

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

Золотарьов Денис Олексійович

УДК 537.87

**РОЗВИТОК МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ
ІМПУЛЬСІВ У ПЛОСКОШАРУВАТОМУ НЕЛІНІЙНОМУ
СЕРЕДОВИЩІ**

01.04.03 – радіофізика

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2012

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському національному університеті радіоелектроніки Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України на кафедрі вищої математики.

Науковий керівник:

доктор фізико-математичних наук, професор

Нерух Олександр Георгійович,

Харківський національний університет радіоелектроніки,
Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України,
завідувач кафедри вищої математики;

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор

Лучанінов Анатолій Іванович,

Харківський національний університет радіоелектроніки,
Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України,
професор кафедри основ радіотехніки;

кандидат фізико-математичних наук, доцент,

Бутрим Олександр Юрійович,

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України,
докторант кафедри теоретичної радіофізики.

Захист відбудеться « 24 » грудня 2012 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.03 Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, Україна, м. Харків, пр. Леніна 14, зал засідань.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, Україна, м. Харків, пр. Леніна 14.

Автореферат розісланий « » листопада 2012 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

В.М. Безрук

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Дослідження нелінійних явищ має довгу історію, що починається в 19-му столітті роботами Стокса, Буссінеска і Кортевега-де-Вріза і потім продовжується дослідженнями нелінійного рівняння Шредінгера, рівняння синус-Гордона, Бюргерса, Кадомцева-Петвіашвілі та іншими. Була виявлена ціла низка нових фізичних явищ, таких як солітони і солітонні хвилі, параметричне змішування хвиль, стимульоване і когерентне анти-стоксове розсіяння Рамана, самофокусування лазерних променів, многофотонне поглинання і іонізація, інші явища. Необхідність вивчення електромагнітних імпульсних явищ на сучасному етапі досліджень диктується такими проблемами, як генерація, перетворення та обробка сигналів в сучасних комунікаційних системах радіо та оптичного діапазонів, в оптичних і квантових комп'ютерах, в всеоптичних комунікаційних та інформаційних системах, в засобах механічної дії електромагнітного імпульсу на матеріальні частки (оптичний пінцет, самоприскорені імпульси Ейрі) і таке інше. Однією із класичних добре вивчених моделей є імпульси Гауса. Вони успішно застосовуються для опису дуже багатьох електродинамічних процесів, найважливішими з яких є генерація й поширення лазерного випромінювання. З іншого боку такі сигнали як похідна імпульсу Гауса, хвильовий пакет, ЛЧМ-сигнал та інші ще недостатньо вивчені. Проте, дослідження таких імпульсів важливо з точки зору їх застосувань, наприклад, у медицині. Іншим важливим прикладом є електромагнітні пучки Ейрі, до яких останнім часом (починаючи з 2007 року) проявляється надзвичайно великий інтерес у зв'язку з їхніми унікальними властивостями: самоприскорення, самолікування, недиспергуюче поширення. У стаціонарних пучках Ейрі самоприскорення означає скривлення пучка у просторі, коли поздовжня й поперечна координати траєкторії пучка зв'язані параболічною залежністю. Залежність від часу в цих пучках представлена найпростішою гармонічною функцією. Однак становить інтерес дійсно прискорений рух, коли прискорення відбувається в часі. Для дослідження таких процесів необхідно розглянути явну довільну залежність імпульсу від часу. Поширення таких імпульсів повинно розглядатися в неоднорідному середовищі, тому що вже в найпростіших застосуваннях має місце проходження імпульсів через лінзи, відбиття від дзеркал і тому подібні процеси. Тому актуальним являється аналіз взаємодії імпульсів Ейрі з неоднорідностями середовища, яке в загальному випадку є диспергуючим та нелінійним.

Для дослідження електромагнітних імпульсів у різних середовищах розроблено досить багато методів, як аналітичних, так і чисельних. Точні аналітичні методи вдається застосувати тільки в найпростіших або спеціальних задачах. Наближені методи дослідження мають значно більш широку область застосування, при цьому характер наближення визначається конкретними особливостями досліджуваного явища. Чисельні методи є досить універсальними, однак вони, як правило, вимагають значних обчислювальних

потужностей. Крім того, ці методи дають чисельні результати, що описують конкретні сторони явища. Виявлення ж закономірностей і дослідження явища в цілому при цьому може бути надзвичайно складним. На даний момент дуже популярним є метод FDTD (метод кінцевих різниць у часовій області), що ґрунтується на безпосередній дискретизації рівнянь Максвелла в диференціальній формі. Даний метод, незважаючи на свою популярність, має ряд істотних обмежень при розв'язанні задач із нестационарними й нелінійними середовищами, де виникає ряд проблем з побудовою різницевих схем, описом граничних умов, загальною стабільністю й точністю рішення, а також високими вимогами до обчислювальних ресурсів. Також варто вказати на чисто чисельну природу даного методу, що не дозволяє робити якісний аналіз електромагнітних процесів, що моделюються, аналітично враховувати особливості кожної конкретної задачі.

Таким чином, потрібні аналітично-числові методи для дослідження імпульсних електромагнітних сигналів в обмежених нелінійних середовищах. Перспективним представляється метод інтегральних рівнянь Вольтерра макроскопічної електродинаміки, що зводить електродинамічну задачу до інтегральних рівнянь в часовій області, повністю еквівалентних рівнянням Максвелла. При цьому не висуваються ніякі вимоги до типу або тривалості вихідного сигналу, геометрії задачі або типу середовища, що моделюється. Найважливішою особливістю методу є відсутність яких-небудь спрощень і наближень при побудові рівнянь, автоматичне включення початкових і граничних умов у рівняння, єдине визначення поля усередині досліджуваної структури й поза нею. Крім того, цей метод допускає досить ефективну побудову чисельних схем для дослідження явища.

Таким чином, є актуальною тема дисертаційних досліджень, направлених на застосування методу інтегральних рівнянь Вольтера до дослідження електромагнітних імпульсів з довільною часовою залежністю, що поширюються в нелінійному неоднорідному середовищі.

