

## КОМП’ЮТЕРНА ГРАФІКА ТА WEB-ДИЗАЙН

УДК 681.3.06

## РАСЧЕТ ВЗВЕШЕННОГО ЦВЕТА ПРОЕКЦИИ ПИКСЕЛЯ С ПРОХОДОМ ПО ПОЛНОМУ КВАТЕРНАРНОМУ ДЕРЕВУ ТЕКСТУР

Гусятин В.М., Чаговец Я.В., Кожушко Д.Г.

## Введение

На современном этапе развития компьютерной графики стало очевидным, что для достижения высокой реалистичности синтезированных изображений необходимо применять метод обратного трассирования. На сегодня для метода обратного трассирования не в полной мере решены задачи нанесения текстур. В то же время реалистичность синтезированного изображения в существенной мере зависит от способов фильтрации, применяемых при работе с текстурами. Одним из признанных способов является применение анизотропной фильтрации. В связи с этим актуальной является разработка различных подходов к анизотропной фильтрации с малыми вычислительными затратами. Данная статья является продолжением серии статей [1,2], посвященных разработке аппарата анизотропной фильтрации.

## Обзор литературных источников

В статье [1] авторов предлагаются древовидные форматы представления растровых и векторных текстур. Такое представление текстур позволяет ускорить процесс синтеза их изображения с одновременным устранением алиасинга.

Текстура в формате [1] представляет собой кватернарное дерево (КД), англ. quadtree [3,4,5]. Существует две разновидности кватернарного дерева: полное и неполное [1]. Полное кватернарное дерево целесообразно применять, когда текстура имеет равномерное распределение детализации (растровые, векторные равномерные изображения) [1]. Как и в предыдущей статье этого цикла ключевым понятием при рассмотрении алгоритмов прохода по дереву подготовленных текстур является так называемый классификационный квадрат (КК) [1,6]. Классификационный квадрат – это область текстуры, имеющая форму квадрата, которая, в свою очередь, может делиться на четыре КК меньшего размера. В конечном итоге КД текстуры состоит из конечного множества КК [1] и ориентированы на метод устранения алиасинга, рассмотренный в статье [2] авторов. В статье [2] с целью упрощения расчета интегрального цвета проекции пикселя предлагается аппроксимировать реальную форму проекции пикселя набором прямоугольников, стороны которых параллельны системе координат (с/к) текстуры. Такие прямоугольники были названы *фрагментами* [2].

## Цель исследования

Цель статьи – предложить метод расчета цвета проекции пикселя как суммы взвешенных цветов фрагментов. В статье излагаются основные этапы расчета взвешенного цвета таких фрагментов с проходом по полному КД подготовленных текстур в формате [1].

## Постановка задачи

Согласно цели статьи поставлены такие задачи:

- а) разработать высокопроизводительный метод расчета взвешенного цвета фрагмента с проходом по полному КД;
- б) рассчитать интегральный цвет проекции пикселя как сумму взвешенных цветов фрагментов.

## Расчет взвешенного цвета фрагмента с проходом по полному кватернарному дереву текстур

Исходными данными для предложенного метода расчета являются координаты вершин фрагмента (фрагмент показан на рис. 1 а,б,в прямоугольником с границей в виде жирной линии) в с/к текстуры  $X_T Z_T$ , единичная растровая текстура представленная в виде полного КД в формате [1], количество уровней дерева текстуры –  $N_{level}$ , номер конечного уровня прохода по дереву текстуры –  $k$ .  $k \leq N_{level}$ .

На этапе инициализации алгоритма определяются вершины фрагмента: левая нижняя  $P_F^{\min} = \{X_F^{\min}, Z_F^{\min}\}$  и правая верхняя  $P_F^{\max} = \{X_F^{\max}, Z_F^{\max}\}$  и конечный уровень  $k$  прохода по дереву [2]. Шаги алгоритма:

1. Определим наименьший из возможных уровней, на котором все четыре вершины фрагмента находятся в разных КК по каждой из осей (в дальнейшем по тексту уровень разделения).

