Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Левченко Антон Юрійович

УДК 519.161

МЕТОДИ ПРИСКОРЮВАННЯ ОБЧИСЛЕНЬ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОЇ МАРШРУТИЗАЦІЇ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2013

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Житомирському державному технологічному університеті, Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України.

Науковий керівник – доктор технічних наук, професор
Панішев Анатолій Васильович,
Житомирський державний технологічний університет, м. Житомир, завідувач кафедри інформатики та комп'ютерного моделювання.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Комяк Валентина Михайлівна,
Національний університет цивільного захисту України, м. Харків, професор кафедри фізико-математичних дисциплін;

доктор технічних наук, професор
Тевяшев Андрей Дмитрович,
Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, завідувач кафедри прикладної математики.

Захист відбудеться «___» ___________ 2013 р. о ______ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 у Харківському національному університеті радіоелектроніки (61166, м. Харків, пр. Леніна, 14).

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки (61166, м. Харків, пр. Леніна, 14).

Автореферат розісланий «___» __________ 2013 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради В.В. Безкоровайний

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Проблема маршрутизації потоків сировини, енергоресурсів, інформації є однією з найбільш актуальних проблем сучасної промисловості, транспорту, державного управління. Прискорення темпу пересувань, підвищення щільності транспортних потоків та обсягів перевезень ведуть до посилення вимог, що пред'являються до обчислювальної техніки, програмного та алгоритмічного забезпечення, відповідального за автоматизацію процесів керування рухом в мережах автомобільних доріг.

Ряд задач, пов'язаних із маршрутизацією, формально зводяться до класу задач комівояжера (ЗК), які полягають у пошуку замкненого маршруту мінімальної вартості. Одною з практично важливих задач цього класу є загальна задача комівояжера (ЗЗК), яка полягає в знаходженні найкоротшого замкненого маршруту, що зв'язує всі пункти транспортної мережі. Накопичений досвід в дослідженні проблеми комівояжера широко використовується при розробці методів розв'язку задач транспортної логістики і проектування мереж комунікацій.

Задачі класу комівояжера мають експоненціальну часову складність, яка накладає обмеження на розмір вхідних даних, незважаючи на значний зріст продуктивності сучасних комп'ютерів та зменшення їх собівартості. Тому, особливу важливість набуває удосконалення відомих та розробка нових методів оптимізації, які ведуть до зниження ємкісних і часових ресурсів ЕОМ на побудову замкнених маршрутів.

Перспективним підходом до розв'язання задач класу комівояжера великої розмірності є інтенсивне використання паралельних методів обчислень, основане на декомпозиції вхідної задачі на підзадачі з послідуючим об'єднанням результатів у шуканий розв'язок.

Дана робота присвячена розробці нових підходів до розв'язання задач класу комівояжера, а також удосконалення вже існуючих, відомих методів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота проводилася відповідно до тематики і загального плану науково-дослідних робіт кафедри інформатики та комп'ютерного моделювання Житомирського державного технологічного університету, в рамках держбюджетної теми №0106U008579 «Розробка і вдосконалення методів теорії розкладів і дослідження транспортних операцій на основі сучасних комп'ютерних технологій» (2006 – 2008 рр. виконання), та №0111U001777 „Розвиток методів комбінаторної оптимізації в задачах побудови замкнених маршрутів на графах та мережах" (2011-2012 рр. виконання), де здобувач брав участь як виконавець. Автор був розробником точних та наближених методів розв'язання комбінаторних задач і програмних реалізацій методів.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є розробка та вдосконалення методів оптимізації замкнених маршрутів на транспортних мережах для підвищення ефективності процесів перевезень пасажирів та вантажів. Для дослідження поставленої мети в дисертації ставляться наступні завдання.

1. Аналіз сучасного стану проблеми маршрутизації на автомобільному транспорті, включаючи клас задач типу комівояжера та методів їх розв'язання.

