

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

ISSN 1563-0064

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ИНФОРМАТИКА

Научно-технический журнал

Основан в 1997 г.

№ 2(69), апрель – июнь 2015

Выходит 4 раза в год

© Харьковский национальный
университет радиоэлектроники, 2015

Свидетельство о государственной регистрации КВ № 12097-968 ПР 14.12.2006

РИ, 2015, № 2

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

РЯБУХА Ю.Н. ТЕХНОЛОГИЯ БЫСТРОЙ ТРЕХМЕРНОЙ ОБРАБОТКИ ДИНАМИЧЕСКОГО ИНФОРМАЦИОННОГО РЕСУРСА В УСЛОВИЯХ МЕНЯЮЩЕГОСЯ СЕМАНТИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ.....3

СИСТЕМЫ И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

ПАНКРАТОВ А.В. PNI-ФУНКЦИИ ДЛЯ ЭЛЛИПСОВ, АППРОКСИМИРОВАННЫХ ДУГАМИ ОКРУЖНОСТЕЙ.....6

ГИБКИНА Н.В., МАРТЫНЕНКО М.С., СИДОРОВ М.В. ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НАГРЕВОМ ОДНОРОДНОЙ ПЛАСТИНЫ.....10

ЛУХАНИН В.С. ПРО ПОБУДОВУ ДВОСТОРОННІХ НАБЛИЖЕНЬ ДО ДОДАТНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ЕЛІПТИЧНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ З ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОЮ МАЖОРАНТОЮ.....16

КОМПЬЮТЕРНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА

ШКИЛЬ А.С. ПОИСК ОШИБОК ПРОЕКТИРОВАНИЯ В ПОВЕДЕНЧЕСКИХ HDL-МОДЕЛЯХ МЕТОДОМ ОБРАТНОГО ПРОСЛЕЖИВАНИЯ.....19

ХАХАНОВ В.И., ЛИТВИНОВА Е.И., ЗАЙЧЕНКО С.А., ГУРЕЕВ Б.Н., ШЛЯХТУН М.М. КИБЕРФИЗИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ ДЛЯ АНАЛИЗА БОЛЬШИХ ДАННЫХ.....25

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

БОЖИНСКИЙ И.А. МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕГРАЦИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ И РАСПРЕДЕЛЕННЫХ БАЗ ДАННЫХ.....30

ЗУБКО С.І., ШВЕЦЬ Є.Я. РОЗРОБКА ТЕХНОЛОГІЇ І АПАРАТУРИ УПРАВЛІННЯ КОРИГУВАННЯМ ЛЕГУЮЧИХ ДОМІШОК ДЛЯ РЕГУЛЮВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК КОНТАКТУ З ОРГАНІЧНОГО НАПІВПРОВІДНИКА РС СТРУКТУР AL/PCAL/POR-SI/N-SI/ITO І CU/PCCU/ POR-SI/N-SI/ITO.....37

ПОДГОРНЫЙ А.Р., СИДОРОВ М.В., ЯЛОВЕГА И.Г. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ НА ПРИМЕРЕ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА.....45

ЛАМТЮГОВА С.Н. ПРИМЕНЕНИЕ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ К РАСЧЕТУ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ СТАЦИОНАРНЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ.....49

ГРАБОВСЬКА Н.Р., РУСИН Б.П., ІВАНЮК В.Г., КАПШІЙ О.В. ПОХИБКА ТРИВИМІРНОЇ РЕКОНСТРУКЦІЇ ПОВЕРХНІ ТРИЩИНІ ЗА ТРІАДОЮ ЗОБРАЖЕНЬ.....57

РЕФЕРАТИ.....63

CALL FOR PAPER “EAST-WEST DESIGN AND TEST SYMPOSIUM 2015”.....66

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ РУКОПИСЕЙ ДЛЯ АВТОРОВ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ЖУРНАЛА.....67



ТЕХНОЛОГИЯ БЫСТРОЙ ТРЕХМЕРНОЙ ОБРАБОТКИ ДИНАМИЧЕСКОГО ИНФОРМАЦИОННОГО РЕСУРСА В УСЛОВИЯХ МЕНЯЮЩЕГОСЯ СЕМАНТИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ

РЯБУХА Ю.Н.

Показывается, что в сфере мониторинга объектов в кризисных ситуациях значительная роль принадлежит комплексам воздушного видеонаблюдения. Объясняется, что для систем аэромониторинга обеспечение информационной безопасности связано с выполнением требований по категориям доступности и целостности. Обосновывается возникновение проблемных вопросов относительно обеспечения безопасности динамических видеoinформационных потоков. Делается вывод относительно необходимости использования методов с дополнительным учетом межкадровой структурной избыточности в условиях меняющегося семантического содержания для кадров в видеопотоке. Излагаются основные этапы разработки технологии трехмерной обработки динамического видеoinформационного ресурса.

1. Введение

В решении целого комплекса задач в сфере мониторинга объектов в кризисных ситуациях значительная роль принадлежит комплексам воздушного видеонаблюдения [1; 2]. Информация, которая формируется на борту и несет сведения о состоянии объектов управления и на основе которой будут приниматься решения, приобретает статус государственного ресурса. Соответственно на первый план выводятся вопросы обеспечения информационной безопасности. В первую очередь для систем аэромониторинга – это выполнение требований по характеристикам категорий доступности и целостности [3]. При этом важное место занимают методы и технологии обработки видеоданных на бортовых комплексах [4; 5]. Однако возникают проблемные вопросы относительно обеспечения безопасности видеoinформационных потоков, которые формируются с использованием видеокамер переднего обзора. Такая информация образует динамический видеoinформационный ресурс (ДВИР). Поэтому направление, связанное с обеспечением безопасности ДВИР, является актуальной проблемой научно-прикладных исследований.

Эффективным подходом к решению сформулированной проблемы является использование обработки видеопотоков без потери целостности на основе трехмерных структурных методов обработки [6]. В то же время требуется дополнительно учитывать межкадровую структурную избыточность в условиях меняющегося семантического содержания для кадров в видеопотоке. Здесь предлагается использовать метод обработки, изложенный в статье [7]. Однако предложенный метод связан с дополнительными вычислительными затратами на обработку ДВИР. Данная особенность может привести к ограничению эффективности метода обработки в условиях использования бортовой вычислительной аппаратуры. В связи с этим цель исследования заключается в разработке технологии быстрого кодирования ДВИР в условиях меняющегося семантического содержания кадров для бортовых комплексов аэромониторинга кризисных ситуаций.

2. Разработка конвейерной и параллельной схем формирования кода-номера для ТДПЧ

По аналогии со схемой параллельного кодирования ТПЧ получим выражения для распараллеливания процесса формирования кодов-номеров для ТДПЧ [8].

Рассмотрим *первый этап распараллеливания* (распараллеливание по столбцам). Для этого распишем отдельные разряды $R_j^{(n_{стр}, n_c)}$ по формулам:

$$R^{(n_{стб}, n_{стр}, n_c)} = (R_1^{(n_{стр}, n_c)} \times \Delta V_2^{(n_{стр}, n_c)} + R_2^{(n_{стр}, n_c)}) \times \prod_{\eta=3}^{n_{стб}} \Delta V_{\eta}^{(n_{стр}, n_c)} + (R_3^{(n_{стр}, n_c)} \times \Delta V_4^{(n_{стр}, n_c)} + R_4^{(n_{стр}, n_c)}) \times \prod_{\eta=5}^{n_{стб}} \Delta V_{\eta}^{(n_{стр}, n_c)} + \dots + (R_{n_{стб}-1}^{(n_{стр}, n_c)} \times \Delta V_{n_{стб}}^{(n_{стр}, n_c)} + R_{n_{стб}}^{(n_{стр}, n_c)}). \quad (1)$$

Обозначив суммы в скобках как $R_{j, j+1}^{(n_{стр}, n_c)}$, получим

$$R^{(n_{стб}, n_{стр}, n_c)} = (R_{1,2}^{(n_{стр}, n_c)} \prod_{\eta=3}^4 \Delta V_{\eta}^{(n_{стр}, n_c)} + R_{3,4}^{(n_{стр}, n_c)}) \times \prod_{\eta=5}^{n_{стб}} \Delta V_{\eta}^{(n_{стр}, n_c)} + (R_{5,6}^{(n_{стр}, n_c)} \times \prod_{\eta=7}^8 \Delta V_{\eta}^{(n_{стр}, n_c)} + R_{7,8}^{(n_{стр}, n_c)}) \times \prod_{\eta=9}^{n_{стб}} \Delta V_{\eta}^{(n_{стр}, n_c)} + \dots + (R_{j, j+1}^{(n_{стр}, n_c)} \times \prod_{\eta=j+2}^{j+3} \Delta V_{\eta}^{(n_{стр}, n_c)} + R_{j+2, j+3}^{(n_{стр}, n_c)}) \times \prod_{\eta=j+4}^{n_{стб}} \Delta V_{\eta}^{(n_{стр}, n_c)} + \dots + (R_{n_{стб}-1, n_{стб}}^{(n_{стр}, n_c)}). \quad (2)$$

где $R_{j, j+1}^{(n_{стр}, n_c)}$ – попарно-укрупненный по j -му и $j+1$ -му столбцам разряд ТПЧ.

Дальнейшего распараллеливания процесса трехмерной полиадической нумерации можно добиться, если разработать схему параллельного вычисления разрядов $R_j^{(n_{стр}, n_c)}$.

Рассмотрим *второй этап распараллеливания* (распараллеливание по строкам). В этом случае отдельные разряды $R_{ji}^{(n_c)}$ в формуле (2) надо расписать по формулам:

$$R_j^{(n_{стр}, n_c)} = (R_{j1}^{(n_c)} \times \Delta V_{j2}^{(n_c)} + R_{j2}^{(n_c)}) \times \prod_{k=3}^{n_{стб}} V_{jk}^{(n_c)} + (R_{j3}^{(n_c)} \times \Delta V_{j4}^{(n_c)} + R_{j4}^{(n_c)}) \times \prod_{k=5}^{n_{стб}} \Delta V_{jk}^{(n_c)} + \dots + (R_{j, n_{стр}-1}^{(n_c)} \times \Delta V_{j, n_{стр}}^{(n_c)} + R_{j, n_{стр}}^{(n_c)}). \quad (3)$$

По аналогии с предыдущим этапом обозначим сумму в скобках как $R_{ji, i+1}^{(n_c)}$. Тогда выражение (3) на следующем шаге примет вид

$$R_j^{(n_{стр}, n_c)} = (R_{j1,2}^{(n_c)} \times \prod_{k=3}^4 \Delta V_{jk}^{(n_c)} + R_{j3,4}^{(n_c)}) \times \prod_{k=5}^{n_{стб}} \Delta V_{jk}^{(n_c)} + (R_{j5,6}^{(n_c)} \times \prod_{k=7}^8 \Delta V_{jk}^{(n_c)} + R_{j7,8}^{(n_c)}) \times \prod_{k=9}^{n_{стб}} \Delta V_{jk}^{(n_c)} + \dots + (R_{ji, i+1}^{(n_c)} \times \prod_{k=i+2}^{i+3} \Delta V_{jk}^{(n_c)} + R_{ji+2, i+3}^{(n_c)}) \times \prod_{k=i+4}^{n_{стб}} \Delta V_{jk}^{(n_c)} + \dots + (R_{j, n_{стр}-1, n_{стр}}^{(n_c)}), \quad (4)$$

где $R_{ji, i+1}^{(n_c)}$ – попарно-укрупненный по i -й и $i+1$ -й строкам разряд ТПЧ.

Дополнительное распараллеливание процесса формирования кода-номера для параллелепipedной структуры организуется за счет параллельного вычисления кодов-номеров $R_{ji}^{(n_c)}$ ji -х вертикалей.

Рассмотрим *третий этап распараллеливания* (распараллеливание по сечениям). На этом этапе требуется разработать схему параллельного вычисления величин $R_{ji}^{(n_c)}$. Для этого необходимо представить выражение в виде попарного укрупнения смежных разрядов d_{jiz} . Для попарного укрупнения (вычисление диполиадических чисел для вертикалей) разрядов d_{jiz} ТПЧ примет вид

$$R_{ji}^{(n_c)} = (d_{j11} \times s_{j12} + d_{j12}) \times \prod_{\gamma=3}^{n_c} s_{j1\gamma} + (d_{j13} \times s_{j14} + d_{j14}) \times \prod_{\gamma=5}^{n_c} s_{j1\gamma} + \dots + (d_{j1, n_c-1} \times s_{j1n_c} + d_{j1n_c}). \quad (5)$$

По аналогии с предыдущими этапами распараллеливания на следующем шаге формула (5) преобразуется к виду

$$R_{ji}^{(n_c)} = (d_{j11,2} \times \prod_{\gamma=3}^4 s_{j1\gamma} + d_{j13,4}) \times \prod_{\gamma=5}^{n_c} s_{j1\gamma} + (d_{j15,6} \times \prod_{\gamma=7}^8 s_{j1\gamma} + d_{j17,8}) \times \prod_{\gamma=9}^{n_c} s_{j1\gamma} + \dots + (d_{jiz, z+1} \times \prod_{\gamma=z}^{z+1} s_{j1\gamma} + d_{jiz+2, z+3}) \times \prod_{\gamma=z+4}^{n_c} s_{j1\gamma} + \dots + (d_{j1, n_c-1, n_c}), \quad (6)$$

где $d_{jiz, z+1}$ – диполиадическое число, полученное за счет укрупнения разрядов d_{jiz} для z -го и $z+1$ -го сечений.

Обобщенная для трех этапов (по трем направлениям) схема формирования кода-номера R_v выводится на основе выражения

$$R_{\max} = \sum_{z=1}^{n_c} \sum_{i=1}^{n_{стр}} \sum_{j=1}^{n_{стб}} d_{ij}^{(z)} \delta_{ij}^{(z)}, \text{ если } d_{ij}^{(z)} = \Delta a_{ij}^{(z, \max)},$$

где $\delta_{ij}^{(z)}$ – накопленное произведение оснований $S_{ji}^{(z)}$ (основание укрупненного разряда межплоскостного трехмерного дифференциального полиадического числа, образованного для $z-1$ -го сечения по $n_{стб} \times n_{стр}$ разрядов, $n_{стб} - j$ разрядов i -й строки и $n_{стр} - i$ строк по $n_{стб}$ разрядов).

В этом случае распараллеливание достигается за счет одновременного попарного укрупнения разрядов d_{jiz} ТПЧ по всем вертикалям.

Таким образом, получены системы выражений, обеспечивающих распараллеливание процесса трехмерного дифференциального полиадического кодирования данных на следующих этапах.

3. Оценка характеристик процесса сжатия данных разработанным методом

Основными характеристиками процесса сжатия являются количество операций на кодирование, коэффициент сжатия и величина показателя погрешности сжатия. Поскольку для разработанного метода погрешности отсутствуют, то рассмотрим первые две характеристики.

Оценка коэффициента сжатия для разработанного метода кодирования.

В соответствии с формулой (2) максимальное количество разрядов $W_{d, \max}^{(3)}$, отводимых на представление кода-номера R_v параллелепipedной структуры данных, равно

$$W_{d,\max}^{(3)} = \log_2 \left(\prod_{j=1}^{n_{\text{стр}}} \prod_{i=1}^{n_{\text{стр}}} \prod_{z=1}^{n_c} s_{jiz} - 1 \right) + 1. \quad (7)$$

Тогда минимальное значение $k_{d,\min}^{(3)}$ коэффициента сжатия для разработанного метода относительно исходного представления находится по формуле

$$k_{d,\min}^{(3)} = \frac{n_{\text{стр}} n_{\text{стр}} n_c b}{\log_2 \left(\prod_{j=1}^{n_{\text{стр}}} \prod_{i=1}^{n_{\text{стр}}} \prod_{z=1}^{n_c} s_{jiz} - 1 \right) + 1}, \quad (8)$$

где b – количество разрядов, затрачиваемых на представление одного элемента d_{jiz} параллелепипедной структуры.

С учетом формулы (8) дополнительное значение k_d коэффициента сжатия за счет перехода от ТПЧ к ТДПЧ равно

$$k_d = \frac{\log_2 \left(\prod_{j=1}^{n_{\text{стр}}} \prod_{i=1}^{n_{\text{стр}}} \prod_{z=1}^{n_c} \psi_{jiz} - 1 \right) + 1}{\log_2 \left(\prod_{j=1}^{n_{\text{стр}}} \prod_{i=1}^{n_{\text{стр}}} \prod_{z=1}^{n_c} s_{jiz} - 1 \right) + 1}. \quad (9)$$

Из анализа выражения (9) следует, что значение k_d будет тем больше, чем меньше основания ТДПЧ относительно оснований ТПЧ:

$$s_{jiz} < \psi_{jiz}. \quad (10)$$

При этом дополнительное повышение величины k_d достигается за счет выбора минимума из двух значений $R_{\min,v}$, $R_{\max,v}$.

4. Выводы

1. Разработана технология трехмерной обработки ДВИР, базирующаяся на системе выражений, обеспечивающих распараллеливание процесса трехмерного дифференциального структурного кодирования данных на следующих этапах:

– параллельное вычисление кодового значения R_v за счет последовательного попарного укрупнения (получение диполиадиических чисел по столбцам) разрядов $R_j^{(n_{\text{стр}} \cdot n_c)}$ по столбцам;

– параллельное вычисление кодового значения $R_j^{(n_{\text{стр}} \cdot n_c)}$ для j -й строки за счет последовательного

попарного укрупнения (получение диполиадиических чисел по строкам) разрядов $R_{ji}^{(n_c)}$ по строкам;

– распараллеливание для формирования кодового значения $R_{ji}^{(n_c)}$ вертикалей на основе параллельного

попарного укрупнения разрядов d_{jiz} ТДПЧ;

– распараллеливание за счет одновременного попарного укрупнения разрядов d_{jiz} ТДПЧ по всем вертикалям.

2. Экспериментальная оценка степени компактного представления изображений на основе разработанного метода показала, что значения коэффициентов информационной плотности в среднем изменяются в пределах от 3 до 10 раз в зависимости от степени насыщенности их мелкими деталями и от величины изменения семантического содержания между кадрами в последовательности.

Литература: 1. *Лабутина И.А.* Дешифрование аэрокосмических снимков: Учебное пособие. М: Аспект-Пресс, 2004. 184 с. 2. *Кашкин В.Б.* Цифровая обработка аэрокосмических изображений: Конспект лекций. Красноярск : ИПК СФУ. 2008. 121 с. 3. *Горбулін В.П.* Актуальні проблеми системного забезпечення інформаційної безпеки України / В.П. Горбулін, М.М. Биченок, П.М. Копка // Матер. міжнар. наук.-практ. конф. “Форми та методи забезпечення інформаційної безпеки держави”. К.: Національна академія СБ України. 2008. С. 79–85. 4. *Баранник В.В.* Структурно-комбинаторное представление данных в АСУ / В.В. Баранник, Ю.В. Стасев, Н.А. Королева. Х.: ХУПС, 2009. 252 с. 5. *Баранник В.В.* Метод компрессии видеопотока на основе полиадиического кодирования предсказываемых кадров / В.В. Баранник, Ю.Н. Рябуха, Н.А. Харченко // Радиоэлектроника и информатика. № 2. 2013. С. 23 - 28. 6. *Рябуха Ю.Н.* Метод кодирования трехмерных структур данных по вертикально-горизонтальной архитектуре // Сучасна спеціальна техніка. К.: ДНДІ МВС України. 2014. № 1. С. 12 - 21. 7. *Рябуха Ю.Н.* Метод трехмерного дифференциального межкадрового кодирования без потери целостности информационного ресурса // АСУ и приборы автоматики. 2014. № 169. С. 22 - 30. 8. *Рябуха Ю.Н.* Технология трехуровневой параллельной реализации трехмерного кодирования структур видеоданных // АСУ и приборы автоматики. 2013. № 165. С 3 - 7.

Поступила в редколлегию 05.05.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Юдин О.К.

Рябуха Юрий Николаевич, канд. техн. наук, соискатель Харьковского университета Воздушных Сил. Научные интересы: информационно-телекоммуникационные технологии, кодирование, защита и передача информации. Адрес: Украина, 61023, Харьков, ул. Сумская 77/79, тел. 8 050-3038971.



PHI-ФУНКЦИИ ДЛЯ ЭЛЛИПСОВ, АППРОКСИМИРОВАННЫХ ДУГАМИ ОКРУЖНОСТЕЙ

ПАНКРАТОВ А.В.

Рассматривается задача оптимальной упаковки аппроксимированных дунами окружностей эллипсов, допускающих непрерывные вращения. Для аналитического описания основных ограничений размещения предлагаются свободные от радикалов phi-функции, имеющие существенно более простую форму записи и меньшую вычислительную сложность, чем известные аналоги.

Ключевые слова: раскрой и упаковка, эллипсы, аппроксимация, phi-функция.

Key words: cutting and packing, ellipses, approximation, phi-function.

Введение

Задачи упаковки и раскроя, называемые также задачами оптимального размещения [1–2], относятся к классу NP-сложных задач [3] и являются частью теории исследования операций и вычислительной геометрии. Задачи размещения имеют широкий спектр научных и практических применений, в том числе в современной биологии, минералогии, медицине, материаловедении, нанотехнологии, робототехнике, системах распознавания образов, в химической промышленности, машиностроении, строительстве и т.д.

Предметом данного исследования является задача упаковки набора эллипсов \hat{E}_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\} = I_n$ в прямоугольник $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq w\}$ с переменными длиной l и шириной w . Каждый эллипс \hat{E}_i задан парой чисел a_i и b_i – длиной большой и малой полуосей a_i и b_i . Полагаем, что начало собственной системы координат эллипса \hat{E}_i совпадает с его центром симметрии. Положение эллипса \hat{E}_i характеризуется вектором трансляции (x_i, y_i) и углом поворота u_i .

Задача упаковки эллипсов. Необходимо разместить множество эллипсов $\hat{E}_i(x_i, y_i, \theta_i)$, $i \in I_n$, в контейнере Ω так, чтобы площадь $F = l \cdot w$ была минимальной.

1. Исследование состояния проблемы

Обзор публикаций [4–5] по этой тематике дает возможность сделать вывод о том, что только в работе [6] излагается метод решения задачи упаковки истинных эллипсов (без аппроксимаций), допускающих вращения, с использованием современных NLP solvers, доступных в GAMS. В этой статье приводится подробный обзор литературы, посвященный задачам упаковки эллипсов. Для построения условия непересечения неориентированных эллипсов авторы используют идею разделяющей прямой, предложенную ранее в работе [7] для моделирования отношений непересечения кругов и выпуклых многоугольников. В [6] получено глобальное решение для небольшого числа эллипсов ($n \leq 4$). Однако при $n > 14$ авторам не удалось получить допустимого решения. В этой связи авторы предложили эвристический *polyhedral*-алгоритм для размещения большего числа эллипсов ($n \leq 100$) в прямоугольной области.

Подход, основанный на описании отношений непересечения между эллипсами при помощи свободных от радикалов квази-phi-функций, предложен в [8] и реализован в [9]. В результате удалось представить задачу оптимальной упаковки эллипсов в виде задачи нелинейного программирования и получить локально-оптимальные решения при $n \leq 120$, улучшив результаты по времени и значению функции цели для многих примеров ($5 \leq n \leq 100$), приведенных в [6].

Однако подходы, предложенные в [6] и [9], являются довольно ресурсоемкими, причем время решения растет экспоненциально с ростом числа размещаемых эллипсов.

В работах [10, 11] предложено использовать свободные от радикалов phi-функции, приведенные в [12], при моделировании отношений для эллипсов, аппроксимированных дугами окружностей. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что приближенное решение получается за значительно меньшее количество времени, чем требуется для получения точного решения, и при этом незначительно отличается в худшую сторону от точного решения по значению функции цели. Помимо того, что полученное за разумное время достаточно хорошее приближенное решение задачи упаковки эллипсов представляет самостоятельный практический интерес, оно может быть также использовано в качестве допустимой стартовой точки для локальной оптимизации. Комбинированный подход позволяет получать локально-оптимальные решения за меньшее количество времени, чем применение «чистых» методов локальной оптимизации [13].

Для решения задачи упаковки эллипсов в [13] использована универсальная методология, предложенная для задач оптимального размещения двумерных геометрических объектов. В соответствии с указанной методологией размещаемые объекты представляются в виде объединения объектов четырех видов из класса \mathcal{Z} базовых объектов. Всего в класс \mathcal{Z} входят объекты четырех типов – выпуклый многоугольник Q , сегмент круга D , «шапочка» H и «рог» V . В [10]

доказано, что произвольный ограниченный объект, граница которого сформирована отрезками прямых и дугами окружностей, может быть представлен в виде объединения базовых объектов. Для удобства используются также вспомогательный объект круг C (который может быть представлен в виде объединения двух сегментов). Для моделирования неограниченных объектов используется также полуплоскость P . Геометрические отношения между каждой парой объектов описываются посредством зависящей от параметров размещения ϕ -функции, которая представляет собой минимум ϕ -функций для всех пар базовых объектов, формирующих исходные.

Разработанный на основе теории ϕ -функций генератор пространства решений задачи позволяет свести решение произвольной задачи размещения двумерных геометрических объектов к решению последовательности задач нелинейного программирования.

Изложенный универсальный подход прекрасно себя зарекомендовал на решении ряда тестовых задач. Однако платой за универсальность является повышенный расход вычислительных ресурсов. В этой связи остается актуальной разработка специализированных ϕ -функций для имеющих особую практическую значимость классов объектов в целях снижения вычислительных затрат. Разработке ϕ -функций для одного из таких классов объектов, эллипсов и посвящена данная работа.

2. ϕ -функции для аппроксимированных дугами окружностей эллипсов

Пусть имеется эллипс \hat{E} , заданный большой полуосью a и малой полуосью b с переменными параметрами размещения $u = (x, y, \theta)$. Построим на границе эллипса точки v_1, v_2, v_3 и v_4 (рис. 1,а) с координатами

$$v_1 = (-b'r - d, a'r), \quad v_2 = (b'r + d, a'r),$$

$$v_3 = (-b'r - d, -a'r), \quad v_4 = (b'r + d, -a'r),$$

где $r = a - d$, $d = \frac{(a-b)(a+b+\sqrt{a^2+b^2})}{2a}$,

$$a' = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad b' = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Построим внешнюю аппроксимацию эллипса \hat{E} объектом минимальной площади, ограниченным дугами окружностей с вершинами в точках v_1, v_2, v_3, v_4 [13].

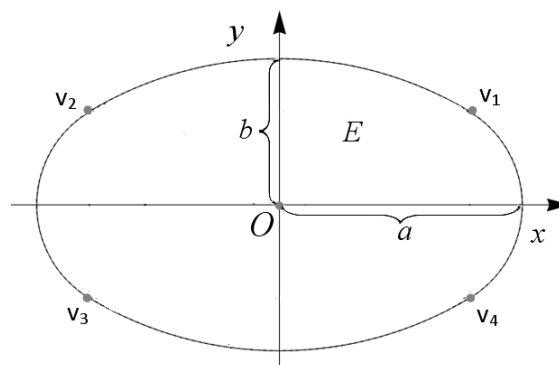
При этом меньшие дуги принадлежат окружностям C_1 и C_2 радиуса $r = a - d$ с центрами в точках $(\mp t, 0)$, а большие – окружностям C_3 и C_4 радиуса $R = b + \frac{a}{b}d$

с центрами в точках $(0, \mp \frac{a}{b}d)$ (рис. 1,б).

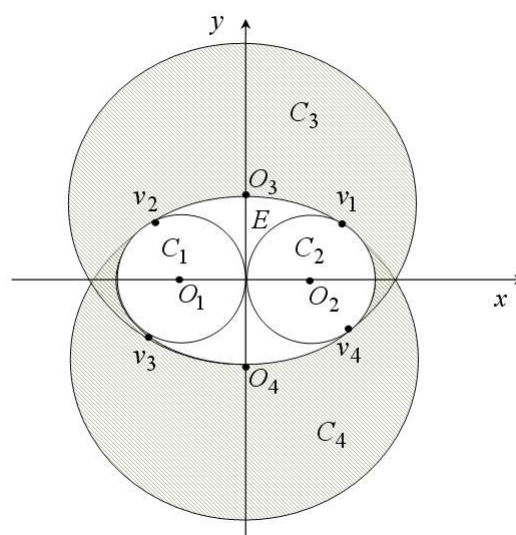
В соответствии с реализованным универсальным подходом к решению задач размещения аппроксимиро-

ванный объект E представляется в виде объединения пяти базовых объектов (рис. 1,в):

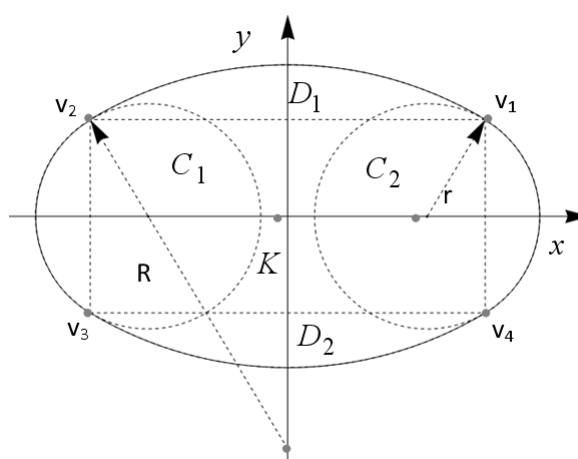
$$E = C_1 \cup C_2 \cup D_1 \cup D_2 \cup K. \quad (1)$$



а



б



в

Рис. 1. Функции для аппроксимированных эллипсов: а – эллипс со вспомогательными точками на границе; б – аппроксимация эллипса дугами; в – представление аппроксимированного эллипса в виде объединения базовых объектов

С учетом (1) ϕ -функция для объекта E и полуплоскости P имеет вид

$$\Phi^{EP} = \min\{\Phi^{C_1P}, \Phi^{C_2P}, \Phi^{D_1P}, \Phi^{D_2P}, \Phi^{K^1P}\}. \quad (2)$$

Функция, используемая для формализации условия принадлежности аппроксимированного эллипса прямоугольному контейнеру, описывается минимумом из четырех функций вида (2).

Для эллипсов E^i и E^j приближенная ϕ -функция определяется в виде

$$\Phi^{E^iE^j} = \min\{\Phi^{C_1^iE^j}, \Phi^{C_2^iE^j}, \Phi^{D_1^iE^j}, \Phi^{D_2^iE^j}, \Phi^{K^iE^j}\}, \quad (3)$$

где $\Phi^{TE^j} = \min\{\Phi^{TC_1^j}, \Phi^{TC_2^j}, \Phi^{TD_1^j}, \Phi^{TD_2^j}, \Phi^{TK^j}\}$,

$$T \in \mathfrak{T} = \{C_1^i, C_2^i, D_1^i, D_2^i, K^i\}.$$

Для дальнейшего использования выражения (2) и (3) необходимо преобразовать к эквивалентному виду

$$\Phi = \max_{i=1, \dots, m} f_i = \max_{i=1, \dots, m} \min_{j=1, \dots, n_i} f_{ij}. \quad (4)$$

Из исследования построенных в настоящее время ϕ -функций и полученных в [11] оценок числа вершин дерева решения задачи размещения следует, что для выражения (2), преобразованного к форме представления (4), $m = 4$, минимальное из n_i равно 8, максимальное – 12, а в выражении вида (4), эквивалентного выражению (3), $m \approx 3.6926650668859E17$, минимальное из n_i равно 62, а максимальное – 124. При этом следует отметить, что большинство из неравенств $f_i \geq 0$ из выражения (4) описывает пустые множества.

Предлагается ϕ -функция объекта E и полуплоскости P в виде максимума трех функций

$$\Phi^{EP} = \max\{\Phi^{LP}, \Phi^{C_3P}, \Phi^{C_4P}\}, \quad (5)$$

где $\Phi^{LP} = \min\{\Phi^{C_1P}, \Phi^{C_2P}, \Phi^{C_{EP}P}\}$, $L = C_1 \cup C_2 \cup C_{EP}$, $E \subset L$, C_1, C_2, C_3 и C_4 – круги, содержащие дуги, C_{EP} – круг радиуса

$$r_p = r + b'd \quad (6)$$

с центром в точке O (рис. 2).

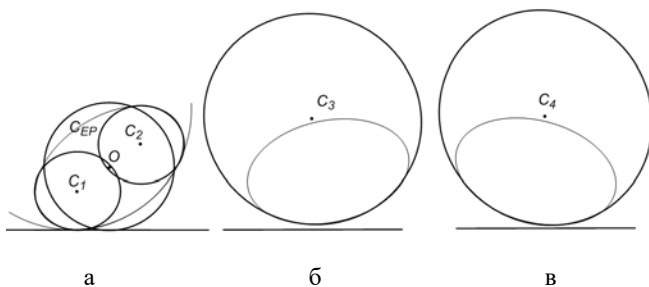


Рис. 2. Варианты взаимного размещения плоскости и эллипса: а – $\Phi^{LP} \geq 0$; б – $\Phi^{C_3P} \geq 0$; в – $\Phi^{C_4P} \geq 0$

Круг C_{EP} по способу построения содержит большие дуги и может касаться линии, ограничивающей полуплоскость P одновременно с одной из точек v_1, v_2, v_3 или v_4 .

Построенная функция (5) имеет вид (4), для нее $m = 3$, $\min_{i=1,2,3} n_i = 1$, $\max_{i=1,2,3} n_i = 3$.

Φ -функция объекта E и круга C радиуса R строится подобным образом (рис. 3):

$$\Phi^{EC} = \max\{\Phi^{MC}, \Phi^{C_3C}, \Phi^{C_4C}\}, \quad (7)$$

где

$$\Phi^{MC} = \min\{\Phi^{C_1C}, \Phi^{C_2C}, \Phi^{C_{EC}C}\}, \quad (8)$$

$M = C_1 \cup C_2 \cup C_{CP}$, $E \subset M$, C_1, C_2, C_3 и C_4 – круги, содержащие дуги (см. рис 1,б), C_{EC} – круг радиуса

$r_r = \sqrt{(R+r_1)(R+2r_p-r_1)+d^2} - R$ с центром в точке O (см. рис. 3), где величина r_p определяется выражением (6). Круг C_{EC} по способу построения содержит

большие дуги и может касаться окружности C одновременно с одной из точек v_1, v_2, v_3 или v_4 . Полученная функция имеет вид (4), при этом $m = 3$, $\min_{i=1,2,3} n_i = 1$, $\max_{i=1,2,3} n_i = 3$.

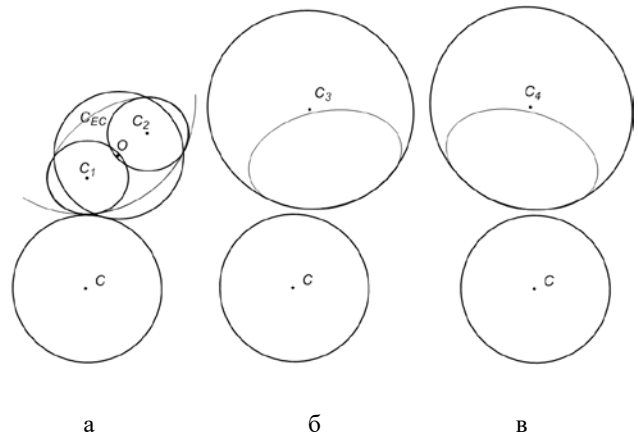


Рис. 3. Варианты взаимного размещения круга и эллипса: а – $\Phi^{MC} \geq 0$; б – $\Phi^{C_3C} \geq 0$; в – $\Phi^{C_4C} \geq 0$

Φ -функцию двух аппроксимированных эллипсов E^i и E^j предлагается строить как максимум из пяти функций (рис. 4):

$$\Phi^{E^iE^j} = \max\{\Phi^{E^iC_3^j}, \Phi^{E^iC_4^j}, \Phi^{C_3^iM^j}, \Phi^{C_4^iM^j}, f^{N^iN^j}\}, \quad (9)$$

где $\Phi^{E^iC_3^j}, \Phi^{E^iC_4^j}$ – функции вида (7); $\Phi^{C_3^iM^j}, \Phi^{C_4^iM^j}$ – функции вида (8),

$$f^{N^iN^j} = \min\{\Phi^{M^iC_1^j}, \Phi^{M^iC_2^j}, \Phi^{M^iC_3^j}, \Phi^{M^iC_4^j}, f^{ij}\}, \quad (10)$$

$\Phi^{M^i C_1^j}, \Phi^{M^i C_2^j}, \Phi^{M^i C_1^i}, \Phi^{M^i C_2^i}$ – функции вида (8), построенные для объектов $M^i (M^j)$ и кругов $C_1^j, C_2^j, (C_1^i, C_2^i)$,

$$d^{ij} = \sqrt{(a_i' d_i - a_j' d_j)^2 + (r_i + b_i' d_i + r_j + b_j' d_j)^2}.$$

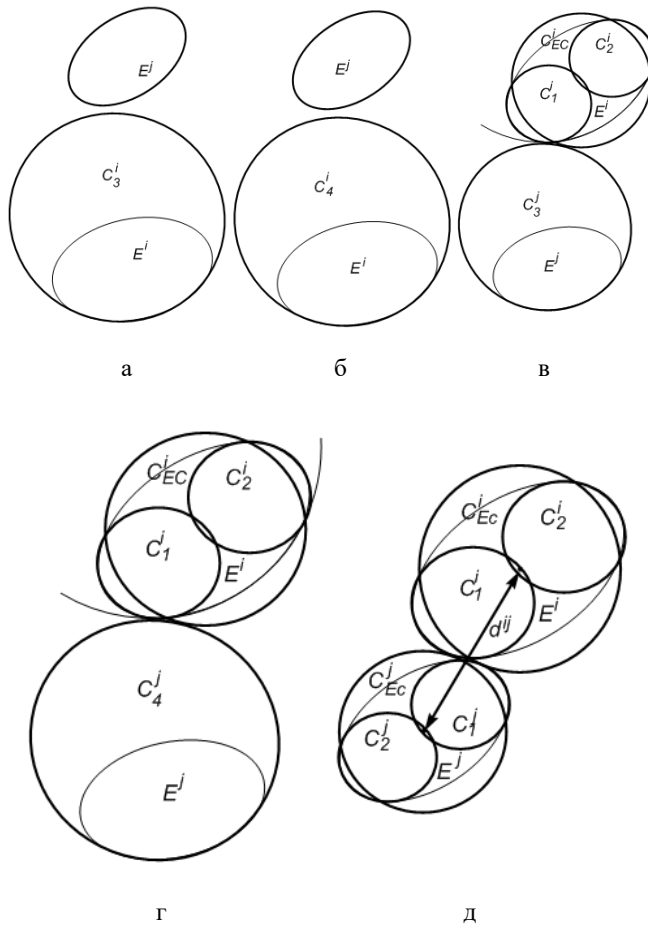


Рис. 4. Варианты взаимного размещения двух эллипсов:
 а – $\Phi^{E^i C_3^j} \geq 0$; б – $\Phi^{E^i C_4^j} \geq 0$; в – $\Phi^{E^i C_3^i} \geq 0$; г – $\Phi^{E^i C_4^i} \geq 0$,
 д – $f^{N^i N^j} \geq 0$

Функция (10) может быть оптимизирована и переписана как

$$f^{N^i N^j} = \min \{ \Phi^{C_1^i C_1^j}, \Phi^{C_1^i C_2^j}, \Phi^{C_2^i C_1^j}, \Phi^{C_2^i C_2^j}, \Phi^{C_1^i C_{Ec}^j}, \Phi^{C_2^i C_{Ec}^j}, \Phi^{C_1^i C_{Ec}^i}, \Phi^{C_2^i C_{Ec}^i}, f^{ij} \}.$$

Функция (9) после преобразования к виду (4) записывается следующим образом:

$$\Phi^{E^i E^j} = \max \{ \Phi^{C_3^i C_3^j}, \Phi^{C_3^i C_4^j}, \Phi^{C_3^i C_3^i}, \Phi^{C_3^i C_4^i}, \Phi^{C_3^i M^j}, \Phi^{C_4^i M^j}, \Phi^{C_3^i M^i}, f^{N^i N^j} \} \quad (11)$$

Соответственно, $m = 3$, $\min_{i=1,2,3} n_i = 1$, $\max_{i=1,2,3} n_i = 9$, причем максимальное значение достигается для единственной функции $f^{N^i N^j}$, для остальных функций количество неравенств под знаком минимума не превышает трех.

