

УДК 621.391

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКОВ НА РАЗНЫХ УЧАСТКАХ МУЛЬТИСЕРВИСНОЙ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТА САМОПОДОБИЯ



[Д.В. АГЕЕВ,](#)

[А.А. ИГНАТЕНКО](#)

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники



[А.Н. КОПЫЛЕВ](#)

Запорожский национальный
технический университет

У роботі наведено перелік задач, що виникають при параметричному синтезі мультисервісних телекомунікаційних мереж, здійснено вибір математичних моделей самоподібних потоків і запропоновано метод визначення їх параметрів на різних ділянках мережі.

In the given article the list of problem, which occurred during multiservice telecommunication network synthesis is proposed, mathematic models for self-similar flows for diferent network segments are selected and method with determine them parameters is proposed.

В работе описан перечень задач, возникающих при параметрическом синтезе мультисервисных телекоммуникационных сетей, выбраны математические модели самоподобных потоков и предложен метод определения их параметров на разных участках сети

Введение

Характеристики любой технической системы, эффективность ее функционирования закладываются на этапе проектирования. Именно от методов проектирования, от адекватности математических моделей, используемых при этом, зависят свойства и жизнеспособность будущей системы. История знает многочисленные примеры, когда ошибки, возникшие при проектировании, приводили к негативным результатам и большим экономическим убыткам.

Одним из этапов проектирования мультисервисных телекоммуникационных систем является выбор параметров структурных элементов, таких как пропускные способности каналов связи, объемы буферов, используемых для обслуживания потоков в узлах сети, и другие. Решение данных задач осуществляется с применением методов параметрического синтеза. Используемые в настоящее время методы параметрического синтеза базируются на применении классических математических моделей потоков, которые хорошо себя зарекомендовали при проектировании сетей с коммутацией каналов, таких как телефонные сети. Современные исследования трафика, передаваемого в телекоммуникационных системах [1-3], показывают, что его статистические характеристики отличаются от тех, которые приняты в классической теории телетрафика. Использование представления о том, что объединение большого числа потоков от независимых источников информации приводит к получению процесса, описываемого пуассоновским потоком, не соответствует истине. Это приводит к тому, что использование традиционных методов расчета параметров теле-

коммуникационных систем и их вероятностно-временных характеристик, основанных на пуассоновских моделях и формулах Эрланга, дает неоправданно оптимистические результаты, приводящие к недооценке нагрузки.

Последние исследования свойств информационных потоков в мультисервисных телекоммуникационных системах показали, что использование моделей самоподобных процессов (самоподобных потоков) позволяет более точно описывать трафик, передаваемый в данных системах.

Среди публикаций в направлении исследования самоподобных потоков существует большая нехватка в исследованиях, которые посвящены задачам параметрического синтеза телекоммуникационных систем с обеспечением общесистемных параметров качества обслуживания, базирующихся на использовании моделей самоподобных процессов. В данной статье, базируясь на известных ранее исследованиях самоподобных потоков, проведен выбор математических моделей потоков и предложены методики определения параметров потоков на различных участках мультисервисной телекоммуникационной сети.

I. Постановка задачи

Процесс проектирования телекоммуникационной системы является многоэтапным процессом, базирующимся на комплексном применении математических моделей структуры проектируемой системы и физических процессов, протекающих в ней, а также методов синтеза, базирующихся на применении данных математических моделей. Одной из стадий проектирования является параметрический синтез, который подразумевает определение оптимальных (или допустимых, в случае невозможности определения оптимальных) значений параметров элементов при известной структуре системы. Для случая телекоммуникационной сети в качестве таких параметров обычно выступают пропускные способности каналов связи, производительности коммутационных узлов (серверов и т.д.), объемы буферов, выделяемых для обслуживания потоков при их обработке в узлах сети, и другие параметры.

При решении задач параметрического синтеза во многих случаях недостаточно ограничиться линейными моделями, например, потоковой моделью, которые не учитывают нелинейный характер зависимости качества обслуживания потоков от их интенсивности. В этом случае необходимо установить связь в виде аналитических выражений между параметрами передаваемых потоков и параметрами качества обслуживания. Полученные в результате зависимости необходимо использовать в составе ограничений и целевой функции при решении задач параметрического синтеза.

Наличие у передаваемых через сеть потоков свойств самоподобия оказывает большое влияние на эффективность работы телекоммуникационной сети. Особенно важную роль это играет при параметрическом синтезе телекоммуникационных систем, обеспечивающих передачу мультимедийного трафика и трафика реального времени. Использование для моделирования информационных потоков в мультисервисных телекоммуникационных системах моделей самоподобных процессов, в це-

лях параметрического синтеза, выдвигает необходимость решения следующих частных задач:

- выбор математических моделей потоков на различных участках и уровнях мультисервисных телекоммуникационных систем;
- разработка методов определения параметров агрегированных потоков, образуемых при объединении потоков, поступающих на обработку в узел сети или совместно передаваемых в общем канале связи;
- определение расчетных выражений, позволяющих связать между собой параметры качества обслуживания с параметрами передаваемых и обслуживаемых потоков.

В рамках данной статьи мы рассмотрим решение таких задач, как выбор математических моделей потоков на различных участках мультисервисной телекоммуникационной сети и методики определения параметров потоков при их агрегировании.

II. Анализ публикаций по теме решаемой задачи

Целый ряд научных публикаций посвящен исследованию степени влияния самоподобных информационных потоков на качество обслуживания в узлах сети, их статистических характеристик обоснованию выбора математических моделей потоков. Данные работы можно разделить на две группы.

Первой группе принадлежат работы, посвященные исследованию вероятностно-временных характеристик обслуживания с использованием средств имитационного моделирования или за счет проведения натуральных экспериментов.

Так, в работе [4] приведен обзор моделей фрактальных точечных процессов таких как: фрактальный ON/OFF источник, фрактальный дробовый точечный процесс, фрактальный биномиальный процесс. Данные модели позволяют создавать реализации самоподобных потоков в процессе имитационного моделирования.

Вторая группа работ посвящена исследованию качественных характеристик обслуживания с применением аналитических моделей.

В работе [5] на основе анализа большого числа работ по исследованию трафика в IP сетях приведена классификация трафика, и каждому виду трафика сопоставлен закон распределения (табл. 1).

Таблица 1. Законы распределения трафика на различных уровнях TCP

Тип трафика	Уровень	Закон распределения	
		интервалов поступления	длин протокольных блоков
VoIP	Прикладной	Парето	Парето
FTP/TCP	Транспортный	Парето	Вейбулла, логонормальное
SMTP/TCP	Транспортный	Экспоненциальный	Экспоненциальный
HTTP/TCP	Транспортный	Парето	Логонормальное, Парето
IP	Сетевой	Парето	Парето
Ethernet	Канальный	Парето	Парето
ATM	Канальный	FARIMA	Детерминированный

В работе утверждается, что наиболее широко применяются три вида распределений: Парето, Вейбулла и логнормальное. Распределение Парето, в качестве распределения с тяжелым хвостом, используется для моделирования интервалов между запросами к web-ресурсам, размеров передаваемых файлов, трафика VoIP [6, 7]. Распределение Вейбулла применяется для моделирования процессов поступления протокольных блоков FTP. Логнормальное распределение, как самая ранняя модель самоподобного трафика, используется для моделирования интервалов поступления пакетов в ЛВС, времени между вызовами в Call-центрах [8], размеров передаваемых файлов [6].

