $\text{cuboid}(x, y, z, w, h, d) = \text{stripe}(x, w) \wedge \text{stripe}(y, h) \wedge \text{stripe}(z, d)$;
 $\text{sphere}(x, y, z, r) = 1 - \frac{x^2 + y^2 + z^2}{r^2}$.

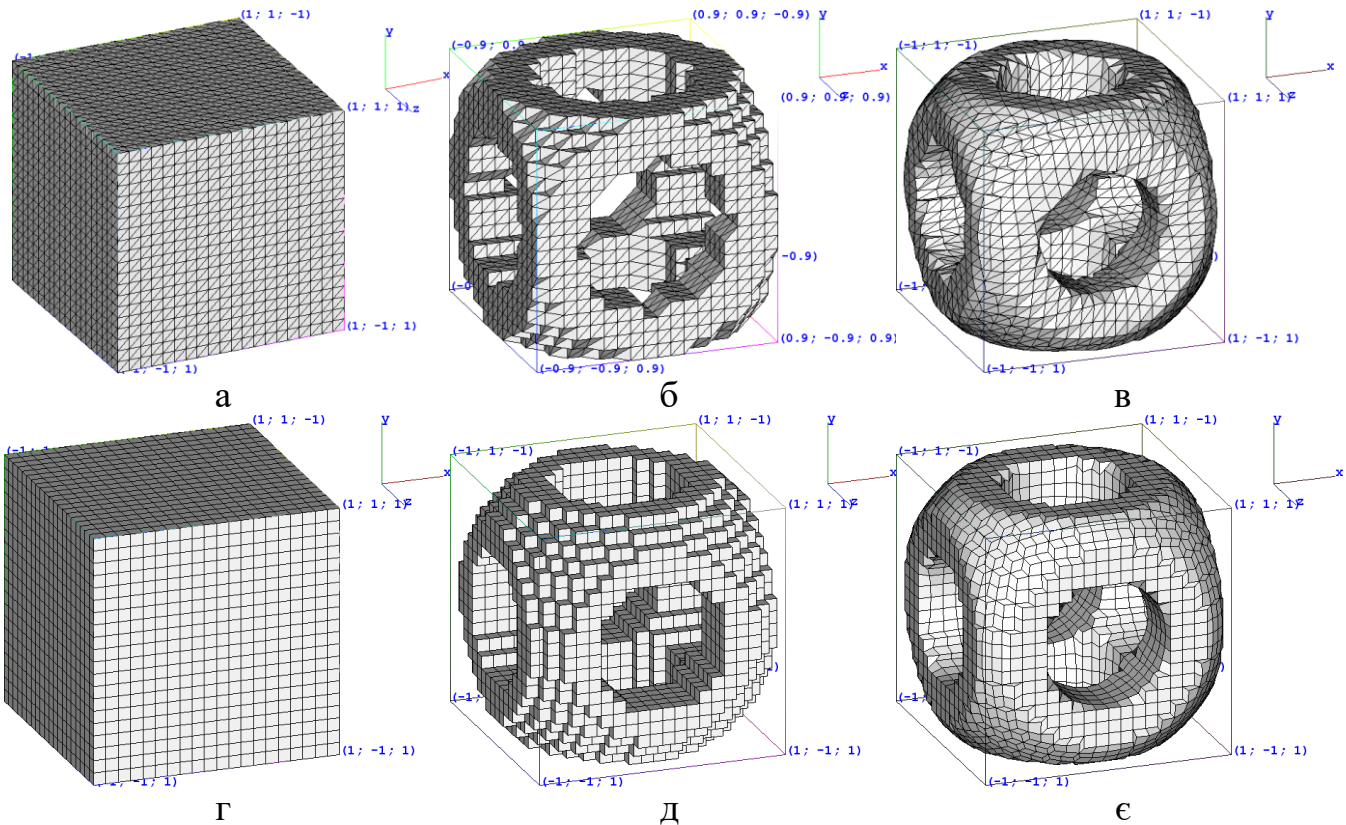


Рисунок 2 – Приклад побудови дискретної моделі межі з використанням проєкційного методу: а – фонові сітка тетраєдрів, б – фонові сітка тетраєдрів після видалення зовнішніх вузлів, в – дискретна модель на базі трикутників на межі об'єкта, г – фонові сітка кубів, д – фонові сітка кубів після видалення зовнішніх вузлів, є – дискретна модель на базі чотирикутників на межі об'єкта

Застосування запропонованого методу може спричинити втрати точності апроксимації межі в околах її геометричних особливостей (зламів поверхні). Отже, до отриманих дискретних моделей необхідно застосовувати додаткові процедури їх оптимізації. Для цього розроблено метод згладжування координат вузлів дискретних моделей меж об'єктів, форма яких задана функціонально. В основі цього методу ідея мінімізації для кожного вузла з кодом i функціоналу такого вигляду:

$$E(\mathbf{M}, i, \kappa, F) = \kappa \sum_{k \in \mathbf{A}_i} \|\mathbf{M}[k] - \mathbf{M}[i]\|^2 + (1 - \kappa) \sum_{q \in \mathbf{I}_i} \|C_q - \text{projection}(C_q, F)\|^2, \quad (12)$$

де κ – параметр методу; F – неявна функція, що описує форму об'єкта; $\mathbf{M}[k]$ – координати вузла з кодом k ; \mathbf{A}_i – множина кодів суміжних з i -м вузлів; \mathbf{I}_i – множина кодів інцидентних до i -го вузла елементів; C_q – центр мас елемента з кодом q ; $\text{projection}(C_q, F)$ – проєкція точки C_q на поверхню форми об'єкта, яка задана функцією F .

Перший доданок у формулі (12) гарантує існування мінімуму. Вибір другого доданка виконаний з наступного припущення. Кожен плоский елемент дискретної моделі межі об'єкта можна вважати апроксимацією відповідної частини поверхні, а відстань від центру елемента до поверхні – показником точності такої апроксимації.

Для пошуку мінімуму функціоналу (12) можна скористатися розробленою модифікацією методу покоординатного спуску Гауса-Зейделя. Для кожного вузла пошук мінімуму функціоналу (12) здійснюється у l -координатах багатокутника, який утворений сусідніми з i -м вузлами. Спуск здійснюється по кожній з l -координат, поки значення функції спадає. Використовується адаптивний крок: у кожному напрямку, починаючи з кроку, значення якого емпірично прийнято рівним 0,1 довжини ребра, якщо цільова функція перестав спадає, тоді крок зменшується вдвічі. Враховуючи локальний характер мінімізації алгоритм необхідно застосовувати ітераційно. Наприклад, для вихідної дискретної моделі межі об'єкта на базі трикутників (рис. 3, а), після однієї ітерації алгоритму (рис. 3, б) більш точно апроксимуються злами межі, а результати восьми (рис. 3, в) і шістнадцяти (рис. 3, г) ітерацій відрізняються розподілом кутів у елементах. Аналогічна ситуація при згладжуванні координат вузлів дискретної моделі на базі чотирикутників (рис. 4, а–г).

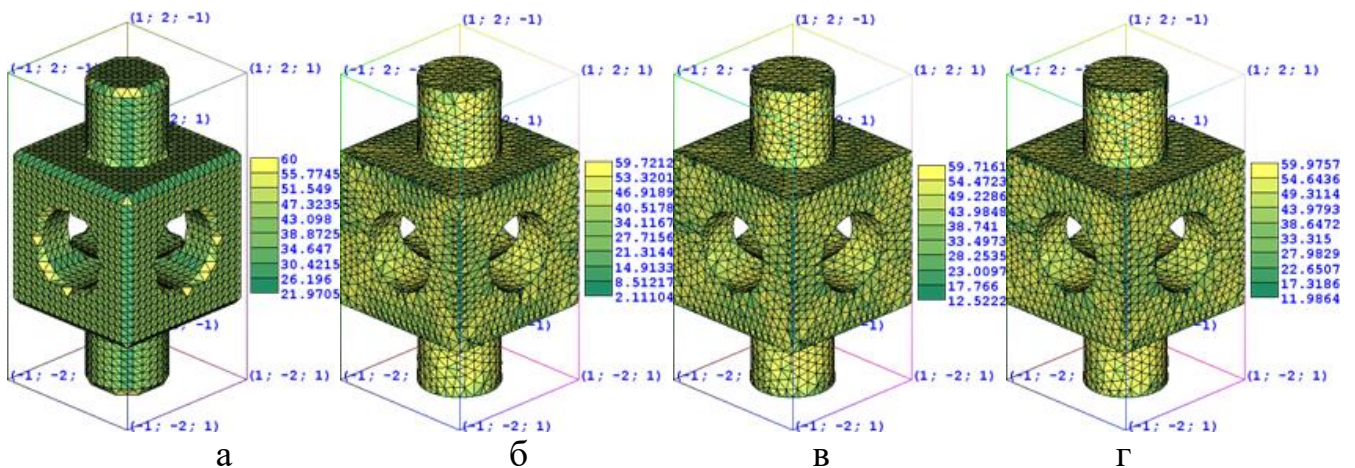


Рисунок 3 – Приклади використання метода згладжування координат вузлів дискретної моделі на базі трикутників: а – вихідна модель, б – 4 ітерації оптимізації, в – 8 ітерацій оптимізації, г – 16 ітерацій оптимізації