Выводы

Предложенный вариант phi-функций для эллипсов, аппроксимированных дугами окружностей, имеет намного более простую форму записи и требует меньших вычислительных затрат, чем вариант phi-функций, формируемый в рамках универсального подхода.

Литература: 1. Wascher G., Hauner H. and Schumann H. An improved typology of cutting and packing problems // European Journal of Operational Research. 2007. Volume 183, Issue 3, 16. P. 1109-1130. 2. Bennell J.A. and Oliveira J. F. The geometry of nesting problems: A tutorial // European J. Operational Research. 2008. 184. P. 397-415. 3. Chazelle B., Edelsbrunner H., Guibas L.J. The complexity of cutting complexes // Discrete & Computational Geometry. 1989. 4(2), P. 139-181. 4. Birgin E.G., Bustamante L.H., Callisaya H.F., Martenez, J.M. Packing circles within ellipses // International transactions in operational research. 2013. № 20. P. 365–389. 5. Xu W.X., Chen H.S., Lv Z. An overlapping detection algorithm for random sequential packing of elliptical particles/ // Physica. 2011. A. 390. P. 245-267. 6. Kallrath J. and Rebennack S. Cutting Ellipses from Area-Minimizing Rectangles. // Journal of Global Optimization. 2013. DOI10.1007/s10898-013-0125-3. 7. Kallrath, J. Cutting Circles and Polygons from Area-Minimizing Rectangles. // Journal of Global Optimization. 2009. 43. P. 299–328. 8. Stojan Ju.G., Pankratov A.V., Romanova T.E., Chernov N.I. Kvazi-phi-funkcii dlja matematicheskogo modelirovanija otnoshenij geometricheskikh ob#ektov // Dopovidi Nacional'noi akademii nauk Ukraini. 2014. №9. P. 49-54. 9. Pankratov A., Romanova T. Subbota I. Optimal'naja upakovka jellipsov s uchetom dopustimyh rasstojanij. // Zhurnal obisljuval'noi ta prikladnoi matmatiki. 2014. 1. P. 129-140. 10. Chernov N, Stoyan Y, Romanova T. Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem // Computational Geometry: Theory and Applications. 2010. 43(5). P. 535-553. 11. Bennell J., Scheithauer G., Stoyan Yu., Romanova T., Pankratov A. Optimal clustering of a pair of irregular objects // Journal of Global Optimisation, March 2015, Volume 61, Issue 3. P. 497-524. 12. Chernov N., Stoyan Y., Romanova T., Pankratov A. Phi-Functions for 2D Objects Formed by Line Segments and Circular Arcs // Advances in Operations Research. 2012. Vol. Article ID 346358. 26 pages. doi:10.1155/2012/346358. 13. Pankratov A.V., Romanova T.E., Subbota I.A. Razrabotka jeffektivnyh algoritmov optimal'noj upakovki jellipsov // Vostochno-Evropejskij zhurnal peredovyh tehnologij. 2014. 5/4(71). P. 28-35.

Поступила в редколлегию 17.05.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Романова Т.Е.

Панкратов Александр Викторович, д-р техн. наук, старший научный сотрудник отдела математического моделирования и оптимального проектирования института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины. Научные интересы: задачи раскроя и упаковки, нелинейная оптимизация, исследование операций. Адрес: Украина, 61046, Харьков, ул. Дм. Пожарского, 2/10, тел. (057)3494777.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НАГРЕВОМ ОДНОРОДНОЙ ПЛАСТИНЫ

ГИБКИНА Н.В., МАРТЫНЕНКО М.С.,
СИДОРОВ М.В.

Рассматривается одна из возможных постановок задач оптимального управления нагревом однородной пластины. Под оптимальным управлением понимается такой режим нагрева сторон пластины, при котором в конечный момент времени в пластине устанавливается температурный режим, наиболее близкий (в смысле среднеквадратической метрики) к желаемому распределению температур.

Введение

Актуальность исследования. Математическое моделирование процессов распространения тепла и диффузии является одной из важнейших задач при описании многих технических и производственных процессов, а также при изучении целого ряда естественнонаучных проблем. Формально эти процессы могут быть описаны дифференциальными уравнениями с частными производными параболического типа, т.е. так называемыми уравнениями теплопроводности. С помощью математических моделей теплопроводности могут быть исследованы процессы нагрева материалов во время их обработки, процессы диффузии, связанные с набуханием, увлажнением, экстрагированием, а также процессы сушки, адсорбции, кристаллизации и комбинированной термической и тепло-диффузионной обработки, в частности обработки полимеров, вулканизации резинотехнических изделий и др. [1, 14]. Эффективная организация технологических процессов, при реализации которых происходит распространение тепла, непосредственно связана с определением наилучших режимов протекания этих процессов. Решение данной задачи направлено на улучшение организации процесса производства, снижение уровня энергетических и материальных затрат, повышение качества выпускаемой продукции. Математически принятие решения о том, какое из возможных управлений является наилучшим, определяется значением функционала специального вида, структура которого зависит от целей управления. В большинстве случаев для описания процессов теплопроводности приходится использовать многомерные модели, что объясняется сложностью и разнообразием реальных объектов и рассматриваемых технологических процессов.

Таким образом, формальное представление разнообразных способов управления процессами распространения тепла, дальнейшее исследование и усовершенствование существующих методов оптимального управления данными процессами, а также разработка новых методов решения этой задачи является актуаль-

ной научной проблемой. Результаты данной работы распространяются на двумерный случай [12].

Задачи оптимального управления процессами распространения тепла решаются в основном с использованием сеточных методов в сочетании с методами оптимизации (например, методы проекции градиента и условного градиента) [3, 4, 8], а также методов, основанных на разложении в ряды Фурье [1, 2, 6].

Обоснование задач оптимального управления, в которых модель системы описывается начально-краевой задачей для параболического уравнения, проведено в [5, 11].

Одной из основных трудностей, связанных с решением задач оптимального управления, является сложность как самой математической модели, так и реализации соответствующих математических методов, что, в свою очередь, приводит к невозможности получения результатов, удобных для дальнейшего практического использования. Глубокие исследования задач оптимального управления процессами теплопереноса в настоящее время стали возможными во многом благодаря применению ЭВМ, которые позволяют численно решать задачи оптимизации и находить приближенные выражения для оптимальных управлений.

Цель и задачи исследования. Целью настоящего исследования является разработка математических методов оптимального управления нагревом сторон однородной пластины для установления в конечный момент времени в ней такого температурного режима, который будет как можно более близким к желаемому распределению температур.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- сформулировать задачу оптимального управления процессом теплопроводности в однородной пластине;
- используя метод Фурье, получить решение задачи теплопроводности в однородной пластине (без внутренних источников тепла) при заданных краевых и начальном условиях;
- выбрать управляющие воздействия в виде отрезка двойного ряда Фурье;
- провести вычислительные эксперименты для разных параметров процесса оптимального управления нагревом нижней стороны однородной пластины в целях установления в конечный момент времени в этой пластине такой температуры, которая будет как можно более близкой к желаемому распределению температур.

1. Постановка задачи

Рассмотрим однородную пластину $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$ (внутренние источники тепла отсутствуют) с заданным температурным режимом на ее сторонах. Через $u = u(x, y, t)$ обозначим температуру пластины в точке

(x, y) в момент времени t . Пусть $\varphi(x, y)$, $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$ – распределение температуры в пластине в начальный момент времени $t = 0$. Требуется так управлять температурой на сторонах пластины при $t \in [0, T)$, чтобы к некоторому моменту времени $T > 0$ распределение температуры в пластине стало как можно более близким к заданному распределению температур $z(x, y)$, $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$.

Процесс распространения тепла в однородной пластине $\bar{\Omega} = [0, a] \times [0, b]$ описывается двумерным уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0 \quad (1)$$

при начальном

$$u|_{t=0} = \varphi(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega} \quad (2)$$

и краевых условиях:

$$u|_{x=0} = v_1(y, t), \quad u|_{x=a} = v_2(y, t), \quad t \geq 0, \quad (3)$$

$$u|_{y=0} = \mu_1(x, t), \quad u|_{y=b} = \mu_2(x, t), \quad t \geq 0, \quad (4)$$

где k^2 , a , b – заданные положительные константы; $\varphi(x, y)$ – заданная функция из $L_2(\Omega)$.

Предполагаем, что выполнено условие согласования:

$$v_1(y, 0) = \varphi(0, y), \quad v_2(y, 0) = \varphi(a, y),$$

$$\mu_1(x, 0) = \varphi(x, 0), \quad \mu_2(x, 0) = \varphi(x, b).$$

Известно [10], что при выполнении этих условий существует единственное классическое решение задачи (1)-(4).

Формальная постановка задачи оптимального управления нагревом однородной пластины в целях выведения её температуры в конечный момент времени на заданный температурный режим заключается в следующем: необходимо минимизировать функционал

$$\begin{aligned} J(\mathbf{v}, \boldsymbol{\mu}) &= \|u(x, y, T; \mathbf{v}, \boldsymbol{\mu}) - z(x, y)\|_{L_2(\Omega)}^2 = \\ &= \iint_{\Omega} (u(x, y, T; \mathbf{v}, \boldsymbol{\mu}) - z(x, y))^2 dx dy \end{aligned} \quad (5)$$

при условии, что $u = u(x, y, t) = u(x, y, t; \mathbf{v}, \boldsymbol{\mu})$ является решением начально-краевой задачи (1)-(4).

Предполагается, что $\mathbf{v} = (v_1(y, t), v_2(y, t))$, $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1(x, t), \mu_2(x, t))$ – управления, принадлежащие множеству

$$M = \{\mathbf{v} \in L_2(Q_T^y) \times L_2(Q_T^y), \boldsymbol{\mu} \in L_2(Q_T^x) \times L_2(Q_T^x),$$

$$v_1^{\min} \leq v_1(y, t) \leq v_1^{\max}, \quad v_2^{\min} \leq v_2(y, t) \leq v_2^{\max}$$

почти всюду на \bar{Q}_T^y ,

$$\mu_1^{\min} \leq \mu_1(x, t) \leq \mu_1^{\max}, \quad \mu_2^{\min} \leq \mu_2(x, t) \leq \mu_2^{\max}$$

почти всюду на \bar{Q}_T^x ,

(6)

где

$$Q_T^x = (0, a) \times (0, T), \quad Q_T^y = (0, b) \times (0, T);$$

$$v_1^{\min} < v_1^{\max}, \quad v_2^{\min} < v_2^{\max}, \quad \mu_1^{\min} < \mu_1^{\max}, \quad \mu_2^{\min} < \mu_2^{\max}.$$

На управления \mathbf{v} , $\boldsymbol{\mu}$ можно накладывать и другие ограничения, аналогичные рассмотренным в [1, 11] для одномерного случая.

Исследование разрешимости задачи (1)-(6) проводится аналогично одномерному случаю, рассмотренному в [4].

2. Построение оптимального управления

На первом этапе необходимо получить решение задачи (1)-(4) методом Фурье. Для этого сделаем замену

$$u(x, y, t) = w(x, y, t) + v(x, y, t), \quad (7)$$

где $v(x, y, t)$ – новая неизвестная функция, а

$$w(x, y, t) =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{(a-x)(b-y)x + xy(b-y) + xy(a-x) + (a-x)(b-y)y} \times \\ &\times [(a-x)(b-y)x\mu_1(x, t) + xy(b-y)v_2(y, t) + \\ &+ xy(a-x)\mu_2(x, t) + (a-x)(b-y)yv_1(y, t)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Функция $w(x, y, t)$ выбрана так, чтобы удовлетворять неоднородным краевым условиям (3), (4).

Тогда функция $v(x, y, t)$ будет решением начально-краевой задачи с однородными краевыми условиями:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = k^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + f(x, y, t), \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (9)$$

$$v|_{t=0} = \psi(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (10)$$

$$v|_{x=0} = 0, \quad v|_{x=a} = 0, \quad t \geq 0, \quad (11)$$

$$v|_{y=0} = 0, \quad v|_{y=b} = 0, \quad t \geq 0, \quad (12)$$

где

$$f(x, y, t) = k^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (13)$$

$$\psi(x, y) = \varphi(x, y) - w(x, y, 0). \quad (14)$$

Собственные значения задачи (9)-(12) есть [7]

$$\lambda_{nm} = \pi^2 \left[\left(\frac{n}{a} \right)^2 + \left(\frac{m}{b} \right)^2 \right], \quad n, m = 1, 2, \dots, \text{ а соответствующие им собственные функции } \Phi_{nm}(x) \text{ имеют вид [7]:}$$

$$\Phi_{nm}(x, y) = \sin \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b}, \quad n, m = 1, 2, \dots$$

Заметим, что $\|\Phi_{nm}\|_{L_2(\Omega)}^2 = \frac{ab}{4}$.

Решение задачи (9)-(12) будем искать в виде ряда:

$$v(x, y, t) = \sum_{n,m=1}^{\infty} T_{nm}(t) \Phi_{nm}(x, y). \quad (15)$$

Подставив ряд (15) в уравнение (9) и начальное условие (10), получим, что функции $T_{nm}(t)$, $n, m = 1, 2, \dots$, являются решением задач Коши

$$T'_{nm}(t) + \lambda_{nm} k^2 T_{nm}(t) = f_{nm}(t),$$

$$T_{nm}(0) = \Psi_{nm},$$

где

$$\Psi_{nm} = \frac{(\Psi, \Phi_{nm})_{L_2(\Omega)}}{\|\Phi_{nm}\|_{L_2(\Omega)}^2}, \quad (16)$$

$$f_{nm}(t) = \frac{(f, \Phi_{nm})_{L_2(\Omega)}}{\|\Phi_{nm}\|_{L_2(\Omega)}^2}, \quad (17)$$

и имеют вид:

$$T_{nm}(t) = \Psi_{nm} e^{-\lambda_{nm} k^2 t} + \int_0^t f_{nm}(\tau) e^{-\lambda_{nm} k^2 (t-\tau)} d\tau, \quad (18)$$

где $n, m = 1, 2, \dots$

С учетом (7), (15) и (18) решение задачи (1)-(4) имеет вид:

$$u(x, y, t) = w(x, y, t) + \sum_{n,m=1}^{\infty} \Psi_{nm} e^{-\lambda_{nm} k^2 t} \Phi_{nm}(x, y) + \sum_{n,m=1}^{\infty} \int_0^t f_{nm}(\tau) e^{-\lambda_{nm} k^2 (t-\tau)} d\tau \cdot \Phi_{nm}(x, y). \quad (19)$$

Для упрощения дальнейших выкладок положим, что $v_1(y, t) = 0$, $v_2(y, t) = 0$, $\mu_2(x, t) = 0$. Тогда процесс нагрева сторон пластины сводится к нагреву только одной из ее сторон (а именно, нижней стороны). При этом функцию $w(x, y, t)$ можно взять в виде:

$$w(x, y, t) = g(x, y) \mu_1(x, t),$$

где $g(x, y) = \frac{(a-x)(b-y)x}{y+(a-x)(b-y)x}$.

Будем считать, что функция $z(x, y)$ удовлетворяет условиям:

$$z(0, y) = z(a, y) = z(x, b) = 0.$$

Аппроксимацию функции $\mu_1(x, t)$ будем искать в виде

$$\mu_1(x, t) = \sum_{j=1}^r q_j Q_j(x, t), \quad (20)$$

где $\{Q_j\}$ – система базисных функций в $L_2(Q_T^x)$.

При этом

$$\psi(x, y) = \varphi(x, y) - \sum_{j=1}^r q_j g(x, y) Q_j(x, 0),$$

$$f(x, y, t) =$$

$$= \sum_{j=1}^r q_j \left[k^2 \Delta (g(x, y) \cdot Q_j(x, t)) - g(x, y) \frac{\partial Q_j(x, t)}{\partial t} \right] =$$

$$= \sum_{j=1}^r q_j \left[k^2 \left(Q_j \Delta g + g \frac{\partial^2 Q_j}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial Q_j}{\partial x} \right) - g \frac{\partial Q_j}{\partial t} \right].$$

Тогда с учетом (16), (17) получим

$$\Psi_{nm} = \varphi_{nm} - \sum_{j=1}^r q_j \Psi_{nm}^{(j)}, \quad n, m = 1, 2, \dots, \quad (21)$$

$$f_{nm}(t) = \sum_{j=1}^r q_j F_{nm}^{(j)}(t), \quad n, m = 1, 2, \dots, \quad (22)$$

где

$$\varphi_{nm} = \frac{4}{ab} \iint_{\Omega} \varphi(x, y) \Phi_{nm}(x, y) dx dy,$$

$$\Psi_{nm}^{(j)} = \iint_{\Omega} g(x, y) Q_j(x, 0) \Phi_{nm}(x, y) dx dy,$$

$$F_{nm}^{(j)}(t) =$$

$$= \frac{4k^2}{ab} \iint_{\Omega} \left(Q_j \Delta g + g \frac{\partial^2 Q_j}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial Q_j}{\partial x} \right) \Phi_{nm}(x, y) dx dy -$$

$$- \frac{4}{ab} \iint_{\Omega} g \frac{\partial Q_j}{\partial t} \Phi_{nm}(x, y) dx dy.$$

Подставив (21)-(22) в (19), получим

$$u(x, y, t) = \sum_{n,m=1}^{\infty} \varphi_{nm} e^{-\lambda_{nm} k^2 t} \Phi_{nm}(x, y) + \sum_{j=1}^r q_j \left[g(x, y) Q_j(x, t) + \right. \quad (23)$$

$$\left. + \sum_{n,m=1}^{\infty} \left(\int_0^t F_{nm}^{(j)}(\tau) e^{\lambda_{nm} k^2 \tau} d\tau - \Psi_{nm}^{(j)} \right) e^{-\lambda_{nm} k^2 t} \Phi_{nm}(x, y) \right].$$

При $t = T$ выражение (23) принимает вид:

$$u(x, y, T) = A(x, y) + \sum_{j=1}^r q_j B_j(x, y), \quad (24)$$

где

$$A(x, y) = \sum_{n,m=1}^{\infty} \varphi_{nm} e^{-\lambda_{nm} k^2 T} \Phi_{nm}(x, y),$$

$$B_j(x, y) = g(x, y) Q_j(x, T) +$$

$$+ \sum_{n,m=1}^{\infty} \left(\int_0^T F_{nm}^{(j)}(\tau) e^{\lambda_{nm} k^2 \tau} d\tau - \Psi_{nm}^{(j)} \right) e^{-\lambda_{nm} k^2 T} \Phi_{nm}(x, y).$$

С учетом выражения (24) задача (5)-(6) оптимального управления нагревом однородной пластины в целях установления в ней в конечный момент времени температуры, как можно более близкой к заданному температурному режиму $z(x, y)$, сводится к задаче оптимизации:

$$J(\mathbf{v}, \boldsymbol{\mu}) = \iint_{\Omega} \left(A(x, y) + \sum_{j=1}^r q_j B_j(x, y) - z(x, y) \right)^2 dx dy =$$

$$= \sum_{j=1}^r q_j^2 \delta_j + \sum_{j=1}^r \sum_{i=j+1}^r q_i q_j \gamma_{ji} + \sum_{j=1}^r q_j \sigma_j + \eta \rightarrow \min_{q_j, j=\overline{1, r}}, \quad (25)$$

где

$$\delta_j = \iint_{\Omega} B_j^2 dx dy, \quad j = \overline{1, r},$$

$$\gamma_{ji} = 2 \iint_{\Omega} B_j B_i dx dy, \quad j = \overline{1, r}, \quad i = \overline{j+1, r},$$

$$\sigma_j = 2 \iint_{\Omega} (A(x, y) - z(x, y)) B_j dx dy, \quad j = \overline{1, r},$$

$$\eta = \iint_{\Omega} (A(x, y) - z(x, y))^2 dx dy.$$

Задачу оптимизации (25) нужно дополнить ограничениями на управление (6) или другими [1, 11].

3. Вычислительный эксперимент

Будем считать, что начальное распределение температур в пластине $\varphi(x, y) = 0$.

Управление $\mu_1(x, t)$ будем искать в виде отрезка двойного ряда Фурье:

$$\mu_1(x, t) = \sum_{i+j=0}^L \left(q_{ij}^{(1)} \cos \frac{\pi i x}{a} \cos \frac{\pi j t}{T} + \right.$$

$$+ q_{ij}^{(2)} \sin \frac{\pi i x}{a} \cos \frac{\pi j t}{T} + q_{ij}^{(3)} \cos \frac{\pi i x}{a} \sin \frac{\pi j t}{T} +$$

$$\left. + q_{ij}^{(4)} \sin \frac{\pi i x}{a} \sin \frac{\pi j t}{T} \right).$$

На управление $\mu_1(x, t)$ накладываются следующие ограничения:

$$\mu_1(0, t) = 0, \quad \mu_1(a, t) = 0,$$

$$\mu_1(x, 0) = 0 \text{ почти всюду на } [0, a],$$

$$0 \leq \mu_1(x, t) \leq 30, \quad t \in (0, a) \times (0, T].$$

Вычислительный эксперимент в задаче оптимального управления (5)-(6) был проведен при следующих значениях параметров: $a = 1, b = 1, T = 1, k = 1$.

Выражение $\mu_1(x, t)$ аппроксимировалось отрезками двойного ряда Фурье при $L = 1, L = 2, L = 3$. При $L = 1$ функция нагрева $\mu_1(x, t)$ строилась в виде:

$$\mu_1(x, t) = \quad (26)$$

$$= q_{00}^{(1)} + q_{01}^{(1)} \cos \pi t + q_{01}^{(3)} \sin \pi t + q_{10}^{(1)} \cos \pi x + q_{10}^{(2)} \sin \pi x,$$

при $L = 2$ – в виде:

$$\mu_1(x, t) = \quad (27)$$

$$= q_{00}^{(1)} + q_{01}^{(1)} \cos \pi t + q_{01}^{(3)} \sin \pi t + q_{10}^{(1)} \cos \pi x + q_{10}^{(2)} \sin \pi x +$$

$$+ q_{02}^{(1)} \cos 2\pi t + q_{02}^{(3)} \sin 2\pi t + q_{20}^{(1)} \cos 2\pi x + q_{20}^{(2)} \sin 2\pi x +$$

$$+ q_{11}^{(1)} \cos \pi x \cos \pi t + q_{11}^{(2)} \sin \pi x \cos \pi t +$$

$$+ q_{11}^{(3)} \cos \pi x \sin \pi t + q_{11}^{(4)} \sin \pi x \sin \pi t,$$

а при $L = 3$ – в виде:

$$\mu_1(x, t) = \quad (28)$$

$$= q_{00}^{(1)} + q_{01}^{(1)} \cos \pi t + q_{01}^{(3)} \sin \pi t + q_{10}^{(1)} \cos \pi x + q_{10}^{(2)} \sin \pi x +$$

$$+ q_{02}^{(1)} \cos 2\pi t + q_{02}^{(3)} \sin 2\pi t + q_{20}^{(1)} \cos 2\pi x + q_{20}^{(2)} \sin 2\pi x +$$

$$+ q_{03}^{(1)} \cos 3\pi t + q_{03}^{(3)} \sin 3\pi t + q_{30}^{(1)} \cos 3\pi x + q_{30}^{(2)} \sin 3\pi x +$$

$$+ q_{11}^{(1)} \cos \pi x \cos \pi t + q_{11}^{(2)} \sin \pi x \cos \pi t +$$

$$+ q_{11}^{(3)} \cos \pi x \sin \pi t + q_{11}^{(4)} \sin \pi x \sin \pi t +$$

$$+ q_{12}^{(1)} \cos \pi x \cos 2\pi t + q_{12}^{(2)} \sin \pi x \cos 2\pi t +$$

$$+ q_{12}^{(3)} \cos \pi x \sin 2\pi t + q_{12}^{(4)} \sin \pi x \sin 2\pi t +$$

$$+ q_{21}^{(1)} \cos 2\pi x \cos \pi t + q_{21}^{(2)} \sin 2\pi x \cos \pi t +$$

$$+ q_{21}^{(3)} \cos 2\pi x \sin \pi t + q_{21}^{(4)} \sin 2\pi x \sin \pi t.$$

Случай 1. Желаемое распределение температур в конечный момент времени $T = 1$ имеет вид: $z(x, y) = xy(1-x)(1-y)$. График функции $z(x, y)$ приведен на рис. 1. Для оптимальной функции нагрева в виде (26) качество оптимизации оценивается значениями

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{C(\bar{\Omega})} = 0,62 \cdot 10^{-1},$$

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{L_2(\Omega)} = 0,33 \cdot 10^{-1},$$

в виде (27) – значениями

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{C(\bar{\Omega})} = 0,51 \cdot 10^{-2},$$

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{L_2(\Omega)} = 0,27 \cdot 10^{-2},$$

а в виде (28) – значениями

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{C(\bar{\Omega})} = 0,16 \cdot 10^{-2},$$

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{L_2(\Omega)} = 0,89 \cdot 10^{-3}.$$

Результат сравнения желаемой и фактической температур в пластине в конечный момент времени $T = 1$ для случая, когда оптимальное управление ищется в виде (27), приведен на рис. 2.

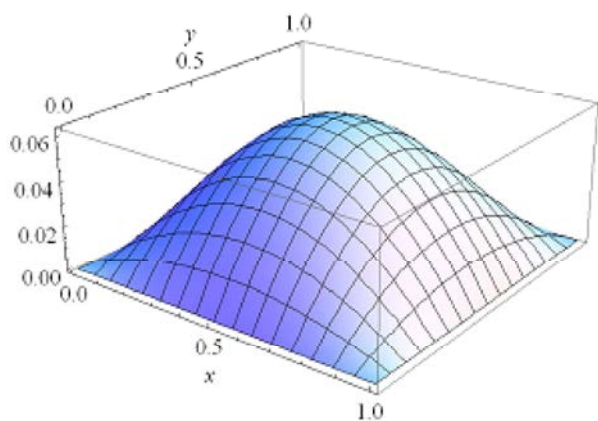


Рис. 1. График функции $z(x, y) = xy(1-x)(1-y)$

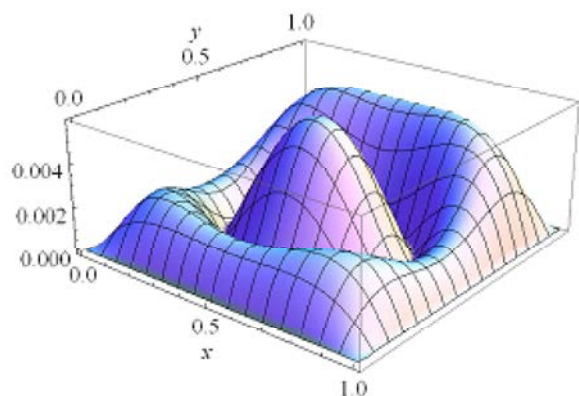


Рис. 2. График разности $|u(x, y, T) - z(x, y)|$

На рис. 3 приведен график оптимального выражения для функции $\mu_1(x, t)$ нагрева нижней стороны пластины вида (27) при $t \in [0, 1]$. Графики этой функции при разных фиксированных значениях t из отрезка $[0, 1]$ приведены на рис. 4.

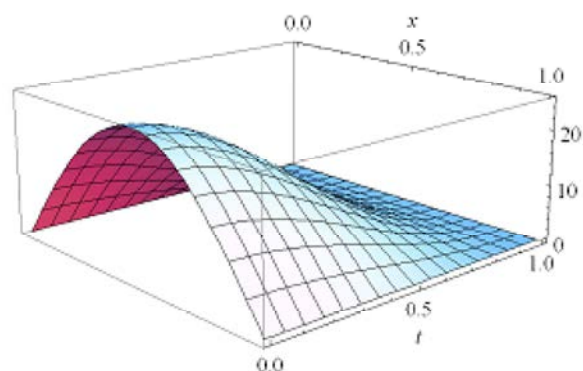


Рис. 3. График функции $\mu_1(x, t)$ оптимального управления нагревом нижней стороны пластины вида (27)

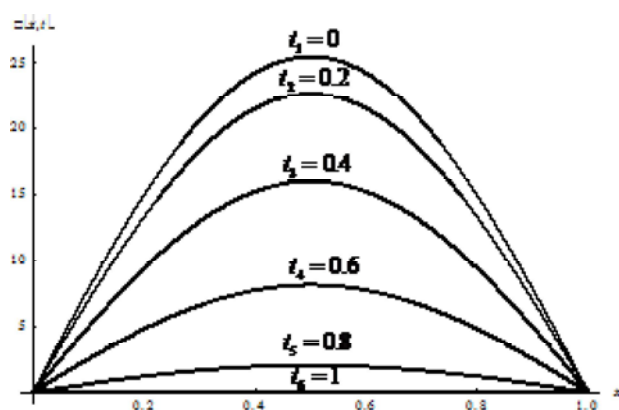


Рис. 4. Графики функций $\mu_1(x, t_k)$ вида (27) в разные моменты времени $t_k \in [0, 1]$

Случай 2. Желаемое распределение температур в конечный момент времени $T = 1$ имеет вид: $z(x, y) = x(1-x)(1-y)$. График функции $z(x, y)$ приведен на рис. 5. Для оптимальной функции нагрева в виде (26) качество оптимизации оценивается значениями

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{C(\bar{\Omega})} = 0,79 \cdot 10^{-1},$$

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{L_2(\Omega)} = 0,42 \cdot 10^{-1},$$

а в виде (27) – значениями

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{C(\bar{\Omega})} = 0,87 \cdot 10^{-2},$$

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{L_2(\Omega)} = 0,58 \cdot 10^{-2},$$

а в виде (28) – значениями

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{C(\bar{\Omega})} = 0,17 \cdot 10^{-2},$$

$$\|u(x, T) - y(x)\|_{L_2(\Omega)} = 0,49 \cdot 10^{-2}.$$

Результат сравнения желаемой и фактической температур в пластине в конечный момент времени $T = 1$ для случая, когда оптимальное управление ищется в виде (27), приведен на рис. 6.

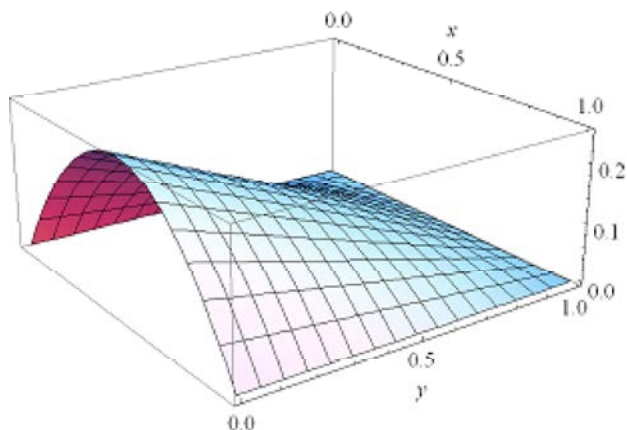


Рис. 5. График функции $z(x, y) = x(1-x)(1-y)$

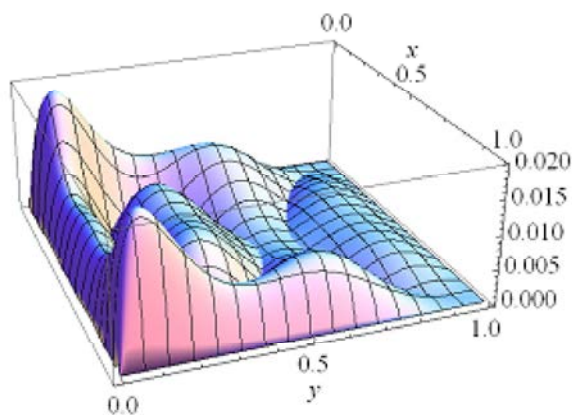


Рис. 6. График разности $|u(x, y, T) - z(x, y)|$

На рис. 7 приведен график оптимального выражения для функции $\mu_1(x, t)$ нагрева нижней стороны пластины вида (27) при $t \in [0, 1]$. Графики этой функции при разных фиксированных значениях t из отрезка $[0, 1]$ приведены на рис. 8.

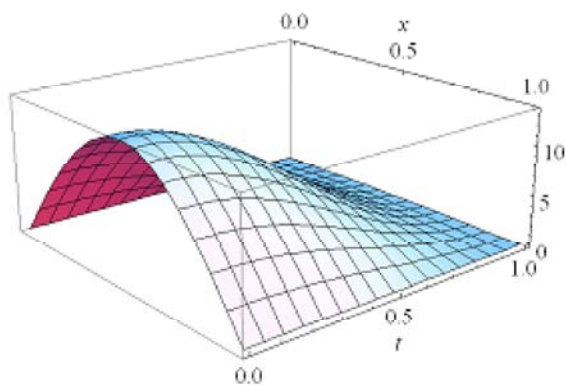


Рис. 7. График функции $\mu_1(x, t)$ оптимального управления нагревом нижней стороны пластины вида (27)

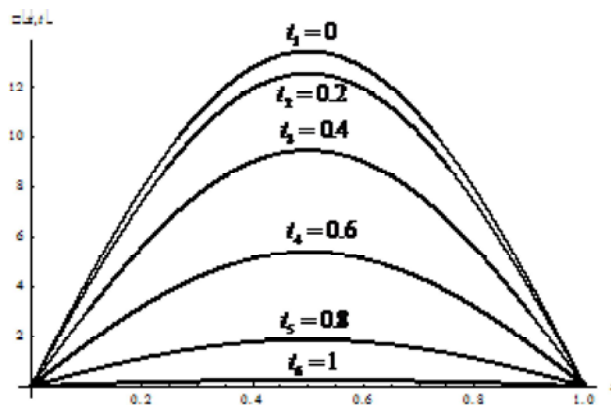


Рис. 8. Графики функций $\mu_1(x, t_k)$ вида (27) в разные моменты времени $t_k \in [0, 1]$

Выводы

Предложен метод оптимального управления нагревом сторон однородной пластины в целях установления в конечный момент времени в ней такого температурного режима, который будет как можно более близким к желаемому распределению температур. В качестве управляющего воздействия рассмотрена температура нижней грани пластины. Управляющую функцию предложено аппроксимировать отрезком двойного ряда Фурье. Проведены вычислительные эксперименты для различных температурных режимов $z(x, y)$ в конечный момент времени T . Результаты вычислительного эксперимента показали, что с увеличением числа слагаемых в аппроксимирующем выражении погрешность уменьшается. Выбор аппроксимирующего выражения для управляющего воздействия определяется техническими возможностями производственного процесса.

Преимуществом предложенного метода оптимального управления является то, что начально-краевая задача теплопроводности решается аналитически и оптимальное управление также ищется в аналитическом виде. Полученные в работе результаты могут быть использованы при расчете оптимальных программ управления температурным режимом в производственных технических процессах, например, [13]. Это и определяет научную новизну и практическую значимость полученных результатов.

Литература: 1. Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1965. 474 с. 2. Бутырин В.И., Фильштинский Л.А. Оптимальное управление температурным полем в стержне при программном изменении зоны управления // Прикладная механика. 1976. Т. 12, №8. С. 115 – 118. 3. Вабищевич П.Н. Вычислительные методы математической физики. Обратные задачи и задачи управления. М.: Вузовская книга, 2009. 268 с. 4. Васильев Ф.П. Методы оптимизации: В 2-х кн. Ч. II. Мн.: МНЦНМО, 2011. 434 с. 5. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972. 416 с. 6. Лисковец О.А. Вариационные

методы решения неустойчивых задач. М.: Наука и техника, 1981. 344 с. 7. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 368 с. 8. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с. 9. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М.: Наука, 2004. 416 с. 10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2004. 798 с. 11. Фурсиков А.В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения. Новосибирск: Научная книга, 1999. 352 с. 12. Гибкина Н.В., Подусов Д.Ю., Сидоров М.В. Оптимальное управление конечным температурным состоянием однородного стержня // Радиоэлектроника и информатика. 2014. №2. С. 9-15. 13. Клопотов В.Д., Нестеренко В.П. Математическое моделирование тепловых процессов в режущем инструменте // Изв. Томского политехнического университета. 2005. Т. 308, № 3. С.125-128. 14. Коновалов В.И., Пахомов А.Н., Гатапова Н.Ц., Колиух А.Н. Методы решения задач тепломассопереноса. Теплопроводность и диффузия в неподвижной среде: учеб. пособие. Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2005. 80 с.

Поступила в редколлегию 20.05.2015

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Колосов А.И.

Гибкина Надежда Валентиновна, канд. техн. наук, доц. каф. прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, оптимальное управление и его приложения, математическая физика, актуарная и финансовая математика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Мартыненко Михаил Сергеевич, студент группы СА-11-1 факультета прикладной математики и менеджмента ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование и оптимальное управление, программирование. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Сидоров Максим Викторович, канд. физ.-мат. наук, доц. каф. прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, математическая физика, теория R-функций и её приложения, стохастический анализ и его приложения. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

УДК519.713

ПРО ПОБУДОВУ ДВОСТОРОННІХ НАБЛИЖЕНЬ ДО ДОДАТНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ЕЛІПТИЧНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ З ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОЮ МАЖОРАНТОЮ

ЛУХАНІН В.С.

Розглядаються питання існування, єдиності та побудови двосторонніх наближень до додатного розв'язку однієї еліптичної крайової задачі з експоненціальною нелінійністю. Описуються умови, яким мають задовольняти параметри, що входять до нелінійності, щоб двосторонні наближення можна було побудувати.

Ключові слова: двосторонні наближення, інваріантний конусний відрізок, додатний розв'язок.

Key words: two-sided approximations, invariant cone segment, positive solution.