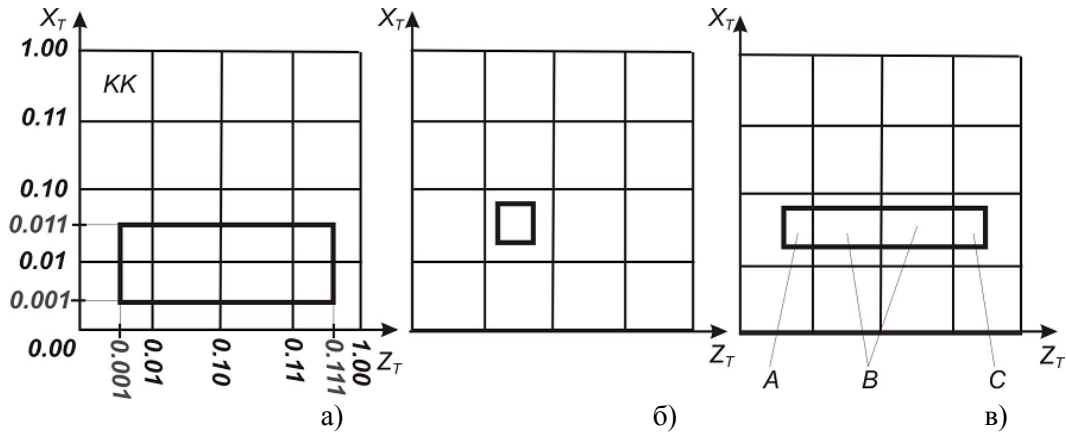


Рисунок 2 – Анализ взаимного расположения фрагмента и КК полного КД.

Будем оперировать следующим двоичным представлением  $m$ -разрядных координат в единичной текстуре:

$$x = \sum_{i=1}^m b_i * 2^{-i}, \quad (1)$$

где:  $m$  – количество дробных разрядов числа;

При этом  $x$  имеет форму  $0.b_1 b_2 \dots b_m$ .

Уровень  $I$  разделения фрагмента находим путем анализа координат, заданных парами чисел  $Z_F^{\min}, Z_F^{\max}$  и  $X_F^{\min}, X_F^{\max}$ . Найдем  $Z_D = Z_F^{\min} \oplus Z_F^{\max}$  и  $X_D = X_F^{\min} \oplus X_F^{\max}$  (здесь  $\oplus$  – операция побитового сложения по модулю 2). Определим  $I_Z$  и  $I_X$  как количество ведущих нулевых битов дробной части чисел  $Z_D$  и  $X_D$  соответственно. За уровень разделения фрагмента принимается большее из чисел  $I_{DX} = I_X + 1, I_{DZ} = I_Z + 1$ , т.е.  $I = \max\{I_{DX}, I_{DZ}\}$ . Например, для случая рис. 1 а) номер уровня разделения  $I = 2$ .

2 Если в результате вычислений п.1 уровень разделения фрагмента оказался больше конечного уровня прохода по дереву  $I > k$ , то возможны три случая:

2.1  $I_{DX} > k$  и  $I_{DZ} > k$  – вершины фрагмента лежат в одном КК конечного уровня прохода по дереву (рис. 1 б). Вычисляем взвешенный цвет фрагмента по формуле:

$$C_F^* = C_{KK} * S_F, \quad (2)$$

где  $S_F = (Z_F^{\max} - Z_F^{\min}) * (X_F^{\max} - X_F^{\min})$  – площадь фрагмента;

$C_{KK}$  – цвет КК.