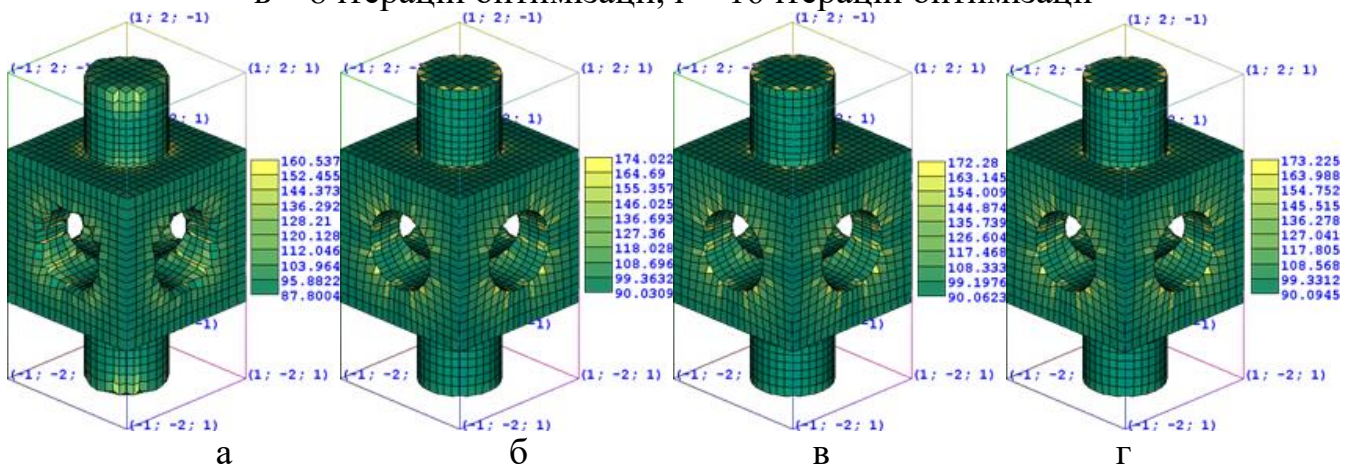


Рисунок 4 – Приклади використання метода згладжування координат вузлів дискретної моделі на базі чотирикутників: а – вихідна модель, б – 4 ітерації оптимізації, в – 8 ітерацій оптимізації, г – 16 ітерацій оптимізації

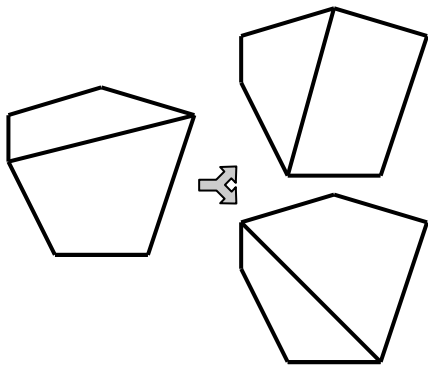


Рисунок 5 – Операція «flip» для чотирикутників

У четвертому розділі виконано емпіричне дослідження впливу кількості ітерацій методу згладжування і параметру k з формули (12) на основні характеристики дискретних моделей, які мають вплив на точність аналізу на їх базі.

Для покращення характеристик дискретних моделей розроблено метод локальних перебудов, який використовує операцію зміни спільного ребра «flip». У цьому методі операція зміни спільного ребра для трикутників узагальнена на випадок чотирикутників у тривимірному просторі (схема наведена на рис. 5).

Метод локальних перебудов елементів дискретних моделей меж об'єктів дозволяє збільшити значення мінімального куту в елементі для дискретних моделей на базі трикутників і зменшити максимальний кут в елементі для чотирикутників.

Основні результати четвертого розділу опубліковано у роботах [1–3, 4, 24, 54].

У **п'ятому розділі** розроблено метод побудови множини симплексів, в якому операція вставки вузла узагальнена для генерації дискретної моделі форми довільного дво- або тривимірного об'єкта, заданої неявною функцією. Проте, техніка вставки нового вузла практично не може застосовуватися для побудови дискретних моделей форм об'єктів на базі чотирикутників або шестигранників. У результаті розроблено метод генерації дискретних моделей на базі елементів типу солід для форм об'єктів, заданих функціонально, який можна використовувати для трикутників, тетраедрів, чотирикутників і шестигранників.

Перші два кроки метода збігаються з першими двома кроками проекційного методу генерації дискретної моделі межі об'єкту. На третьому кроці формується межовий шар елементів. Для кожного межового вузла обчислюється його проекція на межу. Якщо вихідна дискретна модель складається з чотирикутників або шестигранників, то для кожного межового ребра або грані та відповідної проекції можна утворити елемент єдиним способом. Якщо вихідна дискретна модель складається з трикутників, то з двох можливих варіантів утворення трикутника між межовим ребром і його проекцією на межу обирається варіант з більшим значенням мінімального куту в елементах. Якщо дискретна модель складається з тетраедрів, то трикутні грані разом з власними проекціями на межу будуть утворювати трикутні призми, які розбиваються на три тетраедри з урахуванням сумісності ребер сусідніх елементів. Наприклад, для об'єкта, форма якого задана формулою (11), результат застосування цього метода матиме вигляд, наведений на рис. 6, а для тетраедрів і рис. 6, б для шестигранників.

Проведені у п'ятому розділі емпіричні дослідження показали, що мінімальний кут в елементі у результаті застосування цього методу для моделей на базі симплексів може сягати 1° . Водночас у моделях на базі чотирикутників або шестигранників можна отримати значення максимального куту в елементі, більші 180° (вироджені елементи). Згладжування Лапласа дозволяє зменшити диспропорцію між сусідніми ребрами, але моделі на базі чотирикутників або шестигранників можуть містити вироджені елементи. Для усунення таких елементів у цьому розділі розроблено метод згладжування внутрішніх вузлів, який ґрунтується на мінімізації функціоналу площі (двовимірні моделі) або об'єму (тривимірні моделі).

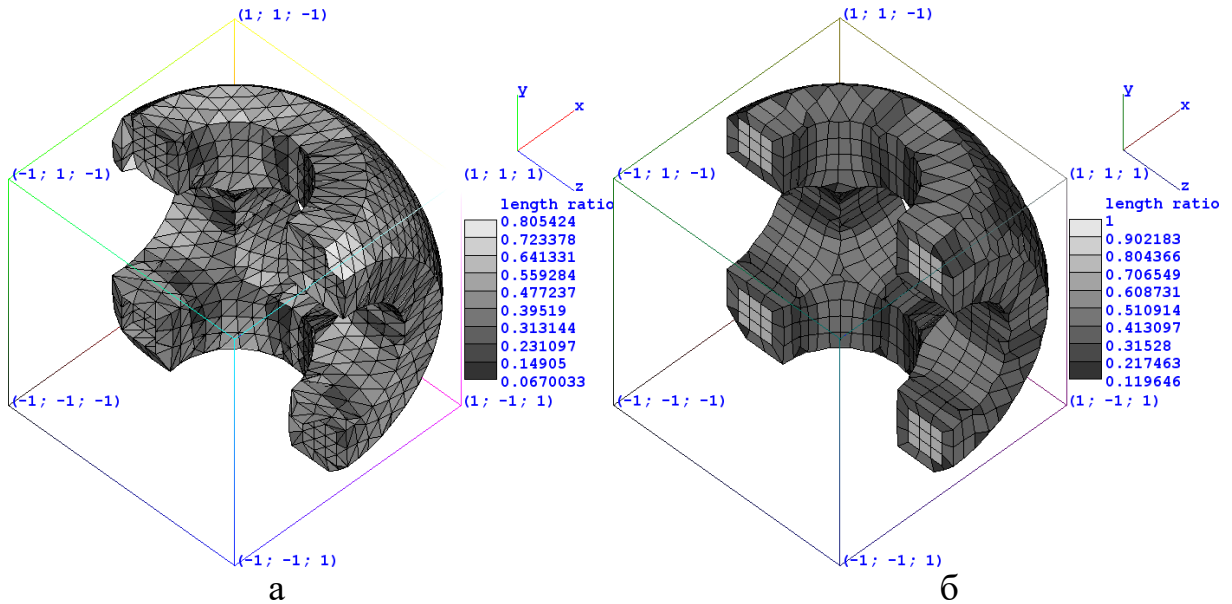


Рисунок 6 – Результати застосування методу генерації дискретних моделей форм об'єктів на базі тривимірних елементів типу солід: а – дискретна модель форми об'єкта на базі тетраедрів, б – дискретна модель форми об'єкта на базі шестигранників