Мета і задачі дослідження: дисертаційна робота присвячена дослідженню та математичному моделюванню імпульсних електромагнітних процесів в плоскошаруватих та нелінійних середовищах.

Для досягнення поставленої мети були поставлені наступні задачі:

- розробити ефективний чисельно-аналітичний метод для дослідження розповсюдження електромагнітних хвиль з довільною просторово-часовою залежністю у нелінійних обмежених середовищах;
- дослідити перетворення електромагнітних сигналів гауссівського типу у активних шаруватих структурах з нелінійними середовищами;
- дати аналітичний опис та провести просторово-часовий аналіз самоприскорюваних імпульсів Ейрі;
- дослідити перетворення імпульсів Ейрі шаром однорідного діелектрика;
- розглянути можливість створення джерел імпульсів Ейрі.

Розглянуті та розв'язані задачі мають прикладне і фундаментальне значення, а тема дисертації є актуальною і важливою як з теоретичної точки зору, так і для практики.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційні дослідження зв'язані з виконанням планової науково-дослідної роботи №248-2 «Моделювання нестационарних електромагнітних процесів у неоднорідних циліндричних діелектричних структурах» (№ ДР 0110U002594), у якій пошукач був виконавцем.

Об'єкт дослідження – нестационарні електромагнітні процеси в нелінійних шаруватих середовищах.

Предмет дослідження – просторово-часовий розподіл електромагнітного поля при наявності нелінійного обмеженого середовища.

Методи дослідження. Для моделювання й дослідження нестационарних електродинамічних процесів у даній роботі застосовується метод інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду макроскопічної електродинаміки. Для розв'язку інтегральних рівнянь застосовується чисельно-аналітичний метод на основі методу кінцевих елементів і методу інтерполяційних поліномів Лагранжа. Використовуються також методи математичної фізики і теорії функцій комплексної змінної.

Наукова новизна одержаних результатів. При виконанні дисертаційної роботи були отримані наступні нові результати:

- набув подальший розвиток метод інтегральних рівнянь Вольтерра, на основі якого вперше розроблено чисельну схему із залученням методу кінцевих елементів і інтерполяційних поліномів Лагранжа для розв'язання задач поширення електромагнітних хвиль у лінійних і нелінійних плоскошаруватих середовищах;
- вперше досліджено перетворення електромагнітних імпульсів Гауса діелектричним шаром з квадратичною нелінійністю запропонованим методом;
- вперше отримано аналітичний вираз для самоприскорюваного в часі імпульсу Ейрі в результаті розв'язання в часовій області параксіального рівняння;
- вперше одержано вирази, що описують відбиття та проходження імпульсів Гауса і Ейрі при їх нормальному падінні на діелектричний шар;
- вперше запропонована схема генерації імпульсу Ейрі при взаємодії імпульсу Гауса з шаром лінійного неоднорідного діелектрика.

Практичне значення одержаних результатів. Розроблені чисельні схеми й програмні засоби можуть бути використані для дослідження генерації й перетворення ультракоротких оптичних імпульсів за допомогою нелінійних кристалів або оптичних волокон і генерації вищих гармонік у нелінійних

середовищах; при розрахунку параметрів пристроїв з нелінійними середовищами.

Проведені дослідження самоприскорюваного імпульсу Ейрі можуть бути використані при експериментальному вивченні таких ефектів, як переміщення імпульсом наночастинок за криволінійною траєкторією, створенню світових куль та плазмових струменів, у явищах плазмоніки та інших.

Особистий внесок здобувача.

У роботах, виконаних у співавторстві, особисто автору належать наступні наукові результати:

- у роботах [1-2,10] – розробка чисельної схеми, моделювання нелінійних ефектів та аналіз отриманих результатів;
- у роботах [3,11,16-20] – моделювання, аналіз отриманих результатів;
- у роботах [3,11-15,17-20] – участь у отриманні аналітичних виразів, дослідження властивостей імпульсу Ейрі;
- у роботі [5] – співавтор ідеї, розроблення схеми;
- у роботах [4,6-9] – розробка алгоритмів роботи програмного забезпечення та оптимізації обчислювальних процесів.

Апробація результатів дисертації. Викладені в дисертації результати доповідались та були обговорені на міжнародних конференціях: International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory ММЕТ–2010 (6-8 вересня 2010 р., Київ, Україна), 2-а міжнародна наукова конференція молодих вчених "Фізика низких температур" (6-10 червня 2011 г., Харків, Україна), International Conference on Transparent Optical Networks (26-30 June 2011, Stockholm, Sweden), The 11th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (4-8 September 2011, Kharkov, Ukraine), VIII Міжнародна конференція «Теорія і техніка антен» (20–23 вересня 2011 р., Київ, Україна), 16-й Міжнародний молодіжний форум «Радиоелектроніка і молодь в ХХІ веку» (17-19 квітня 2012, Харків, Україна), International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory ММЕТ–2012 (26-30 серпня 2012, Харків, Україна), 14th International Conference on Transparent Optical Networks ICTON 2012 (2 – 5 July, 2012, University of Warwick, Coventry, UK), Progress In Electromagnetics Research Symposium PIERS 2012, (19–23 серпня 2012, Москва, Росія), European Microwave Week 2012, (October 28 – November 2, 2012, Amsterdam RAI, the Netherlands).

Публікації. Матеріали дисертації опубліковано в 20 наукових роботах, серед яких 3 статті у фахових наукових журналах, 11 тез доповідей на міжнародних конференціях, 4 авторські свідоцтва на програмне забезпечення, 1 монографія. 1 патент України.

Структура й обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатка. Її загальний обсяг складає 179 сторінок, з них 149 сторінок основного тексту. Дисертація містить 86 рисунків. Список використаних джерел на 20 сторінках нараховує 193 найменування.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** викладено актуальність обраної теми, мету та завдання дослідження. Обґрунтовано необхідність проведення такого дослідження. На цій базі сформульовані задачі, визначено об'єкт, предмет дослідження та методи, що будуть використовуватися. Також наведено зв'язок роботи з науковими програмами. Показано наукову новизну і практичну значимість одержаних результатів, наведено дані про їх апробацію та публікації, де підкреслений особистий внесок автора.