2. Дослідження структурних властивостей моделі транспортної мережі, яка задається зваженим графом, для зменшення часових витрат на знаходження оптимуму у загальній задачі комівояжера.

3. Вибір та обґрунтування засобів економії обчислювальних ресурсів для точного розв'язання задач оптимізації замкнених маршрутів.

4. Розробка схеми побудови точного та наближеного розв'язку загальної задачі комівояжеру.

5. Розробка модифікації класичного методу гілок та меж (алгоритму Літла), що прискорює пошук оптимальних розв'язків задач класу комівояжеру.

6. Програмна реалізація розроблених методів, організація і аналіз результатів обчислювального експерименту.

Об'єкт дослідження – замкнені маршрути, що забезпечують доставку вантажів, пасажирів, інформаційних повідомлень і раціонально використовують можливості транспортних мереж.

Предмет дослідження – математичні моделі та методи побудови замкнених маршрутів у транспортних мережах і системах.

Методи дослідження – в дисертаційній роботі застосовуються: результати теорії графів для знаходження лісу дерев, точок зчленування, мостів; методи побудови в графах найкоротших шляхів; елементи теорії паросполучень для розв'язку варіанту задачі про призначення, яку використано у якості релаксації у методі гілок та меж; методи розв'язання задач цілочисельної оптимізації для порівняльного аналізу з розробленими методами; елементи теорії складності алгоритмів для оцінки трудомісткості побудови замкнених маршрутів.

Наукова новизна отриманих результатів дисертаційної роботи полягає у наступному:

1. Вперше запропоновано точний метод розв'язання загальної задачі комівояжеру із ефективною процедурою її зведення до сукупності підзадач меншої розмірності; процедура стримує зріст часових витрат, який викликано збільшенням об'єму вхідних даних задачі.

2. Вперше розроблено наближений метод розв'язання загальної задачі комівояжеру із трудомісткістю, яка оцінюється поліномом третього ступеню від порядку вхідної матриці, та з відносною похибкою, представленою константою. Метод призначено для розв'язання у реальному масштабі часу задач маршрутизації з прийнятною точністю та високою швидкодією.

3. Отримав подальший розвиток метод гілок та меж для розв'язання класу задач комівояжера. Модифікація перевершує за швидкодією метод Літла за рахунок швидкого обчислення більш точної нижньої межі вартості шуканого маршруту, яка встановлюється в результаті розв'язку одного з варіантів задачі про призначення, а також за рахунок зберігання гранично обме-

женого списку даних у вершинах дерева перебору.

Практичне значення отриманих результатів. Розроблені математичні моделі задач і методи їх розв'язання спрямовані на економічно обґрунтований пошук замкнутих маршрутів. Розроблене програмне забезпечення спроможне вирішувати прикладні задачі управління транспортними перевезеннями вантажів та пасажирів у реальних умовах. Запропоновані методи та їх реалізація у вигляді програмного продукту впроваджені в Новоград-Волинській райспоживспілці Житомирської області. Результати досліджень використовуються у навчальному процесі за напрямком «Програмна інженерія» при викладанні дисциплін «Комп'ютерна дискретна математика», «Математичні методи дослідження операцій», «Основи математичного програмування», в лабораторному практикумі, при курсовому та дипломному проектуванні.

Особистий внесок здобувача. У публікаціях [1-13] автор розробив математичні моделі, методи розв'язання задач та їх програмні реалізації. У роботах, виконаних у співавторстві, автору належить: в [1, 13] − двоетапний точний алгоритм розв'язання загальної задачі комівояжера; у [2] − підхід до мінімізації довжини точного розв'язку загальної задачі комівояжера; у [3, 11] − швидкий метод розв'язання задачі про призначення, який використовує вже існуючий розв'язок, в якого видалено одну дугу; у [5] − модифікація метода Літла, яка використовує швидкий метод розв'язання задачі про призначення для обчислення нижньої межі вартості розв'язку; у [6] − метод пошуку циклу мінімальної вартості, який проходить по усім вершинам графу; у [7] − результати обчислювального експерименту, де показано, що на випадково згенерованих матрицях ваг запропонований метод перевершує за швидкодією метод Літла; у [8, 12] − підхід до розбиття загальної задачі комівояжера на підзадачі за компонентами зв'язності графу, який подається на вхід.