Розглянемо плоский чотирикутний елемент. Аплікати векторних добутоків пар векторів, направлених з кожної вершини уздовж суміжних у ній ребер, дорівнюють подвоєним площам трикутників, визначених вершиною, суміжними ребрами і діагоналлю. Причому знак аплікати буде додатним, якщо кут між векторами набуває значення більше 0 і менше π ; від'ємним, якщо кут між векторами від π до 2π . Апліката дорівнюватиме нулю, якщо вектори лежать на одній прямій. Отже, у неопуклого чотирикутника хоча б в одному вузлі такий добуток буде меншим або дорівнювати нулю. У результаті для кожного елемента дискретної моделі \mathbf{M} , коді якого k_e (n_e – кількість вершин у елементі), можна визначити функціонал вигляду

$$L(\mathbf{M}, k_e) = \sum_{j=1}^{n_e} e^{-\alpha(\mathbf{M}(k_e, j-1), \mathbf{M}(k_e, j), \mathbf{M}(k_e, j+1))}, \quad (13)$$

де $\mathbf{M}(k_e, j)$ – координат j -ї вершини елемента з кодом k_e ; α – подвійна площа трикутника зі знаком, яка визначена такою формулою:

$$\begin{aligned} \alpha(\mathbf{M}(k_e, j-1), \mathbf{M}(k_e, j), \mathbf{M}(k_e, j+1)) &= \\ &= (\mathbf{M}(k_e, j-1) - \mathbf{M}(k_e, j)) \times (\mathbf{M}(k_e, j+1) - \mathbf{M}(k_e, j)). \end{aligned} \quad (14)$$

Доданки у формулі (13) будуть приймати значення від 0 до 1, якщо відповідний кут елемента більший 0 і менший π , рівні 1, якщо кут, рівний 0 або π , і більшими 1, якщо кут від π до 2π . У результаті функціонал, визначений на множині елементів \mathbf{E} дискретної моделі \mathbf{M} , мінімізація якого дозволить усунути елементи з кутом, більшим або рівним π , матиме такий вигляд ($\mathbf{M.code}(e)$ – код елемента e):

$$F(\mathbf{M}) = \sum_{e \in \mathbf{E}} L(\mathbf{M}, \mathbf{M.code}(e)). \quad (15)$$

Значення параметру t обирається з врахуванням розмірів об'єкту та кількості елементів у дискретній моделі. Можна вважати, що $t = \frac{1}{\bar{\alpha}}$, де $\bar{\alpha}$ – середнє значення функції (14) для елементів дискретної моделі.

Мінімізація функціоналу (15) для всіх вузлів дискретної моделі одночасно є вельми екстенсивною процедурою. Це обумовлено тим, що кількість незалежних змінних буде в два рази більше кількості внутрішніх вузлів у дискретній моделі. Зменшити розмірність розв'язуваної задачі можна за допомогою послідовних локальних рішень для кожного вузла. У результаті отримуємо ітераційний алгоритм методу, в якому мінімум функціоналу (15) послідовно знаходиться у кожному внутрішньому вузлі дискретної моделі. Наприклад, для початкової дискретної моделі фрикційного диску трансмісії, яка має вироджені елементи (рис. 7, а), у результаті 16 ітерацій алгоритму будуть усунуті вироджені елементи (рис. 7, б).

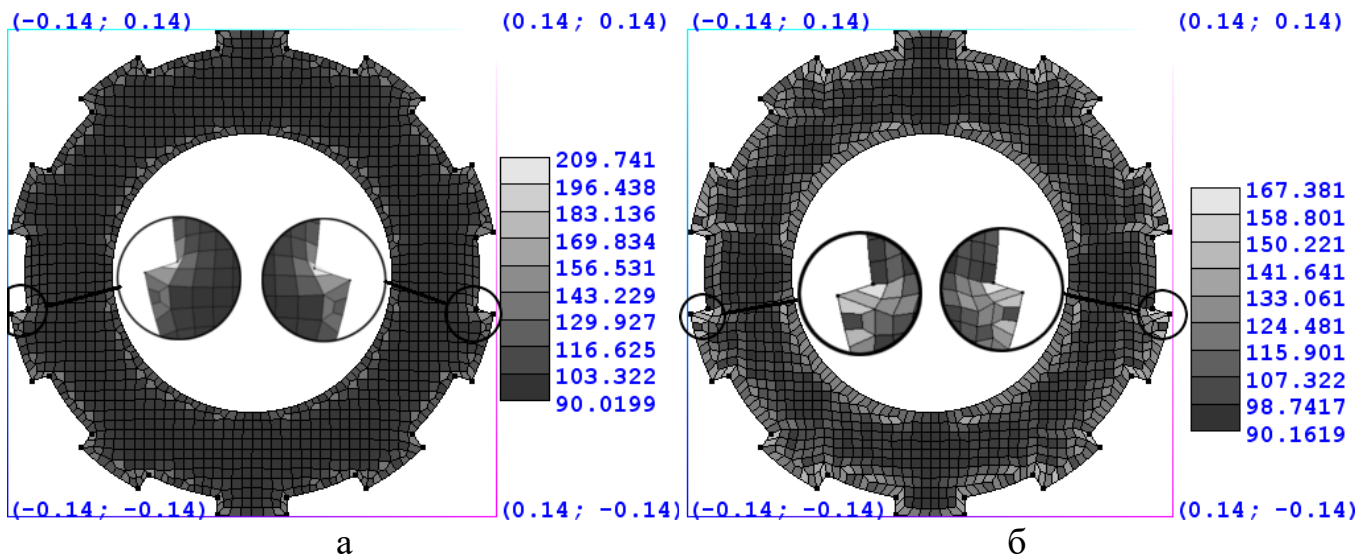


Рисунок 7 – Згладжування дискретної моделі форми фрикційного диска:
а – вихідна дискретна модель, б – результат 16 ітерацій згладжування
з використанням локальної мінімізації функціоналу

Згладжування на основі локальної мінімізації можна застосовувати у тривимірному випадку. Для цього у формулах (13–15) замість площі необхідно використовувати вирази для об'єму зі знаком. Для кожної вершини об'єм з урахуванням знака визначається як змішаний добуток трьох векторів, визначених суміжними ребрами. При використанні тетраедричних елементів таких добутків буде чотири, а при шестигранних – вісім.

У тривимірному випадку для кожного елемента дискретної моделі \mathbf{M} , код якого k_e (n_e – кількість вершин у елементі), функція (13) матиме такий вигляд:

$$L(\mathbf{M}, k_e) = \sum_{j=1}^{n_e} e^{-\alpha(\mathbf{M}, k_e, j)},$$

де функція α для тетраедрів визначається виразом

$$\alpha(\mathbf{M}, k_e, j) = \begin{cases} \left[(\mathbf{M}(k_e, 2) - \mathbf{M}(k_e, 1)) \times (\mathbf{M}(k_e, 3) - \mathbf{M}(k_e, 1)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 4) - \mathbf{M}(k_e, 1))), & j = 1, \\ \left[(\mathbf{M}(k_e, 3) - \mathbf{M}(k_e, 2)) \times (\mathbf{M}(k_e, 4) - \mathbf{M}(k_e, 2)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 1) - \mathbf{M}(k_e, 2))), & j = 2, \\ \left[(\mathbf{M}(k_e, 2) - \mathbf{M}(k_e, 3)) \times (\mathbf{M}(k_e, 4) - \mathbf{M}(k_e, 3)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 1) - \mathbf{M}(k_e, 3))), & j = 3, \\ \left[(\mathbf{M}(k_e, 1) - \mathbf{M}(k_e, 4)) \times (\mathbf{M}(k_e, 3) - \mathbf{M}(k_e, 4)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 2) - \mathbf{M}(k_e, 4))), & j = 4. \end{cases}$$