У **першому розділі** «Огляд літератури і вибір напрямку дослідження» розглянуто сучасний стан та області застосування імпульсних сигналів. Вказано, що найбільш істотними є використання імпульсів: у телекомунікаціях, у дистанційній діагностиці матеріалів (інтроскопія надр, будівництво й обслуговування будинків і споруджень), у військовій техніці (виявлення й знищення засобів супротивника, електромагнітна зброя), у контролі якості виробів (наприклад, зварюваних швів) та інших.

Підкреслено, що для моделювання поширення імпульсних сигналів у діелектричних шарах необхідні адекватні методи аналізу та розглянуті найпоширеніші методи аналізу в частотній та часовій областях, вказано, що застосування методів частотної області, а також найбільш розповсюдженого чисельного методу FDTD не завжди ефективно. Показана перспективність використання методу інтегральних рівнянь Вольтерра для дослідження задач, що розглядаються.

Наведена історія досліджень пучків Ейрі, що розповсюджуються за криволінійною траєкторією в просторових координатах при гармонічній залежності від часу. Показано, що для опису прискорення імпульсу в часі необхідно одержання виразу для імпульсу безпосередньо з рівнянь Максвелла без використання аналогій. Наведені найсуттєвіші властивості імпульсу Ейрі і можливі практичні його використання.

У **другому розділі** «Чисельно-аналітичний підхід до дослідження нестационарних електромагнітних явищ» сформульовано базову задачу про перетворення електромагнітного поля в обмежених нелінійних середовищах зі змінними у часі й просторі параметрами у вигляді інтегрального рівняння Вольтерра другого роду в часовій області, еквівалентного рівнянням Максвелла та відповідним граничним і початковим умовам. Наведено приклади основних класів нелінійних середовищ.

Розглянуті й проаналізовані різні методи розв'язання одновимірного за просторовими координатами інтегрального рівняння. В тому числі розглянуто застосування методу послідовних наближень до даного рівняння, визначені якісні характеристики збіжності, а також обмеження при використанні на персональних комп'ютерах.

Розроблено чисельно-аналітичний метод розв'язання інтегрального рівняння Вольтерра із залученням методу кінцевих елементів і методу інтерполяційних поліномів Лагранжа (метод апроксимуючих функцій). Суть

методу полягає в тому, що область визначення задачі для шуканої функції $u(t, x)$ розбивається на множину підобластей, у кожній з яких розв'язок задачі $u_{ij}(t, x)$ шукається як наближення $\hat{u}_{ij}(t, x)$, що представляється у вигляді суми кусково-монотонних апроксимуючих поліномів $T_{ij}^{k,l}(t, x)$ з відповідними ваговими коефіцієнтами

$$u(t, x) \approx \hat{u}(t, x) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \hat{u}_{i,j}(t, x), \quad \hat{u}_{i,j}(t, x) = \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 c_{i+k, j+l} \cdot T_{ij}^{k,l}(t, x), \quad (1)$$

де $\{T_{ij}^{k,l}(t, x)\}$ – поліноми Лагранжа.

Показані переваги методу апроксимуючих функцій в ефективній побудові розв'язку. Проаналізована збіжність методу. Сформульовано задачу про електромагнітне поле усередині й поза діелектричним шаром. За загальним принципом побудовані схеми розрахунку поля всередині неоднорідності та поза нею, а також визначення потоків енергії. Застосований підхід дозволяє за допомогою єдиного інструменту розв'язувати широке коло задач, у тому числі, з нелінійними й нестационарними середовищами.

Розроблено спеціалізоване програмне забезпечення на платформонезалежній мові програмування, що реалізує метод апроксимуючих функцій і підтримує просте з'єднання з іншими програмами, зокрема написаними мовою C\C++, а також просту розробку інтерфейсу користувача.

Проведено апробацію методу моделюванням перетворення плоскої хвилі й імпульсу Гауса шаром нестационарного лінійного діелектрика; проведена перевірка безперервності поля на границях шару, розраховано баланс енергії. Побічно оцінена похибка розробленого методу. Проведене порівняння чисельних і аналітичних розрахунків коефіцієнтів відбиття й проходження плоскої хвилі. Показано прийнятний збіг з результатами відомих точних рішень.

Побудовано аналітичне представлення у вигляді спектрального розкладання за частотами розв'язку задачі про нормальне падіння імпульсу Гауса на плоскошарувату неоднорідність середовища. Таке спектральне представлення застосовується для розрахунку відбиття й проходження імпульсу шляхом використання відомих виразів для коефіцієнтів Френеля. Вирази для відбитого й того, що пройшов, імпульсів побудовані у вигляді швидко збіжних рядів, члени яких, починаючи із четвертого, вносять незначний вклад у суму. Показано, що вторинні імпульси являють собою суму імпульсів, аналогічних тому, що падає, але зі зміщеними в часі аргументами, що призводить до істотної їх відмінності. Проведене порівняння результатів, одержаних за аналітичними виразами, із чисельними результатами, отриманими методом апроксимуючих функцій.

У **третьому розділі** «Перетворення електромагнітних імпульсів шаром нелінійного діелектрика» запропонований метод використано для моделювання розповсюдження імпульсних хвиль у присутності неоднорідності з

квадратичним та кубічним середовищем, поляризація якого задається наступною загальною формулою

$$P(\tau, \xi) = \varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)E(\tau, \xi) + \sum_{i=2}^I \gamma_i E^i(\tau, \xi), \quad (2)$$

де γ_i – діелектричні сприйнятливості другого й більш високих порядків.