Особого внимания заслуживает тот факт, что при агрегировании потоков от нескольких источников, в случае, если хотя бы один из них обладает свойствами самоподобия, свойствами самоподобия будет обладать и результирующий суммарный поток [9]. Объединение потоков от источников, генерирующих трафик, описываемый процессом с бесконечной дисперсией, приводит к самоподобному сетевому трафику, который стремится к трафику, описываемому моделью фрактального броуновского движения. Самоподобие также сохраняется при объединении потоков и от однородных и от разнородных источников трафика.

В работе [10], используя модель фрактального броуновского движения в качестве модели самоподобного процесса, получено выражение для вероятности превышения длины очереди заданной пороговой величины для обслуживающих устройств с бесконечным объемом буфера. При введении дополнительных упрощений в работе получено выражение для требуемого объема буферного устройства, обеспечивающее заранее заданное качество обслуживания по вероятности потерь.

Используя результаты работы [10], в диссертационной работе [11] получено выражение для среднего времени задержки сообщения в узле и среднее время задержки сообщения в сети. Данные выражения использовались в работе [11] для проверки выполнения ограничения на максимально допустимую среднесетевую задержку сообщения в сети при решении задачи параметрического синтеза для случая передачи в сети потоков с параметром Херста, равном $H=0,8$. При этом для решения задачи выбора пропускной способности каналов связи использовался классический метод «квадратного корня» и не был предложен метод определения параметров потоков в каналах связи, получаемых при распределении потоков в сети, для случая самоподобных потоков.

По результатам анализа публикаций, посвященных исследованию самоподобных потоков, в рамках задач, решаемых в данной статье, можно отметить следующее: при параметрическом синтезе мультисервисных телекоммуникационных сетей потоки можно разделить на две группы: потоки от индивидуальных источников и групповые потоки. В результате этого возникает задача выбора математических моделей, адекватно описывающих данные типы потоков.

Другой задачей, которую необходимо решить, является определение параметров результирующих потоков при их агрегировании (группировании). В процессе решения данной задачи наибольший интерес вызывает результирующее значение

параметра Херста, а также, как оно меняется в результате обработки потоков в узлах и совместной передаче их по каналам связи сети.

III. Определения и основные свойства самоподобных процессов

Концепция самоподобия тесно связана с получившим большую известность понятием фракталов и теорией хаоса. Определение фрактала, данное Б. Мандельбротом, звучит так [12]: «Фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому». Стохастические фрактальные процессы характеризуются набором параметров, взаимосвязь [13] между которыми представлена на рис. 1.



Рис. 1. Связь между параметрами самоподобного процесса

С математической точки зрения фрактальный объект, прежде всего, обладает дробной размерностью, которая определяется в виде $d = (\log N) / (\log 1/r)$, где N - количество равных частей, на которые нужно разбить объект, а каждая часть будет уменьшенной копией целого в $1/r$ раз. Фрактальная размерность может рассматриваться как мера неровности изрезанной поверхности объекта $d \in [n, n+1)$ в n -мерном пространстве, причем более неровные, «шероховатые» поверхности соответствуют более высоким значениям d .

Дадим определения и рассмотрим основные свойства самоподобных процессов, которые в дальнейшем используются в данной статье при изложении методики [14].

Процесс $\zeta(t)$ является точно самоподобным второго порядка с параметром Херста H ($0,5 < H < 1$), если

$$R(k) = \frac{\sigma^2}{2} [(k+1)^{2H} - 2k^{2H} + (k-1)^{2H}], \quad \forall k \geq 1. \quad (1)$$

где $R(k)$ и σ^2 — корреляционная функция и дисперсия процесса $\zeta(t)$ соответственно.

Процесс $\zeta(t)$ является асимптотически самоподобным второго порядка с параметром Херста H ($0,5 < H < 1$), если

$$\lim_{m \rightarrow \infty} R^{(m)}(k) = \frac{\sigma^2}{2} [(k+1)^{2H} - 2k^{2H} + (k-1)^{2H}], \quad \forall k \geq 1, \quad (2)$$

где $R^{(m)}(k)$ и σ^2 – корреляционная функция агрегированного процесса $\zeta^{(m)}(t)$.

Самоподобность второго порядка означает, что корреляционная структура точно (условие (1)) или асимптотически (условие (2)) сохраняется при агрегировании временного ряда. Самоподобие второго порядка (точное или асимптотическое) является основной структурой для моделирования трафика в сети.

Процесс $\xi(t)$, $t \in \Upsilon$ является самоподобным с параметром Херста H ($0,5 < H < 1$), если для любого $a > 0$ и $t \geq 0$,

$$\xi(t) \stackrel{d}{=} a^{-H} \xi(at). \quad (3)$$

Таким образом, процесс $\xi(t)$ и его масштабированная версия $\xi(at)$ после нормализации на коэффициент a^{-H} должны иметь идентичные распределения.

Процесс $\zeta(t)$ дискретного времени $t \in \mathbb{N}$ является точно самоподобным с параметром Херста H ($0,5 < H < 1$), если

$$\zeta(t) \stackrel{d}{=} m^{1-H} \zeta^{(m)}(t), \quad \forall m \geq 0. \quad (4)$$

Процесс $\zeta(t)$ дискретного времени $t \in \mathbb{N}$ является асимптотически самоподобным с параметром Херста H ($0,5 < H < 1$), если

$$\zeta(t) \stackrel{d}{=} m^{1-H} \zeta^{(m)}(t), \quad m \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Дополнительно к рассмотренной выше статистической подобности при масштабировании эти процессы обладают другими количественными свойствами. Самоподобные процессы можно обнаружить по следующим равноценным признакам:

- медленно затухающая дисперсия;
- наличие долговременных зависимостей;
- наличие распределения с тяжелыми хвостами.

Свойство медленно затухающей дисперсии заключается в том, что дисперсия выборочного среднего затухает медленнее, чем величина, обратная размеру выборки, т.е.

$$D(\zeta^{(m)}(t)) = \sigma^2 m^{2H-2}, \quad m \rightarrow \infty, \quad (6)$$

в то время как для традиционных случайных процессов $D(\xi^{(m)}(t)) = \sigma^2 m^{-1}$, т.е. уменьшается обратно пропорционально объему выборки.

Наличие долговременной зависимости заключается в том, что самоподобный процесс обладает гиперболически затухающей корреляционной функцией

$$R(k) \cong k^{(2H-2)} L(k), \quad k \rightarrow \infty, \quad (7)$$

где $L(k)$ – медленно меняющаяся функция на бесконечности (т.е. $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{L(kx)}{L(k)} = 1$ для всех $x > 0$).