Для шестигранників функція α отримає такий вигляд:

$$\alpha(\mathbf{M}, k_e, j) = \begin{cases} \left[(\mathbf{M}(k_e, 2) - \mathbf{M}(k_e, 1)) \times (\mathbf{M}(k_e, 4) - \mathbf{M}(k_e, 1)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 5) - \mathbf{M}(k_e, 1))), & j = 1, \\ \left[(\mathbf{M}(k_e, 6) - \mathbf{M}(k_e, 2)) \times (\mathbf{M}(k_e, 3) - \mathbf{M}(k_e, 2)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 1) - \mathbf{M}(k_e, 2))), & j = 2, \\ \left[(\mathbf{M}(k_e, 7) - \mathbf{M}(k_e, 3)) \times (\mathbf{M}(k_e, 4) - \mathbf{M}(k_e, 3)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 2) - \mathbf{M}(k_e, 3))), & j = 3, \\ \left[(\mathbf{M}(k_e, 3) - \mathbf{M}(k_e, 4)) \times (\mathbf{M}(k_e, 8) - \mathbf{M}(k_e, 4)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 1) - \mathbf{M}(k_e, 4))), & j = 4, \\ \left[(\mathbf{M}(k_e, 6) - \mathbf{M}(k_e, 5)) \times (\mathbf{M}(k_e, 1) - \mathbf{M}(k_e, 5)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 8) - \mathbf{M}(k_e, 5))), & j = 5, \\ \left[(\mathbf{M}(k_e, 7) - \mathbf{M}(k_e, 6)) \times (\mathbf{M}(k_e, 2) - \mathbf{M}(k_e, 6)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 5) - \mathbf{M}(k_e, 6))), & j = 6, \\ \left[(\mathbf{M}(k_e, 6) - \mathbf{M}(k_e, 7)) \times (\mathbf{M}(k_e, 8) - \mathbf{M}(k_e, 7)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 3) - \mathbf{M}(k_e, 7))), & j = 7, \\ \left[(\mathbf{M}(k_e, 7) - \mathbf{M}(k_e, 8)) \times (\mathbf{M}(k_e, 5) - \mathbf{M}(k_e, 8)) \right] \cdot ((\mathbf{M}(k_e, 4) - \mathbf{M}(k_e, 8))), & j = 8. \end{cases}$$

Виконане у цьому розділі емпіричне дослідження впливу кількості ітерацій на результати згладжування дозволило зробити висновок, що для практичного застосування достатньо 8–10 ітерацій. Це обумовлено тим, що при цій кількості ітерацій значення функціоналу (15), отримане шляхом пошуку у кожному вузлі окремо (локальний алгоритм), наближається до результату його мінімізації для всіх вузлів одночасно (глобальний алгоритм). Дослідження витрат часу, дозволяє зробити, що локальний алгоритм мінімізації функціоналу (15) у середньому на три порядки довший згладжування Лапласа і на три порядки швидший пошуку його мінімуму за допомогою глобального алгоритму.

Основні результати п'ятого розділу опубліковано у роботах [1–4, 14, 16, 19, 20, 24, 26, 47, 50, 54].

У шостому розділі емпірично досліджено вплив форми елемента на точність скінченно-елементного аналізу напружено-деформованого стану об'єктів. У порівнянні моделей на базі симплексів з моделями на базі топологічних кубиків (чотирикутників або шестигранників) використано однакові базові набори вузлів. Порівняння чисельних рішень з відомими аналітичними дозволило зробити висновок, що трикутники і чотирикутники дозволяють отримати значення переміщень, досить близькі до аналітичного рішення, але чотирикутники дозволяють більш точно апроксимувати похідні значення (напруження).

У випадках, коли точність рішення не влаштовують дослідника, часто використовують прийом збільшення щільності вузлів і елементів дискретної моделі. Але розбиття кожного елемента на певну кількість частин обумовлюватиме не тільки підвищення точності, а ще й суттєве збільшення розмірності задачі та часових витрат.

Для таких випадків у шостому розділі розроблено метод побудови адаптивних дискретних моделей. Загальна ідея методу полягає у тому, що скінченно-елементний аналіз стає ітераційним. На кожній ітерації спочатку обчислюється вектор-розв'язок \mathbf{C} , який визначений у кожному вузлі дискретної моделі. Далі довільний елемент e дискретної моделі розбивається, якщо для значень у його вузлах градієнтна оцінка точності розв'язку у вигляді функції

$$\text{error}(e, \mathbf{C}) = \max_{i,j \in e} \frac{C_i - C_j}{\max_k C_k - \min_k C_k}$$

більша певного заданого дослідником обмеження.

Наприклад, при дослідженні напружено-деформованого стану фланцю (два малих отвори вважаються затисненими, сила, рівномірно розподілена по більшому отвору, діє уздовж горизонтальної вісі), якщо обмежити точність значенням 0,2 та як вектор \mathbf{C} обрати напруження за Мізесом, то після трьох ітерацій алгоритму адаптивна дискретна модель на базі трикутників отримає вигляд рис. 8, а, на базі чотирикутників – рис. 8, б, на базі тетраедрів – рис. 8, в, на базі шестигранників – рис. 8, г.

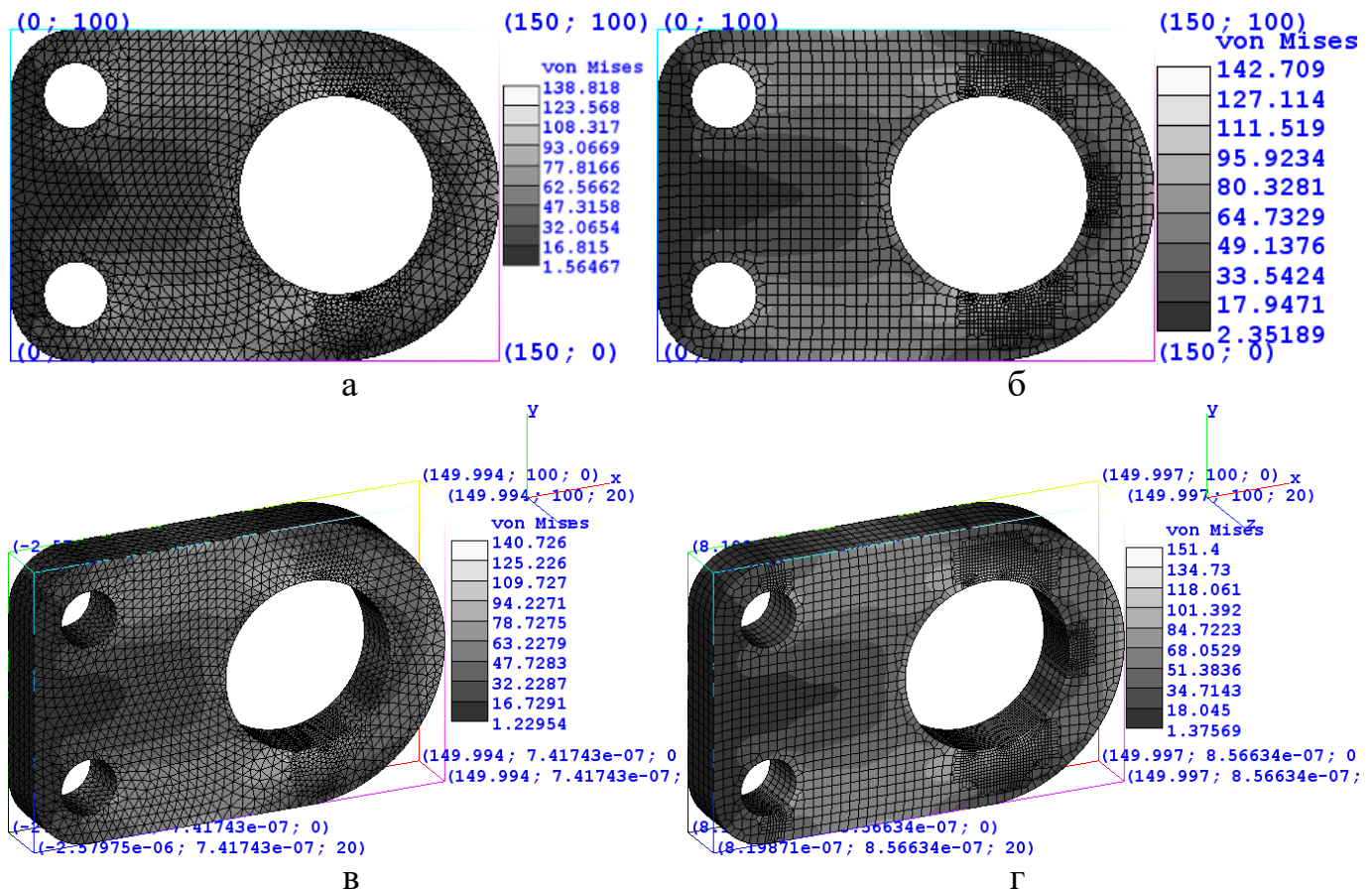


Рисунок 8 – Адаптивна дискретна модель фланця: а – на базі трикутників, б – на базі чотирикутників, в – на базі тетраедрів, г – на базі шестигранників

Основні результати шостого розділу опубліковано у роботах [3, 7, 8, 48].