Розглянуто перетворення плоскої хвилі шаром діелектрика з нестационарною кубічною нелінійністю середовища. Підтверджено явище перекидання хвилі в результаті взаємодії з нелінійним середовищем і поява в спектрі вищих і нижчих гармонік при збереженні центральної частоти. Розглянуто перетворення шаром з лінійним та квадратичним діелектричним середовищем наступних імпульсних хвиль: моноімпульсу Гауса

$E_0(\tau, \xi) = \exp(-(\tau - \tau_0 - \xi)^2 2^{-1} \sigma^{-2})$, одноциклічного імпульсу Гауса

$E_0(\tau, \xi) = -(\tau - \tau_0 - \xi) \sigma^{-2} \exp(-(\tau - \tau_0 - \xi)^2 2^{-1} \sigma^{-2})$, осцилюючого імпульсу

Гауса: $E_0(\tau, \xi) = \cos(\eta(\tau - \tau_0 - \xi)) \exp(-(\tau - \tau_0 - \xi)^2 2^{-1} \sigma^{-2})$. Показано

виконання граничних умов у чисельних розрахунках, як для лінійного випадку, так і нелінійного. Перевірено баланс потоків енергії. Проконтрольовано похибку методу, як енергетичним балансом, так і при виконанні граничних умов. Така похибка становить частки проценту і тільки на екстремумах потоку енергії, де не вистачає роздільної здатності сітки моделювання, її максимальне значення не перевищує 3-7%.

Виявлено, що при взаємодії моноімпульсу Гауса з шаром діелектрика із квадратичною нелінійністю середовища, перетворена хвиля значно відрізняється від такої для випадку лінійного діелектрика випрямленням переднього фронту хвилі й скривленням заднього. Причому не тільки головного пелюстка імпульсу, але й всіх наступних частин його «хвоста».

При дослідженні одноциклічного імпульсу Гауса було виявлено, що в спектрі перетвореної

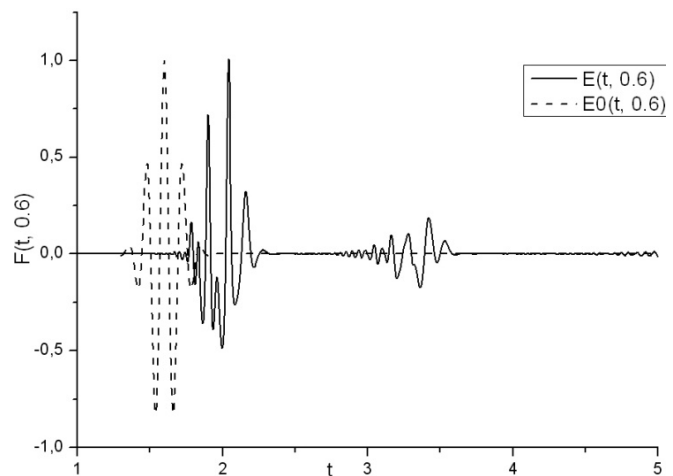


Рис. 1 – Імпульс Гауса у квадратичному середовищі

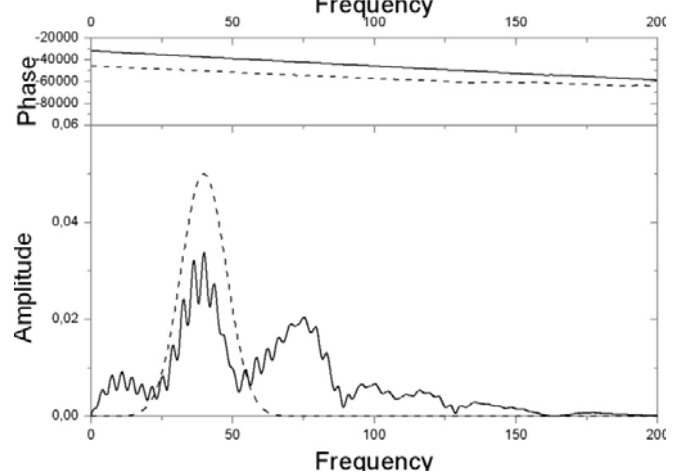


Рис. 2 – Відповідні спектри імпульсу (рис. 1)

шаром діелектрика хвилі утворюються локальні максимуми. Ширина спектра зберігається в лінійному випадку й розширяється у 3-4 рази у випадку квадратичної нелінійності. Основний пелюсток перетвореного імпульсу у випадку нелінійного діелектрика має явно виражений виступ на задньому фронті. Ясно проявляється перший відбитий імпульс, що має осцилюючу форму.

Вивчення поведінки осцилюючого імпульсу Гауса з різною шириною спектра при взаємодії із шаром лінійного й квадратичного діелектрика також виявило порізаність спектру зі збереженням ширини у лінійному випадку. У нелінійному ж виявилася значна зміна спектру, а відповідно і хвилі. При збільшенні частоти осцилюючого множника первинного імпульсу кількість пелюсток зростає, спектр розширюється в 4-5 разів (рис. 1) і істотно міняє свою форму (рис. 2), здобуваючи горбкувату структуру із множинними максимумами.

У четвертому розділі «Імпульси Ейрі» одержано і проаналізовано вираз для обвідної $F(t, x, y, z)$ електромагнітного імпульсу $E(t, x, y, z) = e^{-ikx} F(t, x, y, z)$, де k – просторовий масштаб явища, в параксіальному наближенні. Показано, виходячи з рівнянь Максвелла, що обвідна задовольняє параксіальному рівнянню в часовій області

$$-2ik \frac{\partial F}{\partial x} - k^2 F + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \mu_0 \mu \sigma \frac{\partial F}{\partial t} = \mu_0 \mu \frac{\partial j}{\partial t} e^{ikx}, \quad (3)$$

де струм j представляє зовнішнє джерело електромагнітного поля, а провідність σ враховує втрати в середовищі. Рівняння (3) відноситься до параболічного типу й має вигляд, аналогічний рівнянню Шредінгера, якщо в ньому поміняти місцями часову та поздовжню просторову змінні.