Свойство наличия распределения с тяжелым хвостом заключается в том, что случайная величина ξ имеет *распределение с тяжелым хвостом*, если

$$P[\xi > x] \sim c \cdot x^{-a}, \quad x \rightarrow \infty, \quad (8)$$

где $0 < a < 2$, и называется параметром формы, c – некоторая положительная константа, в отличие от распределений с легкими хвостами, такими как экспоненциальное или гауссовское, которые имеют экспоненциальное убывание хвоста.

IV. Моделирование индивидуальных источников трафика в мультисервисной телекоммуникационной сети

Для описания потока, поступающего от индивидуального источника, предлагается использовать модель On/Off источника. Источник трафика, описываемый данной моделью, представляет собой источник, который имеет два состояния: активное (On-период) и пассивное (Off-период) (рис. 2,а). В активном состоянии он выдает поток с постоянной скоростью λ_{On} . В пассивном состоянии трафик не передается (рис. 2,б).

Длительности периодов On и Off являются случайными величинами. Длительность интервала активности $\tilde{\tau}_{On}$ опишем функцией плотности вероятности $p_{On}(\tau)$, функцией распределения $P_{On}(\tau) = \int_0^\tau p_{On}(t) dt$, комплементарной функцией распределения $P^c_{On}(\tau) = 1 - P_{On}(\tau)$, математическим ожиданием $\bar{\tau}_{On} = M[\tilde{\tau}] = \int_0^\infty \tau p_{On}(\tau) d\tau$ и дисперсией $\sigma_{On}^2 = M[(\tilde{\tau} - \bar{\tau})^2] = \int_0^\infty (\tau - \bar{\tau})^2 p_{On}(\tau) d\tau$. Длительности интервалов пассивности описываются соответственно: $p_{Off}(\tau)$, $P_{Off}(\tau)$, $P^c_{Off}(\tau)$, $\bar{\tau}_{Off}$ и σ_{Off}^2 .

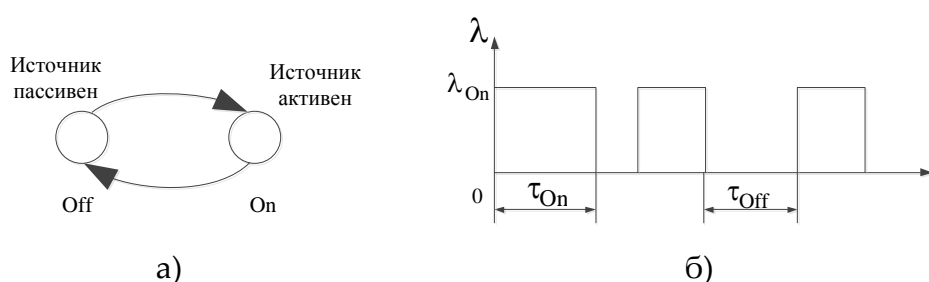


Рис. 2. Модель индивидуального источника трафика

Длительности интервалов могут иметь распределение с тяжелым хвостом, т.е. для периодов активности будут выполняться условия либо

$$P^c_{On}(\tau): l_{On} \tau^{-\alpha_{On}} L_{On}(\tau), \quad 1 < \alpha_{On} < 2, \quad \tau \rightarrow \infty, \quad (9)$$

либо

$$\sigma_{On}^2 < \infty. \quad (10)$$

Соответственно для периода пассивности – условия: либо

$$P^c_{Off}(\tau): l_{Off}\tau^{-\alpha_{Off}}L_{Off}(\tau), 1 < \alpha_{Off} < 2, \tau \rightarrow \infty, \quad (11)$$

либо

$$\sigma_{Off}^2 < \infty, \quad (12)$$

где $l_{On} > 0$ и $l_{Off} > 0$ - константы и $L(\tau) > 0$ медленно меняющаяся функция на бесконечности, такая что $\lim_{\tau \rightarrow \infty} L(a\tau)/L(\tau) = 1$ для любого $a > 0$. Отметим также, что математические ожидания $\bar{\tau}_{On}$ и $\bar{\tau}_{Off}$ для длительностей интервалов всегда конечны, а дисперсии $\sigma^2 = \infty$, когда $\alpha < 2$. Например, в качестве функции распределения может использоваться распределение Парето

$$P^c(\tau) = \begin{cases} b^\alpha t^{-\alpha}, & \tau \geq b > 0, 1 < \alpha < 2; \\ 0, & \tau < b, \end{cases} \quad (13)$$

или экспоненциальное. Заметим также, что функции распределения $P_{On}(\tau)$ и $P_{Off}(\tau)$ могут быть разными для длительностей активного и пассивного периода. Так, например, одно из распределений может иметь конечную дисперсию, в то время как другое – бесконечную.

Таким образом, описанная модель позволяет моделировать широкий класс информационных потоков, создаваемых абонентскими терминалами при предоставлении телекоммуникационных услуг.

При описании с помощью приведенной выше модели потоков, передаваемых в каналах связи, между параметрами модели и параметрами канала связи существуют следующие закономерности. Если поток, поступающий в узел сети, описывается моделью On/Off источника, скорость потока, производимого источником в активном состоянии λ_{On} , равна пропускной способности входящего канала связи c , при этом объем данных (длина пакета), поступающий за период активности, является инвариантом и определяется как

$$t = \lambda_{On}\bar{\tau}_{On}. \quad (14)$$

Средняя интенсивность потока, создаваемого источником трафика, определяется как

$$\lambda = \frac{\lambda_{On}\bar{\tau}_{On}}{\bar{\tau}_{On} + \bar{\tau}_{Off}}. \quad (15)$$

Описанная модель в дальнейшем будет использоваться для определения параметров потоков, передаваемых в мультисервисной телекоммуникационной системе, при решении задач параметрического синтеза и анализа качества обслуживания.

V. Моделирование группового потока в мультисервисной телекоммуникационной сети

Рассмотренная выше модель позволяет описать поток, поступающий от отдельных источников или их небольшой группы. При решении задач параметрическо-

го синтеза необходимо выбрать модель группового потока, образуемого при объединении потоков поступающих от множества источников. По результатам проведенных исследований для моделирования группового потока с эффектом самоподобия хорошо подходит модель, базирующаяся на применении фрактального Броуновского движения. Кроме того, следует отметить, что если потоки от индивидуальных источников трафика описываются моделью On/Off источника, и длительность On-периода или Off периода имеет распределение с тяжелым хвостом, то результатом суперпозиции большого количества таких потоков будет поток, центрированная составляющая которого описывается фрактальным Броуновским движением.

Фрактальное Броуновское движение это Гауссовский процесс с нулевым математическим ожиданием, стационарным приращением, дисперсией $M[B_H^2(t)] = t^{2H}$ и корреляцией

$$M[B_H(t_1)B_H(t_2)] = \frac{1}{2} \{t_1^{2H} + t_2^{2H} - |t_1 - t_2|^{2H}\}. \quad (16)$$

Он является статистически самоподобным в том смысле, что $\{B_H(at), t \geq 0\}$ имеет такое же конечномерное распределение как $\{a^H B_H(t), t \geq 0\}$ для всех $a > 0$.