Вступ

Разом із зростанням можливостей обчислювальної техніки сьогодні збільшується зацікавленість до процесів, які відбуваються у нелінійних середовищах. Математичними моделями процесів у таких середовищах є нелінійні крайові задачі математичної фізики, оскільки лінійні не зовсім адекватно описують фізичну реальність. Досить часто такі моделі мають вигляд

$$-\Delta u = f(\mathbf{x}, u) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbf{R}^m, \quad u > 0, \quad u|_{\partial\Omega} = 0.$$

Метод двосторонніх наближень належить до ітераційних методів та дозволяє отримати верхню та нижню оцінку розв'язку на кожній ітерації. Ще однією з переваг цього методу у порівнянні з іншими є відносна простота реалізації алгоритму, який в свою чергу вимагає менше обчислювальних ресурсів.

1. Постановка задачі та побудова двосторонніх наближень

Дослідимо можливість побудови двосторонніх наближень до додатного розв'язку еліптичної крайової задачі [1]

$$-\Delta u = \lambda(e^u + e^{\gamma u}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbf{R}^m, \quad (1)$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \lambda > 0, \quad \gamma > 0 \quad (\lambda, \gamma - \text{const}). \quad (2)$$

Відомо [2], що задача (1), (2) у класі неперервних функцій еквівалентна інтегральному рівнянню

$$u(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{u(\mathbf{s})} + e^{\gamma u(\mathbf{s})}) d\mathbf{s},$$

де $G(\mathbf{x}, \mathbf{s})$ – функція Гріна оператора Лапласа для першої крайової задачі в області Ω , $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m)$, $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_m)$.

На конусі K невід'ємних в $C(\Omega)$ функцій введемо в розгляд нелінійне операторне рівняння

$$u = Tu,$$

де

$$Tu = \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{u(\mathbf{s})} + e^{\gamma u(\mathbf{s})}) d\mathbf{s}. \quad (3)$$

Відомо, що конус невід'ємних в $C(\Omega)$ функцій є нормальним, крім того, оскільки

$$f(\mathbf{x}, u) = \lambda (e^{u(\mathbf{x})} + e^{\gamma u(\mathbf{x})}) \quad (4)$$

неперервна за u , оператор T , відображаючи простір $C(\Omega)$ в себе, цілком неперервний [2, 3].

Розглянемо деякі властивості оператора T вигляду (3).

1) Оператор T монотонний, тобто з $u_1 \leq u_2$ випливає, що $Tu_1 \leq Tu_2$. Дійсно,

$$\begin{aligned} Tu_1 - Tu_2 &= \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{u_1(\mathbf{s})} + e^{\gamma u_1(\mathbf{s})}) d\mathbf{s} - \\ &- \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{u_2(\mathbf{s})} + e^{\gamma u_2(\mathbf{s})}) d\mathbf{s} = \\ &= \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{u_1(\mathbf{s})} - e^{u_2(\mathbf{s})} + e^{\gamma u_1(\mathbf{s})} - e^{\gamma u_2(\mathbf{s})}) d\mathbf{s} \leq 0. \end{aligned}$$

2) Для побудови конусного відрізка $\langle v_0, w_0 \rangle$, $v_0 \leq u \leq w_0$, інваріантного для оператора T , в (3) покладемо $u = v_0 = 0$ та складемо елемент

$$\begin{aligned} v_1 = Tv_0 &= \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{v_0} + e^{\gamma v_0}) d\mathbf{s} = \\ &= 2\lambda \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) d\mathbf{s} \geq v_0 = 0. \end{aligned}$$

Тоді будемо елемент

$$v_2 = \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{v_1} + e^{\gamma v_1}) d\mathbf{s} \geq v_1$$

і так далі.

Тепер в (3) покладемо $u = w_0 = \beta$, $\beta = \text{const} \geq 0$ – визначиться в майбутньому, маємо

$$\begin{aligned} w_1 &= \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{w_0} + e^{\gamma w_0}) d\mathbf{s} = \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{\beta} + e^{\gamma \beta}) d\mathbf{s} = \\ &= \lambda (e^{\beta} + e^{\gamma \beta}) \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) d\mathbf{s}. \end{aligned}$$

Підбираємо параметри λ , β та γ так, щоб $w_1 \leq w_0$. Ця вимога приводить нас до умови

$$\max_{\mathbf{x} \in \Omega} \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) d\mathbf{s} \leq \frac{\beta}{\lambda (e^{\beta} + e^{\gamma \beta})}. \quad (5)$$

При цьому

$$\begin{aligned} w_2 &= \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{w_1} + e^{\gamma w_1}) d\mathbf{s} \leq \\ &\leq \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{\beta} + e^{\gamma \beta}) d\mathbf{s} = w_1. \end{aligned}$$

Таким чином, маємо $v_0 \leq v_1 \leq w_1 \leq w_0$, отже, конусний відрізок $\langle v_0, w_0 \rangle$, $v_0 = 0$, $w_0 = \beta$, є інваріантним для оператора T вигляду (3).

3) Дослідимо оператор T на угнутість на $\langle v_0, w_0 \rangle$. Для цього має виконуватися умова $T(tu) \geq tTu \quad \forall t \in [0, 1]$, $u \in \langle v_0, w_0 \rangle$. Складаємо

$$\begin{aligned} T(tu) - tTu &= \\ &= \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{tu} + e^{\gamma tu} - te^u - te^{\gamma u}) d\mathbf{s}, \quad t \in [0, 1]. \quad (6) \end{aligned}$$

Щоб (6) була невід'ємною, треба вимагати виконання умови

$$e^{tu} + e^{\gamma tu} - te^u - te^{\gamma u} \geq 0. \quad (7)$$

Нехай $u = v_0 = 0$, тоді (7) стає умовою $1 - t \geq 0$, яка виконується $\forall t \in [0, 1]$.

Якщо $u = w_0 = \beta$, (7) приймає вигляд

$$e^{\beta t} + e^{\gamma \beta t} - te^{\beta} - te^{\gamma \beta} \geq 0. \quad (8)$$

4) Дослідимо оператор T вигляду (3) на u_0 -угнутість, де

$$u_0 = \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) d\mathbf{s}.$$

Угнутий оператор T називається u_0 -угнутим на $\langle v_0, w_0 \rangle$, якщо для кожного $t_0 \in (0, 1)$ можна вказати таке $\eta = \eta(u, t_0) > 0$, що $T(t_0 u) \geq (1 + \eta)t_0 Tu$ на відрізку, сумірному з u_0 [2] (будь-який елемент вигляду $\text{const} \cdot u_0 \in \langle u_0, w_0 \rangle$ сумірний з u_0 за визначенням).

В [2, с. 283] для перевірки оператора T на u_0 -угнутість пропонується простіша умова

$$f(\mathbf{x}, t\mathbf{u}) - tf(\mathbf{x}, \mathbf{u}) > 0 \quad \forall t \in (0, 1), \quad \mathbf{u} > 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

функція $f(\mathbf{x}, u)$ визначається виразом (4).

Складаємо

$$f(\mathbf{x}, t\mathbf{u}) - tf(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \lambda (e^{t\mathbf{u}} + e^{\gamma t\mathbf{u}} - te^{\mathbf{u}} - te^{\gamma \mathbf{u}}). \quad (9)$$

Щоб (9) була додатною, вимагаємо виконання нерівності $e^{t\mathbf{u}} + e^{\gamma t\mathbf{u}} - te^{\mathbf{u}} - te^{\gamma \mathbf{u}} > 0 \quad \forall t \in (0, 1)$,

$\forall \mathbf{u} \in \langle v_0, w_0 \rangle$, звідки маємо умову

$$e^{t\beta} + e^{\gamma t\beta} - te^{\beta} - te^{\gamma \beta} > 0. \quad (10)$$

Якщо виконується (10), то і (8) буде мати місце. Тому зв'язок між параметрами λ , β і γ визначається умовами (5) і (10).

Із виконання властивостей 1)–4) випливає існування та єдиність додатного розв'язку у задачі (1), (2).

Ітераційний процес для задачі (1), (2) будемо за схемою

$$v_n(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda (e^{v_{n-1}(\mathbf{s})} + e^{\gamma v_{n-1}(\mathbf{s})}) d\mathbf{s}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

$$w_n(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \lambda \left(e^{w_{n-1}(\mathbf{s})} + e^{\gamma w_{n-1}(\mathbf{s})} \right) d\mathbf{s}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

де $v_0 = 0$, $w_0 = \beta$. За умови виконання вимог (5) та (10) маємо рівномірну збіжність до єдиного невід'ємного розв'язку $u^* \in \langle v_0, w_0 \rangle$. При цьому

$$0 = v_0 \leq v_1 \leq \dots \leq v_n \leq \dots \leq u^* \leq \dots \\ \dots \leq w_n \leq \dots \leq w_1 \leq w_0 = \beta.$$

2. Результати обчислювального експерименту

Обчислювальний експеримент проведено в області

$$\Omega = \left\{ (x_1, x_2) \mid x_1^2 + x_2^2 < 1 \right\}$$

при значеннях $\beta = 1$, $\lambda = 0,5$, $\gamma = 0,5$. Такі значення параметрів задовольняють умовам (5) та (10).

В таблиці наведено значення для наближень $v_6(\mathbf{x})$ та $w_6(\mathbf{x})$ в точках області Ω з полярними координатами (ρ_i, φ_j) , де $\rho_i = 0,2i$, $\varphi_j = \frac{\pi j}{10}$, $i = \overline{1,4}$, $j = \overline{1,5}$.

φ		ρ			
		0,2	0,4	0,6	0,8
$\frac{\pi}{10}$	w_6	0,282310	0,246222	0,185364	0,101914
	v_6	0,282278	0,246195	0,185346	0,101905
$\frac{\pi}{5}$	w_6	0,282312	0,246063	0,184971	0,101535
	v_6	0,282279	0,246036	0,184953	0,101526
$\frac{3\pi}{10}$	w_6	0,282314	0,245890	0,184644	0,101131
	v_6	0,282282	0,245863	0,184626	0,101122
$\frac{2\pi}{5}$	w_6	0,282318	0,245961	0,184798	0,101268
	v_6	0,282286	0,245934	0,184780	0,101259
$\frac{\pi}{2}$	w_6	0,282332	0,246972	0,186959	0,103654
	v_6	0,282299	0,246945	0,186940	0,103645

На рис. 1 та 2 представлені поверхні та лінії рівня для наближення $v_6(\mathbf{x})$ відповідно.

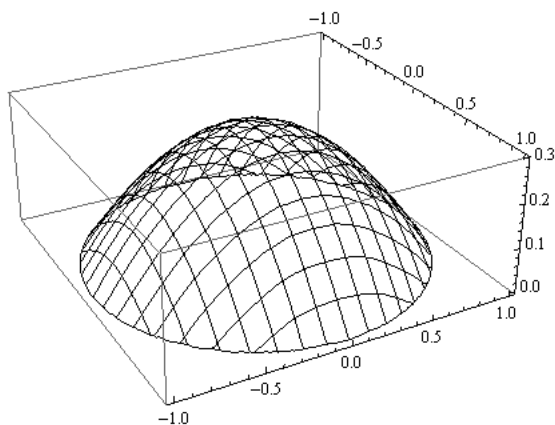


Рис. 1. Поверхня для наближення $v_6(\mathbf{x})$

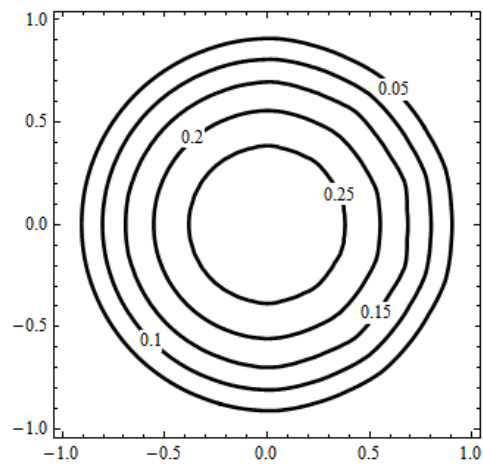


Рис. 2. Лінії рівня для наближення $v_6(\mathbf{x})$

Висновки

Досліджено можливість побудови двосторонніх наближень до додатного розв'язку задачі (1), (2) та отримано умови (5), (10), які гарантують збіжність ітераційного процесу.

Результати роботи можуть бути застосовані при розв'язанні прикладних задач, які описуються моделями у вигляді нелінійних крайових задач із нелінійністю вигляду (4).

Література: 1. *S. Baraket, Ye. Dong. Singular Limit Solutions for Two-Dimensional Elliptic Problems with Exponentially Dominated Nonlinearity // Chinese Annals of Mathematics. Series B. 2001. V. 22, № 3 P. 287–296.* 2. *Красносельский М.А. Положительные решения операторных уравнений. М.: Физматгиз, 1962. 394 с.* 3. *Онойцев В.И. Обобщение теории монотонных и вогнутых операторов // Труды Моск. матем. общества. 1978. Т. 36. С. 237–273.*

Надійшла до редколегії 14.05.2015

Рецензент: д-р фіз.-мат. наук, проф. Колосов А.І.

Луханін Володимир Сергійович, магістр, аспірант кафедри ПМ ХНУРЕ, інженер-програміст в ЕРАМ Systems. Наукові інтереси: розв'язання крайових задач для диференціальних рівнянь у частинних похідних. Хоббі: читання, спорт. Адреса: Україна, 61103, Харків, вул. Космонавтів, 5А, кв. 2, тел. +38(063)643-40-47.

КОМПЬЮТЕРНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА



УДК681.326

ПОИСК ОШИБОК ПРОЕКТИРОВАНИЯ В ПОВЕДЕНЧЕСКИХ HDL-МОДЕЛЯХ МЕТОДОМ ОБРАТНОГО ПРОСЛЕЖИВАНИЯ

ШКИЛЬ А.С.

Предлагается метод поиска ошибок проектирования в HDL-моделях цифровых устройств поведенческого стиля описания. В качестве ошибок проектирования рассматривается замена операндов в арифметических или логических выражениях. Для повышения глубины поиска ошибок проектирования применяется метод обратного прослеживания в эквивалентных схемах функционально-блочного уровня с использованием кубического исчисления. Приводится пример реализации метода для фрагмента VHDL-модели арифметико-логического устройства.

1. Введение и постановка задачи

Основными задачами развития рынка современной микроэлектроники являются снижение стоимости и сокращение времени проектирования, что достигается совершенствованием технического, информационного и программного обеспечения систем автоматизированного проектирования радиоэлектронной аппаратуры (САПР РЭА). Наиболее сложным и затратным этапом в современном цикле проектирования цифровых устройств (ЦУ) является функциональная верификация – процесс обнаружения, локализации и устранения ошибок в системной модели относительно спецификации, на что затрачивается до 70% общего времени проектирования. Основной формой описания проектов цифровых устройств в САПР РЭА являются языки описания аппаратуры – Hardware Description Language (HDL), поэтому объектом верификации есть HDL-код модели ЦУ, написанной на языке описания аппаратуры. Особенный вес приобретает верификация HDL-моделей на ранних стадиях проектирования, что позволяет сократить время проектирования и снизить расходы на создание цифрового изделия в целом. Важной составной частью процесса верификации HDL-моделей является поиск и исправление ошибок проектирования при фиксации несоответствия между результатами моделирования HDL-кода и спецификации на проектируемое устройство, что обусловлено как неточностью спецификации, так и человеческим фактором при написании HDL-кода.

Структура HDL-модели ЦУ зависит от формы и выбранного стиля языкового описания модели. На основании спецификации строится HDL-код модели и для него составляется список ошибок проектирования. Под ошибкой проектирования понимается ошибка в HDL-операторе, не относящаяся к классу синтаксических и нарушающая алгоритм функционирования модели устройства, заданный спецификацией. Далее рассматриваются типы ошибок проектирования: «замена оператора» (логического или арифметического) и «замена операнда» (в операторах назначения или в условных операторах).

Одной из главных задач при поиске ошибок проектирования в HDL-моделях ЦУ является отсутствие эталонной модели. При диагностировании аппаратной реализации ЦУ всегда присутствует схемная или аналитическая (табличная) модель устройства, по которой можно вычислить эталонные реакции в любой точке схемы, или имеется в наличии идеальное работоспособное устройство, эталонные реакции для которого можно получить в ходе физического эксперимента. При диагностировании HDL-модели, как правило, имеется только код, правильность которого должна быть проверена в ходе диагностического эксперимента (ДЭ), и спецификация, по которой данный код составлялся. Проблема получения эталонов при функциональной верификации состоит в том, что спецификация обычно неформальная (нет однозначного соответствия между входными воздействиями и выходными реакциями), является неполной (не все режимы, реализованные HDL-коде, описаны), что часто не позволяет получить эталонные реакции в явном виде.

Модели на языках описания аппаратуры обладают свойством двойственности. С одной стороны, они формально выглядят и ведут себя как коды на языках программирования (наличие формальных языковых конструкций и специализированных сред разработки), с другой – обладают рядом кардинальных отличий, присущих аппаратуре (сигналы, параллелизм, синтезируемость). Отсюда невозможно тестировать и диагностировать такие модели исключительно методами верификации программного обеспечения (ПО) или методами диагностирования аппаратуры. С точки зрения уменьшения размерности задачи диагностирования целесообразно подойти к HDL-коду, как к аппаратуре, и в соответствии с этим строить тесты и проводить ДЭ с использованием процедур аппаратной тестовой диагностики.

В качестве модели объекта диагностирования предлагается использовать графовое представление описания устройства на HDL, которое задается в виде двух графов. Информационный I-граф описывает преобразование данных (подобно операционному автомату в классической композиционной модели с микропрограммным управлением) без учета условных ветвей. I-граф содержит два типа вершин: операнды и функции. Типы операндов: целые числа и беззнаковые векторы.

Типы функций ограничены синтезируемым подмножеством HDL или конструкциями, которые имеют физические эквиваленты в системах синтеза и имплементации в САПР. Управляющий С-граф соответствует цепочке условий, соответствующих рассматриваемому оператору. С-граф содержит условные конструкции (например, case, if...then..., with ... select), взятые из исходного описания ЦУ. С-граф – это структура с двумя типами вершин: условиями и метками. Вершины условий содержат вычисляемые операторы. Вершины меток – конечные, не имеющие входной дуги и содержащие имя метки. Результат моделирования С-графа – набор меток, по которым осуществляются переходы в I-графе. В такой интерпретации С-граф соответствует управляющему автомату [1].

Для декомпозиции исходного I-графа используются контрольные точки (КТ), аналогично наблюдаемым линиям при генерации тестов, которые позволяли «разбить» путь активизации и определить границы подграфов. При этом ошибка проектирования транспортируется на внешний выход каждого подграфа. Особенностью диагностирования HDL-модели является отсутствие эталонного HDL-кода или полной спецификации, поэтому вычислить эталонные значения сигналов во всех КТ без привлечения внешних способов невозможно. Исходя из этого, определяются два типа наблюдаемых точек, используемых при поиске места возникновения ошибки в HDL-коде. КТ первого рода – сигналы (переменные) модели, которые наблюдаются, где эталонные значения известны из спецификации. КТ второго рода – сигналы (переменные) модели, значения в которых наблюдаемы, но до начала ДЭ эти значения неизвестны.

Учитывая, что HDL-операторы, выбранные в качестве функциональных примитивных элементов (ПЭ), не содержат внутри себя ошибок, очевидно, что подача на ПЭ тестов проверки исправности является нецелесообразной. Поэтому смысл тестирования ПЭ состоит не в проверке правильности функционирования, а в идентификации его типа. Таким образом, на примитив необходимо подавать такие тестовые наборы, чтобы после анализа реакций на них можно было идентифицировать тип (функцию) примитива и отличить его от других ПЭ. Такие различающие последовательности (РПС) позволяют найти ошибки, связанные с заменой операторов в HDL-коде. Ошибки в выражениях, как правило, связаны с заменой операндов в арифметических, логических или условных операторах [2].

Целью данного исследования является существенное уменьшение времени проектирования цифровых изделий путем разработки углубленного метода поиска ошибок проектирования в HDL-моделях поведенческого уровня описания в условиях неполной спецификации.

2. Общая стратегия поиска ошибок проектирования в HDL-моделях

Процесс проведения алгоритма диагностирования называют, как правило, диагностическим экспериментом. Диагностический эксперимент над HDL-кодом осуществляется в два этапа. На первом проводится безусловный эксперимент путем подачи на входы модели теста и сравнение последовательностей на внешних выходах с эталонными значениями. Если результат хотя бы на одном выходе не совпадает с эталоном, выполняется второй этап ДЭ – локализация ошибок проектирования.

По результатам проведения первого этапа диагностического эксперимента (подачи теста для определения ошибки проектирования в описании) формируется вектор экспериментальной проверки (ВЭП): $V = (v_1, v_2, \dots, v_m)$, где m – количество контрольных точек первого рода.

ВЭП указывает, на какие выходы влияет модельная или реальная ошибка проектирования. Координаты ВЭП вычисляются:

$$v_i = \begin{cases} 0, & \text{если } S_i^{\text{ЭТ}} = S_i^{\text{ЭКС}}; \\ 1, & \text{если } S_i^{\text{ЭТ}} \neq S_i^{\text{ЭКС}}, \end{cases}$$

где $S_i^{\text{ЭТ}}$ и $S_i^{\text{ЭКС}}$ – результаты эталонной и экспериментальной реакции соответственно в i -й КТ первого рода.

Общую методику диагностирования HDL-модели можно определить такой последовательностью шагов [2]:

- 1) структурная декомпозиция HDL-модели, составление графовой модели на основе I-графа и С-графа, псевдоразрыв обратных связей;
- 2) определение класса ошибок проектирования, составление РПС для них, тестирование модели на основе подачи РПС и сравнение с имеющимися эталонами;
- 3) для небольших фрагментов HDL-кода применение функционального метода поиска ошибок проектирования с применением словарей неисправностей на основе таблиц функций неисправностей;
- 4) сужение области подозреваемых дефектов на основе структурного метода минимизации пространства неисправностей заданного класса для многовыходных моделей;
- 5) применение структурного метода поиска для подграфов с контрольными точками первого рода;
- 6) применение структурно-функционального метода обратного прослеживания для уточнения диагноза в подграфах, ограниченных контрольными точками первого рода.

В спецификациях HDL-моделей реальных цифровых устройств контрольных точек первого рода, в которых известны значения эталонных сигналов до начала верификации HDL-кода, как правило, немного. Поэтому локализация до подграфа с выходной КТ первого рода является недостаточной. Желательно локализацию ошибочных операторов проводить до КТ второго рода, но эталоны, как правило, отсутствуют. Выходом из этого положения является применение в подграфе, где выходом есть КТ первого рода, метода обратного прослеживания, который первоначально был ориентирован на поиск константных неисправностей в цифровых схемах в условиях отсутствия эталонов во внутренних точках. Классический метод обратного прослеживания, который схемотехники называют методом уточнения диагноза, основан на использовании следующих компонентов и условий:

1. Структурно-функциональное модель-устройство с доступными для наблюдения внутренними линиями.
2. Существенность каждого элемента.
3. Тест, который активизирует все пути в схеме.
4. Эталонные реакции на внешнем выходе модели.
5. Наличие в схеме одиночной константной неисправности.

Суть метода состоит в следующем: подается тест на схему с подозреваемой неисправностью и фиксируется реакция на внешнем выходе схемы. Если на внешнем выходе схемы реальное значение не совпадает с эталонным, то выполняется импликация назад с использованием условий существенности до тех пор, пока не исчезнет различие между реальными значениями и эталонными. Последняя из линий схемы, на которой наблюдается несовпадение, признается неисправной. Метод применяется для одновходовых схем в предположении о наличии в них одиночных неисправностей.

Для использования данного метода при уточнении диагноза в классе эквивалентных ошибок проектирования HDL-кода необходима модификация метода. Введем понятие эквивалентной цифровой схемы функционально-блочного уровня, результаты моделирования которой совпадают с результатами моделирования HDL-кода на входных воздействиях из спецификации. Эквивалентная схема в общем случае может быть результатом функционального синтеза, но может и отличаться, поскольку многие синтезаторы значительно оптимизируют HDL-код.

Исходя из этого, принимаются следующие ограничения и предположения.

1. Модель фрагмента HDL-кода есть структурно-функциональная модель эквивалентной схемы, примитивами которой являются предопределенные операторы или логические условия HDL-кода.

2. Класс неисправностей (ошибок проектирования) – замена функционального элемента или изменение логического условия.

3. Все операнды HDL-модели (переменные и сигналы) считаются исправными (правильными). Замена операндов не рассматривается.

4. В качестве тестов используются те, которые построены на основе РПС для каждого функционального элемента и транспортированы до КТ первого рода (внешних выходов схемы).

5. Для HDL-моделей, синтезируемых в последовательностные структуры, цепи сброса и синхронизации считаются исправными. Это достигается путем предварительного инспектирования указанных сигналов и переменных в HDL-коде.

6. Неисправным (ошибочным) признается функциональный элемент, на входах которого при обратном прослеживании наблюдается последнее несовпадение с эталоном.

7. Если несовпадение с эталоном распространяется до внешнего входа, то неисправный элемент лежит на пути обратного прослеживания.

Алгоритм уточнения диагноза имеет следующие пункты.

1. Выполняется моделирование РПС-теста на реальной HDL-модели до внешнего выхода (КТ первого рода).

2. Если на выходе обнаружено несовпадение с эталоном из спецификации, то осуществляется процедура обратного прослеживания.

3. Обратное прослеживание выполняется путем пересечения текущего вектора с условиями существенности обрабатываемого ФЭ до тех пор, пока результат не станет равным \emptyset , или не будут достигнуты внешние входы.

4. Из непустых результатов пересечений формируется подмножество подозреваемых элементов. Если у какого-то из вариантов обратное прослеживание достигло внешних входов, то необходимо провести инспекцию HDL-кода вдоль данного пути обратного прослеживания, начиная от внешних входов в процессе уточнения диагноза. Под инспекцией кода понимается визуальный анализ перечня подозреваемых HDL-операторов в целях обнаружения (искомых) ошибок проектирования (для которых строились РПС-тесты).

Пример применения метода обратного прослеживания в HDL-моделях стиля «поток данных» приведен в [3].

3. Метод обратного прослеживания в поведенческих HDL-моделях

Рассмотрим проведение ДЭ над моделью цифрового устройства на языке VHDL, в результате которого локализован фрагмент VHDL-кода поведенческого стиля описания, внутри которого нет контрольных

точек первого рода, иначе говоря, эталонные значения для внутренних сигналов (переменных) фрагмента кода из спецификации неизвестны. Задан перечень ошибок проектирования (ограничения на перечень), которые могут присутствовать в данном фрагменте кода. Предполагается, что в VHDL-коде присутствует одиночная ошибка проектирования типа «замена операнда в условном выражении» (ошибочная ветвь в условном операторе). Необходимо повысить глубину диагностирования для обнаружения ошибок проектирования в VHDL-коде с точностью до оператора HDL (группы эквивалентных операторов).

Метод уточнения диагноза использует в качестве моделей элементов табличные описания, поэтому при рассмотрении логических операторов внутри процессов в VHDL-коде возникает проблема представления (if, case) в табличном виде. Предлагается при обратном прослеживании указанные операторы представлять не в виде элементов управляющего графа, а в виде табличных представлений мультиплексоров и АЛУ-подобных элементов, независимо от того, как указанные операторы будут синтезироваться.

Для представления внутреннего поведения компонентов в сложных VHDL-моделях служит конструкция process(), которая определяет поведенческий стиль описания модели. Данная конструкция дает возможность использовать условные конструкции и последовательный характер выполнения операторов, что свойственно традиционному языку программирования.

Кроме операторов параллельного назначения сигналов (ПНС) в VHDL-коде поведенческого стиля присутствуют последовательные и условные операторы (if, case), которые представляют особый интерес при выполнении процедуры обратного прослеживания, поскольку в рассматриваемой графовой модели они находятся на стыке I- и C-графов.

Рассмотрим форму и способ построения покрытий существенности условных операторов. Первоначально рассмотрим оператор if:

**If((X1 and X2) or (X3 and X4)) Y<=D1;
else Y<=D2;**

Оператор if(C), реализующий двухвыходовую условную вершину, состоит из логического условия C и двух выполняемых операторов ПНС или присваивания значений переменных. Логическое условие C в операторе if(C) представляет собой уравнение, решение которого в кубической форме представлено на рис. 1.

	X1	X2	X3	X4	C
	0	X	0	X	0
	0	X	X	0	0
	X	0	0	X	0
	X	0	X	0	0
	1	1	X	X	1
	X	X	1	1	1

$C = X1 \cdot X2 \vee X3 \cdot X4$

Рис. 1. Решение уравнения по логическому условию

Таким образом, оператор if(C) может быть представлен моделью мультиплексора с двумя информационными входами, группой управляющих входов и одним (двумя) выходом (два выхода будет в случае, если назначение выполняется для различных сигналов). Эквивалентная схема мультиплексора и покрытие существенности оператора if(C) относительно информационных входов представлены на рис. 2.

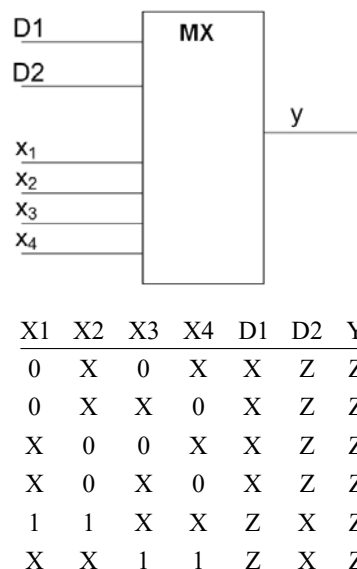


Рис. 2. Модель оператора if() и его покрытие существенности

Кроме оператора if() к условным операторам можно отнести и оператор case(), который реализует многовыходовую условную вершину. Фрагмент VHDL-кода с оператором case() представлен на рис. 3.

```

process( )
variable xxx : in std_logic_vector(2 downto 0);
begin
  case xxx is
    when "000"=> Y<=D1;
    when "001"=> Y<=D2;
    when "010"=> Y<=D3;
    when "011"=> Y<=D4;
    when "100"=> Y<=D5;
    when "101"=> Y<=D6;
    when "110"=> Y<=D7;
    when "111"=> Y<=D8;
  end case; end process;

```

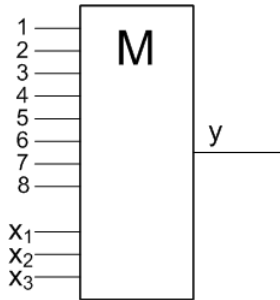
Рис. 3. Фрагмент VHDL-кода с оператором case()

Модель оператора case() в форме мультиплексора и его покрытие существенности представлены на рис. 4.

Покажем пример применения изложенного метода. Рассмотрим фрагмент поведенческого описания АЛУ, спецификация на который представлена в табл. 1, а VHDL-модель показана на рис. 5.

Таблица 1

Reset (R)	Control (C)	Output (Y)
0	X	1
1	0	Y=A & B
1	1	Y=A v B



1	2	3	4	5	6	7	8	X1	X2	X3	Y
Z	X	X	X	X	X	X	X	0	0	0	Z
X	Z	X	X	X	X	X	X	0	0	1	Z
X	X	Z	X	X	X	X	X	0	1	0	Z
X	X	X	Z	X	X	X	X	0	1	1	Z
X	X	X	X	Z	X	X	X	1	0	0	Z
X	X	X	X	X	Z	X	X	1	0	1	Z
X	X	X	X	X	X	Z	X	1	1	0	Z
X	X	X	X	X	X	X	Z	1	1	1	Z

Рис. 4. Модель оператора case() и его покрытие существенности

Entity SCH2 is

Port (R,C,A,B : in bit; Y : out bit);

End;

Architecture BEH2 of SCH2 is

begin

process(R,C,A,B)

begin

if(R = '0')then Y <= '1';

elseif(C = '0') then Y <=A and B;

else Y <=A or B;

end if;

end process; End;

Рис. 5. VHDL-модель фрагмента АЛУ поведенческого стиля описания

Эквивалентная структурно-функциональная модель приведена на рис. 6, что соответствует результатам синтеза рассматриваемого фрагмента VHDL-кода, а покрытие существенности оператора if()-else() в виде мультиплексора 2 на 1 представлено на рис. 7.

Таблица 2

Reset									Y=A & B, Y=A v B								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1

Проверка условных конструкций VHDL-кода состоит в построении РПС-тестов для всех ветвей условных операторов. В табл. 2 приведены РПС-тесты и эталонные реакции для трех ветвей комплексного условного оператора if()-elsif()-else() из VHDL-модели АЛУ на рис. 5. Эталонные реакции получены из спецификации (см. табл. 1).

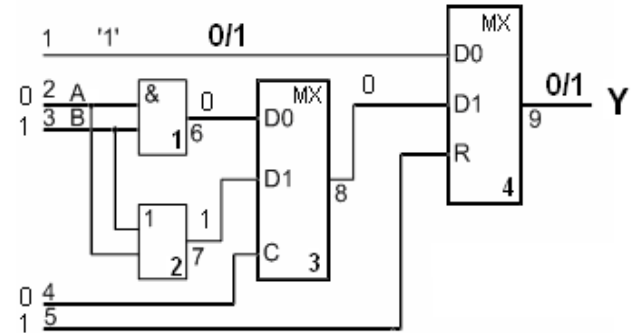


Рис. 6. Эквивалентная схема фрагмента АЛУ для РПС-теста(10010001)

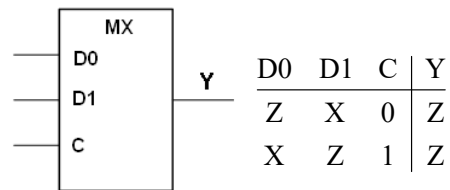


Рис. 7. Покрытие существенности оператора if() -else()

Рассмотрим ошибку проектирования в операторе ПНС логического выражения:

if(R = '0')then Y<='1';

а именно if(R = '0')then Y<='0'.

Результаты моделирования ошибочного VHDL-кода приведены для входного набора РПС-теста 10010 на рис. 8, а, а для набора РПС-теста 10011 – на рис. 8, б. На входном наборе 10010 наблюдается несовпадение с эталоном (в спецификации Y=1, а в результате моделирования получено Y=0).

Результаты обратного прослеживания для теста 10010 приведены в табл. 3.

Таблица 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	0	0	1	0	0	0	0	0	Эталон 1
								z	Линия 9 сущ
x				1				z z	→ ∅
z				0				x z	∩ ≠ ∅
z	0	0	1	0	0	0	0	z	Внешний вход 1

Signal name	Value	20 ns
R	5	0
C	4	1
A	2	0
B	3	0
Y	0	

а

Signal name	Value	20 ns
R	5	1
C	4	1
A	2	0
B	3	0
Y	0	

б

Рис.8. Результат моделирования VHDL-модели с ошибкой `if(R='0')then Y<='0'`

Последняя существенная линия 1 является входом оператора `if(R='0') then Y <= '0'`; что означает – данный оператор и является ошибочным.

Рассмотрим другую ошибку проектирования в условном операторе:

`elsif(C = '0') then Y <=A and B; else Y <=A or B;` а именно замену '0' на '1' в логическом условии : `elsif(C = '1') then Y <=A and B;`

Результаты моделирования ошибочного VHDL-кода приведены для входного набора РПС-теста 10101 на рис. 9, а, а для набора РПС-теста 10111 – на рис. 9,б. На входном наборе 10101 наблюдается несовпадение с эталоном (в спецификации Y=0, а в результате моделирования получено Y=1).

Signal name	Value	20 ns
R	5	1
C	4	0
A	2	0
B	3	1
Y	1	

а

Signal name	Value	20 ns
R	5	1
C	4	1
A	2	0
B	3	1
Y	1	

б

Рис.9. Результат моделирования VHDL-модели с ошибкой `elsif(C = '1') then Y <=A and B`

Результаты обратного прослеживания для теста 10101 приведены в табл. 4.

Несовпадение с эталоном наблюдается вдоль пути 2 – 6 – 8 – 9. Таким образом, подозреваемым является оператор `elsif(C = '1') then Y <=A and B;` а именно, существует наличие ошибки в логическом условии (C = '1') или в операторе ПНС `Y <=A and B;`. Инспекция кода подтверждает ошибку в логическом условии указанного оператора.

Таблица 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	0	1	0	1	0	1	1	1	Эталон 0
								z	Линия 9 сущ
z				0			x	z	→ ∅
x				1			z	z	∩ ≠ ∅
1	0	1	0	1	0	1	z	z	Линия 8 сущ
				0			z	x	z
				1			x	z	z
									→ ∅
1	0	1	0	1	z	1	z	z	Линия 6 сущ
				z	1				∩ ≠ ∅
				1	z				→ ∅
1	z	1	0	1	z	1	z	z	Внешний вход 2

4. Выводы

Научная новизна. Впервые разработан метод «обратного прослеживания», повышающий глубину поиска ошибок проектирования в поведенческих HDL-моделях цифровых устройств, представленных на языке описания аппаратуры VHDL в условиях неполной спецификации путем реализации обратного прослеживания на структурно-функциональной модели фрагмента HDL-кода функционально-блочного уровня с использованием операций кубического исчисления, а также методов логического моделирования.

Практическая значимость. Разработанный метод совместно с [3] позволяет осуществлять локализацию места возникновения ошибки проектирования в VHDL-моделях разных стилей описания до неверного оператора или операнда внутри подграфа, ограниченного контрольными точками первого рода. Данные методы поиска ошибок проектирования в VHDL-коде интегрированы в систему автоматизированного проектирования Active-HDL, что позволяет сократить временные затраты на поиск ошибок проектирования при функциональной верификации проектов ЦУ.

Литература: 1.Шкиль А.С. Структурное и функциональное диагностирование HDL-моделей цифровых устройств в САПР РЭА /А.С. Шкиль, Е.Е. Сыревич, С. Альмадхоун, Г.П. Фастовец // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2013. № 2. С. 75-82. 2.Шкиль А.С. Поиск ошибок проектирования в HDL-моделях цифровых устройств / А.С. Шкиль, Е.Е. Сыревич, С. Альмадхоун // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія: міжнародна науково-практична конф., Вінниця, 19-21 травня 2010. Вінниця, ВНТУ, 2010. С. 377-378. 3.Шкиль А.С. Метод обратного прослеживания для поиска ошибок

проектирования в HDL-коде / *А.С. Шкиль, Е.Е. Сыревич, Д.Е. Кучеренко, С. Альмадхоун* // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. 2009. №2. С. 86-90.

Поступила в редколлегию 11.06.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Кривуля Г.Ф.

УДК004:519.713

КИБЕРФИЗИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ ДЛЯ АНАЛИЗА БОЛЬШИХ ДАННЫХ

ХАХАНОВ В.И., ЛИТВИНОВА Е.И., ЗАЙЧЕНКО С.А., ГУРЕЕВ Б.Н., ШЛЯХТУН М.М.