Розв'язок рівняння (3) будується за допомогою функції Гріна, для якої одержано вираз з явною залежністю від часу в просторово трьохвимірному випадку

$$G_p = -\frac{(1-i)v\sqrt{k}}{8\pi x\sqrt{\pi x}} \eta(x) \exp\left(i\frac{k}{2}x + i\frac{kv^2}{2x}(t + i\frac{\mu_0\mu\sigma}{2k}x)^2 - i\frac{k^2 y^2}{2kx} - i\frac{k^2 z^2}{2kx}\right). \quad (4)$$

За допомогою функції Гріна отримана формула для розрахунку поля випромінювання джерела. Показано, що варіюючи вирази для спектру точкового джерела в його спектральному представленні

$j = \frac{1}{2\pi} \delta(x-x_0) \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) e^{i\omega t} d\omega$, де δ - дельта-функція, можна одержувати різні випромінювані імпульси.

У випадку гауссівського спектру $\Phi_1(\omega) = e^{-(\omega T)^2/4w}$ отримано імпульс Гауса в часовій області. Показано, що фіксоване значення обвідної цього

імпульсу рухається по гіперболічній траєкторії в координатах простір-час. Цей рух є вповільненим і його швидкість прямує асимптотично до граничного значення, як з часом, так і при віддаленні від джерела.

У випадку спектра джерела із кубічною фазою, $\Phi_2(\omega) = e^{i(\omega T + i\alpha)^3/3}$ випромінювання являє собою просторово-часові імпульси із обвідною, що описується функцією Ейрі

$$E(t, x) = \frac{\mu_0 \mu}{2ki T} \cdot e^{i\left(-\frac{2}{3}J^3 + 2i\alpha J^2 + (\alpha^2 - k^2 v^2 T^2)J\right)} \frac{\partial}{\partial t} e^{\pm i(-i\alpha + J)\frac{t}{T}} \text{Ai}\left(\pm \frac{t}{T} + 2i\alpha J - J^2\right), \quad (5)$$

де $\text{Ai}(x)$ – функція Ейрі, $J = (x - x_0) / 2kv^2 T^2$, t і x часова та просторова змінні, x_0 просторове зміщення, T часовий масштаб, α параметр загасання, k просторовий масштаб, v фазова швидкість у фоновому середовищі, μ магнітна проникність, μ_0 магнітна проникність вакууму. Формула (5) включає як осцилюючий множник, так і функцію Ейрі і її першу похідну. Складний характер поведінки такого імпульсу (рис. 3) має місце завдяки поєднанню всіх трьох складових, вилучення хоча б одного із яких істотно змінює його особливості.

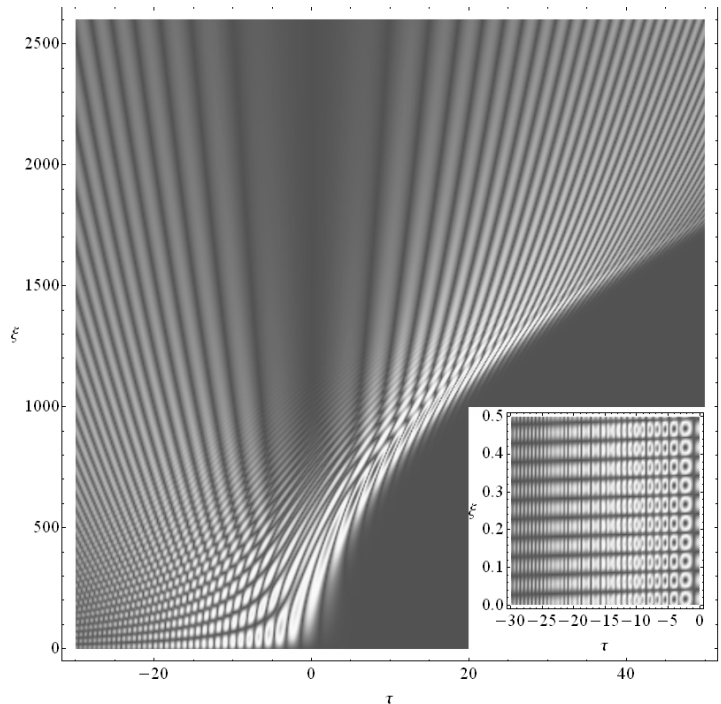


Рис. 3 – Імпульс Ейрі

Траєкторія руху обвідної цього імпульсу являє собою параболу в координатах простір-час, і швидкість руху фіксованого значення обвідної імпульсу представляється таким виразом

$$\dot{x} = \pm \frac{2(kv^2)^2 T^3}{x - x_0} = \frac{\pm kv^2 T^{3/2}}{\sqrt{\pm t - \text{const}T}}. \quad (6)$$

Звідси видно, що імпульс уповільнюється, так як його швидкість прямує до нуля, як з часом, $t \rightarrow \infty$, так і з віддаленням від джерела, $(x - x_0) \rightarrow \infty$.

Використовуючи отриманий вираз для імпульсу проаналізовано вплив параметрів задачі на область застосовності параксіального наближення.

Детально досліджено розподіл у просторі й поведіння у часі поля одновимірного імпульсу Ейрі. Виявлена особливість хвилі біля переднього

фронту – область «затишку». У присутності неоднорідності ця особливість має місце не тільки для хвилі, що падає, але й для відбитої та тої, що пройшла, а також усередині шару. Виявлено, що відбита від неоднорідності хвиля поширюється за параболічною траєкторією в протилежному напрямку. Показана принципова можливість генерації солітоноподібного сигналу.

Для вивчення взаємодії імпульсу Ейрі з неоднорідністю середовища побудоване аналітичне його представлення у вигляді спектрального розкладу за частотами і хвильовими числами. Розглянуто нормальне падіння імпульсу Ейрі на плоскопаралельний діелектричний шар (рис. 4а). Шляхом використання спектрального представлення й відомих виразів для коефіцієнтів Френеля отримано аналітичні вирази для імпульсу відбитого від шару (рис. 4б), а також того, що пройшов (рис. 4в). Вирази для вторинних імпульсів побудовані у вигляді швидко збіжних рядів. Показано, що вторинні імпульси являють собою суму імпульсів Ейрі із зміщеним у часі аргументом, причому зсув є функцією координати. Цей зсув дається коефіцієнтом $I_N = -[(x - x_0) + M_N L] / (2kv^2 T^2)$, яким треба замінити вираз J формули (5). В цьому коефіцієнті $M_N = 2N\sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon}$ для відбитого імпульсу і $M_N = (N\sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon} - 1)$ для імпульсу, що пройшов. ε_1 - діелектрична проникність середовища в шарі.