У сьомому розділі розроблено шаблони проектування об'єктно-орієнтованих САПР машинобудування для математичного моделювання форм об'єктів і скінченно-елементного аналізу їх поведінки. У результаті об'єктної декомпозиції отримано шаблон проектування «UI–Model–Analysis», який дозволяє розбити САПР машинобудування на високорівневі частини, а також відділення класів, які пов'язані з графічним інтерфейсом від класів моделі та процесора. Шаблон проектування «Representation–Mesh» відповідає за розподіл обов'язків між класами подання форм об'єктів і генерації дискретних моделей. Шаблон проектування «Element–Node» відповідає за розробка об'єктної декомпозиції для визначення елементів, як композицій вузлів, ребер і граней. Шаблон проектування «FEA Problem» відповідальний за визначення структури алгоритму скінченно-елементного аналізу та об'єктної композиції для граничних умов та сил, які беруть участь в задачі. Для кожного шаблону встановлені зв'язки з іншими відомими шаблонами проектування.

Також у цьому розділі розглянуті особливості генерації дискретних моделей та скінченно-елементного аналізу в паралельних комп'ютерних системах. Так, якщо у комп'ютері k функціональних пристроїв (процесорів, обчислювальних ядер тощо), алгоритм паралельної генерації дискретної моделі набуде вигляду наступної послідовності кроків.

1. Генерація фонові дискретної моделі \mathbf{M} і розбиття її на k підмножин $\mathbf{M}_i, i \in 1..k$.

2. Паралельно: для кожної з підмножин $\mathbf{M}_i, (i \in 1..k)$ видалення зовнішніх вузлів і елементів.

3. Послідовно: синхронізація підмножин для створення початкової дискретної моделі $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 \cup \mathbf{M}_2 \cup \dots \cup \mathbf{M}_k$ і видалення конфігурацій елементів, які можуть обумовлювати неоднозначність.

4. Послідовно: розбиття множини вузлів дискретної моделі \mathbf{M} на k рівних за розміром підмножин $\mathbf{N}_i, i \in 1..k$ ($\mathbf{M} \cdot \mathbf{N} = \mathbf{N}_1 \cup \mathbf{N}_2 \cup \dots \cup \mathbf{N}_k; \forall i \neq j \mathbf{N}_i \cap \mathbf{N}_j = \emptyset$).

5. Паралельно: для кожного вузла, який належить \mathbf{N}_i знайти перетин з границею моделі форми об'єкта.

6. Паралельно: для кожної \mathbf{M}_i сформувати межовий шар елементів.

Отримані у дисертаційній роботі залежності витраченого часу від кількості елементів у фоновій дискретній моделі показали, що при малій кількості елементів економія часу за рахунок використання паралельних обчислень відсутня. Також чим складніша форма об'єкту, тим менша кількість елементів потрібна для економії при паралельній генерації, що є підтвердженням закону Амадала.

У сьомому розділі розроблено проблемно-орієнтовану мову для математичного моделювання та аналізу форм об'єктів у САПР машинобудування. Ця мова використовує стандарт ECMAScript у базовому синтаксисі, що спрощує її вивчення користувачами. Для опису форм об'єктів вбудовано примітиви, задані неявними функціями, а також засоби опису форм гібридним підходом. Передбачено засоби опису задач скінченно-елементного аналізу (у тому рахунку з використанням адаптивних моделей) поведінки дво- і тривимірних моделей тіл, пластин і оболонок.

Основні результати сьомого розділу опубліковано у роботах [3, 9, 11, 13, 15, 18, 34, 44, 52, 55].

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі отримані результати, які у сукупності є вирішенням науково-технічної проблеми підвищення ефективності проектування об'єктів машинобудування за рахунок збільшення точності математичного моделювання та зменшення часу, необхідного для дослідження їх стану.

1. У роботі виконано аналіз сучасного стану проблеми підвищення ефективності проектування об'єктів машинобудування, на основі якого встановлено наступне: математичне моделювання дозволяє замінити вартісний натурний експеримент дослідженням математичної моделі; поширені в аналізі поведінки об'єктів системи диференціальних рівняння, зазвичай, не мають аналітичного розв'язку; на практиці застосовують чисельні методи, засновані на ідеї переходу від неперервної моделі форми об'єкта до дискретної; функціональне подання, що засноване на використанні неявних функцій, є найбільш універсальним і теоретично дозволяє описати форму об'єкта довільної складності; для скінченно-елементного аналізу із заданою точністю необхідна розробка методів генерації дискретних моделей функціонально поданих форм; виявлено протиріччя між необхідністю побудови дискретних моделей форм об'єктів, які дозволять із заданою точністю виконувати чисельний аналіз стану об'єктів у САПР машинобудування, та обмеженістю методів, що існують.

2. Типова задача побудови математичної моделі, що описує форму об'єкта машинобудування, як вихідні дані має креслення. Використовуючи функціональний підхід, можна побудувати модель об'єкта як єдину неявну функцію. Проте, у машинобудуванні зустрічаються об'єкти, форма яких описуються (повністю або частково) параметричними функціями. Запропонований математичний апарат дозволяє одночасно використовувати примітиви, межі яких визначені за допомогою параметричних і неявних функцій. Водночас моделі на базі параметричних функцій можуть виступати як операнди R-операцій. Отримані моделі можна розглядати як гібридні, що поєднують функціональне подання на базі неявних функцій і граничне подання на базі параметричних функцій. Вперше запропоновано гібридний функціональний підхід до подання форм об'єктів з використанням примітивів, які задані неявними функціями (функціональне подання) та власними границями (граничне подання), що дозволяє зменшити час побудови математичних моделей.

3. Подання дискретної моделі множинами вузлів і елементів водночас зі зберіганням для кожного вузла разом з його координатами списку інцидентних елементів дозволяє знизити порядок складності алгоритмів вставки та видалення вузлів. Спискові структури даних є більш ефективними при видаленні вузлів, а векторні – при безпечному додаванні (при вставці з перевіркою існування вузлів з однаковими координатами).

4. Вперше запропоновано проєкційний метод генерації дискретних моделей меж об'єктів, форма яких задана функціонально, що дозволяє будувати дво- та тривимірні дискретні моделі. Водночас щільність вузлів у підсумковій моделі залежить від щільності вузлів у вихідній. Проте, запропонований метод не враховує геометричних особливостей форми об'єкта, отже, повинна застосовуватися додаткова оптимізація.

5. Вперше запропоновано метод згладжування координат вузлів дискретних моделей меж об'єктів, форма яких задана функціонально, у результаті чого можна підвищити точність моделювання в околах зламів їх поверхонь. Метод ґрунтується на мінімізації функціоналу, який враховує відстань від елементів дискретної моделі до поверхні та довжини їх сторін. Цей метод має локальний характер, тому потрібно його застосовувати ітераційно. За малої кількості ітерацій (менше чотирьох) можна отримати дискретні моделі форм об'єктів низької якості. Починаючи з четвертої ітерації, геометричні особливості форм об'єктів вже апроксимуються вузлами. Водночас виконання більше восьми ітерацій несуттєво змінює якість моделі. У результаті застосування цього методу мінімальні кути для трикутників несуттєво збільшуються, а у чотирикутниках можна отримати елементи, за формою близькі до трикутників, отже, результати загладжування потребують додаткової обробки топологічними перебудовами елементів.

6. Отримав подальшого розвитку метод локальних перебудов елементів дискретних моделей у частині його узагальнення на випадок дискретних моделей на базі трикутних або чотирикутних елементів для меж об'єктів, що дозволяє підвищити точність скінченно-елементного аналізу. Зокрема, метод локальних перебудов елементів дискретних моделей меж об'єктів дозволяє збільшити значення мінімального кута в елементі для дискретних моделей на базі трикутників і зменшити максимальний кут в елементі для чотирикутників.

7. Вперше запропоновано метод генерації дискретних моделей на базі елементів типу солід для форм об'єктів, заданих функціонально, який дозволяє будувати дво- і тривимірні моделі як з використанням симплексів (трикутників або тетраєдрів), так і з використанням топологічних кубів (чотирикутників або шестигранників). Цей метод дозволяє використовувати спільний алгоритм для генерації дискретних моделей на базі різних форм скінченних елементів. Підсумкові дискретні моделі, зазвичай, потребують додаткової обробки.