2.2  $I_{DX} > k$  и  $I_{DZ} \leq k$  – стороны фрагмента не пересекают КК конечного уровня прохода по оси  $OX_T$ . Производим расчет взвешенного цвета фрагмента как сумму взвешенных цветов областей  $A, C$  (рис. 1 в) и сегментов  $B$  по формуле (2)

$$C_F^* = (X_F^{\max} - X_F^{\min}) * (L_A * C_{KK}^{Z_{\min}^k, X_{\min}^k} + L_B * \sum_{n=Z_{\min}^k+1}^{Z_{\max}^k-1} C_{KK}^{n, X_{\min}^k} + L_C * C_{KK}^{Z_{\max}^k, X_{\min}^k}), \quad (3)$$

где:  $L_A = Z_{\min}^k * 2^{-k} - Z_F^{\min} + 1$  – размер области  $A$  по оси  $Z$ ;

$L_B = 2^{-k}$  – длина стороны КК;

$L_C = Z_F^{\max} - Z_{\max}^k * 2^{-k}$  – размер области  $C$  по оси  $Z$ ;

$C_{KK}^{z,x,i}$  – цвет КК, расположенного в  $i$ -м уровне КД по адресу  $z, x [1]$ ;

$Z_{\min}^\rho, X_{\min}^\rho$  – номер строки и столбца КК в  $\rho$ -м уровне КД, содержащего  $P_F^{\min}$ ,

$$Z_{\min}^\rho = \lfloor Z_F^{\min} * 2^\rho \rfloor, X_{\min}^\rho = \lfloor X_F^{\min} * 2^\rho \rfloor, \quad (4)$$

$Z_{\max}^{\rho}, X_{\max}^{\rho}$  – номер строки и столбца КК в  $\rho$ -м уровне КД, содержащего  $P_F^{\max}$ ,

$$Z_{\max}^{\rho} = \lfloor Z_F^{\max} * 2^{\rho} \rfloor, X_{\max}^{\rho} = \lfloor X_F^{\max} * 2^{\rho} \rfloor. \quad (5)$$

2.3  $I_{DX} \leq k$  и  $I_{DZ} > k$  – стороны фрагмента не пересекают КК конечного уровня прохода по оси  $OZ_T$ . Данный случай аналогичен вышеописанному в п.2.2 с точностью до замены осей.

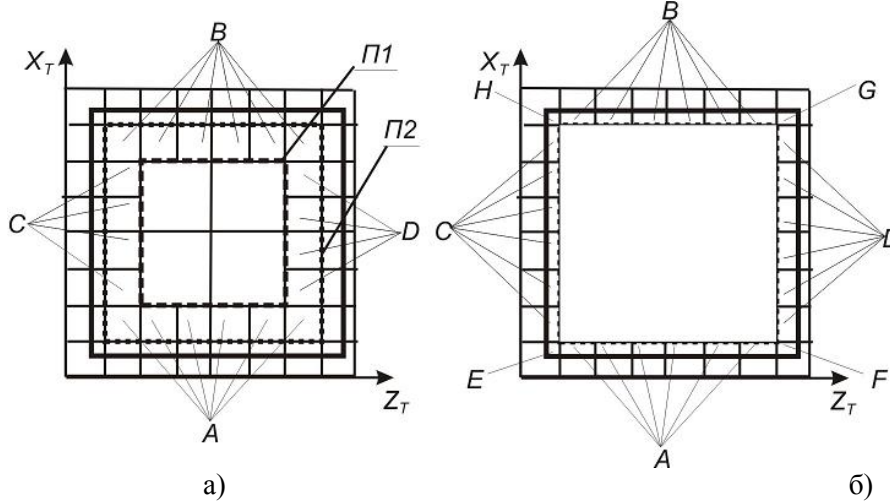


Рисунок 2 – Анализ взаимного расположения фрагмента и КК полного КД.

3 Если в результате вычислений п.1 был найден уровень разделения  $I \leq k$  (рис. 2) – в этом случае расчет взвешенного цвета происходит в два этапа.

3.1 На всех уровнях  $i \in [I + 1, k - 1]$  производится накапливающее суммирование взвешенных цветов КК, полностью попавших внутрь фрагмента.