Розглянуто відбиття імпульсу Гауса від плоскошаруватої діелектричної пластини, яка складається з багатьох шарів, діелектрична

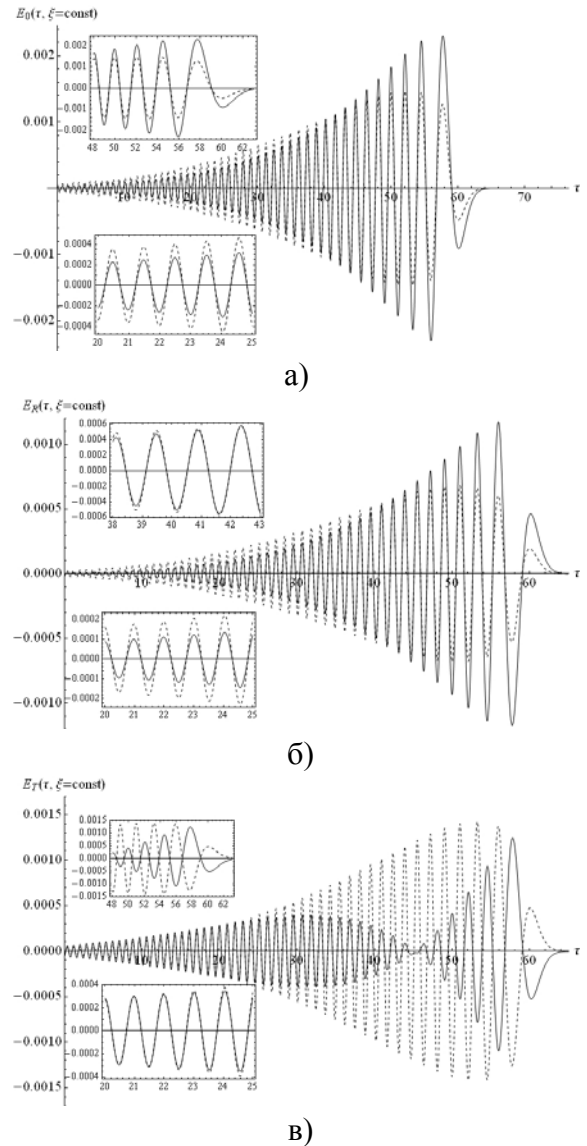


Рис. 4 – Імпульс Ейрі у присутності діелектричного шару

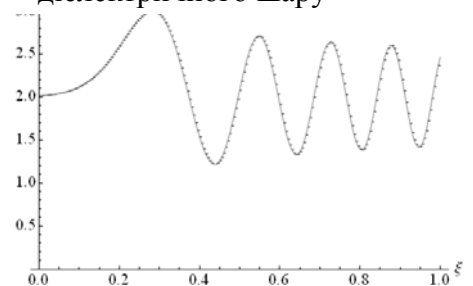


Рис. 5 – Діелектрична пластинка

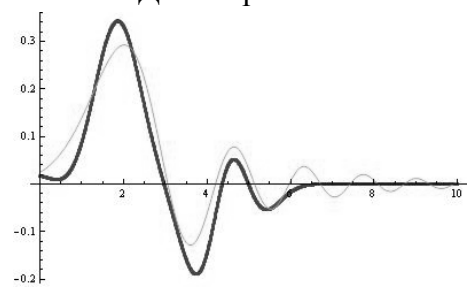


Рис. 6 – Відбитий імпульс та імпульс Ейрі

проникність в яких розподілена за законом функції Ейрі, (рис. 5). Показано, що обвідна відбитого імпульсу дуже добре апроксимується функцією Ейрі (рис. 6) тоді як та, що пройшла, продовжує зберігати форму гауссіана. Отриманий ефект може бути використано для генерування імпульсів Ейрі за допомогою статичної структури, що значно спрощує спосіб його генерації.

ВИСНОВКИ

У роботі вирішена актуальна наукова задача перетворення електромагнітних імпульсів Гауса і Ейрі шаром лінійного та нелінійного діелектрика. Для розв'язання задачі розроблений чисельно-аналітичний метод апроксимуючих функцій.

При цьому отримано такі наукові та прикладні результати.

1. Набув подальший розвиток метод інтегральних рівнянь Вольтерра, на основі якого вперше розроблено чисельну схему із залученням методу кінцевих елементів і інтерполяційних поліномів Лагранжа для розв'язання задач поширення електромагнітних хвиль у лінійних і нелінійних плоскошаруватих середовищах. Побудовано схему розрахунку поля й розрахунку балансу енергії поля методом апроксимуючих функцій.

Розроблено спеціалізоване програмне забезпечення на платформонезалежній мові програмування, що реалізує метод апроксимуючих функцій і підтримує просте з'єднання з іншими програмами, а також просту розробку інтерфейсу користувача.

Проведено апробацію методу моделюванням перетворення плоскої хвилі й імпульсу Гауса шаром нестационарного лінійного діелектрика; проведена перевірка безперервності поля на границях шару, розраховано баланс потоків енергії. Оцінена похибка розробленого методу. Проведено порівняння чисельних і аналітичних розрахунків коефіцієнтів відбиття й проходження плоскої хвилі.

2. Вперше досліджено запропонованим методом перетворення електромагнітних імпульсів Гауса діелектричним шаром з квадратичною нелінійністю. Розглянуто перетворення моноімпульсу Гауса, одноциклічного імпульсу Гауса й осцилюючого імпульсу Гауса шаром лінійного й квадратичного діелектрика. Показано виконання граничних умов у чисельних розрахунках, як для лінійного випадку, так і нелінійного, перевірено баланс потоків енергії. Проконтрольовано похибку методу, як шляхом перевірки енергетичного балансу, так і шляхом перевірки граничних умов.