8. Вперше запропоновано метод згладжування координат внутрішніх вузлів дискретних моделей форм об'єктів, відмінність якого від інших методів полягає в усуненні вироджених елементів та підвищенні точності скінченно-елементного аналізу. Використання у цьому методі локального алгоритму мінімізації (ітераційно для кожного вузла) дозволяє отримати якість дискретних моделей, порівнянну з результатами глобального алгоритму (для всіх вузлів одночасно), з використанням меншого обсягу обчислювальних ресурсів.

9. Вперше запропоновано метод генерації адаптивних дискретних моделей форм об'єктів (*adaptive meshing*), заданих функціонально, який дозволяє будувати дво- і тривимірні дискретні моделі для виконання скінченно-елементного аналізу із потрібною точністю. Запропонований метод враховує результати скінченно-елементного аналізу, а не тільки інформацію про форму об'єкта. Як результат, кількість вузлів і елементів збільшується у тих областях, де найбільше змінюється потрібна досліднику величина. Метод не залежить від форми елементів. Він використовує таблиці шаблонів розбиття елементів. Отже, можна використовувати єдиний алгоритм для основних форм елементів.

10. Отримали подальшого розвитку методи генерації дискретних моделей форм об'єктів і скінченно-елементного аналізу у частині розробки паралельних алгоритмів,

що дозволяє зменшити витрати часу на моделювання. Зокрема, досліджені залежності часу від кількості вузлів доводять, що за малої кількості вузлів економія часу від використання паралельних технологій може бути відсутньою, що підтверджує закон Амадала. Водночас чим складніша модель форми об'єкта, тим менша кількість вузлів потрібна для економії витрат часу за рахунок паралельності метода.

11. Вперше розроблена проблемно-орієнтована мова, яка дозволяє описувати об'єкти машинобудування складної форми з використанням гібридного підходу, а також задачі побудови дискретних моделей та скінченно-елементного аналізу.

12. Розроблено шаблони проектування САПР машинобудування як складної програмної системи. Ці шаблони як програмні абстракції можна поєднати з іншими відомими для забезпечення більшої гнучкості та спрощення процесу супроводження програмного коду. Їх основною перевагою, є можливість розробки САПР машинобудування без обмежень на вихідні коди.

Перевагою розроблених методів генерації та обробки дискретних моделей форм об'єктів є їх узагальненість. Отже, можлива їх реалізація на базі шаблону проектування «Стратегія», що дозволяє підвищити загальну технологічність САПР машинобудування як програмного продукту.

Для практичної реалізації отриманих результатів розроблено програмний продукт, який дозволяє генерувати дво- і тривимірні дискретні моделі, а також здійснювати скінченно-елементний аналіз поведінки об'єктів машинобудування.

Практичне використання результатів дисертаційної роботи дозволяє отримувати такі науково-технічні ефекти:

- підвищення якості візуального подання моделей об'єктів машинобудування;
- зниження витрат на натурні випробування об'єктів, що проектуються, за рахунок підвищення точності моделювання при дослідженні їх стану з використанням чисельних методів на базі дискретних моделей.

Напрями подальших досліджень за темою дисертаційної роботи можуть бути пов'язані з використанням методів машинного навчання при створенні моделей форм об'єктів машинобудування, генерацією адаптивних дискретних моделей, а також прогнозуванням можливих зон руйнування в конструкціях.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Праці, які відображають основні наукові результати дисертації

1. Построение дискретных моделей геометрических объектов: монография / В. М. Колодяжный, Д. А. Лисин, А. А. Лисняк, С. В. Чопоров. Харьков: ХНАДУ, 2013. 268 с.

2. Функциональный поход к геометрическому моделированию технических систем: монография / С. В. Чопоров, С. Н. Гребенюк, С. И. Гоменюк [и др.] Запорожье: Запорожский национальный университет, 2016. 176 с.

3. Чопоров С. В. Дискретные модели технических объектов: монография. Херсон: Видавничий дім «Гельветика», 2018. 324 с.

4. Чопоров С. В. Построение неравномерных дискретных сеток для функциональных математических моделей на базе теории R-функций // Радиоэлектроника, информатика, управление. 2011. № 2. С. 70–75.

5. Гоменюк С. И., Чопоров С. В., Лисняк А. А. FORTU-FEM – автоматизированная система для исследования сложных механических процессов // Вестник Херсонского национального технического университета. 2012. № 2(45). С. 101–105.
6. Математическое моделирование некоторых крепежных соединений на базе теории R-функций / С. В. Чопоров, С. И. Гоменюк, А. А. Лисняк, Е. В. Панасенко // Радиоэлектроника, информатика, управление. 2012. №2(27). С. 117–122.
7. Чопоров С. В., Лисняк А. А., Гоменюк С. И. Подход к определению областей сгущения сетки конечных элементов на базе теории R-функций // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. Дніпропетровськ: Ліра. 2012. Вип. 13. С. 413–419.
8. Чопоров С. В., Гоменюк С. И., Лисняк А. А. Сравнительный анализ треугольных и четырехугольных конечных элементов // Вестник Херсонского национального технического университета. 2013. № 2(47). С. 382–386.
9. Чопоров С. В. Использование технологий параллельных вычислений в методе конечных элементов // Радиоэлектроника, информатика, управление. 2013. № 2(29). С. 88–94.
10. Кудин А. В., Чопоров С. В. Компьютерное моделирование изгиба круглой трехслойной пластины с использованием аналитического и численного подходов // Радиоэлектроника, информатика, управление. 2014. № 1(30). С. 75–81.
11. Чопоров С. В. Проблемно-орієнтована мова для моделювання геометричних об'єктів при функціональному підході // Вестник Херсонского национального технического университета. 2014. № 3(50). С. 532–539.
12. Гоменюк С. И., Чопоров С. В., Аль-Омари М. А. В. Функциональное сглаживание сеток конечных элементов // Технология приборостроения. 2015. № 1. С. 10–14.
13. Чопоров С. В., Гоменюк С. И. Параллельный способ построения сеток треугольных элементов при функциональном представлении // Вестник Херсонского национального технического университета. 2015. № 3(54). С. 511–517.
14. Чопоров С. В. Метод фоновой сетки для триангуляции двумерных областей при функциональном подходе. Радиоэлектроника, информатика, управление. 2015. № 4(35). С. 31–38. DOI: 10.15588/1607-3274-2015-4-5 [Включено до наукометричної бази Web of Science].
15. Формализация моделей многослойных тонкостенных конструкций в САПР / С. В. Чопоров, С. И. Гоменюк, Б. Г. М. Аль-Атемнех, М. А. В. Аль-Омари, Х. Х. Алатамнех // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. 2015. № 62(1171). С. 99–106.
16. Триангуляция поверхностей при гибридном параметрическом и неявном представлении / С. В. Чопоров, С. И. Гоменюк, А. А. Лисняк, М. А. В. Аль-Омари, Х. Х. Алатамнех // Вестник Херсонского национального технического университета. 2016. № 3(58). С. 542–549.
17. Analytical and Numerical Modelling of the Axisymmetric Bending of Circular Sandwich Plates with the Nonlinear Elastic Core Material / A. Kudin, S. Choporov,

Yu. Tamurov, M. A. V. Al Omari // *Journal of Solid Mechanics*. 2016. Vol. 8, Iss. 3. P. 590–601. [Включено до наукометричної бази Scopus].

18. Чопоров С. В., Аль-Атемнех Б. Г. М., Гоменюк С. І. Підхід до геометричного моделювання в паралельних обчислювальних системах зі спільною пам'яттю // *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2017. Вип. 27. С. 164–172.

19. Чопоров С. В. Гибридное представление сплошных тел с использованием неявных и параметрических функций // *Радиоэлектроника, информатика, управление*. 2017. № 3. С. 60–70. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-3-7 [Включено до наукометричної бази Web of Science].

20. Чопоров С. В. Сглаживание сеток четырехугольных элементов с использованием локальной минимизации функционала // *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2017. Т. 2, № 3(62). С. 234–239.

21. Kudin A. V., Choporov S. V., Gomenyuk S. I. Axisymmetric bending of circular and annular sandwich plates with nonlinear elastic core material // *Mathematical models and computer simulations*. 2017. Vol. 9, No 5. P. 601–612. DOI: 10.1134/S2070048217050076 [Включено до наукометричної бази Scopus].