Фрактальный Гауссовский шум $\{G_i, i \geq 1\}$ является приращением фрактального Броуновского движения, а именно

$$G_i = B_H(i+1) - B_H(i), i \geq 1. \quad (17)$$

Фрактальный Гауссовский шум является стационарным Гауссовским временным рядом с нулевым математическим ожиданием, чья автокорреляционная функция $R(k) = M[G_i \cdot G_{i+k}]$ определяется как

$$R(k) = \frac{1}{2} [(k+1)^{2H} - 2k^{2H} + |k-1|^{2H}], k \geq 0. \quad (18)$$

Важным свойством $R(k)$ является то, что для нее выполняется условие

$$R(k): H(2H-1)k^{2H-2} \text{ при } k \rightarrow \infty, \quad (19)$$

когда $H \neq 1/2$. При $H = 1/2$ автокорреляционная функция $R(k) = 0, \forall k \geq 1$ и $\{G_i, i \geq 1\}$ является белым шумом. В то же время при $1/2 < H < 1$ $\{G_i, i \geq 1\}$ имеет положительную корреляцию и имеет долговременную зависимость. Параметр H в этом случае является мерой долговременной зависимости.

Для моделирования группового трафика в работе используется модель фрактального Броуновского трафика, предложенная Leland и др. [1] и использованная Норросом [10, 15] для получения выражений, описывающих качественные характеристики обслуживания группового самоподобного потока в узлах сети.

С точки зрения моделирования группового трафика в каналах связи телекоммуникационной сети фрактальный Броуновский трафик представляется как

$$\xi(t) = \lambda t + \sqrt{\zeta \lambda} B_H(t), \quad (20)$$

где $\xi(t)$ интерпретируется как объем данных, поступивший в интервале $(0, t]$. Данная модель трафика была рассмотрена и проанализирована в большом количестве работ [1, 2, 16] и др. для различных технологий сетей с коммутацией пакетов и для различных телекоммуникационных услуг. Сравнение данной модели с характеристиками реального сетевого трафика показали, что модель фрактального Броуновского трафика плохо описывает трафик для малых интервалов промежутков времени, но хорошо подходит для описания трафика на средних и больших интервалах. Это свидетельствует, что реальный групповой трафик в сети не является строго самоподобным, он в большей степени проявляет свойства асимптотического самоподобия.

Модель фрактального Броуновского трафика имеет три параметра $\{\lambda, \zeta, H\}$, которые описывают такие характеристики реальных потоков как средняя интенсивность потока λ , измеряемая в пакет/сек или бит/сек, и которая является количественной характеристикой трафика, а также параметры ζ (пакет·сек или бит·сек) и безразмерная величина H , которые описывают качественные характеристики трафика. Параметр ζ является коэффициентом дисперсии

$$\zeta = \sigma^2 / \lambda. \quad (21)$$

Данный параметр характеризует степень флуктуации потока относительно его среднего значения. Использование параметра ζ вместо дисперсии удобно тем, что при изменении параметра интенсивности потока λ , который может рассматриваться как изменение количества агрегированных однородных потоков, позволяет изменять параметр λ , оставляя при этом неизменными остальные два параметра.

Используемый в выражении (20) процесс $B_H(t)$ – нормированное фрактальное броуновское движение с нулевым математическим ожиданием $M[B_H(t)] = 0, \forall t$ и дисперсией $D[B_H(t)] = |t|^{2H}, \forall t$. Отметим, что $B_H(t)$ является математическим объектом, не имеющим физической размерности, и его аргумент t – тоже безразмерный. Поэтому при моделировании информационных потоков более корректно использовать $B_H(t/t_u)$, где t – физическое время, а t_u – единица измерения времени

Параметр $H \in [1/2, 1)$ описывает степень самоподобия или степень долговременной зависимости, характеризуя тем самым корреляционные свойства моделируемого трафика. Отметим также, что при $H = 1/2$ фрактальное Броуновское движение вырождается в классическое Броуновское движение, и процесс $\xi(t)$, при $\zeta = 1$ совпадает с процессом диффузии, известным из классической теории телетрафика.

Следует также отметить, что комбинация параметров $\{\lambda, \zeta, H\}$ в полной мере описывает модель группового трафика, то есть использование данных параметров для оценки качественных параметров обслуживания потока в узлах сети приводит к тому, что любые два потока в сети, характеризуемые одинаковыми параметрами $\{\lambda, \zeta, H\}$, имеют одинаковые параметры качества обслуживания.

Как уже указывалось ранее, в зависимости от участка сети, для которого решается задача анализа или задача параметрического синтеза, потоки подразделяются на индивидуальные и групповые. При совместной передаче как групповых, так и инди-

видуальных потоков возникает задача определения параметров агрегированного потока. Ниже приведены методы определения параметров агрегированного потока, образованного при объединении потоков от индивидуальных источников и при объединении групповых потоков.

VI. Агрегирование потоков от индивидуальных источников

При проектировании мультисервисных телекоммуникационных систем на этапе параметрического синтеза возникает задача определения параметров группового потока, образуемого при объединении трафика поступающего от индивидуальных абонентов. Кроме того, при проектировании телекоммуникационной системы в качестве исходных данных приводятся данные об абонентах, потребляемых (или заказываемых) ими услугах. При этом считаются известными количественные характеристики потоков, создаваемых телекоммуникационными услугами. В результате параметрического синтеза определяются параметры структурных элементов для всей системы в целом как на участке сети доступа и абонентских каналах связи, так и параметры элементов коллективного использования. В связи с этим возникает необходимость в методике, позволяющей определять параметры агрегированного трафика по известным параметрам индивидуальных потоков.

Как уже выше указывалось, для моделирования потоков, поступающих от индивидуальных абонентов, предлагается использовать модель On/Off источника. Также известно, что результатом суперпозиции большого количества потоков, описываемых моделью On/Off источника, является поток, который можно описать моделью, базирующейся на применении фрактального Броуновского движения. В работе [9] проводится исследование и доказывається, что агрегированный трафик, получаемый в результате объединения потоков, описываемых On/Off источником, асимптотически стремится к потоку, описываемому Броуновским (или фрактальным Броуновским) движением, а также получены выражения, позволяющие определить параметры результирующего потока. Рассмотрим их подробнее.

Рассмотрим вначале случай агрегирования однотипных потоков, когда функции распределения длительностей On периодов для всех потоков функции распределения для длительностей Off периодов совпадают.

Теорема 1.

Для больших N и T агрегированный кумулятивный процесс $\xi_N(Tt), t \geq 0$, образуемый при объединении N On/Off источников, ведет себя статистически как

$$\xi_N(Tt) \stackrel{d}{=} TN \frac{\bar{\tau}_{On}}{\bar{\tau}_{On} + \bar{\tau}_{Off}} t + T^H \sqrt{L(T)N} \sigma_{lim} B_H(t), \quad (22)$$

где $H = (3 - \alpha_{min})/2$ и σ_{lim} определяется как, описано ниже.