Предлагается инфраструктура обеспечения параллельного анализа big data для поиска, распознавания и принятия решений на основе использования булеановой метрики измерения киберпространства. Она характеризуется наличием единственной логической хог-операции для определения кибер-расстояния путем циклического замыкания не менее одного объекта, что дает возможность на порядок повысить быстродействие анализа больших данных. Разрабатывается новая структурная модель анализа big data, которая характеризуется использованием облачных сервисов, киберфизических и поисковых систем, параллельных виртуальных мультипроцессоров с минимальным набором векторно-логических операций для точного поиска информации на основе предложенной булеановой метрики и нечисленных критериев качества. Это дает возможность создавать семантическую инфраструктуру «чистого» киберпространства путем компетентностной классификации и метрического упорядочения big data в масштабах киберэкосистемы планеты.

1. Введение

Киберфизическая система призвана сделать активной концепцию big data, рассматривая большие данные во взаимодействии с киберсистемами (облаками) управления, ориентированными на поиск, распознавание и принятие решений. Структурное содержание CPS (рис. 1) – совокупность коммуникационно связанных реальных и виртуальных компонентов с выраженными функциями адекватного физического циф-

Шкиль Александр Сергеевич, канд. техн. наук, доцент кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: логическое моделирование, техническая диагностика компьютерных систем. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, комн. 319.

рового мониторинга и оптимального облачного компьютерного киберуправления для обеспечения качества жизни, продукции, процессов или сервисов в заданных условиях ограничений на время и ресурсы. CPS включает компоненты: Cyber Control, Internet of

Things или Cloud, Security, Intelligence, Big Data and Services, Digital Monitoring, Cyber Managing, Physical Smart Everything, Nature, Social and Tech World. Регуляторные отношения (Relationship) между компонентами CPS формируются законами, уставами предприятий и организаций, морально-этическими правилами поведения внутри социальной группы. Направление движения RoadMap – Harmony of Human, Nature and Tech киберфизической системы человечества можно определить как достижение такого интегрального уровня развития киберфизических компонентов, который обеспечит гармонию жизни человека с природой и техникой (созданным миром – Created World).

Big data – технологическая культура киберпространства, направленная на формирование динамически развивающейся инфраструктуры киберфизической экосистемы планеты путем метрико-семантической структуризации больших потоков (объемов) гетерогенных данных на основе использования интеллектуальных быстродействующих специализированных облачных фильтров параллельного мониторинга и метрического анализа извлекаемой информации для online управления физическими и виртуальными процессами.

Рыночно-привлекательные глобальные проекты сегодня выполняются под эгидой объединения физического и виртуального пространства в единое целое. Киберфизическое пространство (Cyber Physical Space)



Рис. 1. Киберфизическая система управления неприродными процессами

– метрика телекоммуникационного взаимодействия физических, биологических и социальных объектов, процессов и явлений с виртуальными или облачными (компьютерными) технологиями мониторинга и управления на основе использования Internet of Things & Smart Everything для достижения социально значимых целей. Оно призвано интегрировать наиболее перспективные киберфизические технологические решения: 1) Встроенный интерфейс непосредственной связи мозга человека с компьютером и/или киберпространством путем замены последовательных языковых интерфейсов на параллельные образные отношения. 2) Создание искусственного интеллекта для самообучения и самосовершенствования киберфизических структур, программ и процессов. 3) Нановыращивание компьютера путем аддитивного структурирования атомов. 4) Самое интересное решение связано с неотвратимостью естественного отказа человечества от функций управления биологическими, социальными и техническими объектами и процессами в пользу беспристрастных киберфизических систем!

Девять технических лидеров IEEE Computer Society [1] объединили усилия для прогнозирования будущего планеты, в которое включены 23 компьютерные технологии 2022 года. Сформирована кибермода на ближайшие 8 лет: 3D printing, big data and analytics, open intellectual property movement, massively online open courses, security cross-cutting issues, universal memory, 3D integrated circuits, photonics, cloud computing, computational biology and bioinformatics, device and nanotechnology, sustainability, high-performance computing, internet of things, life sciences, machine learning and intelligent systems, natural user interfaces, computer vision and pattern recognition, networking and interconnectivity, quantum computing, software-defined networks, multicore, and robotics for medical care.

2. Основное содержание

Предлагается big data driven киберфизическая система (рис. 2) online управления физическими и/или виртуальными процессами, инвариантными по отношению к сферам человеческой деятельности.

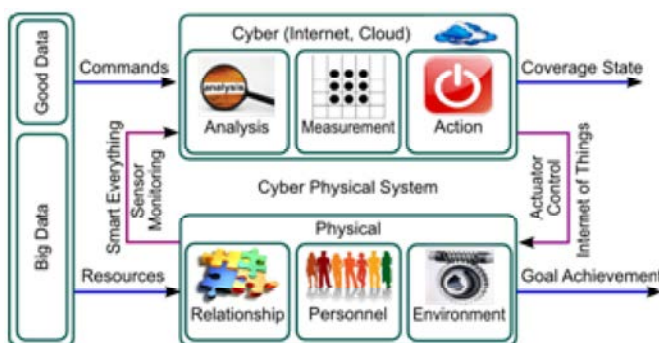


Рис. 2. Киберфизическая система управления процессами

Представленная big data driven киберфизическая система управления физическими процессами имеет инновационные отличия от существующих решений: 1) матричное представление цели, процесса, маршрута движения, компетенций объектов и субъектов; 2) online исполнение всех процессов; 3) использование нецифровой булеан-метрики для структурного и скалярного оценивания процессов и явлений; 4) использование метрического дискретного булевого пространства для идентификации процессов и явлений, применение big data технологической культуры для организации и активного управления киберфизическими процессами; 5) киберсистемное управление процессами на основе жесткого взаимодействия исполнительного и управляющего механизмов, сенсоров и актюаторов.

Взаимодействие интеллектуальных средств (фильтров) управления и big data в рамках киберфизической системы фильтров поиска полезной информации подобно процессу добычи золота из песка с помощью драги, настроенной на выделение тяжелого металла, когда легкие фракции вымываются водой. Следует заметить, что баланс экосистемы не нарушается, а добытое золото остается на планете, только в строго определенном месте. Аналогичные процессы протекают и в киберэкосистеме планеты, когда из хаоса киберпространства тяжелым трудом умных фильтров добывается полезная информация, чтобы ее затем положить в ячейку уже структурированной части киберпространства, которая становится reusable и может быть легко доступна всем желающим. Человечество стремится к порядку и структуризации, но оно также ответственно за мусор и хаос в киберпространстве, объемы которого еще в большей степени подчиняются закону Мура. Каждые 2 года информация удваивается, а к 2020 году ее объем составит 40 зеттабайт. Поэтому процесс упорядочения информации всегда будет отставать от мусоризации киберпространства. Сегодня человечество фильтрует и использует порядка 0,4 процента уже полезной информации. Дальше не будет больше. Это означает, что в ближайшие 100 лет актуальность технологической культуры big data для создания «правильной» инфраструктуры киберпространства будет только возрастать. Прогнозируется, что финансовые и кадровые инвестиции для создания инфраструктуры киберэкосистемы до 2020 года вырастут на 40%. Инвестиции в хранение и защиту информации, Big Data и Cloud Computing будут расти значительно быстрее [2].

Сегодня более 60% компаний делают инвестиции в технологии Big Data, Cloud Services и аналитические продукты, чтобы иметь big data-driven киберуправление кадровыми и материальными ресурсами. Порядка 60% компаний в мире, по оценкам журнала «Форбс», готовы купить программные системы управления ресурсами. Компании замотивированы семью аргументами: продукты взрослеют и умнеют, их становится легко купить, появился удобный пользовательский интерфейс, системы способны интегрировать много-

численные программные средства компании, big data реально позволяет управлять кадрами – путем playing “Moneyball” with their people data, облачные технологии позволяют легко переключаться на новые сервисы управления кадрами, а талант стал навсегда стратегическим товаром и главным вопросом каждого руководителя. Человеческий капитал, по оценке журнала «Форбс», имеет индекс важности для решения проблем компании, организации, государства – 2,44; управление и выполнение операций 2,10; инновации 1,99; остальные 7 имеют индексы: отношения с потребителями 1,72; глобальная политика 1,68; правительственное регулирование 1,55; глобальная экспансия 1,31; корпоративный бренд и репутация 0,92; устойчивость 0,82 и вера в бизнес 0,46. Дуализм управления на основе Big Data и Cloud Services включает: 1) детерминизм – технологии (правильные данные) управляют нами и 2) волюнтаризм – мы управляем технологиями. Оба варианта в своем комплексном развитии приводят рынок облачных технологий управления к детерминизму на основе использования концепции киберфизических систем, где фигурируют огромные массивы данных, не всегда достоверной информации. Но умная аналитика движков по big data пространствам должна научиться формировать правильное решение. Leon Trotsky: “Tell me anyway – maybe I can find the truth by comparing the lies” (Скажи мне, что ты думаешь, в любой форме, а я сумею найти правду сравнением даже ложных высказываний). По данным журнала “Форбс” технология big data сгенерирует в 2015 году 3,7 триллиона прибыли в продуктах и сервисах, что означает появление на рынке 4,4 миллиона новых рабочих мест. Если учесть, что во всех компаниях мира заработная плата составляет 40% доходов, то управление персоналом и ресурсами сегодня есть самая важная проблема бизнеса. Главный вывод из сказанного – человечество настолько гениально и одновременно несовершенно, что оно не может объективно управлять самим собой! Человек гениален в творчестве и бездарен в самоуправлении. Таким образом, мировой рынок безальтернативно приходит к необходимости использования кибероблачного управления ресурсами и кадрами без участия человека, но на основе извлечения правильных данных из киберинформационного «мусора».

Цель рыночного бренда big data – выращивание в киберпространстве культурного слоя инфраструктуры метрико-семантически упорядоченной легко доступной полезной reusable информации за счет разработки виртуальных облачных сервисов на основе параллельных мультипроцессоров, выполняющих роль быстродействующих интеллектуальных фильтров при поиске, распознавании и принятии решений.

Задачи технологической культуры big data:

1) Хранение неструктурированной разнородной информации в надежных распределенных системах, обслуживаемых Nadoor-сервисами.

2) Анализ big data в реальном времени с помощью низкоуровневых параллельных интеллектуальных быстродействующих процессоров среды Map-Reduce, помещенных в облачные сервисы.

3) Создание новых метрик измерения расстояний между процессами и явлениями в киберпространстве для построения быстродействующих метрико-семантических фильтров поиска полезной информации.

4) Разработка инфраструктурных решений для киберпространства в целях компактного хранения и быстрого семантико-метрического извлечения полезной классифицированной информации с помощью облачных сервисов и специализированных процессоров.

5) Создание типового шаблона киберфизической системы управления big data analytics, использующей структуры облачных фильтров для извлечения полезной информации из больших объемов неструктурированных данных в целях получения прибыли путем big data driven управления физическими и виртуальными процессами.

6) Построение масштабируемой киберинформационной системы массовой метрико-семантической переработки в реальном масштабе времени больших объемов данных в полезную структурированную информацию, используемую для управления физическим миром.

7) Разработка big data-driven аналитической киберфизической системы прогнозирования (планирования) и управления неприродными (социальными) процессами и явлениями (катаклизмами) путем точного и исчерпывающего мониторинга общественного мнения для выработки регуляторных информационных управляющих воздействий в целях обеспечения качества жизни социальных групп и устранения конфликтов. Например, при желании власть имущих можно без финансовых и временных затрат устранить все конфликты в Украине путем законодательного учета интересов всех слоев населения во времени и пространстве на основе толерантного объединения исторических, языковых и национальных культур. Курс любой системы власти на пересечение интересов социальных групп, очевидно всем и не только знающим математику, непременно приводит к нарушению целостности и/или гибели государственных образований.

Структура киберинформационной системы (рис. 3) с сигналами мониторинга и управления включает компоненты: 1) «Big data – good data», которые должны стремиться к процентному соотношению 90:10. 2) Облачные сервисы-фильтры, предназначенные для формирования 10 процентов структурированной, легко доступной, полезной и многократно востребованной информации. 3) Материальные и временные ресурсы для трансформирования киберпространства в семантико-метрическую инфраструктуру правильных данных. 4) Метрики классификации и оценивания информационных объектов, необходимые для создания фильтров, анализа big data и синтеза структур

правильных данных. 5) Вектор состояния киберпространства, определяющий фактическое соотношение между «big data и good data» в реальном времени. 6) Цель – достижение высокого уровня правильных данных (Good Data = PureData [5-7]) по отношению к «информационному мусору» – big data и последующее использование уже метрико-семантически-структурированных данных для оптимального управления киберфизическими процессами планеты.

По оценке журнала «Форбс» сегодня 36 процентов компаний вкладывают ресурсы в технологическую культуру big data. Однако только 13 процентов из них занимаются прогнозированием бизнеса в своем сегменте рынка. Тем не менее, уже 16 процентов компаний пытаются использовать добытые из big data правильные данные для управления киберфизическими процессами.

Таким образом, можно сделать вывод, что взамен статистическому анализу данных по частичной представительной выборке приходит точный и полный анализ больших данных по наперед заданной тематике, где экспертная формулировка проблемы есть искусство попадания в цель.

3. Выводы

Существующие программные продукты и публикации не предлагают ассоциативно-логических технологий поиска, распознавания и принятия решений в дискретном информационном пространстве [4], состоящем из big data. Практически все они используют универсальную систему команд современного дорогостоящего процессора с математическим сопроцессором. В то же время, аппаратные специализированные средства логического анализа, являющиеся их прототипами [3], как правило, ориентированы на побитовую или не векторную обработку информации.

1. Новая киберинформационная модель анализа big data, использующая средства облачных сервисов, киберфизические системы, параллельные виртуальные мультипроцессоры с минимальным набором векторно-логических операций для точного поиска информации на основе предложенной булевой метрики и векторно-логических критериев качества, дает возможность постепенной классификации и упорядо-

чения хаотических данных big data в масштабах киберэкосистемы планеты.

2. Практическая значимость предложенных моделей заключается в необходимости реструктуризации киберпространства путем замены концепции аморфных big data на семантически классифицируемую информационную инфраструктуру полезных данных, предназначенных для управления киберфизическими процессами. В связи с этим предложены направления формирования технологической культуры big data для постепенного повышения уровня полезной информации от 0,4 до 10% путем компетентностной реструктуризации киберпространства больших данных.

3. Направления будущих исследований - проектирование big data driven cyber physical systems, которые ориентированы на постоянную метрико-семантическую реструктуризацию киберпространства в целях удобного извлечения знаний, 2) также на преобразование социальных отношений неприродного мира путем передачи управления от человека к облачным сервисам.

Литература: 1. Hasan Alkhatib, Paolo Faraboschi, Eitan Frachtenberg, Hironori Kasahara, Danny Lange, Phil Laplante, Arif Merchant, Dejan Milojicic, Karsten Schwan. IEEE CS 2022 Report. IEEE Computer Society. 2014. 163 p. 2. [http://www.tssonline.ru/articles2/fix-corp/rost-obemainformatsii—realii-tsifrovoy-vselennoy#sthash.rpNOdQLF.dpuf] 3. Бондаренко М.Ф., Хаханов В.И., Литвинова Е.И. Структура логического ассоциативного мультипроцессора // Автоматика и телемеханика. 2012. № 10. С. 71-92. 4. Vladimir Hahanov, Wajeb Gharibi, Kudin A.P., Ivan Hahanov, Ngene Christopher (Nigeria), Tiekura Yeve (Cote d'Ivoire), Daria Krulevska, Anastasya Yerchenko, Alexander Mishchenko, Dmitry Shcherbin, Aleksey Priymak. Cyber Physical Social Systems – Future of Ukraine // Proceedings of 12th IEEE EWDT Symposium, Kiev, Ukraine, September 26-29. 2014. P. 67-81. 5. Han Hu, Yonggang Wen, Tat-Seng Chua, Xuelong LiP. Toward Scalable Systems for Big Data Analytics: A Technology Tutorial. IEEE Explore: 2014. ISSN: 2169-3536. P. 652 – 687. 6. Fadi H. Gebara, H. Peter Hofstee, and Kevin J. Nowka, IBM Research–Austin. Second-Generation Big Data Systems. IEEE Computer magazine. 2015, January. P. 36-41. 7. PureData System for Analytics: http://www-01.ibm.com/common/ssi/cgi-bin/ssialias?subtype=SP&infotype=PM&appname=SWGE_WA_

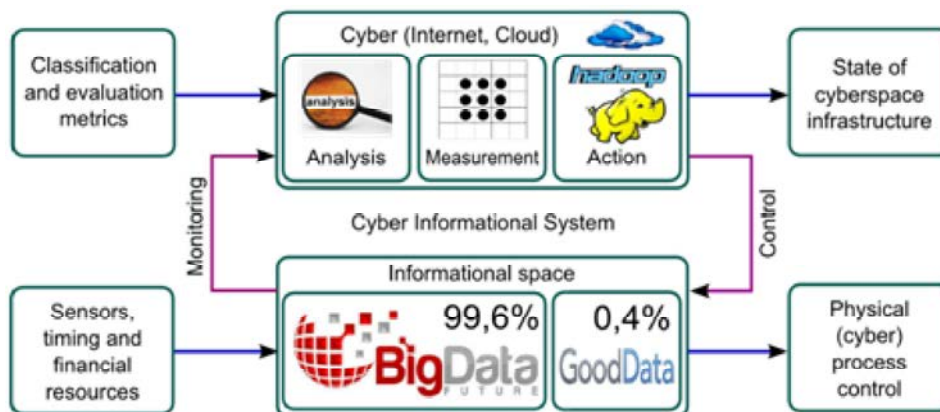


Рис. 3. Киберинформационная система трансформирования big data

UZ_USEN&htmlfid=WAS12385USEN&attachment=WAS12385USEN.PDF#loaded

Поступила в редколлегию 21.04.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Харченко В.С.

Хаханов Владимир Иванович, декан факультета КИУ ХНУРЭ, д-р техн. наук, профессор кафедры АПВТ ХНУРЭ, IEEE Senior Member, IEEE Computer Society Golden Core Member. Научные интересы: техническая диагностика цифровых систем, сетей и программных продуктов. Увлечения: баскетбол, футбол, горные лыжи. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. +380 57 70-21-326. E-mail: hahanov@kture.kharkov.ua.

Литвинова Евгения Ивановна, д-р техн. наук, профессор кафедры АПВТ ХНУРЭ, зам. декана факультета КИУ ХНУРЭ, IEEE Member. Научные интересы: техническая диагностика цифровых систем, сетей и программных продуктов. Увлечения: музыка. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. +3805770-21-326. E-mail: kiu@kture.kharkov.ua.

Зайченко Сергей Александрович, канд. техн. наук, доцент кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: автоматизированное проектирование и верификация цифровых систем. Увлечения: технологии онлайн-образования. Адрес: Украина, 61045, Харьков, ул. Космическая, 23а, тел. (057)-760-47-25.

Гуреев Богдан Николаевич, магистрант факультета КИУ ХНУРЭ, инженер-программист ООО “Алдек-КТС” (Харьков). Научные интересы: автоматизированное проектирование и верификация цифровых систем. Адрес: Украина, 61045, Харьков, ул. Космическая 23а, тел. (057)-760-47-25.

Шляхтун Максим Михайлович, магистрант факультета КИУ ХНУРЭ, инженер-программист ООО “Алдек-КТС” (г. Харьков). Научные интересы: автоматизированное проектирование и верификация цифровых систем. Адрес: Украина, 61045, Харьков, ул. Космическая 23а, тел. (057)-760-47-25.



МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕГРАЦИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ И РАСПРЕДЕЛЕННЫХ БАЗ ДАнных

БОЖИНСКИЙ И.А.

Интеграция информационных ресурсов на уровне единого информационного пространства (ЕИП) - стратегическое направление в области управления информацией. Показывается, что современное состояние интеграционных технологий, моделей и методов решения поставленной проблемы в настоящее время не позволяет эффективно решать множество практических задач из-за функциональной ограниченности существующих подходов.

Ключевые слова: информационная система, интеграция данных, модель данных, предметная область, формальные системы.

Введение

Разработка и внедрение независимых систем автоматизации деятельности организации приводят к несогласованности и семантической неоднородности данных в различных подсистемах. Для эффективного управления современной организацией требуется интегрированная информационная система (ИС), позволяющая работать со всем объемом накопленной в организации информацией.

Задачу интеграции корпоративных приложений (Enterprise Application Integration – EAI) можно разделить на два класса: интеграция данных и интеграция приложений. Интеграция на уровне данных является предпочтительным способом построения ИС, она не достаточна в тех случаях, когда логика приложения неотделима от самих данных. Примером такого подхода является система управления предприятием R/3 производства фирмы SAP, которая использует базу данных как хранилище «двоичных» объектов в собственном формате. Поскольку в этом случае точная структура и содержимое таблиц неизвестны, то интеграция на уровне системы управления базами данных (СУБД), даже в режиме «только чтение», невозможна.

Архитектура интегрирующей среды должна поддерживать такие модели интеграции, при которых зависимость между подсистемами минимальна. В данном случае под зависимостью понимается не только необходимость использования для интеграции структур

данных и технических решений, присущих какой-либо конкретной подсистеме, но и сам факт их существования (подсистема может получать необходимую информацию, не зная ее источника).

Следует отметить, что выбор того или иного метода интеграции существенно зависит от специфики интегрируемых приложений и доступных технических ресурсов. Основными моделями интеграции являются: передача сообщений, физическая интеграция данных (хранилища данных, репликация данных), логическая интеграция данных, мониторы транзакций и серверы приложений, автоматизация производственных бизнес-процессов.

Выбор того или иного сценария интеграции, помимо функциональных требований прикладной системы, зависит от таких факторов: качество и актуальность данных, доступность исходного кода прикладных подсистем, качество технической документации, интенсивность работы с подсистемой, особенности сетевого доступа и другие технические характеристики.

Целью исследования является разработка методов и моделей интеграции распределенных баз данных.

Концепции построения единого информационного пространства

К настоящему времени вследствие ускоренного развития информационных технологий (ИТ) уже накоплены и продолжают расти значительные объемы данных, манипулирование которыми в силу гетерогенного характера и, зачастую, слабой структурированности, представляет собой существенную проблему. В условиях общественно-экономической глобализации, а также роста зависимости уровня развития общества от степени совершенства ИТ для адекватного функционирования информационных систем и комплексов требуется разработка принципиально новых концептуально-методологических подходов к их проектированию и реализации.

В этой связи создание концептуально-методологических основ, математических моделей и программных средств, интегрирующих поддержку ИС на всем протяжении их жизненного цикла, непосредственно связано с производственно-экономической эффективностью современных информационно-программных комплексов. Изложенные обстоятельства приводят к необходимости построения комплексной концепции интегрированного проектирования, реализации и сопровождения ИС, с динамическим обеспечением целостности и оперативной реакции ИС в гетерогенной среде вычислений [3].

Основные принципы формирования и применения метаданных как средства определения семантики изложены в ряде работ [4-6]. В частности, схема Захмана для организации метаданных предусматривает формирование их состава по определенным принципам, таким как: субъект данных, временные показа-

тели, местонахождение и применение данных, назначение данных и способ их использования.

Под информационным пространством будем понимать совокупность баз данных (БД), технологий их сопровождения и поддержки, телекоммуникационных систем, обеспечивающих взаимодействие локальных ИС и удовлетворение их информационных потребностей.

Доступ к такой информации усложнен в связи с различиями в способах ее хранения, вплоть до того, что каждая база данных Oracle, электронная таблица Excel или Web-сайт требуют специальных программ для извлечения данных. Таким образом, «границы» между источниками данных не только сдерживают использование информации для анализа, но и увеличивают расходы, связанные с процессом создания запросов и транзакций, пересекающих эти «границы».

Объединение данных становится высшим приоритетом для ИТ менеджеров компании, так как процесс принятия решений продолжает требовать доступ ко все большему объему новых данных. Большинство этих данных поступает в неудобной и слабоструктурированной форме: начиная с огромного количества страниц Excel, заканчивая отчетами в файлах формата PDF и Web-страницах. Количество информации, которую необходимо собрать, растет постоянно, так как новые аспекты для анализа и новые данные о поступлениях на рынок в некоторых отраслях появляются каждую минуту.

Объединение ресурсов на основе информационно-коммуникационного взаимодействия информационных систем выводит их на уровень корпоративных информационных ресурсов, получивших название – Единое Информационное Пространство (ЕИП). Реализация ЕИП масштаба региона, корпорации, предприятия возможна при создании и последующем соблюдении стандарта на взаимодействие между собой как информационных систем, так и отдельных приложений.

ЕИП включает в себя понятие единого пространства данных (ЕПД), которое реализует технологию доступа к удаленным БД, при этом ИС выступают в роли клиента и сервера, взаимодействуя друг с другом по сценарию.

В отличие от рассмотренных технологий взаимосвязи компонент ИС, в концепции ЕИП предусматривается, что в роли информационных ресурсов ИС выступают не только данные, но и различные приложения. Тогда в каждой из ИС часть методов обработки данных реализуется в виде модулей в приложении, доступных из других ИС. Например, при взаимодействии двух ИС первая пользуется сервисами, предоставляемыми второй, и как результат получает уже обработанные данные, которые могут быть подвергнуты дальнейшей обработке компонентами первой ИС. Такой подход соответствует распределенной, одноранговой

архитектуре взаимодействия ИС. Согласно этой архитектуре, любые приложения из различных ИС могут выступать как в роли клиента, так и в роли сервера по отношению друг к другу, совместно решая те или иные задачи. Такой подход минимизирует дублирование приложений. Распределение приложений по различным информационным системам позволяет добиться оптимального баланса загрузки приложений и аппаратных средств и, следовательно, приводит к эффективному использованию информационных ресурсов систем в целом. При этом необходимость знания схемы БД необходимо только тому приложению, которое обрабатывает данные из этой БД [7].

Методологические основы интеграции данных

Одной из компонент любой ИС является система БД. Технология БД относится к числу основных компьютерных технологий и представляет собой совокупность методов и средств определения и манипулирования интегрированными в базу данными [8]. Важной целью применения технологии БД является создание разделяемого между функционально связанными приложениями информационного ресурса с обеспечением независимости внешнего, логического представления БД от способов ее внутренней, физической организации. Для достижения поставленной цели технология БД использует соответствующий набор технологических инструментов.

Современное представление технологии БД определяется тем, что в ее основу положено применение реляционной модели данных (РМД), базирующейся на строгом аппарате реляционной алгебры и математической логики. Технологические операции определения и манипулирования БД выполняются с использованием систем реляционного исчисления. Реляционный подход в целом рассматривается в качестве идеологии создания баз данных и баз знаний [9].

С одной стороны, широкое применение РМД позволило разрешить одну из серьезных проблем достижения модельной однородности БД, создаваемых в средах различных СУБД, поскольку практически все современные СУБД используют модели, приводимые к реляционной. С другой стороны, опора на реляционную модель существенно ограничивает возможности определения данных в БД и тем самым предопределяет соответствующие границы применения всей технологии БД.

Такой подход, безусловно, оправдан при проектировании БД в тех случаях, когда администратор БД владеет схемой соответствия множества данных в РМД множеству данных о реальном мире. С другой стороны, интеграционные тенденции, характерные для современного этапа развития компьютеризированных технологий, формируют проблему построения интегрированных распределенных баз данных (ИРБД), для которых обеспечение схемной однородности на основе РМД в силу целого ряда причин оказывается недостаточным. Это означает, что при определении и построении ИРБД реляционный подход должен при-

меняться с учетом классической схемы проектирования БД, согласно которой необходимо знать, каким образом был выполнен полный цикл этапов моделирования заданной предметной областью (ПрО) в виде реляционных схем, интегрируемых БД. Очевидно, что расширение границ применения реляционного подхода при этом позволит рассматривать схемы БД с учетом возможности их будущей интеграции в ИРБД.

В процессе разработки и эксплуатации ИС часто возникает необходимость интеграции данных из различных источников. Сценарии интеграции могут быть разными, но можно выделить такие типичные задачи:

- согласование метамodelей;
- интерпретация моделей данных;
- сопоставление классификаторов, справочников и доменов;
- объединение информации.

Если согласование метамodelей в настоящее время, как правило, не вызывает принципиальных трудностей (используются реляционные), то решению остальных задач зачастую препятствуют такие проблемы, как:

- концептуальные отличия моделей данных, используемых в разных источниках в пределах одной ПрО;
- частично или полностью перекрывающиеся по области применения, но плохо совместимые классификаторы, справочники и домены.

Интеграцию с точки зрения программной поддержки можно разделить на три вида:

- процедурный;
- декларативный;
- смешанный, или процедурно-декларативный.

Процедурный подход предполагает жесткое кодирование процедур интеграции, основанное на конкретных моделях данных. Среди достоинств такого подхода можно выделить отсутствие ограничений по применению к БД различных структур и моделей.

Основные недостатки подхода можно сформулировать в следующем виде:

- для каждого сочетания источников данных необходимо реализовать собственный программный модуль интеграции, реализующий полный цикл операций;
- сложность сопровождения;
- недостаточная гибкость;
- неустойчивость программной базы к изменению модели данных.

Процедурный подход интеграции целесообразно использовать, если задачи интерпретации являются эпизодическими, непредсказуемыми и повторное применение не планируется.

Декларативный подход соотносит модели данных между собой на уровне описания, обрабатываемого стандартным модулем объединения, не зависящим от моделей данных

Преимущества такого подхода определяются следующими пунктами:

- максимальная универсальность;
- устойчивость к изменению модели данных;
- минимальные средние накладные расходы на каждый источник данных.

Недостатком является ограниченная область применимости, так как требуется использование соответствующей универсальной метамodelи во всех источниках данных.

Использование декларативного подхода эффективно, если есть возможность предусмотреть необходимость интеграции данных на этапе проектирования их источников.

Смешанный подход использует процедурный метод для интерпретации данных каждого из источников в целях перевода данных в универсальную метамodelь более высокого уровня, в которой модели данных описываются однообразно.

Кроме программной поддержки интегрированных систем необходимо рассматривать организацию доступа к данным с позиции их размещения в файлах БД. Наиболее распространёнными методами являются :

- консолидация данных;
- распределение;
- федерализация.

Консолидация данных

При использовании метода консолидации данные собираются из нескольких исходных БД и интегрируются в одно постоянное место хранения. При этом обычно существует некоторая задержка между моментом обновления информации в исходных БД и временем, когда данные изменения появляются в конечном месте хранения.

Конечные места хранения, содержащие данные с большими временами отставания, создаются с помощью пакетных приложений интеграции, которые извлекают данные из исходных БД с определенными, заранее заданными интервалами. Такой подход использует запросы к данным, которые получают периодические “мгновенные снимки” первичных данных. Хотя подобные запросы получают текущие данные, они не отражают тех изменений, которые произошли между двумя последовательными запросами.

Преимуществом консолидации данных является то, что этот подход позволяет осуществлять трансформацию значительных объемов данных в процессе их передачи от исходных БД к конечному месту хранения. При этом сложности, связанные с данным подхо-

дом, - это значительные вычислительные ресурсы, которые требуются для поддержки процесса консолидации данных, а также существенные ресурсы памяти, необходимые для поддержки конечного места хранения.

Обобщая, можно отметить, что консолидация данных – это основной подход, который используется приложениями для построения и поддержки оперативных складов данных и корпоративных хранилищ. В среде хранилищ данных одной из самых распространенных технологий поддержки консолидации является ETL (извлечения, преобразования и загрузки - extract, transform, and load). Еще одна распространенная технология консолидации данных - управление содержанием корпорации ЕСМ (enterprise content management). Большинство решений ЕСМ направлены на консолидацию и управление неструктурированными данными, такими как документы, отчеты и Web-страницы.

Недостатками такого подхода являются задержка производительности и ограничение пропускной способности. При этом необходимо обеспечивать баланс между удовлетворением незапланированных запросов и поддержкой постоянно меняющихся справочных данных. Нужно, чтобы система обладала достаточно мощными вычислительными ресурсами для обслуживания всех этих потребностей. И, наконец, крупные монолитные системы требуют специальной настройки. Это непростая задача, особенно когда непрерывно поступают запросы, зачастую конфликтующие друг с другом.

Распределение данных

Метод распределения данных осуществляет их копирование из одного места в другое. Этот подход обычно применяют в оперативном режиме и производят перемещение данных к местам назначения, т.е. зависит от определенных событий. Обновления в исходной БД могут передаваться в конечную БД синхронно или асинхронно. Синхронная передача требует, чтобы обновления в обеих БД происходили во время одной и той же физической транзакции. Независимо от используемого типа синхронизации, метод распространения гарантирует доставку данных в систему назначения. Большинство технологий синхронного распространения данных поддерживают двусторонний обмен данными между первичными и конечными системами. Технологиями, поддерживающими распределение данных, являются интеграция корпоративных приложений EAI (Enterprise application integration) и тиражирование корпоративных данных EDR (Enterprise data replication).

Основным преимуществом метода распределения данных является то, что он может быть использован для перемещения данных в режиме реального времени или близком к нему. Также среди достоинств можно выделить двустороннее распространение данных. Этот метод может использоваться для уравнивания рабочей нагрузки, создания резервных ко-

пий и восстановления данных, в том числе и в случае чрезвычайных ситуаций.

Федерализация данных

Федерализация данных обеспечивает единую виртуальную картину одного или нескольких исходных файлов данных. Если бизнес-приложение генерирует запрос к этой виртуальной картине, то процессор федерализации данных извлекает их из соответствующих исходных БД, интегрирует их таким образом, чтобы они отвечали виртуальной картине и требованиям запроса, и отправляет результаты бизнес-приложению, от которого пришел запрос. Все необходимые преобразования данных осуществляются при их извлечении из исходных файлов.

Один из ключевых элементов федеративной системы – это метаданные, которые используются процессором федерализации данных для доступа к исходным данным. В некоторых случаях эти метаданные могут состоять исключительно из определений виртуальной картины, которые ставятся в соответствие исходным файлам. В других решениях метаданные также могут содержать детальную информацию о количестве данных, находящихся в первичных системах, а также о путях доступа к ним. Такая расширенная информация может помочь федеративному решению оптимизировать доступ к исходным системам. Некоторые федеративные решения могут обеспечивать дополнительные метаданные, которые отражают семантические связи между элементами данных в исходных системах.

Основное преимущество федеративного подхода – это доступ к текущим данным, который избавляет от необходимости консолидировать исходные данные в новом складе данных. Следует отметить, что федерализация данных не очень хорошо подходит для их извлечения и согласования, где существуют серьезные проблемы с качеством данных в исходных системах.

Федерализацию данных можно использовать в тех случаях, когда стоимость их консолидации перевешивает преимущества, которые она предоставляет. Также такой подход полезен в тех случаях, когда политика безопасности и лицензионные ограничения запрещают копирование данных исходных систем.

Федеративная архитектура очень полезна для крупных транснациональных корпораций и является удобным подходом для поддержания баланса между необходимостью автономии местных подразделений компании и их гибкости, с одной стороны, и стандартизации и централизованного контроля, которые осуществляет центральная система, – с другой. При этом под федеративным хранилищем можно иметь в виду как единое физическое федеративное хранилище, так и федерацию более мелких специализированных хранилищ данных.

Если некоторая локальная система выходит из корпорации, то не приходится доставать соответствующую информацию из единого корпоративного хранилища, а можно достаточно легко извлечь нужные данные или просто передать содержимое локального хранилища. Поддержка единого хранилища данных не является невыполнимой задачей, использование федерализации позволяет «разделить риски» благодаря тому, что исчезает зависимость от одной технической платформы.

Хранилища данных

Сегодня БД и хранилища данных многими авторами рассматриваются как структурные или информационные, а также алгоритмические модели соответствующей ПрО. Успех построения моделей ПрО в ИС существенным образом зависит от того, насколько каждая из этих моделей удовлетворяет требованиям адекватности. Модель может быть адекватной на структурном и информационном уровнях, но не удовлетворять требованиям адекватности в качестве алгоритмической модели. Как правило, авторами не рассматривается адекватность моделей ПрО по всем классам моделирования совместно. Во всех роботах по этой теме приводится только содержательный вид модели ПрО.

Кроме того, отсутствие целостной теории оценивания степени адекватности моделей обусловило необходимость развития приближенных и последовательно уточняющих формализаций понятий «предметная область» и «информационный объект». Невысокий уровень оценки степени адекватности БД и хранилищ данных объясняется следующими причинами:

- рассматриваемая ПрО на содержательном уровне описывается на естественном языке;
- неоднозначность интерпретации высказываний естественного языка приводит к разному восприятию содержательного представления даже специалистами в данной области;
- как следствие, это приводит к ошибочному восприятию представления о структуре БД, которая формируется в результате общения со специалистами в данной ПрО.

Методы отображения логической структуры предметной области в базу данных

На сегодняшний день разработанные методы и алгоритмы отображения логической структуры ПрО в БД, а также теория описания и манипулирование информационными объектами ПрО не имеют стандартизированной реализации. БД представляет собой, по одним утверждениям, информационную модель, по другим утверждениям – структурную модель. Построение теории таких классов моделей является достаточно сложной математической задачей. Исследование в области онтологического подхода к построению моделей интеграции позволяет сделать вывод о необходимости использования двух уровней моделирова-

ния: концептуального и моделирования хранилищ данных в целом.

Из сказанного выше следует, что модель ПрО является важным компонентом ИС. Разработка конструктивных методов построения ИС существенным образом зависит от выбора математического аппарата описания ПрО. В свою очередь развитие формальной теории описания ПрО существенно зависит от способов их содержательного представления.

При анализе методов построения теории БД и хранилищ данных рассмотрим два подхода, оба они имеют логический характер, но при этом принципиально отличаются один от другого.

- 1) Теоретико-модельная точка зрения, в основе которой лежит естественный язык или его некоторое подмножество. Этот подход соответствует сетевым и иерархическим характеристикам при моделировании ПрО.
- 2) Подход на основе развития теории исчисления предикатов разных порядков и теории вычислимости для абстрактных объектов сложной структуры. Он позволяет интерпретировать БД и хранилища данных как элементы ИС, где исчисление предикатов играет особую роль при организации доступа к данным.

Как следствие, появилась возможность построить теорию λ – исчисления в виде универсальной алгебраической системы. При этом можно подойти «с середины», начиная с классов БД, до определения моделируемых информационных объектов ПрО. Даже при том, что получаемые информационные объекты являются абстрактными, они в то же время представляются содержательными отображениями реальных объектов предметной области. Возникающее при этом множество «отображений» имеет геометрическую структуру, а именно: структуру компактного топологического пространства, в котором справедлива аксиома отделения [10].

Рассмотрим логическую схему моделирования предметной области.

Пусть O – фиксированное множество, элементы которого будем называть информационный объект. Через $K(O)$ обозначим выделенное множество конечных подмножеств O . При этом предполагается, что для каждого информационного объекта ПрО существует некоторая мера их информационной ценности. Информационной системой над O в математической теории ИС принято называть подмножество бинарного отношения $K(O) \times O$, которое удовлетворяет следующим аксиомам:

IDS 1. $\{o_i\} \in K(O)$ для всех $o_i \in O$ ($i = \overline{1, n}$): означает, что любое свойство задано, т.е. значения o_i принадлежат фиксированному множеству O , полученному в результате решения множества индивидуальных задач, или оценено экспертом, т.е. данные являются совместными.