22. Математическое обеспечение анализа прочности силовых элементов ракетно-космической техники / Д. В. Акимов, В. З. Грищак, И. Ф. Ларионов, С. И. Гоменюк, Д. В. Клименко, С. В. Чопоров, С. Н. Гребенюк // *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2017. Вип. 26. С. 5–17.

23. Чопоров С. В. Представление вычислительных сеток в системах инженерного анализа // *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. Т. 1, № 3(66). С. 372–379

24. Choporov S., Homenyuk S., Grebenyuk S. Optimized Smoothing of Discrete Models of the Implicitly Defined Geometrical Objects' Surfaces // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. Vol. 3/4 (93). P. 52–60. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.130787 [Включено до наукометричної бази Scopus].

Праці, які додатково висвітлюють наукові результати дисертації

25. Мухин В. В., Чопоров С. В. Визуализация дифференциальных характеристик дискретных данных // *Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки*. 2013. № 2. С. 60–65.

26. Чопоров С. В. Алгебраические способы учета перемещения узла сетки конечных элементов // *Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки*. 2013. № 1. С. 117–121.

27. Кудин А. В., Тамуров Ю. Н., Чопоров С. В. Аналитический и численный анализ изгиба круглой трехслойной пластины под действием локальных нагрузок // *Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки*. 2014. № 1. С. 67–81.

28. Модель напружено-деформованого стану зубчатого колеса / Х. Х. Алатемнех, Б. Г. М. Аль-Атемнех, М. А. В. Аль-Омарі, С. В. Чопоров // *Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки*. 2014. № 2. С. 173–186.

29. Снежкова Л. С., Чопоров С. В. Методы и подходы к моделированию геометрических объектов в контактных задачах // *Вісник Запорізького національного*

університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. 2014. № 1. С. 171–195.

30. Математическое моделирование и исследование прочности силовых элементов конструкций космических летательных аппаратов / Д. В. Акимов, В. З. Грищак, С. И. Гоменюк, С. Н. Гребенюк, А. А. Лисняк, С. В. Чопоров, И. Ф. Ларионов, Д. В. Клименко, В. Н. Сиренко // Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. 2015. № 3. С. 6–13.

31. Снежкова Л. С., Чопоров С. В. Функциональное представление контактного взаимодействия тел // Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. 2015. № 3. С. 239–248.

32. Методы построения дискретных моделей: структурированные и блочно-структурированные сетки / С. В. Чопоров, С. И. Гоменюк, Х. Х. Алатамнех, К. С. Оспищев // Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. 2016. № 1. С. 272–284.

33. Методы построения дискретных моделей: неструктурированные сетки / С. В. Чопоров, А. А. Лисняк, Ю. А. Борисовская, О. С. Козлова, Л. С. Снежкова // Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. 2016. № 2. С. 237–250.

34. Чопоров С. В. Автоматизация анализа температурной устойчивости пластин с использованием метода конечных элементов // Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. 2017. № 2. С. 304–316.

Свідоцтва про реєстрацію авторського права на твір

35. Комп'ютерна програма «Система автоматизованого проектування FORTU-FEM»: Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 43043 Україна / С. І. Гоменюк, В. З. Грищак, С. М. Гребенюк, С. В. Чопоров, А. О. Лісняк; дата реєстрації 02.04.2012.

36. Комп'ютерна програма «Автоматизована система "Stability"»: Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 53201 Україна / С. І. Гоменюк, С. М. Гребенюк, В. З. Грищак, Ю. М. Тамуров, С. В. Чопоров; дата реєстрації 20.01.2014.

37. Комп'ютерна програма «Система автоматизованого проектування «qMesher»»: Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 53829 Україна / С. В. Чопоров, С. І. Гоменюк, С. М. Гребенюк, А. О. Лісняк; дата реєстрації 24.02.2014.

38. Комп'ютерна програма «Бібліотека консольної індикації «qzIO» («qzIO»): Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 70462 Україна / С. В. Чопоров, В. З. Грищак, С. М. Гребенюк, С. І. Полюга; дата реєстрації 15.02.2017.

39. Комп'ютерна програма «Бібліотека паралельної обробки розріджених матриць qzMatrix» («qzMatrix»): Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 70465 Україна / С. В. Чопоров, С. І. Гоменюк, А. О. Лісняк; дата реєстрації 15.02.2017.

40. Комп'ютерна програма «Паралельний інтерпретатор мови специфікацій математичних моделей геометричних об'єктів»: Свідоцтво про реєстрацію

авторського права на твір № 82295 Україна / С. В. Чопоров, А. О. Лісняк, О. В. Кудін, М. С. Ігнатченко; дата реєстрації 17.10.2018.

Праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

41. Глушко К. А., Мухін В. В., Чопоров С. В. Автоматизована підсистема побудови трьох характеристик поверхні функції двох змінних // Актуальні проблеми математики та інформатики: збірка тез доповідей III Всеукраїнської наукової конференції молодих дослідників (м. Запоріжжя, 26–27 квітня 2012 р.). Запоріжжя: ЗНУ, 2012. – С. 69.

42. Лісняк А. А., Чопоров С. В. Способы определения областей сгущения вычислительной сетки для моделей на базе теории R-функций // Сучасні проблеми машинобудування: тези доповідей конференції молодих вчених та спеціалістів (м. Харків, 5–8 листопада 2012 р.). Харків: Ротапринт Інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, 2012. – С. 38.

43. Кліценко Г. О., Чопоров С. В. Розробка способу врахування переміщення вузлів скінченно-елементної сітки // Актуальні проблеми математики та інформатики: збірка тез доповідей IV Всеукраїнської наукової конференції молодих дослідників (м. Запоріжжя, 25–26 квітня 2013 р.). Запоріжжя: ЗНУ, 2013. 135 с.

44. Choporov S. Parallel Computing Technologies in the Finite Element Method // High Performance Computing: Proceedings of Third International Conference HPC-UA 2013 (Kyiv, Ukraine, 7–11 October, 2013). Kyiv: National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", 2013. P. 85–91.

45. Кліценко Г. О., Чопоров С. В. Розробка способу врахування тріщин конструкцій в сітці на базі чотирикутників // Актуальні проблеми математики та інформатики: збірка тез доповідей V Всеукраїнської наукової конференції молодих дослідників (м. Запоріжжя, 24–25 квітня 2014 р.). Запоріжжя: ЗНУ, 2014. С. 147.

46. Снежкова Л. С., Чопоров С. В. Дискретні моделі в контактних задачах на базі теорії R-функцій // Актуальні проблеми математики та інформатики: збірка тез доповідей V Всеукраїнської наукової конференції молодих дослідників (м. Запоріжжя, 24–25 квітня 2014 р.). Запоріжжя: ЗНУ, 2014. 147 с.

47. Choporov S. V., Lisnyak A. O., Akimov D. V. Discrete models generation for layered shells of a spacecraft // Aviation in the XXI-st Century. Safety in Aviation and Space Technologies: Proceedings The Sixth World Congress (Kyiv, Ukraine, 23–25 September, 2014). Ukraine, Kyiv: NAU, 2014. V. 1. P. 1.14.45–1.14.48.

48. Оспищев К. С., Чопоров С. В. Моделирование напряженно-деформированного состояния эластомерных конструкций на базе современных информационных технологий // Актуальні програми математики та інформатики: збірка тез доповідей VI Всеукраїнської наукової конференції молодих дослідників (м. Запоріжжя, 23–24 квітня 2015 р.). Запоріжжя: ЗНУ, 2015. С. 89.

49. Снежкова Л. С., Чопоров С. В. Функциональное представление контактного взаимодействия тел // Актуальні програми математики та інформатики: збірка тез доповідей VI Всеукраїнської наукової конференції молодих дослідників (м. Запоріжжя, 23–24 квітня 2015 р.). Запоріжжя: ЗНУ, 2015. С. 90–91.

50. Чопоров С. В. Гибридный подход к представлению геометрических объектов // Сучасні проблеми машинобудування: тези доповідей конференції

молодих вчених та спеціалістів (м. Харків, 21–24 листопада 2016 р.). Харків: Інститут проблем машинобудування ім. А. Н. Підгорного НАН України, 2016. С. 36.

51. Модель напружено-деформованого состояния тонкостенных конструкций ракетной техники с учетом температурных деформаций / В. З. Гришак, С. И. Гоменюк, С. Н. Гребенюк, С. В. Чопоров, Д. В. Акимов // АВИА-2017: матеріали XIII Міжнародної науково-технічної конференції (м. Київ, 19–21 квітня 2017 р.). Київ: Національний авіаційний університет, 2017. С. 7.41–7.45.