Для определения параметра σ_{lim} введем следующие обозначения. Когда $1 < \alpha_j < 2$, примем $a_j = l_j (\Gamma(2 - \alpha_j)) / (\alpha_j - 1)$. Когда $\sigma_j^2 < \infty$ примем $\alpha_j = 2$, $L_j(\tau) \equiv 1$ и $a_j = \sigma_j^2 / 2$. Здесь и далее под индексом j понимается параметр, относящийся к On

или Off периоду. Нормирующие коэффициенты и ограничивающие константы выбираются в зависимости от значения следующего параметра

$$b = \lim_{t \rightarrow \infty} t^{\alpha_{\text{Off}} - \alpha_{\text{On}}} \frac{L_{\text{On}}(t)}{L_{\text{Off}}(t)}. \quad (23)$$

Если $0 < b < \infty$ (подразумевается, что $\alpha_{\text{On}} = \alpha_{\text{Off}}$ и $b = \lim_{t \rightarrow \infty} L_{\text{On}}(t)/L_{\text{Off}}(t)$), примем $\alpha = \alpha_{\text{On}} = \alpha_{\text{Off}}$, тогда:

$$\sigma_{\text{lim}}^2 = \frac{2(\bar{\tau}_{\text{Off}}^2 a_{\text{On}} b + \bar{\tau}_{\text{On}}^2 a_{\text{Off}})}{(\bar{\tau}_{\text{On}} + \bar{\tau}_{\text{Off}})^3 \Gamma(4 - \alpha)}, \quad (24)$$

$$L(t) = L_{\text{Off}}(t); \quad (25)$$

если $b = 0$:

$$\sigma_{\text{lim}}^2 = \frac{2\bar{\tau}_{\text{On}}^2 a_{\text{Off}}}{(\bar{\tau}_{\text{On}} + \bar{\tau}_{\text{Off}})^3 \Gamma(4 - \alpha_{\text{Off}})}, \quad (26)$$

$$L(t) = L_{\text{Off}}(t); \quad (27)$$

при $b = \infty$:

$$\sigma_{\text{lim}}^2 = \frac{2\bar{\tau}_{\text{Off}}^2 a_{\text{On}}}{(\bar{\tau}_{\text{On}} + \bar{\tau}_{\text{Off}})^3 \Gamma(4 - \alpha_{\text{On}})}. \quad (28)$$

$$L(t) = L_{\text{On}}(t). \quad (29)$$

В частном случае, когда $\alpha_{\text{On}} = \alpha_{\text{Off}} = 2$, то есть длительность On и Off периодов имеют конечные дисперсии, то $H = 1/2$, фрактальное Броуновское движение $B_H(t)$ вырождается в классическое Броуновское движение $B(t)$, $L(t) = 1$ и дисперсия в этом случае равна

$$\sigma_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{\bar{\tau}_{\text{Off}}^2 \sigma_{\text{On}}^2 + \bar{\tau}_{\text{On}}^2 \sigma_{\text{Off}}^2}{(\bar{\tau}_{\text{On}} + \bar{\tau}_{\text{Off}})^3}}. \quad (30)$$

Рассмотрим случай разнородных источников. Примем, что мы имеем N' типов источников в пропорциях N_i/N , $i = 1, \dots, N'$, таких что N_i/N не стремится к нулю, когда $N \rightarrow \infty$. Обозначим как $P_{\text{On}}^{(i)}(\tau)$, $P_{\text{Off}}^{(i)}(\tau)$, $\alpha^{(i)}$, $\sigma_{\text{lim}}^{(i)}$, $L^{(i)}(t)$ - характеристики соответствующих типов источников.

Теорема 2.

Для больших $N_i, i = 1, \dots, N'$ и большого T агрегированный кумулятивный процесс $\xi(Tt), t \geq 0$, образуемый при объединении On/Off источников, ведет себя статистически как

$$\xi(Tt)^d = T \left(\sum_{i=1}^{N'} N_i \frac{\bar{\tau}_{On}^{(i)}}{\bar{\tau}_{On}^{(i)} + \bar{\tau}_{Off}^{(i)}} \right) t + \sum_{i=1}^{N'} T^{H^{(i)}} \sqrt{L^{(i)}(T) N_i} \sigma_{lim}^{(i)} B_{H^{(i)}}(t), \quad (31)$$

где $H^{(i)} = (3 - \alpha_{min}^{(i)})/2$ и $B_{H^{(i)}}(t)$ - независимое фрактальное Броуновское движение.

Таким образом, полученные расчетные выражения могут использоваться для определения параметров групповых потоков, передаваемых по каналам связи мультисервисной телекоммуникационной системы, по известным характеристикам потоков отдельных абонентов. Так, например, при нахождении характеристик агрегированного потока от группы однотипных источников можно воспользоваться выражением (22), а в случае различных по характеристикам источников – выражением (31). Необходимое для справедливости приведенных здесь выражений условие при большом значении времени наблюдения и большом количестве источников обычно выполняется при проектировании мультисервисных телекоммуникационных систем на участках агрегации доступа, агрегации сервисов и транспортной сети. В то же время на таких участках узлы доступа и ряде других допущение о большом количестве источников не выполняется и требует проведения дополнительных исследований и применения других методик.

VII. Определение параметров потока при агрегировании групповых потоков

При решении задач параметрического синтеза мультисервисной телекоммуникационной системы возникает необходимость определения, какими свойствами будет обладать агрегированный трафик, если среди объединяемых потоков был поток с эффектом самоподобия, а также как на свойства самоподобного трафика влияют механизмы обслуживания очередей в узлах телекоммуникационной сети.

Рассмотрим подробнее случай, когда несколько поступающих в узел сети потоков совместно обрабатываются, образуя агрегированный поток. Данное явление возникает как при обработке поступающих в узел потоков из нескольких входящих каналов, так и при совместной передаче нескольких потоков по каналам связи. Модель обслуживающего устройства для случая двух входящих потоков приведена на рис. 3.

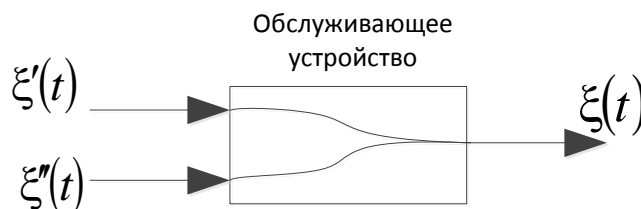


Рис. 3. Модель обслуживающего устройства с агрегацией входящих потоков

Исследованием свойств агрегированного самоподобного потока занималось большое количество исследователей с использованием методов исследования как реальных сетей, так и их математических моделей. В работе [17] с использованием аналити-

ческих моделей самоподобных процессов приведены и доказаны утверждения, которые можно записать в следующем виде.

Лемма 1.

1) Если $\xi'(t)$ и $\xi''(t)$ такие некоррелированные процессы, что $r(k): c_1 k^{-\beta_1}, k \rightarrow \infty$ для процесса $\xi'(t)$ и $r(k): c_2 k^{-\beta_2}, k \rightarrow \infty$ для процесса $\xi''(t)$, где $c_i = const$ и $\beta_i = const, 0 < c_i < \infty, 0 < \beta_i < 1, i = 1, 2$, тогда $\xi(t) = \xi'(t) + \xi''(t)$ является асимптотически самоподобным процессом с параметром Херста $H = 1 - \beta/2$, где $\beta = \min(\beta_1, \beta_2)$.