IDS 2. Если $O' \in O''$ и $O' \in K(O)$, то $O'' \in K(O)$: означает, что совместным является любое подмножество совместного множества информационных объектов.

IDS 3. Если $O' \in K(O)$ и $O' \models o_i$, то $O' \cup \{o_i\} \in K(O)$ для каждого $o_i \in O$: утверждает, что совместимость множества информационных объектов сохранится, если прибавить к нему любые объекты, выведенные (в обозначении \models) из этого множества.

IDS 4. Если $O' \in K(O)$ и $o_i \subseteq O'$, то $O' \models o_i$: выражает рефлексивность совместных информационных объектов.

IDS 5. Если $O' \in K(O)$, $O'' \in K(O)$, $O' \models o_i$ и $O'' \models o^*$, где o^* – любой элемент из O' , то $O'' \models o_i$: выражает транзитивность совместных информационных объектов.

Приведенная система аксиом содержательно определяет тот факт, что элементы множества O представляют сведения об объектах ПрО, которые можно рассматривать как частичный унарный предикат на информационных объектах [11].

Предположим, что n -арная функция $f(x_1, \dots, x_n)$ отображает множество O' в OI . Если область определения функции $DEF(f(x_1, \dots, x_n)) \subset O'$ и функция f отображает ее в OI , то функция f называется частичной. Предикат $P(x_1, \dots, x_n)$, который принимает значение «истина» на собственном подмножестве множества O' , называется частичным предикатом. Если $n = 1$, то функция f и предикат P называются унарными.

Элементом модели ПрО будем называть подмножество $X \subseteq O$, которое имеет такое свойство, что любое конечное подмножество $X \in K(O)$ и из того, что $O' \models o_i$ и $O' \subseteq X$, следует, что $o_i \in X$. Это означает, что элемент ИС представляет собой совместное множество информационных объектов, замкнутых относительно отношения выводимости.

При представлении модели ПрО, которая лежит в основе ИС, используется замкнутое многообразие предикатов, как унарных, так и максимальной размерности, которая определяется верхней границей их вычислительной сложности. Замкнутая система предикатов получается из начального множества аксиом и правил вывода. Один из вариантов системы правил логического вывода имеет вид:

- замена переменных;
- соединение, разделение, перестановка;
- сокращение кратной ссылки в импликации и присоединение произвольной ссылки;
- конъюнкция и дизъюнкция;
- объединение двух обратных импликаций в эквивалентность.

Наименьшее конечное количество аксиом, с помощью которого можно вывести все тождественно истинные утверждения о ПрО при заданной (полученной) совокупности информационных объектов, называют минимальной системой аксиом (или базисом), если никакое его собственное подмножество таким свойством не обладает. Аксиоматический подход к описанию ПрО позволяет по-другому рассмотреть массовую проблему. Она будет тождественно истинной, если выведена из системы аксиом заданной ПрО. Если же утверждение не выведено из системы аксиом, то область истинности утверждения называется приближенным представлением свойства ПрО. Если предикат тождественно ошибочный, то соответствующее свойство, представленное данным предикатом, не выполняется в этой ПрО [12].

Важным моментом, связанным с решением индивидуальных и массовых проблем, является существование конкретных информационных объектов, которые представляют множество параметров (x_1, \dots, x_n) таких, чтобы индивидуальная задача $P(x_1, \dots, x_n)$ имела содержательный смысл в заданной ПрО. Кроме этого, должен существовать математический аппарат, который позволяет определить, что, по крайней мере, одно решение удовлетворяет условиям индивидуальной задачи и при этом имеет содержательный смысл, определяемый рассматриваемой ПрО.

Выводы

Интеграция информационных ресурсов на уровне ЕИП – стратегическое направление в области управления информацией. Однако современное состояние интеграционных технологий, моделей и методов решения поставленной проблемы в настоящее время не позволяет эффективно решать множество практических задач из-за функциональной ограниченности существующих подходов.

Для обеспечения взаимодействия ИС и распределенных БД в рамках ЕИП целесообразно применять распределенные одноранговые архитектуры с промежуточным программным уровнем интеграции. Такой подход позволит достичь требуемого уровня гибкости, открытости и производительности распределенных ИС.

В статье показано, что важной проблемой является разработка и исследование эффективной модели ПрО как универсального средства, позволяющего перейти к концепции информационно-активных структур хранения данных и управления информацией.

В результате проведенных исследований можно сделать следующий вывод: интеграционный подход, построенный как федеративная система, при решении специфических проблем обработки и управления распределенными информационными ресурсами имеет преимущества перед другими технологиями (консолидация данных), так как в основе содержит три основных принципа:

- принцип распределенной среды вычислений;
- принцип удаленных вычислений (Remote Evaluation);
- преобразование, кодирование после выполнения действия (Code On Demand);
- мобильность информационных объектов вычислительной среды (Mobile agents).

Литература: 1. *Козаловский М.Р.* Перспективные технологии информационных систем. М.: ДМК Пресс, 2003. 288 с. 2. *Спирли Э.* Корпоративные хранилища данных. Планирование, разработка, развитие / Э. Спирли. М.: Издательский дом “Вильямс”, 2001. 400 с. 3. *Артемова И.Л.* Многоуровневые модели предметных областей и методы их разработки [Текст] // 10-я нац. конф. по ИИ, Обнинск, 25-28 сент. 2006: сб. тр. в 3-х томах. М.: Физматлит, 2006. Т. 1. С. 44 – 51. 4. *Арсеньев Б.П., Яковлев С.А.* Интеграция распределенных баз данных. Спб.: Издательство «Лань», 2001. 464 с. 5. *Цаленко М.Ш.* Типология и системный анализ информационных систем // Сборник трудов. М.: ВНИИСИ, 1992. Вып 1. С. 16 – 24. 6. *Green P., Using Meta Models for the Comparison of Ontologies / P. Green, I. Davies, S.K. Milton, M. Rosemann // Proc. of the Eighth CAiSE/IFIP8.1 International Workshop on the Evaluation of Modeling Methods in Systems Analysis and*

Design. Austria, June 2003. 12 p. 7. Jarke M., Heterogeneity in Model Management: A Meta Modeling Approach / M. Jarke, M.A. Jeusfeld, HW. Nissen, C. Quix // Conceptual Modeling: Foundations and Applications, Essays in Honor of John Mylopoulos. Berlin: Springer-Verlag, 2009. P. 237-253. 8. Гарсиа-Молина Г. Системы баз данных. Полный курс.: Пер. с англ. / Гарсиа-Молина Г., Ульман Дж., Уидом Дж. М.: Издательский дом „Вильямс“, 2003. 9. Цикритзис Д., Лоховски Ф. Модели данных. М.: Финансы и статистика, 1985. 344 с. 10. Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1965. 245 с. 11. Таянский С.С. Семантическая модель предметной области в задачах интеграции неоднородных информационных систем // Вестник Херсонского национального технического университета. Херсон: ХНТУ, 2005. №1(21). С. 52-59. 12. Пономаренко Л.А., Таянский С.С., Филатов В.А. Интеграция информационных систем при частичном отображении моделей данных // Проблемы системного подхода в экономике. 2008. Вып. 26. С. 33-44.

Поступила в редколлегию 15.03.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Филатов В.А.

Божинский Иван Андреевич, канд. техн. наук, зам. начальника НИЧ ХНУРЭ. Научные интересы: информационные системы. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-378.

РОЗРОБКА ТЕХНОЛОГІЇ АПАРАТУРИ УПРАВЛІННЯ КОРИГУВАННЯМ ЛЕГУЮЧИХ ДОМІШОК ДЛЯ РЕГУЛЮВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК КОНТАКТУ З ОРГАНІЧНОГО НАПІВПРОВІДНИКА РС СТРУКТУР AL/ PCAL/POR-SI/N-SI/ITO I CU/PCCU/POR-SI/ N-SI/ITO

ЗУБКО Є.І., ШВЕЦЬ Є.Я.

Розробляється технологія і апаратура управління процесами коригування легуючих домішок з метою регулювання характеристик додаткового контакту з $PcCu$, $PcAl$ структур $Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO$, $Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO$, за якою виявляється оборотне поглинання кисню зі зміною характеру контакту від омичного до випрямляючого для $Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO$. Для структур $Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO$ коригування характеристик $PcAl$ здійснюють після операцій плазмового травлення в суміші газів Cl_2 і N_2 в плинні 2 годин, внаслідок утворення тонкого запорного шару Al_2O_3 .

Ключові слова: кисень, повітря, фталоціанін міді, фталоціанін алюмінію, оборотне поглинання.

Key words: oxygen, air, phtalocianin copper, phtalocianin aluminium, reversible absorption.

Вступ

Для виготовлення електронних приладів з субмікронними розмірами елементів повинні виконуватись технологічні умови високої роздільної здатності в умовах відсутності деградуючого впливу на властивості і розміри плівки, виготовлених з органічних напівпровідників. Також це стосується і їх електричних та електрофізичних параметрів. Тому розвиток технології напівпровідникового виробництва потребує розробки принципово нового технологічного обладнання, що дозволить врахувати особливості органічних напівпровідників і виконувати промислові задачі з виробництва ефективних кремнієвих монокристалічних сонячних елементів на високому рівні.

Ефективність застосування фталоціанінів доведена при використанні даного матеріалу як активного шару CD-R дисків. Також органічний молекулярний напівпровідник застосовується в сонячній енергетиці, як провідник р-типу провідності, який має ККД 2,3 % за інтенсивності $0,14 \text{ мВт/см}^2$ за умов напруги холостого ходу $0,34 \text{ мВ}$ і струму короткого замкнення 27 мА [1,2]. Однак при збільшенні інтенсивності до $5,3 \text{ мВт/см}^2$ ККД падав до 1,1 %.

До переваг металфталоціанінів також слід віднести їх властивості. Це, по-перше, рекордна ступінь очищення для органічного матеріалу порядку $10^{14} - 10^{16}$ атомів домішок в 1 см^3 . По – друге, їх існує досить

велика група, оскільки їх синтезовано 70 різних видів похідних металфталоціанінів, а при заміщенні вуглеводних груп очікується збільшення кількості цих речовин. По-третє, в них відсутня екологічна небезпека, тому ще деякі з них використовуються при фарбуванні одягу. По-четверте, вони мають гарну термічну і хімічну стійкість, адже більшість їх витримують без зміни структури стійкі до температур $400 - 500 \text{ }^\circ\text{C}$ на повітрі, а в вакуумі – до $900 \text{ }^\circ\text{C}$ та не взаємодіють з сильними кислотами і основами. По-п'яте, вони легко кристалізуються, сублімуються і мають цікаві оптичні властивості (полоси поглинання при 400 і 700 нм з коефіцієнтами поглинання в розчині $2 \cdot 10^5$) [3,4].

Окрім цих досягнень, металфталоціанін може бути використаний в сонячних елементах як додаткові контактні системи на фронтальній поверхні мікропрофільованого пористого кремнію. Там він формує мережевий контакт, що характеризується малою площею затінення, простотою виготовлення, дешевизною вихідних матеріалів і має прийнятні значення струму розтікання [5].

Але серед багатьох позитивних сторін даного матеріалу існують і мало визначені. До яких слід віднести процеси легування таких матеріалів.

Як відомо з літературних джерел, ймовірність адсорбції металфталоціанінів по величині тиску складає $10^{-4} \text{ мм рт. ст.}$, тобто при впровадженні в середовище зразка тиску $10^{-5} \text{ мм рт. ст.}$ для утворення моношару газу на поверхні PcM необхідно лише 4 хвилини. Отже, в умовах високого вакууму поверхневі стани залежать від газової атмосфери. Властивості напівпровідникових контактів визначаються наявністю поверхневих шарів матеріалу і їх поведінкою. Тому концентрації газів легуючих домішок значно впливають на характеристики контакту з органічного напівпровідника, якщо навіть такими газами виступають кисень або повітря [1,3].

1. Постановка задачі

Фотопровідність металфталоціанінів безпосередньо пов'язували з характеристиками поглинання світла, оскільки фталоціанін міді $PcCu$ є напівпровідником р-типу провідності. Однак потім були отримані дані про вплив кисню на фотоелектричні властивості фотоструму. Це пояснювали тим, що фотопровідність MPc корелює з властивістю центрального іона металу утворювати зв'язки в аксиальних напрямках. При цьому дана властивість знижується в ряду $PcZn > PcCu > PcNi$ [4].

Також були проведені дослідження монокристалів $PcPb$ з різною концентрацією легування киснем, для яких були визначені характеристики фотоелектричності. За результатами даної роботи при нагріві до $250 \text{ }^\circ\text{C}$, за умов різних тисків чистого кисню, фотострум збільшувався майже в 100 разів. Аналогічні результати були отримані на монокристалах і тонких плівках $PcCu$, де збільшення фотоструму становило 40 разів. Однак таке збільшення неможливо було пояснити поверхне-

вими ефектами, тому ще модифікація кілець $PcCu$ незначно міняє отримані результати. Було зроблено висновки, що молекули кисню знаходяться не тільки на поверхні, а і в об'ємі матеріалу [1]. Тому дослідження впливу легуючих домішок є неповними і потребують більшої інформації.

Однак визначати електричні властивості молекулярних напівпровідників треба по можливості на монокристалічних зразках в умовах високого вакууму, або виконувати всі процеси регламенту виготовлення плівок в умовах об'єму одного приладу, що необхідно для коректності і відтворюваності результатів досліджень в промислових умовах (рис. 1). Таким чином, процеси пульверизації з розчинів необхідно сумістити з методами легування, відпалу і плазмового травлення.

Для суттєвої зміни електричних властивостей молекулярних напівпровідників металфталоціанінів достатньо досить малої кількості домішок. Існує не так багато фізико-хімічних методів, що дозволяють визначити природу і кількість домішок. Так, шляхом вимірювання струму структур з фталоціанінів можна визначити концентрацію пасток і їх розподіл по енергіях в забороненій зоні.

Як відомо, вплив легуючих домішок змінює енергетичні рівні структури і характер контактів від омичного до випрямляючого. Тому контроль вимірювань потребує цілої низки заходів по дослідженню параметрів. Серед них треба розглянути вольт-амперні та вольт-фарадні характеристики і розрахунки коефіцієнта випрямлення (див. рис. 1):

Вольт-амперні характеристики дозволяють визначити напругу, що відповідає переходу від омичної області до області, в якій струм обмежений просторовим зарядом.

Вольт-фарадні характеристики виявляють закономірність дії напруги на частоті, що впливає на ємність за умов різних температур на плівках. Дані результати можуть бути корисними при розрахунках

ширини бар'єру просторового заряду і визначення концентрації легуючих домішок за цих умов.

Розрахунки коефіцієнта випрямлення залежать від частоти, величини перетвореної електричної енергії і від температури навколишнього середовища, оскільки з підвищенням частоти частина струму відгалужується через внутрішню ємність діода і коефіцієнт випрямлення зменшується. Така ж дія виявляється і при підвищенні температури навколишнього середовища.

Метою дослідження є розробка технології і апаратури управління процесами коригування легуючих домішок кисню та повітря для змінювання характеристик додаткового контакту, виготовленого з органічного напівпровідника Pc , структур $Al/PcAl/ПК/n-Si/ITO$ і $Cu/PcCu/ПК/n-Si/ITO$.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

- розробити технологічний процес коригування легування характеристик додаткового контактного шару з органічного напівпровідника $PcCu$, $PcAl$ структур $Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO$ і $Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO$;
- створити технологічно-апаратну схему автоматизованого управління процесами коригування легування характеристик додаткового контактного шару з органічного напівпровідника $PcCu$, $PcAl$ структур $Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO$ і $Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO$;
- дослідити вплив легуючих домішок кисню і повітря на характеристики контакту з органічного напівпровідника $PcCu$, $PcAl$ структур $Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO$ і $Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO$.

2. Модернізація виробничої установки, суміщеної з методами коригування легування структур

Прилади, що застосовуються при легуванні методом іонної імплантації шляхом ступінчатого впровадження в декілька етапів з різною енергією і дозою легування, є найбільш прийнятними за умов легування киснем і

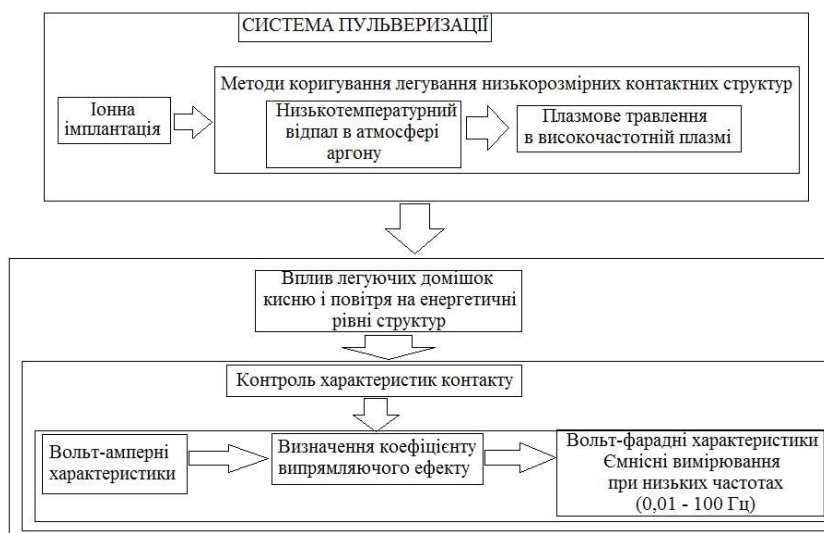


Рис. 1. Технологічна блок – схема коригування легування низькорозмірного контактного шару структури

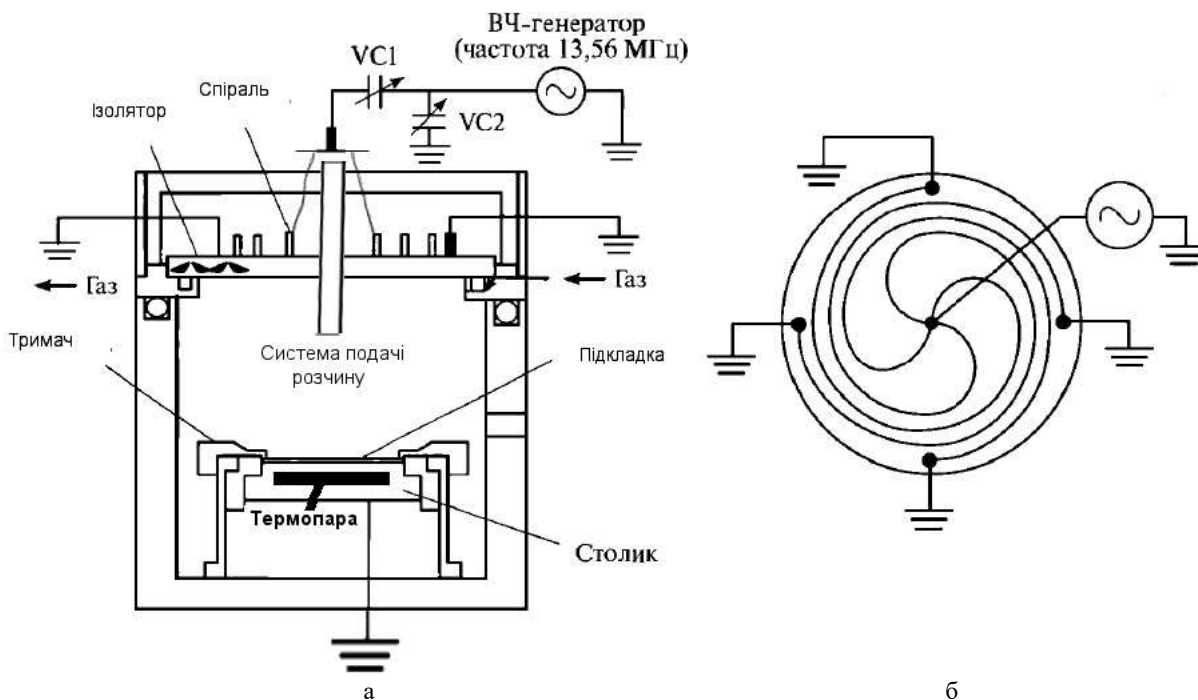


Рис. 2. Удосконалена комірка процесу пульверизації, що включає методи легування, відпалу і плазмового травлення додаткового контактного шару з органічних напівпровідників (а); ТСР-джерело - розробка компанії Matsushita Electric Industrial Co., Ltd (б)

потребують оптимізації процесів. Це пов'язано з особливостями формування низькорозмірних структур, які необхідно формувати в одному об'ємі для запобігання впливу сторонніх домішок.

Також відомо, що зміна характеру для структур Шоттки Au/PcN/Al була здійснена шляхом суміщення з процесами термообробки опромінення іонами електрично неактивних домішок (H, He, N, Ar і ін.) [6,7]. А для вирішення проблеми коригування легування металфталоціанінів, що мають у своєму складі метали, на яких утворюється заборний шар, наприклад, PcAl, в технологічний процес треба ввести метод плазмового травлення.

Тому всі процеси регламенту виготовлення плівок суміщені в одному об'ємі і на рис. 2 представлено удосконалену комірку процесів пульверизації, що включає методи легування, відпалу і плазмового травлення. А на рис. 3 наведено схему автоматизованого управління технологічними процесами формування структури додаткового контактного шару на основі металфталоціанінів з коригуванням легування для потреб сонячної енергетики.

При цьому для мікроструктур з субмікронними розмірами, до яких відноситься додатковий контактний шар з фталоціаніну міді або фталоціаніну алюмінію, найбільш перспективними є іонно-плазмові процеси і прилади, що застосовують резонансні явища в високочастотній плазмі. Вони мають назву «трансформаторно-пов'язаної плазми» (Transformer Coupled Plasma) або «індуктивно-пов'язаної плазми» (Inductively Coupled Plasma). Джерелом такої конструкції стала розробка Matsushita Electric Industrial Co., Ltd на основі ТСР-розряду [7], в якій джерело

ізолювано від плазми діелектричним ізолятором. Така пластина розташована на столику в нижній частині камери під джерелом і кріпиться тримачем. Джерело являє собою багатозаходну спіраль (рис. 2,б), яка в камері утворює високочастотні магнітні поля, що накладаються.

Слід зазначити, що в установках такого типу бомбардування підкладки здійснюється низькоенергетичними частками, що безпечно діють на монокристалічний кремній і не порушують його структури.

3. Розробка автоматизованого комплексу управління технологічними процесами формування структури додаткового контактного шару на основі PcM з коригуванням легування

На рис 3 зображена спрощена схема керування автоматизованим комплексом управління технологічними процесами формування структури додаткового контактного шару із коригуванням легування.

Використання SCADA систем на персональній електронній обчислювальній машині (ПЕОМ) дозволяє вести контроль за системою пульверизації безпосередньо з екрана монітора, встановлювати швидкість осадження плівок, при цьому здійснювати всі дозування (газів – кисню, аргону, хлору, азоту). Також існує можливість використовувати інші гази для процесів відпалу і плазмохімічного травлення для схеми керування автоматизованим комплексом управління технологічними процесами формування структури додаткового контактного шару з коригуванням легування.

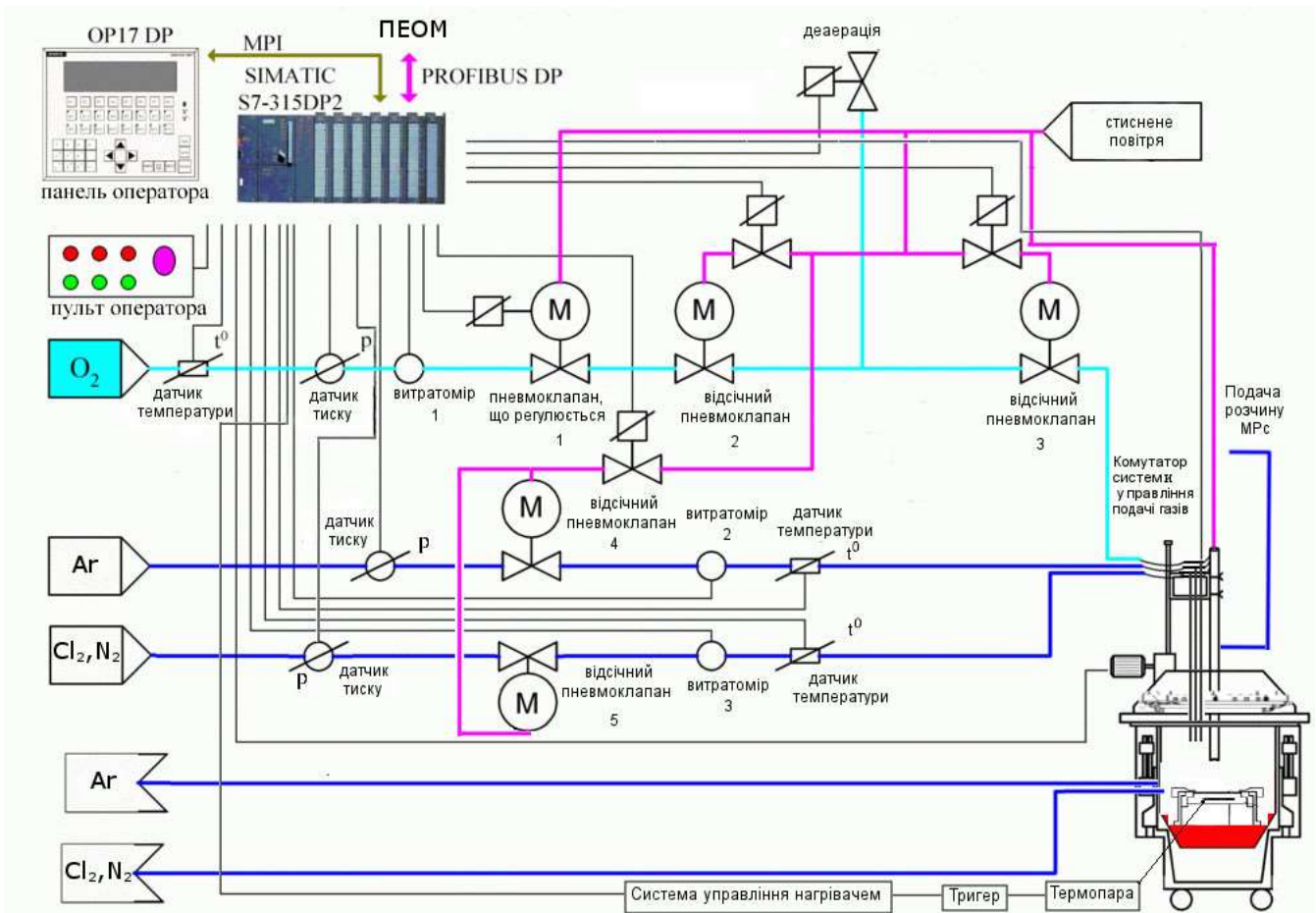


Рис. 3. Схема автоматизованого управління технологічними процесами формування структури додаткового контактного шару на основі металфталоціанінів з коригуванням легування для потреб сонячної енергетики

Відпал зразків здійснюється за умов термообробки термопарою при напуску аргону. При цьому термопара з'єднана з тригером, системою управління нагрівачем і контролером.

Основним вузлом системи керування є контролер фірми SIEMENS S7-315 DP2. Контролер і електроавтоматика розташовані в шафі керування. Система керування забезпечує два режими роботи: автоматичний; ручний (напівавтоматичний). Напівавтоматичний режим (ручний) поєднує в собі ручне керування процесами пульверизації і відпалу структури без участі контролера і частково автоматичне керування подачею кисню, легуючих домішок та домішок травлення. Такі режими обрані з умов безпеки роботи автоматизованого комплексу управління технологічними процесами формування структури додаткового контактного шару з коригуванням легування. В обладнанні є також два режими керування: місцевий (з панелі оператора); дистанційний (із центрального комп'ютера ПЕОМ).

Для керування на автоматизованому комплексі управління технологічними процесами формування структури додаткового контактного шару з коригуванням легування є панель оператора і пульт оператора.

Панель і пульт розташовані на лицьових дверцятах шафи керування. На пульт винесені основні групи кнопок керування:

1. Процеси пульверизації:

- вибір режиму роботи пульверизації: швидкість нанесення плівки, тиск стисненого повітря;
- вибір режиму керування пульверизацією;
- аварійна зупинка процесів пульверизації.

2. Процеси легування:

- включення і вимикання кисню в ручному режимі;
- включення початку подачі кисню в автоматичному режимі і змушена зупинка подачі;
- вибір режиму роботи легування;
- вибір режиму керування легуванням;
- аварійна зупинка процесів легування;

3. Процеси відпалу:

- включення і вимикання аргону в ручному режимі;
- включення початку подачі аргону в автоматичному режимі і змушений останок подачі;
- вибір режиму роботи відпалу структури;
- вибір режиму керування відпалу структури;
- аварійна зупинка процесів відпалу;

4. Процеси плазмового травлення:

- включення і вимикання N_2 або Cl_2 в ручному режимі;

- включення початку подачі N_2 або Cl_2 в автоматичному режимі і змущена зупинка подачі;
- вибір режиму роботи плазмового травлення структури;
- вибір режиму керування плазмового травлення;
- аварійна зупинка процесів плазмового травлення.

Переміщення верхнього люка комірки в автоматичному режимі відбувається при наявності команди включення двигуна з контролера. За відстеженням положення люка стежить пов'язаний з контролером по шині PROFIBUS DP датчик кутового переміщення фірми TR-ELECTRONICS. При досягненні люком заданого положення команда включення двигуна знімається. Положення люка вводиться з панелі оператора. При виборі дистанційного керування положення люка можна задати на комп'ютері. У ручному режимі при натисканні кнопок нагору/униз живлення на двигун подається без участі контролера. Для обмеження області переміщення в крайніх зонах установлені датчики кінцевого положення, які сигналізують свій стан у контролер і блокують подальше переміщення. Люк також має кілька фіксованих положень. При виникненні аварії під час роботи установки він відходить у положення паркування. При ремонті комірки її можна відвести в положення обслуговування. Положення ремонту, паркування й роботи встановлюються налазником. Однак оператор має можливість змінити положення роботи.

Схема має відмінність подачі кисню в ручному і автоматичному режимі. подача кисню в ручному режимі задається процентним співвідношенням відкриття клапана 1. Співвідношення встановлюється налазником системи з панелі оператора або із центрального комп'ютера та не може бути змінено оператором. Оператор включає кисень натисканням кнопки включення кисню в ручному режимі. Процес включення такий. Відкривається клапан 1 у заданому процентному співвідношенні. Клапан деаерації закривається. Відкривається відсічний клапан 2. Перевіряється його стан. Якщо він не пішов в аварію, то відкривається клапан 3 і також відслідковується його стан. Після його вдалого відкриття йде подача кисню у вакуум-камеру. Температуру, тиск, витрату кисню з відповідних датчиків можна спостерігати з панелі оператора або із центрального комп'ютера. Регульований клапан 1 перебуває постійно в одному стані. Відключення подачі кисню спрацьовує при натисканні кнопки зупинки подачі в ручному режимі.

Подача кисню в автоматичному режимі ускладнена. Оператор на панелі або з комп'ютера вводить необхідну витрату кисню і задає час продувки (відповідно до технологічної карти формування контактного шару). Витрата перелічується щодо поточного тиску і температури кисню із установлених датчиків. Перелічення йде періодично в плинні всього часу дозування. Пропорційно переліченій витраті відкривається регульований клапан 1. Процес включення аналогічний ручно-

му режиму. Включення починається при натисканні оператором кнопки дозування кисню в автоматичному режимі. Під час дозування контролер підтримує витрату за допомогою ПІД регулювання клапана 1. Температуру, тиск, витрату кисню з відповідних датчиків можна спостерігати з панелі оператора або із центрального комп'ютера. Відключення подачі кисню спрацьовує по витіканню часу дозування або примусовою зупинкою дозування.

Важливими є контури подачі газів (N_2 і Cl_2) для плазмохімічного травлення. Клапан N_2 і Cl_2 включається тоді, коли потрібна операція плазмохімічного травлення структури і очищення додаткового контакту від домішок, газів і включень другої фази в процесі пульверизації. Контролер відслідковує процес формування високочастотної плазми при включеній подачі газів, тиск газів і їх витрату. Якщо дані параметри не відповідають закладеним у проект, то система плазмохімічного травлення переходить у режим ремонту. подача газів здійснюватись не буде. Деякі параметри також можуть перервати процес дозування як у ручному, так і в автоматичному режимі.

За допомогою додаткового устаткування контролер відслідковує стан роботи всіх механізмів і вчасно реагує на аварійні режими. Частина аварійних режимів блокують подальшу роботу системи, частина аварій виводиться з позначкою аварійної індикації.

При натисканні аварійного стопа всі клапани закриваються, відключається живлення на всі датчики і керувані механізми, контролер залишається включеним і видає індикацію аварії. Програмне забезпечення контролера та панелі керування дозволяє вести протоколювання аварій, їх видачу на рідкокристалічний екран, перегляд їх за списком, зберігання, введення діалогу з оператором.

За даною схемою було досліджено вплив легуючих домішок кисню на характеристики контакту з органічного напівпровідника $PcCu$ або $PcAl$ для структур $Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO$ і $Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO$.

4. Дослідження впливу легуючих домішок кисню і повітря на характеристики контакту з органічного напівпровідника $PcCu$ або $PcAl$ для структур $Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO$ і $Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO$

Як відомо, власні електричні властивості металфталоціанінів (PcM) реєструються досить рідко. І в області власної провідності заборонена зона металфталоціанінів складає 2 еВ, а при легуванні їх енергії активації зменшуються. Однак слід зазначити, що при температурах вище $140^\circ C$ процес провідності $PcCu$ і $PcAl$ визначається власними властивостями матеріалу за умов відсутності навколишньої газової атмосфери. А при більш низьких температурах на провідність впливає домішковий електронний рівень, що розташований на 0,32 еВ нижче від краю зони провідності.

Гарним критерієм відсутності або наявності легуючих домішок в PcM виступає енергія активації ДЕ. Для її

визначення потрібні вимірювання провідності у плівок РсМ і розв'язок рівняння експотенціальної темпера-

турної залежності провідності: $\sigma = \sigma_0 \cdot \exp\left(\frac{-\Delta E}{2kT}\right)$.

Як інжектуючий контакт для РсCu було обрано Cu, для РсAl – Al. Даний вибір пов'язаний з появою інжекційної складової з контактів у формі наноструктурованої мережі з міді або алюмінію, осадженої на ПК з фронтальної сторони. До тильної сторони n-Si було осаджено ITO покриття. Таким чином, були створені два металевих електроди з різними роботами виходу ($\Phi_{Cu} = 4,59$ еВ; $\Phi_{Al} = 4,41$ еВ; $\Phi_{ITO} = 3,6$ еВ). Потім проводились вимірювання провідності плівок за різних температур.

Результати розв'язку рівняння і побудови графіка в координатах $\lg \sigma - 1/T$ (рис. 4) і $\Delta E - 1/T$ (рис. 5) дозволили зробити такі висновки. В атмосфері кисню провідність в температурному інтервалі від 40 до 180 °С домішкова, що реєструється прямою лінією без перегибів для зразків ITO/n-Si/por-Si/PcCu/Cu. Енергія активації ΔE нижча від енергії 1,62 еВ, що необхідно для визволення носіїв заряду з кисневого комплексу.

При дослідженні композицій ITO/n-Si/por-Si/PcCu/Cu в умовах повітря при 100 °С виявили перегинання, яке свідчить про перехід від власної провідності при високих температурах. ΔE за величиною 2,14 еВ відповідає генерації власних носіїв заряду.

Таким чином, кисень призводить до переміщення рівня Фермі, який наближається до валентної зони. Слід зауважити, що при збільшенні його концентрації підвищується щільність власних носіїв заряду.

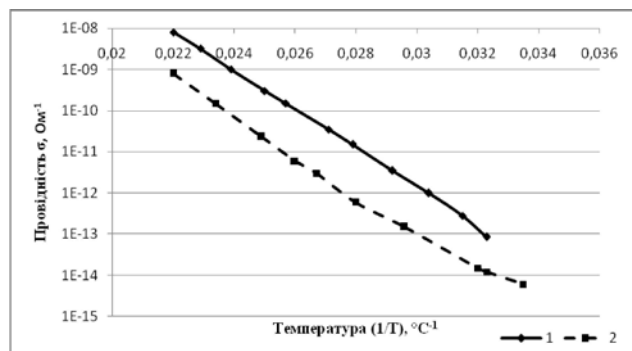


Рис. 4. Залежність $\lg \sigma$ від $1/T$ для композицій ITO/n-Si/por-Si/PcCu/Cu (кисень (2), повітря (1))

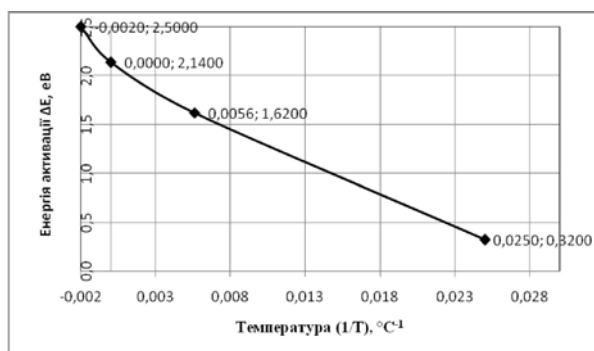


Рис. 5. Залежність ΔE від $1/T$ для композицій ITO/n-Si/por-Si/PcCu/Cu

В питаннях впливу легуючих домішок кисню і повітря на енергетичні рівні структур треба вивчити характер контактів. Композиції Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO і Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO отримані без порушення вакууму на всіх стадіях виготовлення і вимірювання, тому вони мають омичний характер контактів. Величина вакууму складала $10^{-7} - 10^{-8}$ мм рт. ст. Слід зауважити, що шари РсAl і РсCu не відпалені і мають полікристалічну морфологію поверхні р-типу провідності. ВАХ таких структур майже зовсім симетрична, хоча металеві електроди мають різні роботи виходу. На рис. 6 залежності $\lg I$ від $\lg U$ для зразків Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO в області низьких напруг (± 2 В) мають вид прямих ліній, нахил яких становить 1,2 – 1,5

($I \approx U^n$, $n = 1,2 - 1,5$). Тому структура утворює омичні контакти і вони не обмежують провідність системи. Струм, що проходить крізь структуру Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO при більш високих напругах ($|U| > 3 - 5$ В), обмежений просторовим зарядом. Але параметр n збільшується до 3, хоча графік $\lg I$ від $\lg U$ лишається лінійним. Це пояснюється утворенням ізолюючого шару Al_2O_3 на поверхні контактної системи. Отже, легування киснем коригує характер контакту з органічного напівпровідника.

Для приладової композиції Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO рекомендується коригування характеристик РсAl, яке здійснюють після операцій плазмового травлення в суміші газів Cl_2 і N_2 протягом 2-х годин, внаслідок утворення тонкого запорного шару Al_2O_3

Зовсім інша картина спостерігається для зразків Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO. Як для позитивного зміщення, так і для негативного електричні характеристики незмінні.