3. Вперше отримано аналітичний вираз для імпульсу Ейрі в результаті розв'язання в часовій області параксіального рівняння, який на відміну від

існуючих в літературі стаціонарних пучків Ейрі, коли термін «прискорювання пучка» означає скривлення пучка в просторі, описує самоприскорювання імпульсу в часі, коли його швидкість зменшується від стартової до нульової.

Для цього з рівнянь Максвелла отримане параксіальне рівняння в часовій області для електричного поля. Це рівняння відноситься до параболічного типу й має вигляд, аналогічний рівнянню Шредінгера, якщо в ньому поміняти місцями часову й поздовжню просторову змінні. Розв'язок цього рівняння побудовано за допомогою знайденої функції Гріна параксіального рівняння в часовій області. Показано, що у випадку спектра джерела з кубічною фазою випромінювання являє собою просторово-часові імпульси із обвідною, що описується функцією Ейрі. Траєкторія руху фіксованого значення обвідної являє собою параболу в координатах простір-час, а його швидкість прямує до нуля, як із часом, так і з віддаленням від джерела.

4. Вперше одержано вирази у вигляді швидко збіжних рядів для імпульсу, відбитого від діелектричного шару, а також того, що пройшов, при нормальному падінні на шар імпульсу Гауса і Ейрі.

Для цього використовується аналітичне представлення у вигляді спектрального розкладання за частотами розв'язку задачі про нормальне падіння імпульсу Гауса і Ейрі на плоскошарувату неоднорідність середовища. Таке спектральне представлення застосовується для розрахунку відбиття й проходження імпульсу шляхом використання відомих виразів для коефіцієнтів Френеля. Показано, що вторинні імпульси являють собою суму імпульсів, Гауса і Ейрі зі зміщеними у часі і просторі аргументами. Проведено порівняння аналітичних виразів із чисельними результатами, отриманими методом апроксимуючих функцій.

5. Вперше запропонована схема генерації імпульсу Ейрі при взаємодії імпульсу Гауса з шаром лінійного неоднорідного діелектрика.

Розглянуто відбиття імпульсу Гауса від плоскошаруватої неоднорідної діелектричної пластини. Показано, що обвідна відбитого імпульсу дуже добре апроксимується функцією Ейрі, якщо діелектрична проникність в шарі змінюється за цією ж функцією. Отриманий ефект може бути використаний для одержання імпульсів Ейрі за допомогою статичної структури, що значно спрощує спосіб його одержання.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ РОБІТ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Золотарев Д.А. Взаимодействие электромагнитного импульса с нелинейным диэлектрическим слоем / Д.А. Золотарев, А.Г. Нерух // Радиотехника: всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2010. – Вып. 163. – С. 208-215.
2. Zolotariov D. Extension of the approximation functions method for 2d nonlinear volterra integral equations / D. Zolotariov, A. Nerukh // «Applied radioelectronics»: sci.-tech. journal. – 2011. – Mag. 10. № 1. – P. 39 — 44.
3. Nerukh A.G. Properties of decelerating non-diffractive electromagnetic airy pulses / A.G. Nerukh, D.A. Zolotariov, D.A. Nerukh // Applied Radio Electronics: Sci. Mag. – 2012. – Vol. 11 № 1. – P. 77 - 81.
4. Нерух А.Г. Метод аппроксимирующих функций для интегральных уравнений Вольтерра: реализация вычислительного эксперимента в нестационарной электродинамике / А.Г. Нерух, Д.А. Золотарёв. – Saarbrucken, Germany: Издательский Дом: «LAP LAMBERT Academic Publishing», 2011. – 92 с.
5. Пат. 73609 Україна, МПК (2012.01) G05B 15/00. Спосіб керування окремими q-бітами квантових нанокomp'ютерів за допомогою імпульсів Ейрі [Текст] / Нерух О.Г., Золотарьов Д.О.; заявник і патентовласник Нерух О.Г. та Золотарьов Д.О.; заяв. 17.04.2012; публ. 25.09.2012, Бюл. № 18/2012 – 2 с.
6. Свідоцтво 39414 Україна. Комп'ютерна програма «Програма моделювання електромагнітного поля в 1D-шарі із змінною нелінійною діелектричною проникністю» / Д.О. Золотарьов, О.Г. Нерух; Дата реєстр. 01.08.2011.
7. Свідоцтво 39415 Україна. Комп'ютерна програма «Програма моделювання електромагнітного поля в 1D-шарі із змінною лінійною діелектричною проникністю» / Д.О. Золотарьов, О.Г. Нерух; Дата реєстр. 01.08.2011.
8. Свідоцтво 39416 Україна. Комп'ютерна програма «Програма моделювання електромагнітного полів: відбитого та того, що пройшло, за відомим полем в 1D-шарі із змінною нелінійною діелектричною проникністю» / Д.О. Золотарьов, О.Г. Нерух; Дата реєстр. 01.08.2011.
9. Свідоцтво 39417 Україна. Комп'ютерна програма «Програма моделювання електромагнітного полів: відбитого та того, що пройшло, за відомим полем в 1D-шарі із змінною лінійною діелектричною проникністю» / Д.О. Золотарьов, О.Г. Нерух; Дата реєстр. 01.08.2011.
10. Zolotariov D. Method of approximation functions for solution of 2d nonlinear Volterra integral equation / D. Zolotariov, A. Nerukh // Матеріали 13ї

міжнародної конференції з математичних методів та теорії електромагнетизму ММЕТ-2010, Київ: НТУУ "КПІ", 2010.