2) Пусть некоррелированные процессы $\xi'(t)$ и $\xi''(t)$ являются точно самоподобными второго порядка, с параметрами Херста H_1 и H_2 соответственно. Если $H_1 = H_2 = H$, тогда $\xi(t) = \xi'(t) + \xi''(t)$ являются точно самоподобными второго порядка с параметрами Херста H . Если $H_1 \neq H_2$, тогда $\xi(t) = \xi'(t) + \xi''(t)$ не является точно самоподобными второго порядка, но является асимптотически самоподобным процессом второго порядка с параметром Херста $H = \max(H_1, H_2)$.

С использованием данной леммы в работе [18] проведено исследование суперпозиции двух самоподобных процессов и суперпозиции самоподобного процесса и процесса с кратковременной зависимостью, что позволило получить интересный для практики результат, позволяющий определять параметры агрегированных потоков. В данной работе приведены и доказаны следующие теоремы.

Теорема 3.

1) Если $\xi'(t)$ и $\xi''(t)$ некоррелированные случайные процессы с долговременной зависимостью и параметрами Херста H_1 и H_2 соответственно, тогда $\xi(t) = \xi'(t) + \xi''(t)$ является процессом с долговременной зависимостью и параметром Херста $H = \max(H_1, H_2)$.

2) Если $\xi'(t)$ и $\xi''(t)$ некоррелированные строго асимптотически самоподобные процессы с параметрами Херста H_1 и H_2 соответственно, тогда $\xi(t) = \xi'(t) + \xi''(t)$ является строго асимптотически самоподобным процессом с параметром Херста $H = \max(H_1, H_2)$.

Теорема 4.

Пусть $\xi'(t)$ и $\xi''(t)$ случайные процессы с долговременной зависимостью и коэффициентами корреляции $r'(k): c_1 k^{-\beta_1}, k \rightarrow \infty$ для процесса $\xi'(t)$ и $r(k): c_2 k^{-\beta_2}, k \rightarrow \infty$ для процесса $\xi''(t)$. Если существуют $\beta_3, \beta_4, \min(\beta_3, \beta_4) > \min(\beta_1, \beta_2)$, такие что $|\text{cov}(\xi'(t), \xi'(t+k))| \leq c_3 k^{-\beta_3}$, $|\text{cov}(\xi''(t), \xi''(t+k))| \leq c_4 k^{-\beta_4}, k \rightarrow \infty$, где $c_i = const$ и $\beta_i = const, 0 < c_i < \infty, 0 < \beta_i < 1, i = 1, 2, 3, 4$, тогда $\xi(t) = \xi'(t) + \xi''(t)$ является процессом с долговременной зависимостью с параметром Херста $H = 1 - \beta/2$, где $\beta = \min(\beta_1, \beta_2)$.

При решении задач параметрического синтеза телекоммуникационных сетей и анализа параметров качества обслуживания передаваемых через телекоммуникационную сеть потоков, в случае наличия в сети потоков как с эффектом самоподобия, так и не обладающих этим свойством, необходимо знать параметры агрегиро-

ванного потока, образуемого при объединении потоков с долговременной и кратковременной зависимостями.

Процесс $\xi(t)$ обладает свойством кратковременной зависимости, если $\sum_{k=0}^{\infty} |r(k)| < \infty$, иначе, если $\sum_{k=0}^{\infty} |r(k)| = \infty$, то $\xi(t)$ является процессом с долговременной зависимостью. Все виды самоподобного процесса, рассматриваемые выше, обладают свойством долговременной зависимости. Процессы, базирующиеся на экспоненциальном распределении, обладают свойством кратковременной зависимости. Процессы, обладающие следующими свойствами, являются процессами с кратковременной зависимостью:

$$r(k): ck^{-\beta}, 1 \leq \beta < 2, k \rightarrow \infty; \quad (32)$$

$$r(k): cL(k)\varphi^k, 0 < \varphi < 1, k \rightarrow \infty; \quad (33)$$

$$D[\xi^{(m)}(t)]: c_1 m^{-1}, m \rightarrow \infty. \quad (34)$$

Теорема 5.

1) Если $\xi'(t)$ и $\xi''(t)$ некоррелированные стационарные процессы второго порядка, $\xi'(t)$ - процесс с долговременной зависимостью, $r'(k): c_1 k^{-\beta_1}, k \rightarrow \infty, 0 < \beta_1 < 1, 0 < c_1 < \infty$, и $\xi''(t)$ - процесс с кратковременной зависимостью, $r''(k): c_2 k^{-\beta_2}, k \rightarrow \infty, 1 \leq \beta_2 < 2, 0 < c_2 < \infty$, тогда $\xi(t) = \xi'(t) + \xi''(t)$ является процессом с долговременной зависимостью с параметром Херста $H = 1 - \beta_1/2$.

2) Если $\xi'(t)$ и $\xi''(t)$ некоррелированные стационарные процессы второго порядка, $\xi'(t)$ - процесс с долговременной зависимостью, $r'(k): c_1 k^{-\beta_1}, k \rightarrow \infty, 0 < \beta_1 < 1, 0 < c_1 < \infty$, и $\xi''(t)$ - процесс с кратковременной зависимостью, $r''(k): c_2 L(k)x^{-k}, k \rightarrow \infty, 0 < x < 1, 0 < c_2 < \infty$, тогда $\xi(t) = \xi'(t) + \xi''(t)$ является процессом с долговременной зависимостью с параметром Херста $H = 1 - \beta_1/2$.

3) Если $\xi'(t)$ и $\xi''(t)$ некоррелированные стационарные процессы второго порядка, $\xi'(t)$ - строго асимптотически самоподобный процесс, $D[\xi'^{(m)}(t)]: c_1 m^{-\beta_1}, m \rightarrow \infty, 0 < \beta_1 < 1, 0 < c_1 < \infty$, и $\xi''(t)$ - процесс с кратковременной зависимостью, $D[\xi''^{(m)}(t)]: c_2 m^{-1}, m \rightarrow \infty, 0 < c_2 < \infty$, тогда $\xi(t) = \xi'(t) + \xi''(t)$ является строго асимптотически самоподобным процессом с параметром Херста $H = 1 - \beta_1/2$.