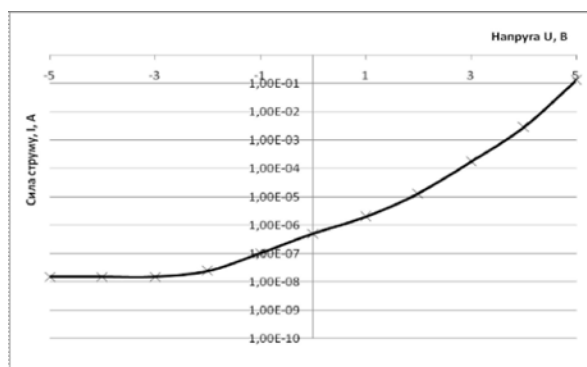


Рис.6. ВАХ композицій Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO, що не відпалені і виготовлені в умовах вакууму

Коригування характеристик РсAl здійснюють після операцій плазмового травлення в суміші газів Cl_2 і N_2 в плинні 2 годин, внаслідок очищення поверхні від забруднюючих домішок з розчинів пульверизації і утворення тонкого запорного шару Al_2O_3 . Далі за умов відпалу зразків при температурах 100 °С і 200 °С, а також дії кисню бачимо випрямляючий ефект. Легування киснем структури виконувалось шляхом витримання плівок РсAl і РсCu протягом 2-х годин в установці, що були осаджені методом пульверизації на ПК. Таким чином, дія кисню на структурах Al/PcAl/

por-Si/n-Si/ITO приводить до сильного випрямляючого ефекту ($r_{\text{випр.}} = 16000$ при $\pm 1,6$ В) у порівнянні з відповідним значенням подібних структур, що не були відпалені і виготовлені без порушення вакууму ($r_{\text{випр.}} = 1,2$).

Результати ВАХ даних структур наведені на рис. 7.

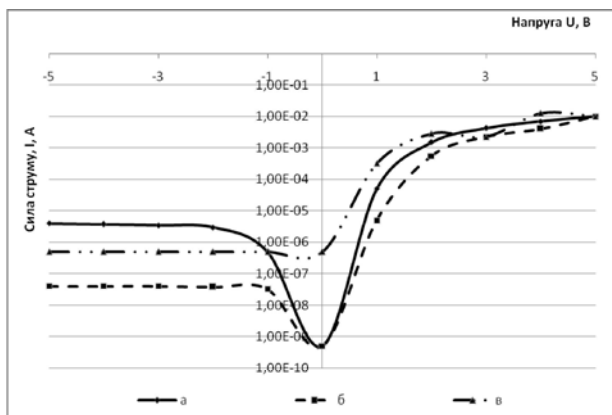


Рис. 7. ВАХ композицій Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO за умов відпалу зразків при температурах 100°C (в) і 250°C (світлова ВАХ - а, темнова ВАХ - б) та дії кисню (протягом 2-х годин)

З даного зображення бачимо, що при фіксованій напрузі темновий струм менший, ніж світловий за прикладеною позитивною напругою до електрода, що містить основний Al і додатковий контакт з PcAl (світлова ВАХ і темнова ВАХ для зразків Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO, які були відпалені при 200°C). Це може означати, що біля двох металевих електродів пастки розподілені несиметрично. Отже, випрямляюча дія структури пояснюється тим, що на поверхнях поділу з двома металевими електродами виникає неоднакова концентрація кисню.

Аналіз прямих гілок виявляє базовий опір шару ПК, що є досить високим, і коефіцієнт неідеальності при невеликих зміщеннях становить $n = 2 - 3$. Слід зазначити, що світлова ВАХ має типово фотодіодний характер, оскільки відношення струмів на світлі і в темноті складає 2 - 3 порядки при декількох вольтах запорного зміщення за величиною. Але фотострум нарощується досить повільно при збільшенні зворотного зміщення. Знак напруги холостого ходу відповідає збідненому вигину зон n-Si і складає 0,25 - 0,3 В.

При цьому зразок Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO, який був відпалений при 100°C, має ознаки м'якого пробую гетеропереходу, де за невеликою ділянкою насичення впливає ділянка різкого збільшення струму.

Природа центрального атому металу досить суттєво впливає на чутливість до дії кисню. Це особливо стосується структур Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO. Були проведені дослідження, в яких зразок Cu/PcCu/ПК/n-Si/ITO витримували в атмосфері чистого кисню при 150 °C протягом 5 годин.

Відповідно до класичної моделі область просторового заряду утворюється за рахунок іонізованих домішок у напівпровіднику поблизу одного з контактів. Область

просторового заряду приводить до появи випрямляючого ефекту, який визначається з ВАХ. Тому для зразків, які були виготовлені за даними умовами, отримали ВАХ, що характеризуються випрямляючими властивостями контактів. Потім ту саму композицію відпалювали в аргоні при 150 °C впродовж 30 хвилин. Були виміряні ВАХ, які показують омичний ефект структури (рис. 8). Хоча опір тонкої плівки понизився, але випрямляючої дії не реєструвалось. Ці нові дані доказують те, що композиції властиве зворотне поглинання кисню і його вивільнення. Таким чином, з'явилась можливість регулювати і контролювати дію легуючої домішки в композиції, що дозволяє молекулярний органічний напівпровідник фталоціанін міді.

Але зворотне поглинання легуючої домішки - кисню відсутнє для композицій Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO. Це наслідки формування тонкого запорного шару Al_2O_3 на поверхні фталоціанінів алюмінію.

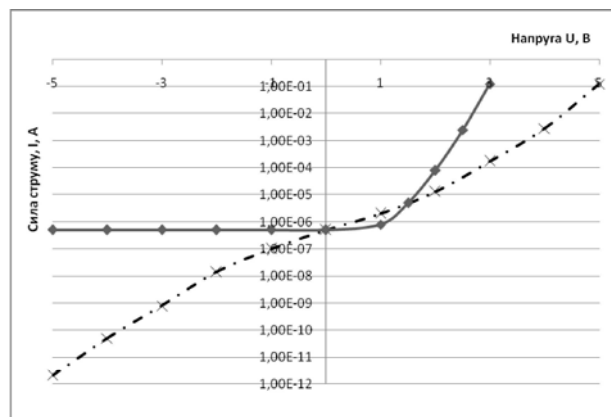


Рис. 8. Десорбція кисню з поверхні PcCu композиції ITO/n-Si/por-Si/PcCu/Cu

Легування PcCu і PcAl можливе при застосуванні галогенів. Бром і йод є сильнішими окиснювачами, ніж кисень і повітря. Це пов'язано з відновлювальним потенціалом по відношенню до нормального водневого електрода, який дорівнює -0,56 В. Розгляд даного питання важливий з точки зору використання броду в процесах електролітичного анодування, тому що він лишається на поверхні як продукт електролітичного анодування і може впливати на термічне окислення фталоціанінів.

Отже, по-перше, присутність кисню стабілізує область просторового заряду. По-друге, шар просторового заряду в органічному матеріалі утворюється безумовно. Він формується після іонізації комплексів PcM, O_2 . Але заряди, що виникли при цьому, надійно захоплені пастками. Однак ВАХ можуть відрізнитись від контактів Шоттки. Вплив такого механізму треба виключити. Для цього необхідно провести ємнісні вимірювання.

Як відомо, ємність визначається осцилюючою напругою на частоті вимірювань, що розподіляються до контакту. А якщо носії заряду надійно захоплені пастками, то високочастотна напруга не діє на них. Таким

чином, слід проводити вимірювання при низьких частотах (0,01 – 100 Гц).

Виявлено, що при температурі $\sim -100^\circ\text{C}$ в структурах Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO при частоті зовнішнього поля 1 Гц ємність не залежить від напруги (рис. 9). Тільки при температурі 20°C напруга починає діяти на ємність. Отримані результати, за якими при цій температурі ширина бар'єру для структур Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO складає 80 – 200 Е, а концентрація іонізованих домішок становить $2 \cdot 10^{18} - 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Дана концентрація відповідає одному акцептору на $10^2 - 10^3$ молекул PcAl. Також ємнісні вимірювання підтвердили, що кисень бере участь в утворенні бар'єру Шоттки.

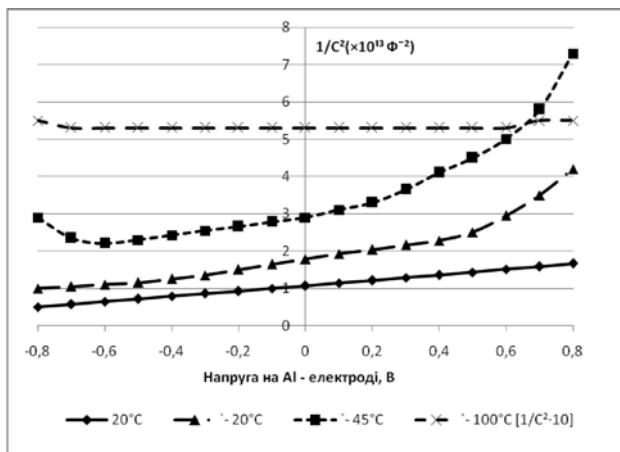


Рис. 9. Ємнісні вимірювання композиції Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO

Таким чином, в структурах Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO і Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO спостерігалось зниження питомого опору поверхні плівок фталоціанінів на декілька порядків, що було пов'язано з дією легуючої домішки. Також для всіх структур, що були піддані дії кисню, спостерігався високий коефіцієнт випрямлення 20 – 80 при нарузі $\pm 0,5 \text{ В}$, що підтверджується ВАХ і ВФХ. В той же час композиції, які були виготовлені у вакуумі, мали омичні характеристики контактів.

Висновки

1. Доповнено наукові дані про коригування легуючими домішками характеристик контактів Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO, Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO, сформованих методом пульверизації з металфталоціанінів. Зокрема, виявлено зворотне поглинання кисню і його вивільнення для структур ITO/n-Si/por-Si/PcCu/Cu, що реєструвалось зміною форми світлової ВАХ від омичного характеру до випрямляючого. Для структур Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO зворотне вивільнення кисню не виявлено, що пояснюється утворенням шару Al_2O_3 і утворенням області просторового заряду 80 – 200 Е за концентрацією іонізованих домішок $2 \cdot 10^{18} - 10^{19} \text{ см}^{-3}$ що відповідає одному акцептору на $10^2 - 10^3$ молекул PcAl.

2. Розроблено технологію коригування легуючою домішкою кисню характеру додаткового контакту з PcCu, PcAl для структур Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO, Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO, за якою для приладової композиції Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO коригування характеристик PcAl здійснюються після операцій плазмового травлення в суміші газів Cl_2 і N_2 протягом 2-х годин та відпалу зразка при 200°C і дії кисню.

3. Удосконалено апаратуру управління процесами легування киснем, яка відрізняється від існуючих тим, що вона інтегрована в процес формування додаткових низькорозмірних контактних систем SE і коригує концентрацію кисню, використовуючи методи іонної імплантації, відпалу і плазмового травлення, та здійснює контроль вимірювання за алгоритмом.

Автори роботи щиро вдячні за надані кошти гранта Президента України для обдарованої молоді на 2008 р. за проектом "Створення тонких плівок для сонячних батарей на основі дешевих органічних напівпровідників з високим рівнем коефіцієнта корисної дії".

Література: 1. Simon J., Andre J. J. Molecular semiconductors; Lehn J.M.; Rees C.W. Berlin: Springer-Verlag, 1985. 344 p. 2. Юрпе Т. А., Рудая Л. И., Климова Н. В., Шаманин В. В. Органические материалы для фотовольтаических и светоизлучающих устройств // Физика и техника полупроводников. 2003. Т. 37, № 7. С. 835 - 843. 3. Пахомов Л. Г., Леонов Е. С. Пленочные структуры на основе органических полупроводников // Учебно-методические материалы по программе повышения квалификации «Физико-химические основы нанотехнологий». Нижний Новгород: Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 2007. 79 с. 4. Гутман Ф., Лайонс Л. Органические полупроводники. М.: Мир, 1970. 696 с. 5. Зубко Є. І. Спосіб виготовлення контактного шару на антивідбитковому покритті сонячного елемента. Патентна корисна модель № 67830. Україна, Опубл. 12.03.2012. Бюл. № 5, С. 4. 6. Wright J. D. Gas adsorption on phthalocyanines and its effects on electrical properties // Progr. Surf. Sci. 1989. № 31. P. 1-60. 7. Галлерин В. А., Данилкин Е. В., Мочалов А. И. Процессы плазменного травления в микро- и нанотехнологиях // Учебное пособие. М.: Бинум, Лаборатория знаний, 2013. 283 с.

Поступила в редколлегию 12.05.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Оксанич А.П.

Зубко Євгенія Іванівна, пров. спец. кафедри мікроелектронних інформаційних систем Запорізької державної інженерної академії. Наукові інтереси: технологія виготовлення, дослідження і моделювання низькорозмірних структур для потреб фотовольтаїки і сенсорики. Адреса: Україна, 69000, Запоріжжя, вул. Добролюбова, 22, тел.: (061) 2393987. Email: evgeniya-zubko@mail.ru

Швець Євген Якович, канд. техн. наук., професор, в. о. ректора Запорізької державної інженерної академії. Наукові інтереси: методи дослідження параметрів сонячних елементів. Адреса: Україна, 69000, Запоріжжя, вул. Добролюбова, 22, тел.: (061) 2393987. Email: evgeniya-zubko@mail.ru

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ НА ПРИМЕРЕ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА

ПОДГОРНЫЙ А.Р., СИДОРОВ М.В.,
ЯЛОВЕГА И.Г.

Рассматривается задача расчета температурного поля в стержне при наличии фазовых превращений (одномерная задача Стефана). На основании метода Галеркина для нестационарных задач строится численный метод решения задачи Стефана. Эффективность численного метода иллюстрируется серией вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: одномерная задача Стефана, точка фазового перехода, метод Галеркина.

Key words: one-dimensional Stefan problem, of phase transitions point, the Galerkin method.

Введение

Актуальность исследования. Моделирование процессов тепломассопереноса, которые сопровождаются изменением агрегатного состояния среды (например, её плавлением или затвердеванием), вызывает необходимость решения задачи Стефана. Кроме того, интерес к задаче Стефана возникает при моделировании переходов «жидкая фаза – пар» во влажном материале. В частности, решение задачи Стефана имеет большое значение для строительства, поскольку ею описывается значительное количество процессов, реально происходящих в конструкциях здания во время его эксплуатации [1].

Особенностью данной задачи является переменный размер области, в которой исследуется температурное поле. Это следствие того, что имеется подвижная граница раздела фаз. Изучение поведения границы раздела с течением времени и составляет основную цель решения задачи. Отметим также, что физические свойства среды при переходе через границу фазовых превращений (в нашем случае это теплопроводность) изменяются скачкообразно. Таким образом, задача Стефана характеризуется существенной геометрической и физической нелинейностью, что крайне затрудняет её решение. Общие аналитические решения этой задачи при произвольной форме области и различных температурных режимах на границе не известны. Известны лишь некоторые частные решения в одномерной задаче [1, 2, 5, 6].

В связи с этим разработка новых методов математического моделирования и численного анализа задачи Стефана является актуальной научной проблемой.

В данной работе рассмотрена проблема математического моделирования и численного анализа фазовых превращений на примере одномерной задачи Стефана. Для решения задачи предлагается приближенный

аналитический метод на основе метода Галёркина, с помощью которого были получены численные значения температурного поля и приближенное уравнение границы фазового перехода.

Цель и задачи исследования. Целью настоящего исследования является разработка математических методов решения задачи математического моделирования и численного анализа фазовых превращений на примере одномерной задачи Стефана.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- сформулировать задачу компьютерного моделирования и численного анализа процесса фазовых превращений;
- разработать метод решения задачи расчета температурного поля при фазовых превращениях;
- разработать программный продукт, автоматизирующий решение расчета температурного поля при фазовых превращениях;
- провести вычислительные эксперименты для различных параметров модели;
- провести анализ адекватности полученного решения.

1. Постановка задачи

Фазовыми превращениями называют переход вещества из одной фазы в другую при изменении состояния системы. При этом фаза – совокупность телесных объектов, имеющих определенный химический состав и термодинамические свойства, отделена от других фаз поверхностью раздела [1, 5]. Основной характеристикой фазовых превращений является температура, при которой фазы находятся в состоянии термодинамического равновесия (точка фазового перехода).

Имеется классификация фазовых переходов, согласно которой для фазовых переходов первого рода характерно, что в точке фазового перехода наблюдается выделение или поглощение тепла и изменение объема.

С точки зрения изменения термодинамических параметров, к фазовым переходам первого рода относятся те, которые характеризуются равенством удельных энергий Гиббса (термодинамических потенциалов) обеих фаз в точке фазового перехода, при том, что первые производные энергии Гиббса по температуре и давлению претерпевают скачкообразное изменение. Стоит отметить, что в точке фазового перехода на температурной зависимости энтропии удельного объема, а также энтальпии имеется разрыв. К таким процессам относятся, например, превращение твердого тела в жидкое (плавление) и обратный процесс (кристаллизация), жидкого – в пар (испарение, кипение), одной кристаллической модификации – в другую (полиморфные превращения) и т.д. [5].

К фазовым переходам второго рода относятся переходы, сопровождающиеся скачком вторых производных энергии Гиббса по функциям состояния в точке превращения. К этому классу фазовых переходов можем отнести процессы перехода нормального проводника в сверхпроводящее состояние, ферромагнетика – в парамагнетик т.д. [5].

Рассмотрим одномерную однофазную задачу Стефана [1, 2, 5, 6].

Возьмем отрезок $\Omega = (0, L)$, который точкой $x = \xi(t)$ (граница фазового перехода), $\xi(0) > 0$ разбивается на две подобласти:

$$\Omega^+(t) = \{x \mid 0 < x < \xi(t)\}, \quad \Omega^-(t) = \{x \mid \xi(t) < x < L\}.$$

Будем считать температуру фазового перехода равной нулю ($u^* = 0$), поэтому в твердой фазе, которая занимает область Ω^- , положим $u(x, t) < 0$, а в жидкой (область Ω^+) – $u(x, t) > 0$. Для определения температуры в жидкой фазе рассмотрим уравнение теплопроводности (однородная среда)

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = 0, \quad x \in \Omega^+(t), \quad 0 < x < \xi(t), \quad (1)$$

а для определения температуры в твердой фазе рассматривается уравнение теплопроводности вида (однородная среда)

$$\beta \frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = 0, \quad x \in \Omega^-(t), \quad \xi(t) < x < L. \quad (2)$$

Дополним уравнение (1) начальным условием:

$$u_1|_{t=0} = u_0 < 0, \quad (3)$$

Пусть левый и правый концы поддерживаются при заданной температуре:

$$u_1|_{x=0} = u_c, \quad u_2|_{x=L} = u_0. \quad (4)$$

На границе фазового перехода выполнены следующие условия:

$$u_1|_{x=\xi-0} = u_2|_{x=\xi+0}, \quad (5)$$

$$\delta \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=\xi+0} - \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=\xi-0} = \gamma \frac{d\xi}{dt}. \quad (6)$$

Постоянная γ связана с энтальпией фазового перехода [5].

В сформулированных предположениях о граничных и начальных условиях в однофазной задаче Стефана (1) – (6) скорость движения границы фазового перехода

($v_n = \frac{d\xi}{dt}$) положительна, т.е. область жидкой фазы постепенно расширяется. Монотонное возрастание

функции $\xi(t)$ следует из принципа максимума для параболических уравнений [5].

2. Применение метода Галёркина

Для решения задачи (1) – (6) применим метод Галёркина [7].

Сделаем в задаче (1) – (6) замену

$$u(x, t) = \varphi(x) + v(x, t), \quad (7)$$

где $v(x, t)$ – новая неизвестная функция, а $\varphi(x)$ – функция, удовлетворяющая условиям

$$\varphi|_{x=0} = u_c, \quad \varphi|_{x=L} = u_0.$$

Можно, например, взять

$$\varphi(x) = u_c + \frac{u_c - u_0}{L} x.$$

При таком выборе функции $\varphi(x)$ получим, что $v(x, t)$ является решением задачи

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2}, \quad t > 0, \quad 0 < x < \xi(t), \quad (8)$$

$$\beta \frac{\partial v_2}{\partial t} = \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2}, \quad t > 0, \quad \xi(t) < x < L, \quad (9)$$

$$v_1|_{x=0} = 0, \quad v_2|_{x=L} = 0, \quad (10)$$

$$v_1|_{t=0} = u_0 - \varphi, \quad (11)$$

$$v_1|_{x=\xi-0} = v_2|_{x=\xi+0}, \quad (12)$$

$$\delta \frac{\partial v_2}{\partial x} \Big|_{x=\xi+0} - \frac{\partial v_1}{\partial x} \Big|_{x=\xi-0} = \gamma \frac{d\xi}{dt} - (\delta - 1) \frac{u_c - u_0}{L}. \quad (13)$$

Согласно методу Галеркина решение задачи (8) – (13) будем искать в виде

$$v^{(n)}(x, t) = \sum_{k=1}^n c_k(t) \varphi_k(x), \quad (14)$$

где $c_k(t)$, $k = 1, \dots, n$, – неизвестные функции; $\varphi_k(x)$, $k = 1, \dots, n$, – координатные функции.

В качестве координатных функций можно взять, например,

$$\varphi_k(x) = x(1-x) P_{k-1} \left(\frac{2x}{L} - 1 \right), \quad k = 1, \dots, n,$$

где $P_m(z)$ – полиномы Лежандра.

Подставив (14) в уравнения (8), (9), получим невязку

$$R^{(n)}(x, t; c_1, \dots, c_n) =$$

$$= \begin{cases} \sum_{k=1}^n \dot{c}_k(t)\varphi_k - \sum_{k=1}^n c_k(t) \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^2}, & 0 < x < \xi(t); \\ \beta \sum_{k=1}^n \dot{c}_k(t)\varphi_k - \sum_{k=1}^n c_k(t) \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^2}, & \xi(t) < x < L. \end{cases} \quad (15)$$

Функции $c_1(t), \dots, c_n(t)$ найдем из условия ортогональности невязки (15) функциям $\varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x)$:

$$\left(R^{(n)}(x, t; c_1, \dots, c_n), \varphi_j(x) \right)_{L_2(0, L)} = 0, \quad (16)$$

$j = 1, \dots, n$.

После преобразований (16) примет вид

$$\sum_{k=1}^n \dot{c}_k(t)a_{kj}(t) + \sum_{k=1}^n c_k(t)b_{kj} = 0, \quad (17)$$

$j = 1, \dots, n$, где обозначено

$$a_{kj}(t) = \int_0^{\xi(t)} \varphi_k \varphi_j dx + \beta \int_{\xi(t)}^L \varphi_k \varphi_j dx,$$

$$b_{kj} = -\int_0^L \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x^2} \varphi_j dx, \quad k, j = 1, \dots, n.$$

Подставив (14) в начальное условие, получим невязку

$$r^{(n)}(x; c_1^0, \dots, c_n^0) = \sum_{k=1}^n c_k^0 \varphi_k - (u_0 - \varphi). \quad (18)$$

Числа c_1^0, \dots, c_n^0 найдем из условия ортогональности невязки (18) функциям $\varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x)$:

$$\left(r^{(n)}(x; c_1^0, \dots, c_n^0), \varphi_j \right)_{L_2(0, L)} = 0, \quad (19)$$

$j = 1, \dots, n$.

Итак, начальные условия $c_k(0) = c_k^0$, $k = 1, \dots, n$, для (17) получим, решив систему линейных алгебраических уравнений, которая получается из условий (19):

$$\sum_{k=1}^n c_k^0 g_{kj} = h_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (20)$$

где обозначено

$$g_{kj} = \int_0^L \varphi_k \varphi_j dx,$$

$$h_j = \int_0^L (u_0 - \varphi) \varphi_j dx, \quad k, j = 1, \dots, n.$$

Известно, что для задачи Стефана на полупрямой фронт фазового перехода распространяется по закону $\xi(t) = \alpha \sqrt{t}$ [6]. В нашей задаче зависимость $\xi(t)$ будем искать именно в таком виде. Для нахождения параметра α была использована аппроксимация методом наименьших квадратов на основании условий (12), (13) и полученного приближенного по методу Галёркина решения.

3. Вычислительный эксперимент

Вычислительный эксперимент был проведен на промежутке $0 < x < 1$ ($L = 1$), который, в свою очередь, был разделен на две подобласти $0 < x < \xi(t)$ и $\xi(t) < x < 1$ границей фазового перехода.

Были выбраны следующие значения параметров в задаче (1) – (6):

$$\beta = 0,125, \quad \gamma = 75,909, \quad \delta = 4, \quad u_0 = -1, \quad u_c = 1,$$

что соответствует переходу воды из твердого состояния в жидкое.

На рисунке приведен график зависимости $x = \xi(t)$. Было получено значение $\alpha = 0,0263$. Отметим, что точному решению задачи Стефана на полупрямой при числовых данных эксперимента соответствует значение $\alpha = 0,0258$.

Полученные результаты были доложены на XVIII и XIX Международных молодежных форумах «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке» (Харьков, ХНУ-РЭ, 14 – 16 апреля 2014 и 20 – 22 апреля 2015), Международной научной конференции «XL Гагаринские чтения» (Москва, «МАТИ» – РГТУ им. К.Э. Циолковского, 7– 11 апреля 2014), а также на 18-й Всеукраїнській (Тринадцятій Міжнародній) студентській науковій конференції з прикладної математики та інформатики „СНКПМІ-2015” (Львів, ЛНУ ім. І.Франка, 22 – 23 апреля 2015) [3, 4, 8, 9].

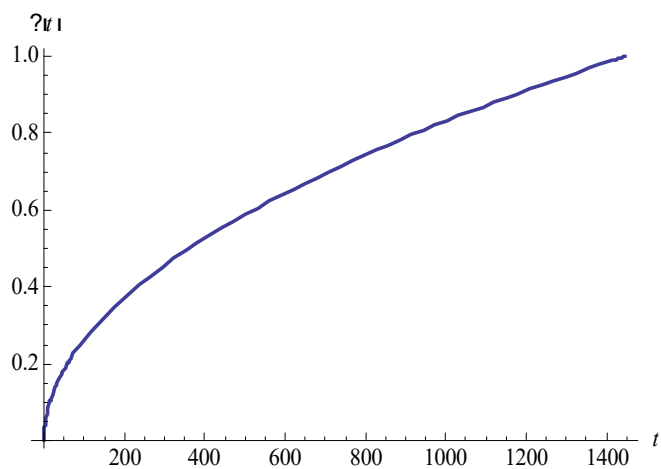


График зависимости $x = \xi(t)$

Выводы

Впервые предложен метод расчета температурного поля при фазовых превращениях, основанный на применении численно-аналитического метода Галёркина, что позволило получить приближенное решение задачи в аналитическом виде. В ходе выполнения исследований также был разработан программный продукт в пакете Mathematica 10, с помощью которого проведен ряд вычислительных экспериментов.

Результаты работы могут найти применение в научных исследованиях по физике, химии, биологии, а также в медицине (задача криохирургии). Это и определяет научную новизну и практическую значимость полученных результатов.

Литература: 1. *Прусаков Г.М.* Математические модели и методы в расчетах на ЭВМ. М.: Наука, 1993. 144 с. 2. *Левин В.И. Араманич И.Г.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1969. 288 с. 3. *Подгорный А.Р.* Численный анализ одной задачи фазовых превращений // Научные труды Международной молодежной научной конференция «XL Гагаринские чтения» в 9 томах (Москва, «МАТИ» – РГТУ им. К.Э. Циолковского, 7 – 11 апреля 2014). Т. 5. С. 158 – 160. 4. *Подгорный А.Р.* Об одной проблеме математического моделирования фазовых превращений // Материалы XVIII Международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке» (Харьков, ХНУРЭ, 14 – 16 апреля 2014). Т. 7. С. 130 – 131. 5. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с. 6. *Мартинсон Л.К., Малов Ю.И.* Дифференциальные уравнения математической физики. 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 368 с. 7. *Михлин С.Г.* Численная реализация вариационных методов. М.: Наука, 1966. 432 с. 8. *Подгорный А.Р.* Математическое моделирование фазовых превращений на примере одномерной задачи Стефана // Материалы XIX Международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке» (Харьков, ХНУРЭ, 20 – 22 апреля 2015). Т. 7. С. 84 – 85. 9. *Подгорный О.Р.* Математичне моделювання фазових перетворень на прикладі одновимірної задачі Стефана // Тези доповідей

Вісімнадцятої Всеукраїнської (Тринадцятої Міжнародної) студентської наукової конференції з прикладної математики та інформатики „СНКПМІ-2015” (Львів, ЛНУ ім. І.Франка, 22 – 23 квітня 2015). С. 133 – 135.

Поступила в редколлегію 15.05.2015

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Колосов А.И.

Подгорный Алексей Русланович, магистрант кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование и вычислительная математика, программирование. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Сидоров Максим Викторович, канд. физ.-мат. наук, доц. каф. прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, математическая физика, теория R-функций и её приложения, стохастический анализ и его приложения. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Яловега Ирина Георгиевна, канд. техн. наук, доц. каф. математики ХНПУ им. Г.С. Сковороды. Научные интересы: математическое моделирование, методика преподавания математики. Адрес: Украина, 61168, Харьков, ул. Блюхера, 2.

Podgornyj Alexej Ruslanovich, undergraduate of Department of Applied Mathematics KhNURE. Research interests: mathematical modeling and computational mathematics, programming. Address: Ukraine, 61166, Kharkov, Lenin Ave, 14, phone +38 (057) 7021436.

Sidorov Maxim Victorovich, Ph.D. in Physics and Maths, associate professor, associate professor of Department of Applied Mathematics KhNURE. Research interests: mathematical modeling, numerical methods, mathematical physics, R-functions theory and its applications, stochastic analysis and its applications. Address: Ukraine, 61166, Kharkov, Lenin Ave, 14, phone +38 (057) 7021436.

Yalovega Irina Georgievna, Ph.D. in Engineering, associate professor of Department of Mathematics H.S. Skovoroda KhNPU. Research interests: mathematical modeling, methods of teaching mathematics. Address: Ukraine, 61168, Kharkov, Bluhher St., 2.

ПРИМЕНЕНИЕ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ К РАСЧЕТУ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ СТАЦИОНАРНЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

ЛАМТЮГОВА С.Н.

Рассматривается и обосновывается применение методов R -функций, последовательных приближений и Бубнова-Галёркина к расчету стационарного обтекания тел вращения и цилиндрических тел вязкой несжимаемой жидкостью.

Ключевые слова: вязкая жидкость, функция тока, метод R -функций, метод последовательных приближений, метод Бубнова-Галёркина.

Key words: viscous fluid, stream function, the R -functions method, the method of successive approximations, the Bubnov-Galerkin method.

Введение

Актуальность исследования. В последнее время математическое моделирование и численный анализ все активнее используются при изучении динамики вязкой жидкости. Необходимость моделировать вязкие течения возникает, например, в гидроаэродинамике, теплоэнергетике, химической кинетике, биомедицине и т.д. Описывающие их уравнения Навье-Стокса [1 – 3] имеют существенные особенности – нелинейность и наличие малого параметра при старшей производной. Поэтому часто на предварительном этапе анализа ограничиваются линейным приближением. Полное пренебрежение нелинейными членами в системе уравнений Навье-Стокса приводит к системе уравнений Стокса [4, 5]. Однако для задачи двумерного поперечного обтекания цилиндра потоком неограниченной жидкости не существует решения уравнений Стокса (парадокс Стокса) [5, 6]. В этом случае используют линейную систему уравнений Озеена [5].

Если рассматриваемая задача обладает свойствами симметрии и может быть сведена к двумерной, то вместо компонент скоростей жидкости удобно ввести функцию тока [4, 6, 7]. Методы решения внешних задач для уравнения относительно функции тока разработаны недостаточно, что объясняется высоким порядком этого уравнения, его нелинейностью и неограниченностью области, в которой уравнение рассматривается. На наш взгляд привлекательным является использование для решения этого класса задач проекционных методов, поскольку они дают приближенное решение в аналитическом виде, что облегчает дальнейшее применение функции тока для нахождения различных характеристик течения. При этом точно учесть геометрическую информацию, входящую в постановку задачи, позволит использование конструктивного аппарата теории R -функций акад. НАН Украины В.Л. Рвачева [8].

Метод R -функций в задачах гидродинамики применялся в работах [9 – 13], но задачи внешнего обтекания тел вязкой жидкостью с использованием метода R -функций не рассматривались, хотя они составляют важный класс прикладных задач. Поэтому разработка новых, а также совершенствование существующих методов математического моделирования и численного анализа стационарных задач обтекания тел вязкой несжимаемой жидкостью методом R -функций является актуальной научной проблемой.

Эта работа опирается на применение метода R -функций к расчету стационарных задач обтекания тел идеальной жидкостью [14].

Цель и задачи исследования. Целью данной работы является разработка и обоснование нового метода численного анализа стационарных задач обтекания тел вращения и цилиндрических тел вязкой несжимаемой жидкостью. Этот метод основан на совместном применении метода последовательных приближений, структурного метода R -функций и проекционного метода Бубнова-Галёркина.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- построить на основании методов теории R -функций полную структуру решения краевых задач для функции тока;
- применить метод Бубнова-Галёркина для аппроксимации неопределенных компонент в структуре линейных задач;
- применить метод последовательных приближений и метод Бубнова-Галёркина для аппроксимации неопределенных компонент в структуре нелинейных задач;
- исследовать вопросы сходимости предложенных методов.

1. Описание области течения

Основная сложность при построении численного метода анализа в задачах обтекания связана с бесконечностью области, в которой рассматривается течение. Для построения вычислительного алгоритма, который бы позволил вести расчеты в конечной области, нам понадобится функция [14]

$$f_M(x) = \begin{cases} 1 - \exp \frac{Mx}{x-M}, & 0 \leq x < M; \\ 1, & x \geq M \quad (M = \text{const} > 0). \end{cases}$$

Легко проверить, что она удовлетворяет следующим условиям:

- а) $f_M(0) = 0$;
- б) $f'_M(0) = 1$;
- в) $f'_M(x) \geq 0 \quad \forall x \geq 0$;
- г) $f_M(x) \equiv 1 \quad \forall x \geq M$.

Кроме того, $f_M(x) \in C^\infty[0, +\infty)$.

Пусть Ω – область течения, а $\partial\Omega$ – граница обтекаемого тела. Если с помощью конструктивного аппарата теории R -функций построена достаточно гладкая функция ω такая, что $\omega = 0$ – нормализованное уравнение $\partial\Omega$, то функция $\omega_M = f_M(\omega)$ такова, что:

- 1) $\omega_M > 0$ в Ω ;
- 2) $\omega_M|_{\partial\Omega} = 0$;
- 3) $\frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = -1$, где \mathbf{n} – внешняя нормаль к $\partial\Omega$;
- 4) $\omega_M \equiv 1$, если $\omega_M \geq M$.

Обобщенные решения рассмотренных далее задач будем искать в классе F функций v , которые имеют обобщенные производные до второго порядка включительно и квадратично суммируемы вместе с производными по Ω_1 , где Ω_1 – любая конечная часть Ω ; на границе $\partial\Omega$ они удовлетворяют однородным краевым условиям соответствующих задач [15].

2. Метод численного анализа задачи расчета обтекания цилиндрического тела

Рассмотрим стационарное обтекание цилиндрического тела потоком вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат (r, φ, z) [3, 4]. В этом случае вектор скорости можно искать в виде

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}, \quad v_\varphi = -\frac{\partial\psi}{\partial r}, \quad v_z = 0,$$

где $\psi = \psi(r, \varphi)$ – функция тока.

В линейном приближении (линеаризация Озеена) течение описывается следующей задачей для ψ :

$$v\Delta^2\psi + U_\infty A(\Delta\psi) = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (1)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (2)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \psi \cdot r^{-1} = U_\infty \sin\varphi, \quad (3)$$

здесь v – коэффициент вязкости; Δ – оператор Лапласа; $A\zeta = -\cos\varphi \frac{\partial\zeta}{\partial r} + \frac{\sin\varphi}{r} \frac{\partial\zeta}{\partial\varphi} = -\frac{\partial\zeta}{\partial x}$; U_∞ – невозмущенная скорость жидкости на бесконечности.

В задаче (1) – (3) сделаем замену

$$\psi = \omega_M^2 \psi_0 + u,$$

где $\psi_0 = U_\infty (r - R^2 r^{-1}) \sin\varphi$ – решение задачи об обтекании идеальной жидкостью кругового цилиндра радиуса R ; u – новая неизвестная функция.

Выбор такой замены обусловлен тем, что функция $\omega_M^2 \psi_0$ удовлетворяет краевым условиям (2) и условию на бесконечности (3).

Тогда функция u является решением задачи

$$v\Delta^2 u + U_\infty A(\Delta u) = f \quad \text{в } \Omega, \quad (4)$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (5)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} r^{-1} u = 0, \quad (6)$$

где $f = -v\Delta^2(\omega_M^2 \psi_0) - U_\infty A(\Delta(\omega_M^2 \psi_0))$. Заметим, что $f \equiv 0$ в области $\{\omega(r, \varphi) \geq M\}$.

Обобщенным решением задачи (4) – (6) назовем функцию $u \in F$, удовлетворяющую для любой $v \in F$ интегральному тождеству

$$\int_{\Omega} (v \Delta u \cdot \Delta v - U_\infty \Delta u \cdot \Delta v + v \Delta(\omega_M^2 \psi_0) \cdot \Delta v - U_\infty \Delta(\omega_M^2 \psi_0) \cdot \Delta v) d\Omega = 0.$$

Обобщенное решение u найдем как предел при $n \rightarrow \infty$ решений u_n уравнения (4), рассматриваемого в $\Omega_n = \{(x, y) \in \Omega \mid 0 < \omega(x, y) < M_n\} \subset \Omega$. Здесь $\{M_n\}$ – любая возрастающая неограниченная сверху последовательность. Таким образом, последовательность областей $\{\Omega_n\}$ является монотонным исчерпыванием бесконечной области Ω .

В областях Ω_n рассмотрим краевые задачи

$$v\Delta^2 u_n + U_\infty A(\Delta u_n) = f \quad \text{в } \Omega_n, \quad (7)$$

$$u_n|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u_n}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (8)$$

причем u_n , следуя О.А. Ладъженской [16], продолжены нулем вне Ω_n .

Для решения задач (7)–(8) применим метод Бубнова-Галёркина [17]. Оператор этих краевых задач представим в виде $B = vA_0 + U_\infty K$, где $A_0 = \Delta^2$, $K = A(\Delta)$. Оператор A_0 будем рассматривать на множестве $D_0 \subset L_2(\Omega_n)$ функций $u \in C^4(\Omega_n) \cap C^1(\bar{\Omega}_n)$, удовлетворяющих краевым условиям (8). На D_0 введем скалярное произведение $[u, v] = \int_{\Omega} \Delta u \Delta v d\Omega$.