52. Чопоров С. В., Акимов Д. В. Использование элементов связи при функциональном подходе к заданию нагрузок в моделях оболочечных конструкций // Інформатика, управління, штучний інтелект: матеріали IV Міжнародної конференції студентів, магістрів та аспірантів (м. Харків, 21–23 листопада 2017 р.). Харків: НТУ «ХП», 2017. С. 105.

53. Buckling Analysis of Circular Sandwich Plates with the Nonlinear Elastic Core Material / O. Kudin, S. Choporov, S. Gomenyuk, V. Gristchak // Mechanika 2018: Proceedings of 23rd international conference at Kaunas University of Technology (Kaunas, Lithuania, 18 May, 2018). Kaunas University of Technology, 2018. P. 92–100.

54. Чопоров С. В. Проекційний підхід до генерації поверхневих сіток при функціональному поданні тіл // Сучасні проблеми механіки та математики: збірник наукових праць (м. Львів, 22–25 травня 2018 р.) / ред. А. М. Самойленка та Р. М. Кушніра. 2018. Т. 1. С. 139–140. URL: www.iapmm.lviv.ua/mpmm2018 (дата звернення: 18.09.2018).

55. Design Patterns for Object-Oriented Scientific Software / S. Choporov, S. Gomenyuk, O. Kudin, A. Lisnyak // CEUR Workshop Proceedings. 2018. Vol. 2105. P. 441–444. [Включено до наукометричної бази Scopus].

АНОТАЦІЯ

Чопоров С. В. Математичне моделювання та аналіз форм об’єктів у САПР машинобудування. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.13.12 – системи автоматизації проектувальних робіт. – Харківський національний університет радіоелектроніки Міністерства освіти і науки України, Харків, 2019.

Дисертацію присвячено вирішенню актуальної науково-технічної проблеми підвищення ефективності проектування об’єктів машинобудування за рахунок збільшення точності математичного моделювання та зменшення часу, необхідного для дослідження їх стану.

Для вирішення зазначеної проблеми запропоновано будувати математичні моделі форм об’єктів у САПР машинобудування на базі функціонального підходу, який заснований на використанні неявних функцій. Водночас розроблено гібридний підхід, який дозволяє поєднувати примітиви, які задані неявними функціями, з примітивами, які задані власними границями (наприклад, поверхнями Безьє).

Розроблено методи, які можна застосовувати для побудови дискретних моделей (включно адаптивні) об’єктів з використанням елементів довільної форми, методи згладжування дискретних моделей форм об’єктів машинобудування.

Розроблено шаблони проектування САПР на базі дискретних моделей форм об'єктів. Запропоновано можливі реалізації розроблених методів у паралельних комп'ютерних системах, а також проблемно-орієнтовану мову для моделювання та аналізу форм об'єктів, їх поведінки з використанням методу скінченних елементів.

Ключові слова: САПР, математична модель, форма об'єкта, дискретна модель, адаптивна дискретна модель, проблемно-орієнтована мова, скінченний елемент.

АННОТАЦИЯ

Чопоров С. В. Математическое моделирование и анализ форм объектов в САПР машиностроения. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.12 – системы автоматизации проектных работ. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники Министерства образования и науки Украины, Харьков, 2019.

Диссертация посвящена решению актуальной научно-технической проблемы повышения эффективности проектирования объектов машиностроения за счет увеличения точности математического моделирования и уменьшения времени, необходимого для исследования их состояния.

Для решения указанной проблемы предложено строить математические модели форм объектов в САПР машиностроения на базе функционального подхода, основанного на использовании неявных функций. Разработан гибридный подход, позволяющий одновременно использовать примитивы, заданные неявными функциями, с примитивами, заданными своими границами (например, поверхностями Безье).

Разработаны методы, которые могут быть применены для построения дискретных моделей (включая адаптивные) с использованием элементов произвольной формы. Также разработаны методы сглаживания дискретных моделей форм объектов машиностроения.

Разработаны шаблоны проектирования САПР на базе дискретных моделей форм объектов. Предложены возможные реализации разработанных методов в параллельных компьютерных системах, а также проблемно-ориентированный язык для моделирования и анализа форм объектов и их поведения с использованием метода конечных элементов.

Ключевые слова: САПР, математическая модель, форма объекта, дискретная модель, адаптивная дискретная модель, проблемно-ориентированный язык, конечный элемент.

ABSTRACT

Choporov S. V. Mathematical Modeling and Analysis of Objects' Geometric Shapes for Computer-Aided Design in Mechanical Engineering. – The manuscript.

A dissertation for the degree of a doctor of technical sciences in the specialty 05.13.12 – Computer-Aided Design System. – Kharkiv National University of Radioelectronics, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2018.

The dissertation is devoted to solving the urgent scientific and technical problem of increasing efficiency of mechanical engineering objects' design by improving an accuracy of mathematical modelling and reducing time of the simulation. In mechanical engineering, a lot of physical models is based on partial differential equations. The finite element method is one the most popular numerical methods for solution of partial differential equations. This method requires the replacement of a continuous domain by a discrete model (meshing). Hence, to solve the problem following steps must be completed: description of a domain using some representation scheme; generation of a discrete model of the domain; performing a numerical simulation of an object's state using the discrete model; generation of an adaptive discrete model, which improves an analysis accuracy.

To achieve the objective of the dissertation, the following tasks must be accomplished: to make a review of the problem development; to develop a hybrid function representation of geometric shapes; to develop a projection method of boundary meshing for function represented objects; to develop a method for boundary meshes smoothing of function represented domains; to improve the local refinement method for boundary meshes; to develop a method for meshing of two- and three-dimensional function represented objects into solid elements; to develop a method of inner node's smoothing; to develop a method for adaptive meshing using solid elements for function represented objects; to develop parallel meshing and finite element analysis techniques; to develop a domain-specific language for formalization of function represented geometric shapes and finite elements analysis problems; to implement developed scientific methods in CAD software.

The objective of the dissertation is the development of efficient methods for solids' geometric shapes simulation in CAD of machinery.

The object of the research is mechanical engineering objects.

The subject of the research is mathematical models of geometric shapes of mechanical engineering objects.

This research uses methods of analytical geometry, mathematical analysis and mathematical modelling: the hybrid function representation of geometric shapes uses the theory of R-functions; the meshing methods employ algorithms of analytical geometry and the binary search method; the methods for nodes smoothing use the coordinate descent and conjugate gradient methods; the adaptive remeshing method employs the finite element analysis; the CAD software uses the object-oriented approach.

In the process of the research, CAD software for mechanical engineering objects' simulation has been developed. Finally, the following new scientific results have been obtained: the hybrid function representation of geometric shapes has been developed; this representation allows to combine implicitly and boundary defined shapes in one model of a domain; the projection method of boundary meshing for function represented objects has been developed; the method for boundary meshes smoothing has been developed; the local refinement method for boundary meshes has been improved; this method unified for both triangular and quadrilateral surface meshes; the method for meshing of two- and three-dimensional function represented objects into solid elements has been developed; the method of inner node's smoothing has been developed; this method employs minimization of an area functional (in 2D) or a volume functional (in 3D); this method allows to remove degenerated elements and to improve a mesh quality; the method for adaptive meshing

using solid elements for function represented objects has been developed; this method uses the finite element method and error estimation to indicate elements for subdivision; the parallel meshing and finite element analysis techniques have been developed; these techniques allow to improve performance of the simulation; the domain-specific language for formalization of function represented geometric shapes and finite elements analysis problems has been developed.

Scientific results obtained in the dissertation is the solution of the scientific and technical problem of increasing efficiency of mechanical engineering objects' design by improving an accuracy of mathematical modelling and reducing time of the simulation. The following scientific and technical effects are possible: improving of the mechanical engineering objects visualization; cost reduction replacing physical experiments by numerical simulations based on discrete models with improved accuracy.

Results of the dissertation have been used in the educational process of the software engineering department of Zaporizhzhia National University in the following courses: «Parallel and Distributed Computing» and «Software for Scientific Researches».

Results of the dissertation also have been used in the researches, which are funded by Ministry of Education and Science of Ukraine and by the Grant of the President of Ukraine for young scientists. Results of the dissertation also have been employed in the researches, which are funded Yuzhnoye State Design Office.

Key words: CAD, mathematical model, geometric shape, discrete model, adaptive discrete model, domain-specific language, finite element.

Підписано до друку 19.02.2019. Формат 60×90/16.
Папір офсетний. Друк цифровий. Гарнітура Times.
Умовн. друк. арк. 1,9. Тираж 100 прим. Зам. № 69.

Запорізький національний університет

69600, м. Запоріжжя, МСП-41
вул. Жуковського, 66

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 5229 від 11.10.2016.