На основании приведенных теорем можно сделать вывод, что в результате агрегирования двух потоков, из которых хотя бы один обладает свойством самоподобия, результирующий поток будет самоподобным. Приняв для процесса с кратковременной зависимостью (процесс, не обладающий свойством самоподобия) параметр Херста $H = 0,5$ для процесса $\xi(t) = \xi'(t) + \xi''(t)$, получаемого как суперпозиция двух процессов $\xi'(t)$ и $\xi''(t)$, можно записать

$$H = \max(H_1, H_2). \quad (35)$$

Применив для случая агрегирования более двух потоков $\xi(t) = \sum_i \xi_i(t)$, $i = 1, \dots, N, N > 2$ операцию попарного агрегирования

$$\xi(t) = (\dots(\dots(\xi_1(t) + \xi_2(t)) + \dots + \xi_i) \dots + \xi_N), \quad (36)$$

получаем следующее выражение

$$H = \max_i(H_i), \quad i = 1, \dots, N. \quad (37)$$

Выражение (37) можно использовать для оценки значения параметра Херста агрегированного потока. Для остальных параметров агрегированных потоков, таких как интенсивность потока λ и коэффициент дисперсии ζ , справедливы следующие выражения

$$\lambda = \sum_i \lambda_i, \quad (38)$$

$$\zeta = \frac{\sum_i \zeta_i \lambda_i}{\sum_i \lambda_i}. \quad (39)$$

Помимо рассмотренного выше метода оценки параметров агрегированного потока важное значение при анализе характеристик сети и при решении задач параметрического синтеза имеет оценка влияния механизмов обработки очереди в узлах сети на характеристики потока с эффектом самоподобия.

Рассмотрим следующий случай (рис. 4), когда на вход узла сети с одним обслуживающим устройством и неограниченным буфером поступают самоподобные потоки.

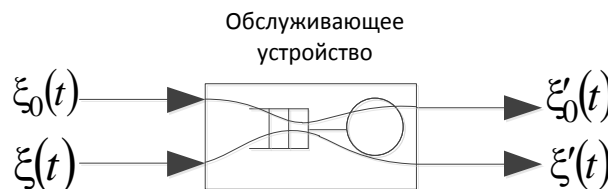


Рис. 4. Модель обслуживающего устройства при обработке поступающих потоков

Для упрощения ограничимся двумя классами потоков, которые описываются процессами $\xi_0(t)$ и $\xi(t)$, такими что $\xi'_0(t)$ и $\xi'(t)$ соответствующие им процессы, описывающие исходящие потоки. Процессы $(\xi_0(t), \xi'_0(t))$ образуют пару входящий - исходящий процесс, свойства которого мы исследуем, пара процессов $(\xi(t), \xi'(t))$ представляет все остальные потоки, обрабатываемые в узле сети. Обозначим $\xi_0^{(m)}(t)$ и $\xi_0'^{(m)}(t)$ - усредненный по блокам длиной m процесс $\xi_0(t)$ и $\xi_0'(t)$ соответственно. Обозначим как $l_0(t)$ - процесс, описывающий длину очереди соответствующую процессу $\xi_0(t)$, где $l_0(t)$ равно количеству заявок в очереди в момент времени t от входящего потока описываемого процессом $\xi_0(t)$. Примем, что средняя интенсивность обслуживания равна μ и входящие процессы $\xi_0(t)$ и $\xi(t)$ стационарны и эргодические, а соответствующие им потоки имеют интенсивности λ_0 и λ , такие что $\lambda_0 + \lambda < \mu$. В соответствии

с результатами в работе [19] мы можем рассмотреть стационарный режим, при котором исходящий процесс $\xi'_0(t)$, длина очереди $\ell_0(t)$ стационарные и эргодические и $\ell_0(t)$ имеет конечный второй момент (т.е. $M[\ell_0(t)^2] < \infty$).

В результате проводимых в работе [20] исследований для описанной выше системы сформулирована и доказана теорема, которая утверждает, что свойства самоподобия для строго асимптотически самоподобного трафика не изменяются в результате ожидания обслуживания в очереди при любой дисциплине обслуживания, если процесс, описывающий длину очереди, имеет конечный второй момент.

Теорема 6.

В стационарном режиме, если $\ell_0(t)$ имеет конечный второй момент, то следующие утверждения эквивалентны.

- 1) $\xi_0(t)$ является строго асимптотически самоподобным процессом с параметром Херста H (т.е. $D[\xi_0^{(m)}(t)]: ct^{-\beta}, m \rightarrow \infty$);
- 2) $\xi'_0(t)$ является строго асимптотически самоподобным процессом с параметром Херста H (т.е. $D[\xi'_0{}^{(m)}(t)]: ct^{-\beta}, m \rightarrow \infty$),
где $0 < \beta < 1$, $c = const$.

Кроме того, если $\xi_0(t)$ является обобщенным строго асимптотически самоподобным процессом с параметром Херста H , то $\xi'_0(t)$ тоже будет обобщенным строго асимптотически самоподобным процессом с параметром Херста H .

На основании данной теоремы можно сделать следующие важные для практики выводы [20]:

- 1) В результате обработки входящего в узел потока со свойством строго асимптотически самоподобного процесса сохраняются не только его свойства самоподобия, но и остается неизменным параметр Херста H .
- 2) При условии конечности второго момента для распределения длины очереди мы можем использовать механизмы динамического выделения пропускной способности каналов связи или другие механизмы гарантирования качества обслуживания, и это не изменяет свойства самоподобного потока. На практике размеры буферов и длина очереди ограничены, и поэтому это условие выполняется.

VIII. Исследование алгоритма определения параметров потоков при их объединении

Исследование адекватности метода определения параметров групповых потоков при их совместной передаче по каналам связи проведем с применением средств имитационного моделирования. Схема имитационной модели приведена на рис 5. Данная имитационная модель содержит узел коммутации, который имеет несколько входов и один выход. На вход модели подается поток с эффектом самоподобия, реализация которого получена в процессе натурального эксперимента. Поток, получаемый на выходе модели, фиксировался и проводился его статистический анализ.

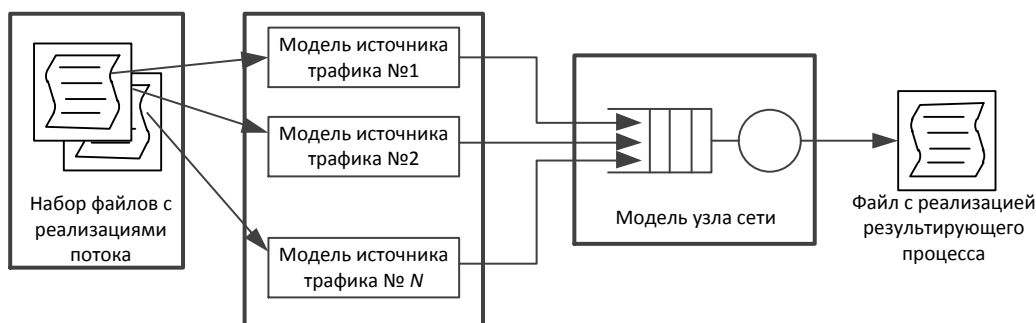


Рис. 5. Схема имитационной модели по исследованию параметров объединенного потока сообщений

Результаты анализа сопоставлялись с параметрами потока, рассчитанными с применением предложенного в работе метода (табл. 2).