Пополнив D_0 в метрике, порожденной этим скалярным произведением, получим энергетическое про-

пространство H_0 с нормой $\|u\|_0^2 = \int_{\Omega_n} (\Delta u)^2 d\Omega$. Как следует из результатов работы [17] оператор A_0 является симметричным, положительно-определенным.

Выберем координатную систему $\{\varphi_k\}$, подчинив ее следующим условиям:

- 1) $\{\varphi_k\} \in H_0$;
- 2) $\forall N$ элементы $\varphi_1, \dots, \varphi_N$ – линейно независимы;
- 3) координатная система $\{\varphi_k\}$ полна в H_0 .

Приближенное решение задач (7) – (8) согласно методу Бубнова-Галёркина будем искать в виде

$$u_{n,N} = \sum_{j=1}^N c_{n,j} \varphi_j, \quad (9)$$

где $c_{n,j}$, $j=1, \dots, N$, – решение СЛАУ

$$\sum_{j=1}^N c_{n,j} \{v[\varphi_j, \varphi_i] + U_\infty (K\varphi_j, \varphi_i)\} = (f, \varphi_i), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (f, \varphi_i) &= -v \int_{\Omega_n} \Delta(\omega_M^2 \psi_0) \cdot \Delta \varphi_i d\Omega + \\ &+ U_\infty \cdot \int_{\Omega_n} \Delta(\omega_M^2 \psi_0) \cdot A\varphi_i d\Omega, \quad i = \overline{1, N}. \end{aligned}$$

В работе [17] было доказано, что оператор A_0 имеет дискретный спектр, а оператор A_0^{-1} вполне непрерывен в пространстве $L_2(\Omega_n)$. Тогда из результатов статьи С.Г. Михлина [18] следует, что оператор $A_0^{-1}K$ вполне непрерывен в H_0 . Таким образом, справедлива

Теорема 1. *Галеркинские приближения $u_{n,N}$ вида (9) при $N \rightarrow \infty$ сходятся к обобщенному решению задач (7) – (8), которое определяется интегральным тождеством*

$$\int_{\Omega_n} (v \Delta u_n \cdot \Delta v - U_\infty \Delta u_n \cdot Av + v \Delta(\omega_M^2 \psi_0) \cdot \Delta v - U_\infty \Delta(\omega_M^2 \psi_0) \cdot Av) d\Omega = 0. \quad (11)$$

Оценим решение задач (7) – (8) в норме $\|\cdot\|_0$.

Умножив (7) в $L_2(\Omega_n)$ на u_n , получим

$$v \|u_n\|_0^2 = -U_\infty (A(\Delta u_n), u_n)_{L_2(\Omega_n)} + (f, u_n)_{L_2(\Omega_n)}.$$

Применив первую формулу Грина, формулу Остроградского-Гаусса и учитывая краевые условия, получим, что $(A(\Delta u_n), u_n)_{L_2(\Omega_n)} = 0$. Тогда

$$v \|u_n\|_0^2 = (f, u_n)_{L_2(\Omega_n)}.$$

Применив неравенство Коши-Буняковского, неравенство [16]

$$\|u\|_{W_2^2(\Omega_n)} \leq c_1 \|\Delta u\|_{L_2(\Omega_n)} = c_1 \|u\|_0 \quad (12)$$

и неравенство Юнга, получим оценку

$$\|u_n\|_0 \leq \frac{c_1}{v} \|f\|_{L_2(\Omega_n)}.$$

Для построения координатной последовательности воспользуемся полной системой частных решений уравнения $\Delta^2 u = 0$ [19] и структурным методом R -функций [8].

Теорема 2 [20, 21]. *При любом выборе достаточно гладких функций Φ_1 и Φ_2 ($\Phi_1 \cdot r^{-1} \rightarrow 0$ при $r \rightarrow +\infty$) краевым условиям (5) и условию на бесконечности (6) точно удовлетворяет функция вида*

$$u = \omega_M^2 \Phi_1 + \omega_M^2 (1 - \omega_M) \Phi_2. \quad (13)$$

Аппроксимации неопределенных компонент Φ_1 и Φ_2 структуры (13) будем искать в виде

$$\Phi_1 \approx \Phi_1^{m_1} = \sum_{k=1}^{m_1} \alpha_k \cdot \varphi_k, \quad \Phi_2 \approx \Phi_2^{m_2} = \sum_{j=1}^{m_2} \beta_j \cdot \tau_j,$$

где

$$\{\varphi_k(r, \varphi)\} = \{r^{-k} \cos k\varphi, r^{-k} \sin k\varphi; k = 1, 2, \dots;$$

$$r^{2-k} \cos k\varphi, r^{2-k} \sin k\varphi, k = 3, 4, \dots\},$$

$$\{\tau_j(r, \varphi)\} = \{\cos 2\varphi, \sin 2\varphi, r^j \cos j\varphi, r^j \sin j\varphi,$$

$$r^{j+2} \cos j\varphi, r^{j+2} \sin j\varphi, j = 1, 2, \dots\}.$$

Зададимся полной относительно всей плоскости последовательностью функций

$$\begin{aligned} \{\varphi_i(r, \varphi)\} &= \{\omega_M^2(r, \varphi) \varphi_k(r, \varphi), \\ &\omega_M^2(r, \varphi) (1 - \omega_M(r, \varphi)) \tau_j(r, \varphi)\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Значения коэффициентов α_k ($k=1, 2, \dots, m_1$) и β_j ($j=1, 2, \dots, m_2$) в соответствии с методом Бубнова-Галёркина найдем из условия ортогональности невязки первым N ($N = m_1 + m_2$) элементам последовательности (14). Это приводит к СЛАУ вида (10).

Последовательность $\{u_n\}$ является слабокомпактной в H_0 , значит, из неё можно выделить сходящуюся к некоторой $u^* \in H_0$ подпоследовательность. Переходя по этой подпоследовательности к пределу в интегральном тождестве (11), получим, что u^* является обобщенным решением задачи (4) – (6). Кроме того, из результатов работы [16] следует единственность решения линейной задачи (4) – (6), а значит, вся последовательность $\{u_n\}$ сходится к u^* .

Теорема 3. *Функции u_n при $M_n \rightarrow \infty$ сходятся к единственному обобщенному решению задачи (4) – (6).*

Рассмотрим теперь общую (нелинейную) задачу для ψ [7]:

$$v\Delta^2\psi = J(\Delta\psi, \psi) \text{ в } \Omega, \quad (15)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (16)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \psi \cdot r^{-1} = U_\infty \sin \varphi, \quad (17)$$

где $J(\Delta\psi, \psi)$ – якобиан функций $\Delta\psi$ и ψ .

Для решения поставленной задачи воспользуемся методами последовательных приближений, R -функций и Бубнова-Галёркина.

В задаче (15) – (17) сделаем замену $\psi = u_0 + u$, где u – новая неизвестная функция, а u_0 – решение задачи:

$$v\Delta^2 u_0 + U_\infty A(\Delta u_0) = 0 \text{ в } \Omega, \quad (18)$$

$$u_0|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u_0}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (19)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} r^{-1} u_0 = U_\infty \sin \varphi. \quad (20)$$

Задача (18) – (20) может быть решена с помощью метода, описанного выше.

Тогда для функции u получим краевую задачу с однородными краевыми условиями

$$v\Delta^2 u = J(\Delta(u_0 + u), u_0 + u) + U_\infty A(\Delta u) \text{ в } \Omega, \quad (21)$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (22)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} r^{-1} u = 0. \quad (23)$$

Обобщенным решением задачи (21) – (23) назовём функцию $u \in F$, удовлетворяющую для любой $v \in F$ интегральному тождеству

$$v \int_{\Omega} \Delta u \Delta v \, d\Omega = \int_{\Omega} J(u_0 + u, v) \Delta(u_0 + u) \, d\Omega + U_\infty \int_{\Omega} A u_0 \Delta v \, d\Omega. \quad (24)$$

Обобщенное решение u задачи (21)–(23) найдем как предел при $n \rightarrow \infty$ решений u_n уравнения (21), рассматриваемого в последовательности областей $\{\Omega_n\}$, которая является монотонным исчерпыванием бесконечной области Ω .

Для решения задачи (21) – (23) в области Ω_n построим итерационный процесс последовательных приближений по нелинейности. Пусть начальное приближение $u_n^{(0)}$ задано. Если k -е приближение $u_n^{(k)}$ построено, то новое $(k+1)$ -е приближение $u_n^{(k+1)}$ находим как решение линейной задачи

$$v\Delta^2 u_n^{(k+1)} = J(\Delta(u_0 + u_n^{(k)}), u_0 + u_n^{(k)}) + U_\infty A(\Delta u_0) \text{ в } \Omega_n, \quad (25)$$

$$u_n^{(k+1)}|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u_n^{(k+1)}}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (26)$$

продолженное нулем вне Ω_n .

Умножив уравнение (25) скалярно в $L_2(\Omega_n)$ на $u_n^{(k+1)}$, используя свойство якобиана [22]: для любых $u, v \in W_2^2(\Omega)$, $w \in \overset{\circ}{W}_2^1(\Omega)$

$$\int_{\Omega} J(u, v) w \, dx dy = \int_{\Omega} J(v, w) u \, dx dy, \quad (27)$$

вторую формулу Грина для последнего слагаемого, получим:

$$v \left\| u_n^{(k+1)} \right\|_0^2 = \left(J(u_0 + u_n^{(k)}, u_n^{(k+1)}), \Delta(u_0 + u_n^{(k)}) \right)_{L_2(\Omega_n)} + U_\infty (A u_0, \Delta u_n^{(k+1)})_{L_2(\Omega_n)}. \quad (28)$$

Для оценки первого слагаемого в правой части (28) используем неравенство [22]

$$\begin{aligned} & \left| (J(u, v), \Delta u)_{L_2(\Omega_n)} \right| \leq \\ & \leq c \|v\|_{W_2^2(\Omega_n)} \|\nabla u\|_{L_2(\Omega_n)} \|\Delta u\|_{L_2(\Omega_n)}, \\ & u, v \in \overset{\circ}{W}_2^2(\Omega_n), \end{aligned}$$

неравенство (12) и неравенство Юнга, второе слагаемое справа оценим, используя неравенство Коши-Буняковского и неравенство Юнга. В результате получим оценку

$$\|u_n^{(k+1)}\|_0^2 \leq \frac{8c^2c_1^4}{v^2} \left(\|u_0\|_0^4 + \|u_n^{(k)}\|_0^4 \right) + \frac{4U_\infty^2c_1^2}{v^2} \|u_0\|_0^2. \quad \frac{1}{v} \leq \frac{\alpha}{2c_0(L_0 + L)}. \quad (30)$$

Пусть $\|u_0\|_0 \leq L_0$, $\|u_n^{(k)}\|_0 \leq L$, тогда

$$\|u_n^{(k+1)}\|_0^2 \leq \frac{8c^2c_1^4}{v^2} (L_0^4 + L^4) + \frac{4U_\infty^2c_1^2}{v^2} L_0^2. \quad \|u_n^{(k+p)} - u_n^{(k)}\|_0 < \frac{\alpha^k}{1-\alpha} \gamma, \quad (31)$$

Значит, условие ограниченности $\|u_n^{(k+1)}\|_0 \leq L$ будет

выполнено, если $\frac{8c^2c_1^4}{v^2} (L_0^4 + L^4) + \frac{4U_\infty^2c_1^2}{v^2} L_0^2 \leq L^2$, откуда

$$\frac{1}{v} \leq \frac{L}{2c_1 \sqrt{2c^2c_1^2(L_0^4 + L^4) + U_\infty^2L_0^2}}. \quad (29)$$

Таким образом, при соответствующем выборе начального приближения $u_n^{(0)}$ и при выполнении условия (29) решение $u_n^{(k+1)}$ на каждом шаге итерационного процесса (25) – (26) ограничено в норме $\|\cdot\|_0$.

Для доказательства сходимости последовательности $u_n^{(k)}$, $k = 0, 1, 2, \dots$, рассмотрим разности $\delta u_n^{(k+1)} = u_n^{(k+1)} - u_n^{(k)}$. Они удовлетворяют уравнению

$$v \Delta^2 \delta u_n^{(k+1)} = J(\Delta(u_0 + u_n^{(k)}), u_0 + u_n^{(k)}) - J(\Delta(u_0 + u_n^{(k-1)}), u_0 + u_n^{(k-1)}) \text{ в } \Omega_n,$$

и краевым условиям

$$\delta u_n^{(k+1)} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \delta u_n^{(k+1)}}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega} = 0.$$

Для оценки $\delta u_n^{(k+1)}$ по норме $\|\cdot\|_0$ было использовано равенство

$$J(u_1, v_1) - J(u_2, v_2) = J(u_1, v_1 - v_2) + J(u_1 - u_2, v_2),$$

свойство (27), неравенство [22]

$$\left| (J(u, v), w)_{L_2(\Omega)} \right| \leq c_0 \|\Delta u\|_{L_2(\Omega)} \|\Delta v\|_{L_2(\Omega)} \|w\|_{L_2(\Omega)},$$

$$u, v \in \overset{\circ}{W}_2^2(\Omega), \quad w \in L_2(\Omega)$$

и неравенство Юнга. Получено, что

$$\|\delta u_n^{(k+1)}\|_0 \leq \frac{2c_0}{v} (L_0 + L) \|\delta u_n^{(k)}\|_0.$$

Пусть $\frac{2c_0(L_0 + L)}{v} \leq \alpha < 1$, т.е.

Тогда $\|\delta u_n^{(k+1)}\|_0 \leq \alpha \|\delta u_n^{(k)}\|_0 \leq \dots \leq \alpha^k \|\delta u_n^{(1)}\|_0$ и

$$\|u_n^{(k+p)} - u_n^{(k)}\|_0 < \frac{\alpha^k}{1-\alpha} \gamma,$$

где $\gamma = \|\delta u_n^{(1)}\|_0$. Поскольку $\alpha < 1$, то

$\|u_n^{(k+p)} - u_n^{(k)}\|_0 \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$, т.е. последовательность $\{u_n^{(k)}\}$ является фундаментальной. В силу полноты пространства $\overset{\circ}{W}_2^2(\Omega_n)$ это означает, что последовательность $\{u_n^{(k)}\}$ сходится (с геометрической

скоростью), т.е. существует функция $u_n^* \in \overset{\circ}{W}_2^2(\Omega_n)$ такая, что $\lim_{k \rightarrow \infty} u_n^{(k)} = u_n^*$.

Устремив в неравенстве (31) $p \rightarrow \infty$, получим оценку для k -го приближения:

$$\|u_n^* - u_n^{(k)}\|_0 \leq \frac{\alpha^k}{1-\alpha} \gamma. \quad (32)$$

Предельная функция u_n^* является единственным обобщенным решением задачи (21) – (23) в ограниченной области Ω_n , имеет место равенство

$$v \|u_n^*\|_0^2 = \left(J(u_0 + u_n^*, u_n^*), \Delta(u_0 + u_n^*) \right)_{L_2(\Omega_n)} + U_\infty (A u_0, \Delta u_n^*)_{L_2(\Omega_n)}$$

и оценка

$$\|u_n^*\|_0^2 \leq \frac{8c^2c_1^4}{v^2} (L_0^4 + L^4) + \frac{4U_\infty^2c_1^2}{v^2} L_0^2. \quad (33)$$

Объединив условия (29) и (30) для $1/v \sim \text{Re}$, получим оценку

$$1/v < \left\{ \frac{L}{2c_1 \sqrt{2c^2c_1^2(L_0^4 + L^4) + U_\infty^2L_0^2}}, \frac{\alpha}{2c_0(L_0 + L)} \right\}. \quad (34)$$

Таким образом, имеет место

Теорема 4. Последовательные приближения, формируемые по схеме (25) – (26), сходятся при малых числах Рейнольдса к единственному обобщенному

решению $u_n^* \in F$ задачи (21) – (23), рассматриваемой в ограниченной области Ω_n , причем для k -го приближения оценка погрешности имеет вид (32). Условие малости формулируется в виде неравенства (34).

Структура решения краевой задачи (21) – (23) имеет вид (13). Неопределенные компоненты структуры аппроксимируем как и в линейной задаче. Итак, на каждой итерации в области Ω_n приближенное решение задачи (25) – (26) будем искать в виде

$$u_{n,N}^{(k+1)} = \sum_{j=1}^N c_{n,j}^{(k+1)} \varphi_j,$$

где $c_{n,j}^{(k+1)}$, $j = 1, \dots, N$, являются решением СЛАУ:

$$\sum_{j=1}^N c_{n,j}^{(k+1)} v[\varphi_j, \varphi_i] = (f^{(k+1)}, \varphi_i), \quad i = \overline{1, N}, \quad (35)$$

здесь

$$\begin{aligned} & (f^{(k+1)}, \varphi_i) = \\ & = \int_{\Omega_n} [J(u_0 + u_n^{(k)}, \varphi_i) \Delta(u_0 + u_n^{(k)}) + U_\infty A u_0 \Delta \varphi_i] d\Omega. \end{aligned}$$

Отметим, что матрица системы (35) не изменяется от итерации к итерации, вычисляется лишь один раз на первой итерации, а затем на каждой итерации пересчитывается лишь правая часть $(f^{(k+1)}, \varphi_i)$.

Из теорем сходимости метода Бубнова-Галёркина [17] и результатов для линейной задачи следует, что при $N \rightarrow \infty$ последовательность $u_{n,N}^{(k)}$ сходится к $u_n^{(k)}$, а $u_n^{(k)}$ при числах Рейнольдса, удовлетворяющих (34), сходится к u_n^* , причем функция u_n^* удовлетворяет интегральному тождеству (24), записанному для Ω_n , и имеет место оценка (33).

Следуя работам О.А. Ладыженской [15, 16], из последовательности $\{u_n^*\}$ можно выделить сходящуюся подпоследовательность $\{u_{n_j}^*\}$. Переходя к пределу при $n_j \rightarrow \infty$ в интегральном тождестве, определяющем решение $u_{n_j}^*$, получим, что предельная функция u^* удовлетворяет тождеству (24) при любой $v \in F$, т.е. является обобщенным решением задачи (21) – (23).

Теорема 5. *Функции u_n при $M_n \rightarrow \infty$ сходятся к обобщенному решению задачи (21) – (23).*

Вычислительный эксперимент [20] показал, что в задачах обтекания кругового и эллиптического цилиндров последовательные приближения сходятся при $Re \leq 10$. При реализации метода последовательных приближений в качестве $u_n^{(0)}$ выбирались решения линейных задач, полученные в [20].

3. Метод численного анализа задачи расчета обтекания тел вращения

Рассмотрим теперь стационарное обтекание тела вращения потоком вязкой несжимаемой жидкости в сферической системе координат (r, θ, φ) [3, 4]. В этом случае вектор скорости можно искать в виде

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v_\varphi = 0,$$

где $\psi = \psi(r, \theta)$ – функция тока.

В линейном приближении (линеаризация Стокса) течение описывается следующей задачей для ψ [3, 4]:

$$E^2 \psi = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (36)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (37)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \psi \cdot r^{-2} = \frac{1}{2} U_\infty \sin^2 \theta, \quad (38)$$

а общая (нелинейная) задача для ψ имеет вид [5 – 7]

$$v E^2 \psi = B\psi \quad \text{в } \Omega, \quad (39)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (40)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \psi \cdot r^{-2} = \frac{1}{2} U_\infty \sin^2 \theta. \quad (41)$$

Здесь v – коэффициент вязкости, U_∞ – невозмущенная скорость жидкости на бесконечности,

$$E\psi \equiv \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right),$$

$$B\psi = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial E\psi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial E\psi}{\partial \theta} \right) +$$

$$+ \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(2 \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) E\psi.$$

Исследование разрешимости задач (36) – (38) и (39) – (41), а также исследование применимости методов R -функций, последовательных приближений и Бубнова-Галёркина проводится по аналогичным п. 2 схемам.

В линейной задаче (36) – (38) делаем замену

$$\psi = \omega_M^2 \psi_0 + u,$$

где $\psi_0 = 0,25U_\infty (r-R)^2 (2+Rr^{-1}) \sin^2 \theta$ – решение Стокса для задачи про обтекание сферы радиуса R , u – новая неизвестная функция.

Тогда линейная задача в ограниченной области Ω_n имеет вид:

$$E^2 u_n = f \text{ в } \Omega_n, \quad (42)$$

$$u_n|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u_n}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (43)$$

где $f = -E^2(\omega_M^2 \psi_0)$, u_n продолжены нулем вне Ω_n .

Для решения задачи (42) – (43) также имеет место теорема о сходимости галёркинских приближений и справедлива оценка

$$\|u_n\|_0 \leq c_1 \|f\|_{L_2(\Omega_n)}.$$

Для нелинейной задачи (39) – (41) делаем замену $\psi = u_0 + u$, где u – новая неизвестная функция, а u_0 – решение задачи:

$$E^2 u_0 = 0 \text{ в } \Omega,$$

$$u_0|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u_0}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0,$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} r^{-2} u_0 = \frac{1}{2} U_\infty \sin^2 \theta.$$

Тогда получим нелинейную задачу в ограниченной области

$$\nu E^2 u = B(u_0 + u) \text{ в } \Omega_n, \quad (44)$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0. \quad (45)$$

Итерационный процесс решения задачи (44), (45) строится аналогично схеме (25), (26). Имеет место теорема о сходимости последовательных приближений при малых числах Рейнольдса в конечной области Ω_n . Условие малости числа Рейнольдса имеет вид

$$\frac{1}{\nu} < \min \left\{ \frac{L}{2\sqrt{c_0^2 + 4c_3^2 c_1^4} (1 + c_2 c_1) (L_0^2 + L^2)}, \frac{\alpha}{4(1 + c_2 c_1) (L_0 + L) \sqrt{c_0^2 + 2c_3^2 c_1^4}} \right\}.$$

Структура решения задач (36) – (38) и (39) – (41) также дается формулой (13). Неопределенные компоненты аппроксимируются функциями, построенными

на основании полной системы частных решений уравнения $E^2 u = 0$ [4, 23].

Вычислительный эксперимент показал, что в задачах обтекания сферы и эллипсоида вращения последовательные приближения сходятся при $Re < 10$. При реализации метода последовательных приближений в качестве $u_n^{(0)}$ выбирались решения линейных задач, полученные в [23].

Выводы

Впервые предложен и обоснован численный метод расчета стационарного обтекания тел вращения и цилиндрических тел вязкой несжимаемой жидкостью, основанный на совместном применении методов последовательных приближений, R-функций и Галёркина. Он отличается от известных методов универсальностью (алгоритм не изменяется при изменении геометрии области) и тем, что структура решения точно учитывает все краевые условия задачи, в том числе и условие на бесконечности. Разработанный метод позволяет проводить математическое моделирование разных технологических и физико-механических процессов. Следует также отметить, что благодаря использованию структуры (13) получаемые приближенные решения u_n определены и вне Ω_n , причем на бесконечности выходят на асимптотику, которая входит в постановку задачи.

Сказанное выше определяет *научную новизну* и *практическую значимость* полученных результатов.

Литература: 1. Ламб Г. Гидродинамика. М.: РХД, 2003. Т. 1. 452 с.; Т. 2. 452 с. 2. Ландау Л.Ф., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2003. 736 с. 3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с. 4. Кутепов А.М., Полянин А.Д., Запryanов З.Д., Вязьмин А.В., Казенин Д.А. Химическая гидродинамика. М.: Квантум, 1996. 336 с. 5. Ханпель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с. 6. Шкадов В.Я., Запryanов З.Д. Течения вязкой жидкости. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. 200 с. 7. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: Точные решения. М.: Физматлит, 2002. 432 с. 8. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. К.: Наук. думка, 1982. 552 с. 9. Колосова С.В. Применение проекционных методов и метода R-функций к решению краевых задач в бесконечных областях. Дисс. ... к.ф.-м.н.: 01.01.07 Вычислительная математика. Харьков: ХИРЭ, 1972. 85 с. 10. Колосова С.В., Сидоров М.В. Применение метода R-функций к расчету плоских течений вязкой жидкости // Вестн. ХНУ. Сер. Прикл. матем. і мех. 2003. № 602. С. 61–67. 11. Суворова И.Г. Компьютерное моделирование осесимметричных течений жидкости в каналах сложной формы // Вестн. НТУ ХПИ. Харьков, 2004. № 31. С. 141–148. 12. Тевяшев А.Д., Гибкина Н.В., Сидоров М.В. Об одном подходе к математическому моделированию плоских стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости в конечных односвязных областях // Радиоэлектроника и информатика. 2007. № 2. С. 50–57. 13. Максименко-Шейко К.В. Математическое моделирование теплообмена при движении жидкости по каналам с винтовым типом сим-

метрии методом R -функций // Доп. НАН України. 2005. № 9. С. 41–46. **14.** Стрельченко А.Й., Колосова С.В., Рвачов В.Л. Про один метод розв'язування крайових задач // Доп. АН УРСР, сер. А. № 9. 1972. С. 837–839. **15.** Киселев А.А., Ладыженская О.А. О решении линеаризованных уравнений плоского нестационарного течения вязкой несжимаемой жидкости // ДАН СССР. 1954. Т. ХСV, № 6. С. 1161–1164. **16.** Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1970. 288 с. **17.** Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970. 512 с. **18.** Михлин С.Г. Некоторые достаточные условия сходимости метода Галеркина // Уч. зап. ЛГУ. Сер. мат. н. 1950. Вып. 21, № 135. С. 3–23. **19.** Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с. **20.** Ламтюгова С.Н., Сидоров М.В. Математическое моделирование задач обтекания в цилиндрической системе координат // Вісник ХНУ ім. В.Н. Каразіна. Сер. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління. 2014. №1105, Вып. 24. С. 111–121. **21.** Lamtyugova S.N., Sidorov M.V.

Numerical analysis of the problem of flow past a cylindrical body applying the R-functions method and the Galerkin method // Econtechmod. 2014. Vol. 3, No. 3. P. 43-50. **22.** Chueshov I., Duan J., Schmalfuss B. Probabilistic dynamics of two-layer geophysical flows // Stochastics and dynamics. 2001. Vol. 1, No. 4. P. 451–475. **23.** Lamtyugova S.N., Sidorov M.V. Numerical analysis of the external slow flows of a viscous fluid using the R-function method // Journal of Engineering Mathematics, 2015. V. 91, No. 1. P. 59–79. (DOI: 10.1007/s10665-014-9746-x).

Поступила в редколлегию 15.06.2015

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Колосов А.И.

Ламтюгова Светлана Николаевна, аспирантка каф. прикладной математики ХНУРЭ, ассистент каф. высшей математики ХНУГХ им. А.Н. Бекетова. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, математическая физика, теория R -функций и её приложения. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. +38(057)7021436.

ПОХИБКА ТРИВИМІРНОЇ РЕКОНСТРУКЦІЇ ПОВЕРХНІ ТРІЩИНИ ЗА ТРІАДОЮ ЗОБРАЖЕНЬ

ГРАБОВСЬКА Н.Р., РУСИН Б.П., ІВАНЮК В.Г.,
КАПШІЙ О.В.

Розглядається метод тривимірної реконструкції поверхні за тріадою двовимірних зображень, які отримані під різними напрямками освітлення. Оцінка похибки реконструкції похідних поверхні проводиться для двох бокових напрямків освітлення. Результати розрахунку демонструються на прикладі тестового зображення тріщини.

1. Вступ

В неруйнівному контролі конструкцій, уражених корозією, для прогнозування ресурсу їх безаварійної роботи важливе значення має встановлення форми та глибини пітингів або тріщин, які утворилися на поверхні конструкцій в процесі експлуатації [1,2].

Останнім часом для опису та відновлення форми дефекту використовують методи тривимірної реконструкції [3-10]. Одним з методів отримання тривимірної форми предмета на основі аналізу його зображень є класична стереореко́нструкція [11]. Проте даний метод тривимірної реконструкції має ряд обмежень, які виникають під час застосування і впливають на точність отримання кінцевого результату. Обмеження методу викликає присутність на одному з зображень стереопари значної за розмірами зони загороджених пікселів, що звужує інформацію в цій зоні до одного зображення, а отже блокує ефективну тривимірну реконструкцію. Все це призводить до зниження якості реконструкції.

В роботі використовується запропонований в [12, 13] метод 3D реконструкції за тріадою зображень, отриманих зі змінним положенням джерела світла. Метод оснований на ламбертівській моделі відбиття світла від поверхні конструкції. Для відеозйомки зображень використовуються три напрямки освітлення - вертикальний та два бокові.

Сама реконструкція відбувається шляхом інтегрального накопичення реконструйованих горизонтальної та вертикальної похідних вектора нормалі. Як правило, визначення глибини дефекту відбувається з певною похибкою. Похибка складається з двох складових: перша, яка виникає лише в розрахунковій частині алгоритму реконструкції, і друга, обумовлена неточністю відеозйомки зображень. Спотворення зображень викликано неточністю встановлення напрямків освітлення поверхні дефекту. За результатами роботи [13] похибка обрахунку поверхні дефекту, яка зосереджена лише в розрахунковій частині алгоритму реконструкції, за тріадою зображень для випадку оцінки глибини тріщини становить $\pm 0,04\%$. Але при практичній реалізації цієї реконструкції необхідно вра-

хувати похибки, які індукуються відхиленням кожного з трьох напрямків освітлення від технологічно запланованого значення. Це складне завдання. Тому щоб досягти його успішного виконання, слід розбити вирішення цієї проблеми на простіші етапи і аналізувати зазначені похибки по частинах. На першому етапі такого аналізу точності доцільно розглянути похибку, яка індукуються відхиленням кожного з двох бокових напрямків освітлення від технологічно запланованого значення.

Оскільки аналіз точності реконструкції розпочато для тріщини, то доцільно його продовжити, використовуючи як об'єкт реконструкції тріщину.

Тому метою роботи є оцінка похибки визначення похідних поверхні тріщини при її реконструкції за тріадою зображень залежно від бокових напрямків освітлення.

В рамках поставленої мети будуть вирішені дві задачі оцінки похибок 3D реконструкції похідних поверхні тріщини залежно від бокових напрямків освітлення, а також буде з'ясовано, в якій мірі цей тип похибок можна контролювати сучасними кутомірними засобами, що дозволить конструктивно зменшити їх до необхідного рівня і покращити точність 3D реконструкції.

2. Люмінаційна модель зображення

Для дифузної моделі відбиття (розглядається монохроматичне зображення) інтенсивність відбиття точки поверхні, освітленої одним джерелом світла, визначає рівняння [14, 15]

$$I_{\lambda} = I_a + I_{p\lambda} k_d (N \cdot L), \quad (1)$$

де I_a – інтенсивність розсіяного світла; $I_{p\lambda}$ – інтенсивність джерела освітлення; k_d – дифузний коефіцієнт, який визначає рівень дифузного відбиття досліджуваної точки поверхні; $L = (L_x, L_y, L_z)$ – напрям на джерело світла; $N = (N_x, N_y, N_z)$ – одиничний вектор нормалі до поверхні $F(x, y, z) = 0$ у досліджуваній точці $M = (x, y, z)$.

Вважаємо, що наступну реконструкцію виконують, коли поверхня задана в явній формі $z = f(x, y)$, тому $F(x, y, z) = f(x, y) - z = 0$. Направлені косинуси нормалі (N) до такої поверхні в точці $M = (x, y, z)$ описуються формулами [16]

$$N = \left\{ \frac{-p}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}, \frac{-q}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}} \right\}, \quad (2)$$

де $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ – нахил поверхні в околі точки.

Оскільки інтенсивність джерела освітлення $I_{p\lambda}$ є стала величина, то рівняння (1) є функцією чотирьох невідомих p , q , k_d та I_a .

3. 3D реконструкція за тріадою зображень

Розглянемо ілюмінаційну модель зображення з контрольованим кутом освітлення та визначимо її параметри p , q , k_d та I_a з тріади зображень. Щоб усунути залежність від параметра I_a , експериментально визначимо його тимчасово, штучно, затінюючи зразок з дефектом. Затінення формується за допомогою прямокутника, просторове положення якого над зразком, а отже і положення тіні, визначає система обробки. Використовуючи базове зображення I_λ зі штучним затіненням, можна визначити інтенсивність фону I_a і звести модель (1) до трьох невідомих.

Забезпечивши у системі джерело світла з такими параметрами, що $L_0 = (L_{x0}, L_{y0}, L_{z0})$, $L_1 = (L_{x1}, L_{y1}, L_{z1})$, $L_2 = (L_{x2}, L_{y2}, L_{z2})$, отримаємо інтенсивність відбиття поверхні у вигляді системи трьох рівнянь:

$$\begin{aligned} I_{\lambda 0} &= I_a + I_{p\lambda} k_d (L_{x0} N_x + L_{y0} N_y + L_{z0} N_z), \\ I_{\lambda 1} &= I_a + I_{p\lambda} k_d (L_{x1} N_x + L_{y1} N_y + L_{z1} N_z), \\ I_{\lambda 2} &= I_a + I_{p\lambda} k_d (L_{x2} N_x + L_{y2} N_y + L_{z2} N_z), \end{aligned} \quad (3)$$

в якій невідомі компоненти вектора нормалі N . Кожна компонента вектора нормалі N залежать від похідних p , q , а отже система (3) залежать від них. Щоб спростити вираз (3), застосуємо у системі джерела світла з такими параметрами, що

$$\begin{aligned} L_0 &= (0, 0, 1), \\ L_1 &= (L_{x1e}, 0, L_{z1e}), \quad L_2 = (0, L_{y2e}, L_{z2e}). \end{aligned} \quad (4)$$

Представимо джерела світла (4) із застосуванням кутів (рис. 1):

$$L_0 = (0, 0, 1), \quad L_1 = (\cos\theta, 0, \sin\theta), \quad L_2 = (0, \cos\phi, \sin\phi). \quad (5)$$

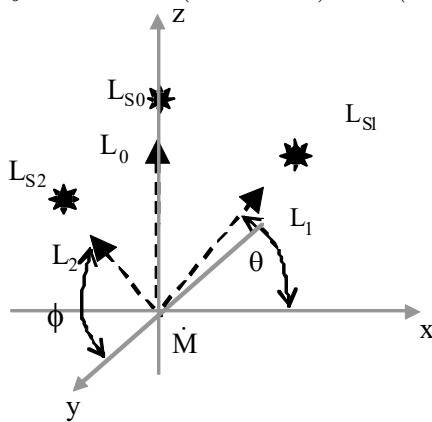


Рис. 1. Геометрична інтерпретація локалізації джерела світла (L_{S0}, L_{S1}, L_{S2}) в тривимірному просторі відносно точки M поверхні дефекту

Крім того, приймаємо, що джерела світла є однакові $L_{S0} = L_{S1} = L_{S2}$.

Отриману систему трьох рівнянь з невідомими параметрами k_d та p , q , шляхом алгебраїчних перетворень, трансформуємо у таку форму:

$$p = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} - \frac{\eta_1}{L_{x1e}}, \quad (6)$$

$$\text{де } \eta_1 = \frac{I_{\lambda 1} - I_a}{I_{\lambda 0} - I_a},$$

$$q = \frac{L_{z2e}}{L_{y2e}} - \frac{\eta_2}{L_{y2e}}, \quad (7)$$

$$\text{де } \eta_2 = \frac{I_{\lambda 2} - I_a}{I_{\lambda 0} - I_a}.$$

Оскільки напрямки освітлення L_0, L_1, L_2 (4) є технологічно заплановані, то на основі їх компонент виконується реконструкція (6) і (7).

4. Похибка визначення похідних поверхні

На практиці під час зйомки виникають відхилення від напрямків освітлення (4). Тому на першому етапі аналізу точності реконструкції на основі тріади 2D зображень доцільно розглянути похибку, яка індукована відхиленням першого бокового напрямку освітлення

$$\tilde{L}_1 = (\tilde{L}_{x1}, \tilde{L}_{y1}, \tilde{L}_{z1}) \quad (8)$$

від технологічно запланованого L_1 для відеозйомки зображення $I_{\lambda 1}$. На другому етапі аналізу точності доцільно розглянути похибку, яка індукована відхиленням другого бокового напрямку освітлення

$$\tilde{L}_2 = (\tilde{L}_{x2}, \tilde{L}_{y2}, \tilde{L}_{z2}) \quad (9)$$

від технологічно запланованого L_2 для відеозйомки зображення $I_{\lambda 2}$.

Зауважимо, що через зміну напрямку освітлення \tilde{L}_1 зображення $I_{\lambda 1}(L_1)$ спотворюється і стає $I_{\lambda 1}(\tilde{L}_1)$, а через зміну напрямку освітлення \tilde{L}_2 зображення $I_{\lambda 2}(L_2)$ спотворюється і стає $I_{\lambda 2}(\tilde{L}_2)$. Тому реконструкція похідної p (6) змінюється лише через зміну параметра $\eta_1(I_{\lambda 1}(\tilde{L}_1))$, а реконструкція похідної q (7) змінюється лише через зміну параметра $\eta_2(I_{\lambda 2}(\tilde{L}_2))$.

Розглянемо похибку реконструкції похідної p , яка індукована відхиленням першого бокового напрямку освітлення \tilde{L}_1 (8).

Для векторів L_1, \tilde{L}_1 скористаємось описом, який слідує при використанні поверхні сфери $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, з центром у досліджуваній точці O . Досліджувана точка розміщена у центрі координат.