11. Zolotariov D.A. The investigation of Airy-pulses propagation in the layer with linear polarization / D. A. Zolotariov, A.G. Nerukh // 2-я Международная конференция молодых ученых «Физика низких температур-2011» (МКМУ-ФНТ-2011), Харьков, 2011.
12. Nerukh A. Time-Varying Airy Pulses / A. Nerukh, D. Zolotariov, D. Nerukh // International Conference on Transparent Optical Networks «ICTON-2011», Stockholm (Sweden), 2011
13. Nerukh A.G. Decelerating Airy Pulses / A.G. Nerukh, D.A. Zolotariov, D.A. Nerukh // The 11th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling, Kharkov, 2011
14. Nerukh A.G. Generation of Decelerating Airy Pulses / A.G. Nerukh, D.A. Zolotariov, D.A. Nerukh // Материалы 8й международной конференции «Теория и техника антенн», Киев, 2011
15. Золотарев Д.А. Генерация импульса Эйри точечным источником / Д.А. Золотарев // Материалы 16-го международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке», Харьков, 2012
16. Золотарев Д.А. Метод аппроксимирующих функций как средство моделирования и анализа электромагнитных полей в плоско-слоистых средах / Д.А. Золотарев // Материалы 16-го международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке», Харьков, 2012
17. Nerukh A. Reflection of a spatial-temporal Airy pulse from a layer / A. Nerukh, D. Zolotariov, D. Nerukh, T. Benson // Сборник докладов ICTON 2012, University of Warwick, Coventry, UK, 2012.
18. Alexander G. Nerukh Green's Function for Paraxial Equation / Alexander G. Nerukh, D. A. Zolotariov, D. A. Nerukh, Georgi Nikolov Georgiev // Сборник докладов PIERS 2012, Москва, 2012.
19. Nerukh A. Green's function for paraxial equation in time domain / A. Nerukh, D. Zolotariov // Сборник докладов ММЕТ–2012, Харьков, 2012.
20. Nerukh A. Interaction of time-varying Airy pulses with a layer / A. Nerukh, D. Zolotariov, D. Nerukh // Сборник докладов European Microwave Week 2012, Amsterdam RAI, the Netherlands, 2012.

АНОТАЦІЯ

Золотарьов Д.О. Розвиток методів дослідження електромагнітних імпульсів у плоскошаруватому нелінійному середовищі. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізика. – Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, 2012.

Запропоновано метод апроксимуючих функцій для аналітично-чисельного розв'язку електродинамічних задач у нелінійному середовищі з границями. За допомогою цього методу проведений аналіз імпульсних хвиль через нелінійний діелектричний шар. Отримано вираз для імпульсу Ейрі як точного розв'язку параксіального рівняння. Досліджено його властивості. Отримано точні аналітичні вирази у вигляді швидко збіжних рядів Тейлора для імпульсів, що відбилися та пройшли через плоский шар діелектрика при нормальному падінні на нього імпульсів Гауса та Ейрі. Запропоновано схему стаціонарного джерела імпульсу Ейрі.

Ключові слова: електромагнітні імпульси, нелінійний діелектричний шар, метод апроксимуючих функцій, імпульси Ейрі.

АНОТАЦІЯ

Золотарев Д.А. Развитие методов исследования электромагнитных импульсов в плоскостростой нелинейной среде. – Рукопись.

Диссертация на соискание научной степени кандидата физико-математических наук за специальностью 01.04.03 – радиофизика. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, 2012.

В работе решена актуальная научная задача преобразования импульсов Гаусса и Эйри слоем линейного и нелинейного диэлектрика. Для решения этой задачи предложен метод аппроксимирующих функций для аналитически-численного решения электродинамических задач в ограниченной нелинейной среде. Разработано специализированное программное обеспечение на платформонезависимом языке программирования. Впервые исследовано предложенным методом преобразование электромагнитных импульсов Гаусса диэлектрическим слоем с квадратичной нелинейностью. Показано выполнение граничных условий в численных расчетах, как для линейного случая, так и нелинейного, проверен баланс потоков энергии, проконтролирована погрешность метода. Впервые получено выражение для импульса Эйри в результате точного решения параксиального уравнения во временной области. Для этой цели из уравнений Максвелла получено параксиальное уравнение во временной области для электрического поля, относящееся к уравнениям

параболического типа и имеющее вид, аналогичный уравнению Шредингера. Для решения уравнений получена его функция Грина. Показано, что в случае спектра источника с кубической фазой получаемый пространственно-временной импульс имеет своей огибающей функцию Эйри. Траектория движения фиксированного значения такой огибающей является параболой в координатах пространство-время, а его скорость стремиться к нулю как при отдалении от источника, так и со временем. Исследованы свойства полученного импульса Эйри. Впервые получены точные аналитические выражения для импульсов, которые отразились и прошли через плоский слой диэлектрика при нормальном падении на него импульсов Гаусса и Эйри. Показано, что вторичные импульсы являются суммой импульсов Гаусса или Эйри соответственно со смещенными во времени аргументами. На основе полученных выражений проведено сравнение с численными результатами, полученными методом аппроксимирующих функций. Предложена схема стационарного источника импульса Эйри на основе отражения импульса Гаусса от неоднородной плоскостойкой пластины. Данный эффект может быть использован для создания импульсов Эйри при помощи статичной структуры, что в значительной мере упрощает способ его получения.

Ключевые слова: электромагнитные импульсы, нелинейный диэлектрический слой, метод аппроксимирующих функций, импульсы Эйри.

THE SUMMARY

Zolotariov D.A. Development of methods for investigations of electromagnetic pulses in layered nonlinear medium. – Manuscript.

Thesis for candidate of science degree in physics and mathematics by specialty 01.04.03 – radiophysics.– Kharkov national university of radio electronics, Kharkov, 2012.

The method of approximating functions for analytically-numerical investigations of electrodynamics problems in a bounded nonlinear medium is considered. Propagation of a pulse through a nonlinear dielectric layer is analyzed by this method. The expression for the Airy pulse as an exact decision of a paraxial equation is derived. The Airy properties are investigated. In the case when Gauss and Airy pulses fall normally on a flat dielectric layer the exact analytical expressions for the reflected and the transmitted pulses are obtained. These expressions have a form of quickly converging Taylor's series. The scheme for generation of an Airy pulse by a stationary source is offered.

Keywords: electromagnetic pulses, nonlinear dielectric layer, approximation function method, Airy pulses.