Таблица 2. Результаты анализа параметров объединенного потока сообщений

№ эксперимента	Экспериментальный результат			Расчетные данные		
	λ	\bar{n}	H	λ	\bar{n}	H
Эксперимент 1	1057	397	0,70	1062	399	0,71
Эксперимент 2	601	577	0,76	599	576	0,75
Эксперимент 3	830	696	0,72	832	694	0,74

Из анализа результатов, приведенных в табл. 2, видно, что экспериментальные данные сходятся с результатами расчета с применением предложенного метода, что позволяет сделать вывод об адекватности используемой математической модели и применяемого метода расчета. Небольшие отклонения результатов эксперимента от расчетных данных имеют статистический характер, связанный с ограниченным объемом выборки. Дополнительной причиной расхождения результатов может являться наличие переходных процессов в имитационной модели в начале и в конце эксперимента, связанные с заполнением очереди на передачу и ее освобождением при окончании эксперимента.

С использованием описанной выше методики и имитационной модели (рис. 5) было проведено исследование результатов агрегирования индивидуальных потоков, описываемых моделью On/Off – источников. Анализ результатов эксперимента показал, что при количестве источников больше 10-ти погрешность определения параметров потока не превышает 3%.

Выводы

1. При синтезе мультисервисных телекоммуникационных сетей одной из наиболее важных задач является обеспечение требуемого качества обслуживания, которое достигается при параметрическом синтезе. Методы параметрического синтеза позволяют использовать как линейные, так и нелинейные модели и учитывать наличие функциональных и вероятностных зависимостей между параметрами передаваемых потоков и параметрами качества обслуживания.

2. Для разработки методики синтеза мультисервисных сетей в качестве математических моделей потоков на различных участках мультисервисной телекоммуникационной сети использованы модели самоподобных процессов. Указанные модели позволяют учитывать такие свойства, характерные потокам в мультисервисных сетях: долговременную зависимость, высокую пачечность, наличие распределения с тяжелыми хвостами для межпакетных интервалов и длительностей занятий обслуживающих устройств, медленно затухающую дисперсию выборочного среднего.

3. Важной задачей при параметрическом синтезе мультисервисных телекоммуникационных систем является определение параметров потоков, получаемых при агрегировании потоков, поступающих на обслуживание и совместно передаваемых по каналам связи. В работе получена система функциональных зависимостей, позволяющих определять параметры агрегированного потока для случая объединения потоков, описываемых такими моделями как: фрактальный Броуновский трафик, потоки от индивидуальных источников, потоки без эффекта самоподобия.

4. Разработанные методы параметрического синтеза могут быть использованы в процессе проектирования и являются обоснованием для выбора значений конфигурационных параметров телекоммуникационного оборудования в узлах сети при планировании и эксплуатации мультисервисных телекоммуникационных систем, а также составлении спецификаций устанавливаемого оборудования, при развертывании новых и модернизации существующих мультисервисных телекоммуникационных систем.

5. В результате проведенного имитационного моделирования доказано достоверность предлагаемого метода определения параметров информационных потоков при объединении потоков с эффектом самоподобия. Погрешность определения параметров не превышает 3% при количестве источников более 10-ти.

Список литературы:

1. On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic (Extended Version) / W.E. Leland, M.S. Taqqu, W. Willinger, D.V. Wilson // IEEE/ACM Trans, on Networking. — 1994. — Vol. 2, Issue 1. — P. 1–15.
2. Paxson V. Floyd S. Wide-Area Traffic: The Failure of Poisson Modeling // Proc. ACM Sigcomm, London, UK. — 1994. — С. 257–268.
3. Петров В.В., Богатырев Е.А. Статистический анализ сетевого трафика // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика: десятая междунар. научно-техн. конференция студентов и аспирантов, 2-3 марта 2004 г.: тез. докл. — М: Издательство МЭИ, 2004. — Т. 1. — С. 66–75.
4. Ryu B., Lowen S. Point process models for self-similar network traffic, with applications // Stochastic Models. — 1998. — № 14(3). — P. 735–761.
5. Симонина О.А. Яновский Г.Г. Характеристики трафика в сетях IP // Труды учебных заведений связи. — 2004. — № 177. — С. 8–14.
6. Downey A. Lognormal and Pareto distributions in the Internet // Computer Communications. — 2005. — Vol. 28, No 7. — P. 790–801.
7. Dang T.D., Sonkoly B., Molnar S. Fractal Analysis and Modeling of VoIP Traffic // Telecommunications Network Strategy and Planning Symposium. NETWORKS 2004, 11th International. — 2004. — P. 217–222.

8. Зарубин А.А. Исследование контакт-центров в NGN: автореф. дисс. на соискание научной степени канд. техн. наук: спец. 05.12.13 «Системы, сети и устройства телекоммуникаций». – СПб., 2004. – 19 с.
9. Taqqu M.S., Willinger W., Sherman R. Proof of a Fundamental Result in Self-Similar Traffic Modeling // SIGCOMM Comput. Commun. Rev. – 1997. – Vol. 27, Issue 2. – P. 5–23.
10. Norros I. A Storage Model with Self-Similar Input // Queueing Systems. – 1994. – Vol. 16, No 3-4. – P. 387–396.
11. Шубин Е.В. Метод синтеза топологической структуры сети передачи данных по критерию минимальной стоимости с использованием генетического алгоритма: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.12.02. – Х.: 2005. – 172 с.
12. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
13. Федорова М.Л., Леденева Т.М. Об исследовании свойства самоподобия трафика мультисервисной сети // Вестник ВГУ. Серия: системный анализ и информационные технологии. – 2010. – № 1. – С. 46-54.
14. Park K., Willinger W. Self-Similar Network Traffic and Performance Evaluation. – New York: Wiley, 2000. – 576 p.
15. Norros I. On the use of fractional Brownian motion in the theory of connectionless networks // Selected Areas in Communications, IEEE Journal. – 1995. – Vol. 13, Issue 6. – P. 953–962.
16. Long-Range Dependence in Variable-Bit-Rate Video Traffic / J. Beran, R. Sherman, M.S. Taqqu [и др.] // IEEE Trans. Commun. – 1995. – Vol. 43. – P. 1566–1579.
17. Tsybakov B., Georganas N.D. On self-similar traffic in ATM queues: definition, overflow probability bound, and cell delay distribution // IEEE/ACM Trans. on Networking. – 1997. – Vol. 5, No 3. – P. 397–408.
18. Some New Findings on the Self-Similarity Property in Communications Networks and on Statistical End-to-End Delay Guarantee: Technical Report [JNG05-01] / Department of Computer Science, Hong Kong Baptist University; manager Joseph Kee-Yin Ng; contractors: Shibin Song, Bi Hai Tang. – Hong Kong, 2001. – 14 p.
19. Vamvakos S., Anantharam V. On the Departure Process of a Leaky Bucket System with Long-range Dependent Input Traffic // Queueing Systems. – 1998. – Vol. 29. – P. 191–214.
20. The Statistical End-to-end Delay Guarantee for Networks with Self-similar Traffic: Technical Report [JNG10-02] / Department of Computer Science, Hong Kong Baptist University; manager Joseph K. Ng; contractors: Shibin Song, Bihai Tang, Wei Zhao. – Hong Kong, 2003. – 25 p.