Для поверхні $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ можна визначити похідну

$P = \frac{\partial z}{\partial x} = -\text{ctg}\theta$, де θ - кут напрямку світла в площині XOZ , а також можна визначити похідну

$Q = \frac{\partial z}{\partial y} = -\text{ctg}\varphi$, де φ - кут напрямку світла в площині YOZ . На основі цього опис вектора \tilde{L}_1 набуває форми

$$\tilde{L}_1 = \left(\frac{-P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + 1}}, \frac{-Q}{\sqrt{P^2 + Q^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{P^2 + Q^2 + 1}} \right). \quad (10)$$

З використанням (10) для технологічно запланованого L_1 , який визначено в точці з $P = P_e, Q = Q_e = 0$, маємо наступний вираз

$$L_1 = \left(\frac{-P_e}{\sqrt{P_e^2 + 1}}, 0, \frac{1}{\sqrt{P_e^2 + 1}} \right). \quad (11)$$

Тому зображення $I_{\lambda 1}$, а також величина η_1 є функцією параметрів P_e, Q_e , внаслідок чого реконструкція похідної

$$p = p(P_e, Q_e) = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} - \frac{\eta_1(P_e, Q_e)}{L_{x1e}}. \quad (12)$$

За рахунок використання напрямку освітлення $\tilde{L}_1 = \tilde{L}_1(P, Q)$ (10) зображення $I_{\lambda 1}$ стає функцією параметрів P, Q . Внаслідок цього реконструкція похідної

$$p(P, Q) = \frac{L_{z1e}}{L_{x1e}} - \frac{\eta_1(P, Q)}{L_{x1e}}. \quad (13)$$

Застосуємо для оцінки точності реконструкції p розклад функції (13) в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} p(P, Q) &= p(P_e, Q_e) + (P - P_e) \frac{\partial p(P, Q_e)}{\partial P} \Big|_{P=P_e} + \\ &+ (Q - Q_e) \frac{\partial p(P_e, Q)}{\partial Q} \Big|_{Q=Q_e} + \\ &+ (P - P_e)^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 p(P, Q_e)}{\partial P^2} \Big|_{P=P_e} + \\ &+ (Q - Q_e)^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 p(P_e, Q)}{\partial Q^2} \Big|_{Q=Q_e} + \\ &+ \frac{1}{2!} (P - P_e)(Q - Q_e) \frac{\partial^2 p(P, Q)}{\partial P \partial Q} \Big|_{P=P_e, Q=Q_e} + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

Наступний аналіз точності виконується з параметром $Q_e = 0$. Для оцінки $p = p(P, Q)$ (14) шляхом диференціювання (13) та підставлення компонент вектора N (2) отримуємо

$$\left[\frac{\partial p(P, 0)}{\partial P} \right]_{P=P_e} = \frac{P_e - p}{L_{x1e}(P_e^2 + 1)^{3/2}}. \quad (15)$$

Для оцінки $p = p(P, Q)$ (14) шляхом диференціювання (13) аналогічно знаходимо

$$\left[\frac{\partial p(P_e, Q)}{\partial Q} \right]_{Q=0} = \frac{-q}{L_{x1e}\sqrt{1 + P_e^2}}. \quad (16)$$

Нехтуючи у виразі (14) малими членами, отримуємо наближення розвинення в ряд Тейлора, з якого, з використанням підставлення (15), (16), визначимо загальну оцінку точності реконструкції горизонтальної похідної

$$\Delta p_{PQ} = p(P_e, 0) - p(P, Q) = \Delta p_P + \Delta p_Q, \quad (17)$$

де похибки

$$\Delta p_P = (P_e - P) \left[\frac{\partial p(P, 0)}{\partial P} \right]_{P=P_e}. \quad (18)$$

$$\Delta p_Q = -Q \left[\frac{\partial p(P_e, Q)}{\partial Q} \right]_{Q=0}. \quad (19)$$

Наступний аналіз точності виконується з параметром $P_e = -1$. При таких параметрах вектор напрямку на джерело світла (10) приймає значення

$$L_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right). \quad \text{Підставимо компоненту}$$

$L_{x1e} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ та $P_e = -1$ в (15), (16) і отримаємо

$$\left[\frac{\partial p(P, 0)}{\partial P} \right]_{P=-1} = -\frac{1}{2} [1 + p], \quad (20)$$

$$\left[\frac{\partial p(-1, Q)}{\partial Q} \right]_{Q=0} = -q. \quad (21)$$

На основі (17) з врахуванням (20) і (21) визначимо відносну похибку обрахунку горизонтальної похідної

$$\delta p = \delta p_P + \delta p_Q, \quad (22)$$

де

$$\delta p_P = \frac{(1 + P)(1 + p)}{2p}, \quad (23)$$

$$\delta p_Q = Q \frac{q}{p}. \quad (24)$$

Із залежності (22) видно, що для підвищення точності реконструкції доцільно працювати з мінімальним

відхиленням напрямку освітлення від запланованого $P = -1$ та $Q=0$. Крім того, коли похідна p прямує до 0, то відносна похибка δp зростає. Щоб з'ясувати технологічно досяжні відхилення напрямку освітлення від технологічно запланованого, розрахуємо кількісну оцінку відносної похибки δp . Але спочатку доцільно розглянути точність реконструкції, проаналізувавши похибку, викликану змінами напрямку L_2 . Використаємо для цього подібність співвідношень (6) та (7). На основі наведеної подібності, скориставшись в (22) підставленнями $p = q$, $q = p$, $P = Q$, $Q = P$, визначено відносну похибку обрахунку вертикальної похідної

$$\delta q = \delta q_Q + \delta q_p, \quad (25)$$

де

$$\delta q_Q = \frac{(1+Q)(1+q)}{2q}, \quad (26)$$

$$\delta q_p = P \frac{p}{q}. \quad (27)$$

З (25) видно, що коли похідна q прямує до 0, то відносна похибка δq зростає. Повертаючись до відносної похибки δp , продовжимо її аналіз для тріщини. Нехай маємо вертикальну тріщину. Для такої тріщини $q \approx 0$. Як видно з (22), $|\delta p_p| \gg |\delta p_Q|$ і тому $\delta p_{pQ} \approx \delta p_p$. Таким чином, необхідно оцінити похибку δp_p , яка є функцією параметра P та горизонтальної похідної p . Щоб дослідити величину похибки δp_p у діапазоні горизонтальних похідних $[-p_1, p_1]$, розглянемо переріз вертикальної тріщини, який описується рівнянням

$$z = \eta(i\Delta x - a)^2, \quad (28)$$

де Δx – крок дискретизації по горизонтальній координаті x .

5. Приклад кількісної оцінки відносної похибки реконструкції горизонтальної похідної тріщини

На рис. 2 подано комп'ютерне моделювання сегмента вертикальної тріщини (а) та розподіл його горизонтальних похідних (б).

Оскільки для реконструкції глибини тріщини необхідно забезпечити значний діапазон реконструкції горизонтальної похідної $D = [-0,97; 0,97]$, то треба дослідити умови реконструкції в діапазоні D докладніше і з'ясувати, чи достатня точність у точках діапазону D для проведення реконструкції глибини тріщини. Оцінку (23), як функції $\delta p = \delta p_p(\theta, p)$, отримано для випадку, коли $1+P = \text{ctg}45^\circ - \text{ctg}\theta$, тут θ – кут на-

прямку світла в площині XOZ . У вигляді двовимірного масиву цей розподіл відносної похибки визначення горизонтальної похідної δp представлено на рис. 3. На рис. 3 точки, в яких можна реконструювати похідну p , представлено світло сірим кольором, а де не виконується умова $|\delta p_p(\theta, p)| \leq 0,1$ – чорним. З рис. 3 видно, що для розширення діапазонів реконструкції доцільно працювати з мінімальним відхиленням напрямку освітлення від технологічно запланованого $\theta = 45^\circ$. Зауважимо, що практична реалізація такої операції мінімізації відхилення напрямку освітлення потребує додаткових технологічних зусиль, необхідних для корекції точності розташування напрямків освітлення. Надалі приймаємо, що оцінка похибки визначення вертикальної похідної тріщини, обумовлена відхиленням напрямку освітлення θ від технологічно запланованого 45° , скоригована конструктивно так, що $|\delta p_p(\theta, p)| \leq 0,1$, де $\theta \in [44^\circ, 46^\circ]$. Завдяки сучасним вітчизняним кутомірам виробництва МІКРОТЕХ [17] можна створити джерело світла з таким відхиленням напрямку освітлення для використання при 3D реконструкції. В цьому випадку для реконструкції з точністю $|\delta p_p| \leq 0,1$ маємо два діапазони реконструкції горизонтальної похідної $D_- = [-0,97; -0,14]$, та $D_+ = [0,23; 0,97]$. Видно, що по абсолютній довжині діапазон D_- більший за діапазон D_+ .

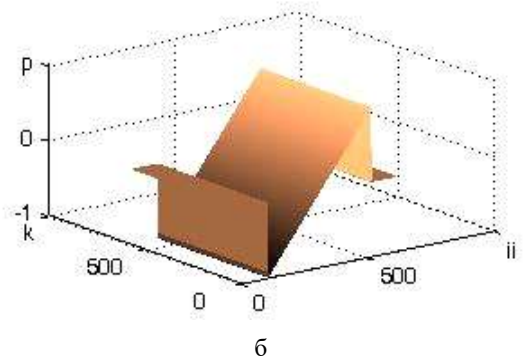
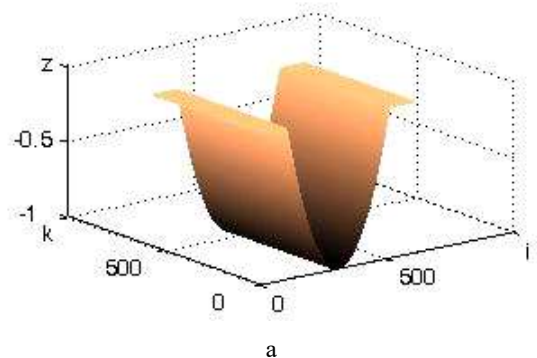


Рис. 2. Сегмент вертикальної тріщини (а) та його розподіл горизонтальних похідних (б)

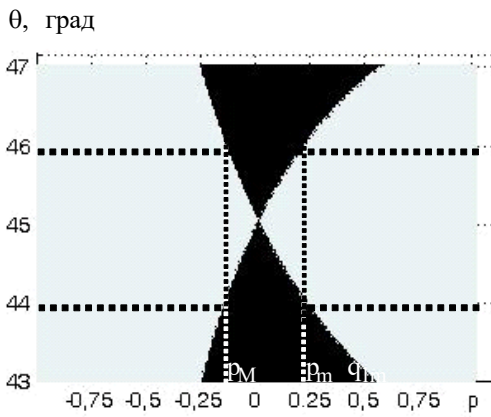


Рис. 3. Розподіл відносної похибки визначення горизонтальної похідної $\delta\rho(\theta, \rho)$ та діапазони реконструкції у випадку $\theta \in [44^\circ, 46^\circ]$

При 3D реконструкції оцінку глибини тріщини знаходимо інтегральним накопиченням похідної ρ , починаючи від одного з країв тріщини (див. рис. 2,а). Зважаючи на те, що по абсолютній довжині діапазон D_- більший за діапазон D_+ (див. рис. 3, $|\rho_M| < \rho_m$) глибину симетричного об'єкта реконструкції, яким є дана тріщина, краще реконструювати у діапазоні D_-

Таким чином, розраховані похибки визначення похідних досліджуваної поверхні обумовлені відхиленням бокового напрямку освітлення L_1 .

Розглянемо точність реконструкції, розрахувавши похибку, викликану змінами напрямку L_2 . Використаємо для цього подібність співвідношень похибок реконструкції (23) та (26). На основі наведеної подібності в прикладі кількісної оцінки відносної похибки доцільно застосувати горизонтальну тріщину. Для горизонтальної тріщини $\rho \approx 0$. Тому, як видно з подібності (23) та (25), для опису розподілу відносної похибки визначення вертикальної похідної $\delta q(\varphi, q)$ можна скористатись розподілом відносної похибки $\delta\rho(\theta, \rho)$, представленим на рис. 3, з використанням підставлень $q = \rho$, $\varphi = \theta$. Отже, отримуємо діапазони реконструкції горизонтальної похідної у випадку $\theta \in [44^\circ, 46^\circ]$.

Висновки

Розглянуто задачу тривимірної реконструкції поверхні за тріадою двовірних зображень. Запропоновано алгоритм реконструкції внутрішньої поверхні тріщини та розраховано точність його роботи для випадку неконтрольованих змін двох бокових напрямків освітлення відеозйомки.

Аналітично знайдені похибки визначення похідних досліджуваної поверхні обумовлені відхиленням бокового напрямку освітлення від технологічно запланованого значення в площині XOZ та YOZ. На їх основі розраховані похибки визначення горизонтальної та вертикальної похідних поверхні вертикальної тріщини

ни з квадратичним профілем, два діапазони 3D реконструкції значень горизонтальної та вертикальної похідних, а також запропоновані рекомендації по встановленню експлуатаційних меж кутових відхилень бокового напрямку освітлення від технологічно запланованого значення в перспективі майбутньої реалізації.

Для симетричних поверхонь рекомендовано проводити реконструкцію з використанням діапазону 3D реконструкції з від'ємними значеннями горизонтальної похідної, оскільки він є довший за діапазон 3D реконструкції з додатними значеннями похідної.

Література: 1. *Sharland S. M.* A review of the theoretical modeling of crevice and pitting corrosion *Corrosion Science* 1987. V. 27. N3. P. 289-323. 2. *Marcus P.* Corrosion mechanisms in theory and practice 2nd Edition - 2002. New York, Technology & Engineering – 742P. 3. *Y. Liu, X. Su, and Q. Zhang*, “A novel encoded-phase technique for phase measuring profilometry,” *Opt. Express* 19(15), 2011. P. 14137–14144. 4. *Q. Zhang, X. Su, L. Xiang, and X. Sun*, 3-D shape measurement based on complementary gray-code light, *Opt. Lasers Eng.*, vol. 50, 2012. P. 574-579. 5. *S. Zhang, D. Van Der Weide, and J. Oliver*, Superfast phase-shifting method for 3-D shape measurement, *Opt. Express* vol. 18, No. 9, 2010. P. 9684–9689. 6. *Woodham R.J.* Photometric method for determining surface orientation from multiple images *Optical Engineering*. 1980. 19(1). P. 139–144. 7. *Maria E. Angelopoulou, Maria Petrou* Evaluating the effect of diffuse light on photometric stereo reconstruction *Machine Vision and Applications*. 2014. Vol. 25, Issue 1. P. 199-210 8. *Yoshizawa, T.* Handbook of Optical Metrology -principle and applications- CRC Press, New York 2009. 744 P. 9. *S. Zhang*, High-resolution 3-D profilometry with binary phase-shifting methods, *Appl. Opt.* 50(12). 2011. P. 1753–1757. 10. *Sudipta N. Sinha, D. Scharstein, R. Szeliski.* Efficient high-resolution stereo matching using local plane sweeps. / IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2014). 2014. P. 1219-1222. 11. *Richard Szeliski.* Computer Vision: Algorithms and Applications. Springer, New York. 2010. 655 P. 12. Неруйнівний контроль стану поверхонь, уражених корозійними пітингами /Б.П. Русин, Н.П. Ануфрієва, Н.Р. Грабовська, В.Г. Іванюк // Фіз.-хім. механіка матеріалів. 2013. №4. С. 90–96. 13. Оцінка глибини тріщини за тріадою зображень / Б.П. Русин, В.Г. Іванюк, О.В. Капшій, Н.П. Ануфрієва // Радіоелектроніка і інформатика. 2010. №2. С. 70–78. 14. *Lambert.* Photometria, sive de Mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae / sumptibus viduae E. Klett, 1760. 15. *Shintaro Watanabe, Koji Miyajima* Detecting Building Changes Using Epipolar Constraint From Aerial Images Taken At Different Positions //ICIP 2001. 2001. P. 201-204. 16. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. т. 1. М.: Наука. 1967. 480с. 17. tool@microtech-ua.com

Надійшла до редколегії 17.06.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Лукін В.В.

Грабовська Наталія Романівна, аспірантка Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАНУ. Наукові інтереси: обробка та розпізнавання зображень. Адреса: Україна, 79601, Львів, вул. Наукова, 5а. dep32@ipm.lviv.ua

Русин Богдан Павлович, д-р техн. наук, проф., зав. відділом “Методів і систем дистанційного зондування” Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАНУ. Наукові

інтереси: обробка та розпізнавання зображень. Адреса: Україна, 79601, Львів, вул. Наукова, 5а, e-mail: dep32@ipm.lviv.ua

Іванюк Віталій Григорович, інженер відділу “Методів і систем дистанційного зондування “ Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАНУ. Наукові інтереси: обробка та розпізнавання зображень. Адреса: Україна, 79601,

Львів, вул. Наукова, 5а, тел:2296-530, e-mail: vivan@imp.lviv.ua

Капшій Олег Вірославович, канд. техн. наук, н.с відділу “Методів і систем дистанційного зондування “ Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАНУ. Адреса: Україна, 79601, Львів, вул. Наукова, 5а. тел: 22-96-530, e-mail: dep32@ipm.lviv.ua

РЕФЕРАТИ

УДК 621.327:681.5

Технологія швидкої тривимірної обробки динамічного інформаційного ресурсу в умовах змінного семантичного змісту / Ю.М. Рябуха // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2015. №2. С. 3-5.

Показано, що у сфері моніторингу об'єктів в кризових ситуаціях значна роль відводиться комплексам повітряного відеоспостереження. Обґрунтовано, що для систем аеромоніторингу забезпечення інформаційної безпеки пов'язане з виконанням вимог по категоріях доступності і цілісності.

Бібліогр.: 8 назв.

УДК 519.85

Phi-функції для еліпсів, апроксимованих дугами кіл / О.В. Панкратов // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2015. № 2. С. 6–9.

Розглянута задача упаковки набору нерівних по величині еліпсів, що можуть вільно транслюватися і обертатися, у прямокутний контейнер мінімального розміру. Для розробки ефективних алгоритмів оптимізації, заснованих на використанні методів локальної та глобальної оптимізації, побудовані адекватні математичні моделі на ґрунті аналітичного опису відносин еліпсів. Для опису обмежень неперетину і належності виведено нові вільні від радикалів phi-функції для еліпсів, що апроксимовані дугами кола.

Лл. 4. Бібліогр.: 13 назв.

УДК 517.977.56

Про одну задачу оптимального керування нагріванням однорідної пластини / Н.В. Гибкіна, М.С. Мартиненко, М.В. Сидоров // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2015. № 2. С. 10–16.

Розглянуто одну з можливих постановок задач оптимального керування нагріванням однорідної пластини. Визначено такий температурний режим нижньої сторони пластини, що у кінцевий момент часу приводить до розподілу температури у всій пластині, якомога близького до бажаного розподілу. Наведено результати розв'язання задачі оптимального керування для різних типів бажаного розподілу температури та для апроксимуючих співвідношень функції керування у вигляді відрізків подвійного ряду Фур'є різної довжини.

Лл. 8. Бібліогр.: 14 назв.

УДК 519.713

Про побудову двосторонніх наближень до додатного розв'язку еліптичної крайової задачі з експоненціальною мажорантою / В.С. Луханін // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2015. № 2. С.16-18.

Розглянуто питання існування, єдиності та побудови двосторонніх наближень до додатного розв'язку однієї еліптичної крайової задачі з експоненціальною нелінійністю. Отримано умови, яким мають задовольняти параметри,

РИ, 2015, № 2

ABSTRACTS

UDC 621.327:681.5

Technology fast 3-d processing dynamic information resource in a changing semantic content/ Yu. Ryabukha // *Radioelektronika i informatika*. 2015. N 2. P. 3-5.

Shown, that in the field monitoring of objects in crisis situations a considerable role gives oneself up complexes air video supervision. Grounded, that for the systems the air monitoring providing of informative safety is related to implementation requirements on the categories availability and integrity. rs on all of vertical lines.

Ref.: 8 items.

UDC 519.85

Phi-functions for ellipses approximated by circular arcs. A.V. Pankratov // *Radioelektronika i informatika*. 2015. N 2. P. 6-9.

The problem of packing a set of nonequal ellipses, allowing continuous rotation and translation in a minimum size rectangular container is considered. To develop efficient optimization algorithms based on the use of methods of local and global optimization, adequate mathematical models based on analytical description of the relationship of the ellipses to be built. For describing nonoverlapping and containment constraints, new radical-free phi-functions are derived for ellipses approximated by circle arcs.

Fig. 4. Ref.: 13 items.

UDC 517.977.56

About one problem of optimal control of the heating of a homogeneous plate / N.V. Gybkina, M.S. Martynenko, M.V. Sidorov // *Radioelektronika i informatika*. 2015. № 2 P. 10–16.

The one of the possible formulations of optimal control problems by heating a homogeneous plate was considered. Such temperature mode of the lower side of the plate, which leads to the temperature distribution in the plate at the final moment of time as close as possible to the specified distribution was defined. The results of solving the optimal control problem for different types of specified temperature distribution and for approximating expression of control functions in the form of segments of double Fourier series of different lengths were obtained.

Fig. 8. Ref.: 14 items.

UDC 519.713

On the construction of two-sided approximations to the positive solution of the elliptic boundary value problem with exponential dominant / V.S. Lukhanin // *Radioelektronika i informatika*. 2015. N2. P.16-18.

In this paper the existence, uniqueness and possibility of constructing of two-sided approximations to the positive solution of the elliptic boundary problem with exponential nonlinearity are considered. Conditions that parameters, which are included into the nonlinear part, must satisfy are

63

що входять до нелінійності, щоб двосторонні наближення збіглися до додатного розв'язку розглядуваної задачі. Обчислювальний експеримент проведено у крузі, результати представлено у вигляді графіків поверхні наближення та ліній рівня, а також у вигляді таблиці.

Табл. 1. Іл. 2. Бібліогр.: 3 назви.

УДК 681.326

Пошук помилок проектування у поведінкових HDL-моделях методом зворотного простежування / О.С. Шкіль // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2015. № 2. С. 19 – 25.

Запропоновано метод пошуку помилок проектування в HDL-моделях цифрових пристроїв поведінкового стилю опису. Як помилка проектування розглянута заміна операндів в арифметичних або логічних виразах. Для підвищення глибини пошуку помилок проектування застосовано метод зворотного простежування в еквівалентних схемах функціонально-блочного рівня з використанням кубічного числення. Наданий приклад реалізації метода для фрагменту VHDL-моделі арифметично-логічного пристрою.

Табл. 4. Іл. 9. Бібліогр.: 3 назви.

УДК 004:519.713

Кіберфізичні структури для аналізу великих даних / В.І. Хаханов, Є.І. Литвинова, С.О. Зайченко, Б.М. Гурєєв, М.М. Шляхтун // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2015. № 2. С. 25–29.

Показана нова модель аналізу big data, яка використовує кошти хмарних сервісів, кіберфізичні системи, паралельні віртуальні мультипроцесори з мінімальним набором векторно-логічних операцій для точного пошуку інформації на основі запропонованої булеаної метрики і векторно-логічних критеріїв якості, що дає можливість поступової класифікації та впорядкування даних на основі компетентісної інфраструктуризації big data в масштабах кіберекосистеми планети.

Іл. 3. Бібліогр.: 7 назв.

УДК 621.383.52:537.311.4

Розробка технології і апаратури управління коригуванням легуючих домішок для регулювання характеристик контакту з органічного напівпровідника Рс структур Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO і Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO / Є.І.Зубко, Є. Я. Швец // *Радіоелектроніка та автоматика*. 2015. № 2. С. 37–45.

У результаті дослідження впливу легування на характер контактів з органічних напівпровідників Рс була створена технологія і апаратура управління процесами коригування легуючих домішок, за якою виявлено оборотне поглинання кисню зі зміною характеру контакту від омичного до випрямляючого для Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO. Для структур Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO коригування характеристик РсAl здійснюють після операцій плазмового травлення в суміші газів Cl₂ і N₂ в плінні 2 годин та відпалу зразка при 200°C при дії кисню.

Іл. 9. Бібліогр.: 7 назв.

obtained. The conditions guarantee that two-sided approximations converge to the positive solution of the problem. The computational experiment is performed in disk, the results of the experiment are presented as plots of approximate solution surface and level lines and also as a table.

Tab. 1. Fig. 2. Ref.: 3 items.

УДК 681.326

Design errors searching in behavioral HDL-models using the method of backtracking / A.S. Shkil // *Radioelektronika i informatika*. 2015. № 2 P. 19–25.

In this paper the method of design errors searching in behavioral HDL-models of digital devices was proposed. Replacement of the operands in the arithmetic or logical expressions is considered as design errors. To increase the depth of design errors searching the method of backtracking in the equivalent circuit of the functional-block level using the cubic calculus was applied. An example of the method implementation for the fragment of the VHDL-model of the arithmetic logic unit was demonstrated.

Tab. 4. Fig. 9. Ref.: 3 items.

UDC 004:519.713

Metrics and Structures for Big Data Analysis / V. I. Hahanov, E. I. Litvinova, S.A. Zaychenko, B.M. Gureev, M.M. Shlyahatun // *Radioelektronika i informatika*. 2015. № 2 P. 25–29.

A new model for analyzing big data, based on the use of cloud services, cyber physical systems, parallel virtual multiprocessors with a minimal set of vector-logical operations for accurate information retrieval by using the proposed Boolean metric and vector-logical quality criteria is shown; it allows gradual classifying and ordering data based on the competency structuring big data in the frame of the planet cyber-ecosystem.

Fig. 3. Ref.: 7 items.

UDC 621.383.52:537.311.4

Research of technology and equipment which controls processes of correcting alloying components for regulation of characteristics of contact made of organic semiconductor Pc of structures Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO and Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO / E.I.Zubko, E.Y.Shvets // *Radioelektronika i informatika*. 2015. № 2 P. 37–45.

As a result of research is determined influence of doping on character of contacts from organic semiconductors Pc. The technology and equipment for control of correcting of alloying impurity allows detected turnaround absorption of oxygen with change of character of contact from ohmic to rectifying for Cu/PcCu/por-Si/n-Si/ITO. For structures Al/PcAl/por-Si/n-Si/ITO a correcting of characteristics PcAl were performed after operations of plasma etching in a mix of gases Cl₂ and N₂ for 2 hours and annealing the sample at 200°C in atmosphere of oxygen.

Fig. 9. Ref.: 7 items.

УДК519.63

Чисельний аналіз фазових перетворень на прикладі одновимірної задачі Стефана / О.Р. Подгорний, М.В. Сидоров, І.Г. Яловега // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2015. № 2. С. 45–48.

Розглянуто задачу розрахунку процесу теплопровідності на відріжку при наявності фазових перетворень (одновимірна задача Стефана). Для її чисельного аналізу запропоновано наближено-аналітичний метод, який базується на методі Гальоркіна. Проведено розрахунки для модельної задачі.

Л. 1. Бібліогр.: 9 назв.

УДК517.9:532.5

Застосування ітераційних методів до розрахунку обтікання тіл стаціонарним потоком в'язкої рідини / С.М. Ламтюгова // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2015. № 2. С. 49–56.

Розглянуто і обґрунтовано застосування методів R -функцій, послідовних наближень і Бубнова-Гальоркіна до розрахунку обтікання тіл обертання і циліндричних тіл стаціонарним потоком в'язкої рідини. Доведено збіжність побудованого ітераційного процесу при малих числах Рейнольдса, отримані оцінки швидкості збіжності і оцінки розв'язків у енергетичній нормі.

Бібліогр.: 23 назв.

УДК383.8:621.396.96:621.396.6

Похибка тривимірної реконструкції поверхні тріщини за триадою зображень / Н.Р. Грабовська, Б.П. Русин, В.Г. Іванюк, О.В.Капшій // *Радіоелектроніка і інформатика*. 2015. №2. С.57-62.

Розглянуто проблему оцінки похибки тривимірної реконструкції поверхні за двомірними зображеннями. Для відомості зображень запропоновано використовувати три напрямки освітлення. Від точності встановлення напрямків освітлення визначально залежить точність реконструкції. Проведено оцінку похибки реконструкції похідних поверхні залежно від двох напрямків освітлення. Зокрема, на основі тестового зображення тріщини проведено розрахунок оцінки похибки реконструкції похідних поверхні тріщини. В результаті аналізу отриманої залежності представлені рекомендації по встановленню експлуатаційних меж кутів відхилень напрямків освітлення та формуванню діапазонів реконструкції похідних .

Л. 3. Бібліогр.: 16 назв.

UDC 519.63

Numerical analysis of phase transformations on the example of one-dimensional Stefan problem / A.R. Podgornyj, M.V. Sidorov, I.G. Yalovega // *Radioelektronika i informatika*. 2015. № 2. P. 45–48.

The problem of calculating the process of thermal conductivity on the segment in the presence of phase transitions (one-dimensional Stefan problem) was considered. For its numerical analysis the approximate analytical method based on the Galerkin method was suggested. The calculations for the model problem were conducted.

Fig. 1. Ref.: 9 items.

UDC 517.9:532.5

The iterative methods application for calculating the flow over body by stationary current of viscous fluid / S.N. Lamtyugova // *Radioelektronika i informatika*. 2015. № 2. P. 49–56.

The application of the R -functions method, the successive approximations method and the Bubnov-Galerkin method to calculate the flow over bodies of revolution and around cylindrical bodies by stationary current of viscous fluid was considered and substantiated. The convergence of the iterative process, constructed at low Reynolds numbers, was proved. The estimates of the convergence rate and solutions assessments in the energy norm were derived.

Ref.: 23 items.

UDC 383.8:621.396.96:621.396.6

An error of three-dimensional reconstruction of surface of crack is after the triad of images / Hrabovcska N.R., Rusyn B.P., Ivanyuk V.G., Kapshiy O.V. // *Radioelektronika i informatika*. 2015. № 2. P. 57-62.

The article considers the problem of error estimation for three-dimensional surface reconstruction with two-dimensional images. For recording images it offers to use three directions of illumination. The accuracy of the determination of directions of illumination initially depends on the accuracy of the reconstruction. The estimation error of the reconstruction of the derivatives of the surface depending on two directions of illumination. In particular, based on the test image of the crack was calculated estimate of the error of reconstruction of the derivatives of the surface cracks. The analysis of this dependences presented recommendations for establishing operating limits of the angular deviations of the directions of illumination and formation ranges of the reconstruction of derivatives .

Fig.3. Ref.: 16 items.



13th IEEE EAST-WEST DESIGN & TEST SYMPOSIUM (EWDTs 2015)

Batumi, Georgia, September 26-29, 2015



Call for Papers



The main target of the IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTs) is to exchange experiences between scientists and technologies of Eastern and Western Europe, as well as North America and other parts of the world, in the field of design, design automation and test of electronic circuits and systems. The symposium is typically held in countries around the Black Sea, the Baltic Sea and Central Asia region. We cordially invite you to participate and submit your contributions to EWDTs'15 which covers (but is not limited to) the following topics:

- Analog, Mixed-Signal and RF Test
- Analysis and Optimization
- ATPG and High-Level Test
- Built-In Self Test
- Debug and Diagnosis
- Defect/Fault Tolerance and Reliability
- Design for Testability
- Design Verification and Validation
- EDA Tools for Design and Test
- Embedded Software Performance
- Failure Analysis, Defect and Fault
- FPGA Test
- HDL in test and test languages
- High-level Synthesis
- High-Performance Networks and Systems on a Chip
- Low-power Design
- Memory and Processor Test
- Modeling & Fault Simulation
- Network-on-Chip Design & Test
- Modeling and Synthesis of Embedded Systems
- Object-Oriented System Specification and Design
- On-Line Testing
- Power Issues in Design & Test
- Real Time Embedded Systems
- Reliability of Digital Systems
- Scan-Based Techniques
- Self-Repair and Reconfigurable Architectures
- Signal and Information Processing in Radio and Communication Engineering
- System Level Modeling, Simulation & Test Generation
- System-in-Package and 3D Design & Test
- Using UML for Embedded System Specification
- Optical signals in communication and Information Processing
- CAD and EDA Tools, Methods and Algorithms
- Design and Process Engineering
- Logic, Schematic and System Synthesis
- Place and Route
- Thermal, Timing and Electrostatic Analysis of SoCs and Systems on Board
- Wireless and RFID Systems Synthesis
- Digital Satellite Television

The Symposium will take place in Batumi – an administrative center of Ajara Autonomous Republic. Batumi is situated by the Black Sea, on the lowland of Khakhaberi, 2-3 meters above the sea level and has a form of the half-moon. Venue of EWDTs 2015 is Batumi Shota Rustaveli State University.

Symposium Deadlines:

Submission deadline: July, 1, 2015

Notification of acceptance: August, 1, 2015

Papers submission info: <http://www.ewdtest.com/conf>

Organizing committee address: Prof. Vladimir Hahanov, Design Automation Department, Kharkov National University of Radioelectronics, Lenin ave, 14, Kharkov, 61166, Ukraine.

Tel.: +380-57-702-13-26, E-mail: hahanov@kture.kharkov.ua, www.ewdtest.com/conf/

The symposium is organized by Kharkov National University of Radio Electronics, Batumi Shota Rustaveli State University in cooperation with Tallinn University of Technology.

Conference content will be submitted for inclusion into IEEE Xplore as well as other Abstracting and Indexing (A&I) databases.

General Chairs

V. Hahanov – Ukraine
Y. Zorian – USA

General Vice-Chairs

R. Ubar – Estonia
P. Prinetto – Italy

Program Chairs

S. Shoukourian – Armenia
D. Speranskiy – Russia

Program Vice-Chairs

Z. Navabi – Iran
M. Renovell – France

Publicity Chairs

S. Mosin – Russia
G. Markosyan – Armenia

Public Relation Chair

V. Djigan – Russia

Program Committee

J. Abraham – USA
M. Adamski – Poland
Ashraf Elsayed Mohamed Mohamed – Egypt
A. Barkalov – Poland
R. Bazylevych – Ukraine
V. Djigan – Russia
A. Drozd – Ukraine
D. Efanov – Russia
E. Evdokimov – Ukraine
A. Chaterjee – USA
E. Gramatova – Slovakia
A. Ivanov – Canada
M. Karavay – Russia
V. Kharchenko – Ukraine
M. Khalvashi – Georgia
K. Kuchukjan – Armenia
W. Kuzmierz – Poland
A. Matrosova – Russia
V. Melikyan – Armenia
O. Novak – Czech Republic
Z. Peng – Sweden
A. Petrenko – Ukraine
D. Puzankov – Russia
J. Raik – Estonia
A. Romankevich – Ukraine
R. Seinauskas – Lithuania
S. Sharshunov – Russia
A. Singh – USA
J. Skobtsov – Ukraine
V. Tverdokhlebov – Russia
V. Vardanian – Armenia
V. Yarmolik – Byelorussia

Steering Committee

V. Hahanov – Ukraine
R. Ubar – Estonia
Y. Zorian – USA

Organizing Committee

G. Partenadze – Georgia
D. Devadze – Georgia
Z. Davitadze – Georgia
S. Chumachenko – Ukraine
E. Litvinova – Ukraine



ПРАВИЛА

оформления рукописей для авторов
научно-технического журнала

"Радиоэлектроника и информатика"

Тематика: радиотехника; электроника; телекоммуникации; компьютерные науки; компьютерная инженерия и техническая диагностика; системы и процессы управления; информационные технологии в науке, образовании, культуре, медицине, экономике, экологии, социологии.

Формат страницы — А4 (210x297 мм), поля: сверху – 15, справа, слева, снизу – 20 мм. Количество колонок – 2, интервал между ними – 5 мм. Редактор: Pagemaker 6.0 (можно, но нежелательно Word), гарнитура Times ET (Times New Roman Cyr), кегль – 10 пунктов, межстрочное расстояние — 110%, табуляция — 5 мм.

Объем рукописи – от 2 до 10 с. (языки: русский, украинский, английский). Текст рукописи должен быть структурирован и содержать все *основные части, характерные для научной статьи*: **введение** (отражает *актуальность*, формулирование *цели и задач* исследования); **сущность** (изложение основного материала исследования с описанием идеи, метода, и обоснованием полученных научных результатов); **выводы** (отражают результаты исследования, их *научную новизну* и *практическую значимость*, сравнение с лучшими аналогами, перспективы).

Структура рукописи: заголовок, аннотация, текст, литература, реферат (на украинском и английском языках), сведения об авторах.

ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ

УДК519.713

НАЗВАНИЕ РУКОПИСИ

ФАМИЛИЯ И.О.

(Название желаемого раздела тематики)

Аннотация (на языке статьи, абзац 5-10 строк, кегль 9) помещается в начале статьи и содержит информацию о результатах описанных исследований.

Основной текст можно разделять на 2 и более подразделов с заголовками, выделенными полужирным шрифтом, пронумерованными арабскими цифрами, как показано в следующей строке.

1. Название раздела

Рисунки и таблицы (черно-белые, контрастные) помещаются в текст после первой ссылки в виде *переносимых объектов* и отдельно нумеруются, при наличии более одного рисунка (таблицы), арабскими цифрами. Рисунок содержит подрисуночную центрированную подпись под иллюстрацией (вне рисунка), как показано на рис. 1.

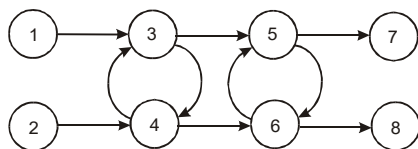


Рис. 1. Граф с контурами

Табличный заголовок располагается справа над таблицей (вне таблицы), что иллюстрируется табл. 1. Редакторы: CorelDraw, Table Editor, Excel.

Таблица 1

Шаг i	1	2	3	4	5	6
$\Phi(1,3)$	1	2	2	4	6	1

Формулы нумеруются при наличии ссылок на них в рукописи. Формулы, символы, переменные, встречающиеся в тексте, должны быть набраны как объекты Microsoft Equation. Рекомендуются высота формульных кеглей: переменная – 10 пунктов, индекс – 8, над- и подиндекс – 8, основной (индексный) математический символ – 12(10):

$$F_{i+i} = \sum_{i=1}^k F_j^i - \prod_{j=1}^{1+h} P_{R_{j+i}} + F^{j-1} + X^{\sum n^k} \quad (1)$$

Формат переменных (желательно не курсивом – без наклона) в тексте и формулах должен быть идентичным. В тексте над- и подиндексы составляют 70 % от высоты кегля, которые рекомендуется опускать (поднимать) на 17 (33) % относительно основной строки.

Литература (включает опубликованные источники, на которые имеются ссылки в тексте, заключенные в квадратные скобки) печатается без отступа, кегль 9 пунктов.

Образец окончания текста рукописи (литература, сведения об авторах, реферат) представлен ниже.

Литература: 1. *Фамилия И.О.* Название книги. Город: Издательство, 1900. 000 с. 2. *Название сборника / Под ред. И.О. Фамилия.* Город: Издательство, 1900. 000 с. 3. *Фамилия И.О.* Название статьи // Название журнала. Название серии. 1997. Т. 00, № 00. С. 00-00.

Поступила в редколлегию 00.00.00

Рецензент: должность, ученая степень, Фамилия, И.О.

Фамилия, имя, отчество, ученая степень, звание, должность и место работы. Научные интересы. Увлечения и хобби. Адрес, контактные телефоны.

Рефераты представляются на украинском и английском языках.

УДК 000.000.00

Назва статті /Ініціали. Прізвище // *Радиоэлектроника та информатика.* 2000. № 00. С. 00-00.

Текст реферату.

Табл. 00. Лл. 00. Бібліогр.: 00 назв.

UDC 000.000.00

Title of paper /Initials. Surname // *Radioelektronika i informatika.* 2000. N 00. P. 000-000.

Text.

Tab. 00. Fig. 00. Ref.: 00 items.

Представление материалов

Рукопись, рефераты, сведения об авторах — в одном файле, *поименованном фамилией автора*, присылаются по адресу: ri@kture.kharkov.ua. Твердая копия материалов – для граждан Украины — в одном экземпляре: рукопись, подписанная авторами, рефераты, акт экспертизы, внешняя рецензия, подписанная доктором наук, заявление на имя главного редактора со сведениями об авторах.

Адрес редакции: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, ХНУРЭ, комната 321, тел. 70-21-326, e-mail: ri@kture.kharkov.ua; hahanov@kture.kharkov.ua. <http://www.ewdtest.com/ri>

Рекомендовано Ученым советом Харьковского национального университета радиоэлектроники (протокол № 4 от 27.06.2015)

Підписано до друку 27.06.2015. Формат 60x84^{1/8}.

Умов. друк. арк. 10,8 . Зам. № б/н . Тираж 300 прим. Ціна договірна.

Віддруковано у СПД ФО Степанов В.В.

61168, Харків, вул. Акад. Павлова, 311.