С целью повышения производительности расчета взвешенного цвета предлагается на каждом уровне дерева рассматривать два прямоугольника – П1 и П2 (рис. 2 а). П1 образован вершинами  $P_{\min}^{i-1} = \{Z_{\min}^{i-1} + 1, X_{\min}^{i-1} + 1\}$ ,  $P_{\max}^{i-1} = \{Z_{\max}^{i-1}, X_{\max}^{i-1}\}$  (значения координат вычисляются по (4,5)), а П2 вершинами  $P_{\min}^i = \{Z_{\min}^i + 1, X_{\min}^i + 1\}$ ,  $P_{\max}^i = \{Z_{\max}^i, X_{\max}^i\}$  (значения координат вычисляются по (4,5)). Суть данного подхода к расчету взвешенного цвета состоит в том, что на каждом уровне дерева рассчитывается сумма взвешенных цветов КК, находящихся внутри прямоугольника П2 и вне прямоугольника П1. Таким образом, данный подход позволяет минимизировать количество обращений к памяти текстур и учесть КК конечного уровня, которые вносят вклад во взвешенный цвет фрагмента, за счет суммирования предварительно подготовленных цветов КК на промежуточных уровнях дерева текстур.

Доля взвешенного цвета фрагмента, вносимая на текущем уровне, рассчитывается, как сумма взвешенных цветов областей  $A, B, C, D$  (рис. 2 а):

$$C_F^{*,i} = 2^{-2i} * (C_A^i + C_B^i + C_C^i + C_D^i), \quad (6)$$

где:  $C_F^{*,i}$  – доля взвешенного цвета фрагмента, рассчитанная на  $i$ -м уровне дерева,

$$C_A^i = (2 * X_{\min}^{i-1} - X_{\min}^i + 1) * \sum_{n=Z_{\min}^i + 1}^{Z_{\max}^i - 1} C_{KK}^{n, X_{\min}^i + 1, i}, \quad C_B^i = (X_{\max}^i - 2 * X_{\max}^{i-1}) * \sum_{n=Z_{\min}^i + 1}^{Z_{\max}^i - 1} C_{KK}^{n, X_{\max}^i - 1, i},$$

$$C_C^i = (2 * Z_{\min}^{i-1} - Z_{\min}^i + 1) * \sum_{n=(X_{\min}^{i-1} + 1) * 2}^{X_{\max}^i * 2 - 1} C_{KK}^{Z_{\min}^i + 1, n, i}, \quad C_D^i = (Z_{\max}^i - 2 * Z_{\max}^{i-1}) * \sum_{n=(X_{\min}^{i-1} + 1) * 2}^{X_{\max}^i * 2 - 1} C_{KK}^{Z_{\max}^i - 1, n, i}.$$

3.2 На конечном уровне  $k$  прохода по дереву рассчитывается взвешенный цвет КК, частично попавших внутрь фрагмента. Рассмотрим прямоугольник, образованный вершинами  $P_{\min}^k = \{Z_{\min}^k + 1, X_{\min}^k + 1\}$ ,  $P_{\max}^k = \{Z_{\max}^k, X_{\max}^k\}$  (значения координат вычисляются согласно (4,5)) и

прямоугольник, образованный вершинами  $P_F^{\min} = \{Z_F^{\min}, X_F^{\min}\}$ ,  $P_F^{\max} = \{Z_F^{\max}, X_F^{\max}\}$ . Будем рассчитывать долю взвешенного цвета на последнем уровне дерева как сумму взвешенных цветов областей  $A, B, C, D, E, F, G, H$  (рис. 2 б):

$$C_F^{*,k} = 2^{-k} * (C_A^k + C_B^k + C_C^k + C_D^k) + C_E^k + C_F^k + C_G^k + C_H^k, \quad (7)$$

ГДЕ:

$$C_A^k = L_A^x * \sum_{n=Z_{\min}^k+1}^{Z_{\max}^k-1} C_{KK}^{n, X_{\min}^k, k}, C_B^k = L_B^x * \sum_{n=Z_{\min}^k+1}^{Z_{\max}^k-1} C_{KK}^{n, X_{\max}^k, k},$$

$$C_C^k = L_C^z * \sum_{n=X_{\min}^k+1}^{X_{\max}^k-1} C_{KK}^{z, n, k}, C_D^k = L_D^z * \sum_{n=X_{\min}^k+1}^{X_{\max}^k-1} C_{KK}^{z, n, k},$$

$$C_E^k = L_A^x * L_C^z * C_{KK}^{z, X_{\min}^k, k}, C_F^{N_{level}} = L_A^x * L_D^z * C_{KK}^{z, X_{\min}^k, N_{level}},$$

$$C_G^k = L_B^x * L_D^z * C_{KK}^{z, X_{\max}^k, k}, C_H^k = L_B^x * L_A^z * C_{KK}^{z, X_{\max}^k, k},$$

$$L_A^x = (X_{\min}^k + 1) * 2^{-k} - X_F^{\min}, L_B^x = X_F^{\max} - X_{\max}^k * 2^{-k},$$

$$L_C^z = (Z_{\min}^k + 1) * 2^{-k} - Z_F^{\min}, L_D^z = Z_F^{\max} - Z_{\max}^k * 2^{-k}.$$

$C_F^{*,k}$  – доля взвешенного цвета фрагмента, рассчитанная на уровне дерева  $k$ .

### Выводы

Предложен высокопроизводительный метод расчета взвешенного цвета фрагмента с проходом по полному КД. К достоинствам метода следует отнести: последовательное обращение к памяти текстур внутри каждого уровня дерева, отсутствие рекурсии. Метод позволяет рассчитывать взвешенный цвет фрагмента с проходом по дереву текстур в формате [1] без распаковки, что очень важно для реального масштаба времени. Расчет взвешенных цветов фрагментов проекции пикселя позволяет получить интегральный цвет проекции пикселя [2]. Расчет интегрального цвета проекции пикселя позволяет устранить эффект алиасинга при нанесении текстур на 3D объекты методом обратного трассирования.

### Литература

1. В.М. Гусятин, Я.В. Чаговец, Д.Г. Кожушко Упаковка векторных текстур в задачах синтеза изображений для систем визуализации. // Вісник НТУ "ХПИ" "Інформатика і моделювання". – 2005. – №56. – С. 9–16.
2. В.М. Гусятин, Я.В. Чаговец, Д.Г. Кожушко Метод нанесения векторных и растровых текстур при синтезе изображения обратным трассированием лучей // Проблеми інформатики і моделювання. Матеріали п'ятої міжнародної н-т конференції. Х.: НТУ "ХПИ". – 2007. – №39. – С. 36-43.
3. Crow, F.C., "Summed-Area Tables for Texture Mapping", SIGGRAPH 84, 207-212.
4. Foley J.D., van Dam A., Feiner S.K., Hughes J.F. Computer Graphics (principles and practice) by Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1996, 1175 p.
5. Christopher C. Tanner, Christopher J. Migdal, and Michael T. Jones. The clipmap: A virtual mipmap. In SIGGRAPH 98 Conference Proceedings, pages 151.158, July 1998
6. Samet H. The quadtree and related hierarchical data structures // ACM. Computing Surveys. – 1984.– Vol. 16. – P. 187-260.

### Сведения об авторах

Гусятин Владимир Михайлович – канд. техн. наук, доцент, проф. кафедры Харьковского национального университета радиоэлектроники, Украина, Харьков 61123, просп. Тракторостроителей, 87б, кв. 88.

Чаговец Ярослав Васильевич – канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры Харьковского национального университета радиоэлектроники, Украина, Харьков 61145, ул. Клочковская, 197б, кв. 124.

Кожушко Дмитрий Геннадиевич – аспирант Харьковского национального университета радиоэлектроники, Украина, Харьков, 6106б, пер. Оршанский, 35/2.