Апробація результатів дисертаційної роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися й обговорювалися на міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми математики і її застосування у природничих науках та інформаційних технологіях» (Харків 2007); Дев'ятій міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні інформаційні та електронні технології» (Одеса 2008); XVII, XIX міжнародних науково-технічних конференціях «Прикладні задачі математики і механіки» (Севастополь 2009, 2011); міждержавної науково-методичної конференції «Проблеми математичного моделювання» (Дніпродзержинськ 2009); Всеукраїнських науково-практичних конференціях «Інформатика і системні науки»(Полтава 2010, 2011); XI міжнародній науково-практичній конференції« Сучасні інформаційні та електронні технології »(Одеса, 2010); міжнародній науковій конференції «Information Models of Knowledge» KDS2010 (Київ 2010).

Публікації. За результатами дисертаційної роботи опубліковано 13 робіт: у збірниках наукових праць, які увійшли до переліків фахових видань України – 5, матеріалів конференцій – 6, тез доповідей – 2.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, чотирьох додатків. Загальний обсяг роботи складає

150 сторінок, додатків – 2 сторінки. Дисертація містить 30 ілюстрацій на 12 сторінках, 9 таблиць на 5 сторінках, список використаних джерел, що містить 135 найменувань на 14 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтована актуальність теми, сформульовані ціль та основні задачі досліджень, розкрита наукова новизна та практичне застосування отриманих результатів, включаючи зв’язок з науковими програмами та дані про впровадження отриманих результатів.

У першому розділі наведено характеристику моделей оптимізації замкнених маршрутів, яка встановлює їх належність до проблеми комівояжера, та розглянуті основні досягнення у розв’язанні ключових задач проблеми.

Кожна задача оптимізації замкнених маршрутів включає опис транспортної мережі і цільову функцію. Традиційною моделлю транспортної мережі є зв’язний зважений граф $H = (U, V)$ без петель, у якому вершині $i \in V$, $|V| = n$, може відповідати пункт споживання вантажу, населеному пункту, перехрестю доріг, т. і. Пара вершин утворює ребро $\{i, j\} \in U$, якщо вона представлена сусідніми перехрестями, або пунктами, безпосередньо зв’язаними дорожнім полотном. Кожне ребро $\{i, j\}$ має вагу $d_{ij} \in R_0^+$, що дорівнює відстані, або вартості переміщення з i в j, R_0^+ – множина невід’ємних дійсних чисел. Графу *H* взаємно відповідає симетрична матриця вартостей $\left[d_{ij} \right]_n$, де $d_{ij} \in R_0^+$, якщо $\{i, j\} \in U$, $d_{ij} = \infty$ інакше, $i \neq j$, $i, j = \overline{1, n}$, $d_{ii} = \infty$, $i = \overline{1, n}$.

В цільову функцію задачі маршрутизації вкладено економічний зміст. Як правило, ціллю розв’язання задачі є мінімізація вартісних або часових витрат на пасажирські, або вантажні перевезення.

В транспортній мережі, що моделюється зв’язним графом *H*, найпростішим замкненим маршрутом є обхід або гамільтонів цикл – цикл, який включає кожну вершину в графі в точності один раз. Оскільки не кожен граф гамільтонів, то й не кожна мережа містить обхід. Задача пошуку в зв’язному графі *H* гамільтонова циклу з мінімальною сумарною вагою ребер називається гамільтоновою задачею комівояжера (ГЗК).

Одно з нових застосувань ГЗК формулюється наступним чином. Нехай кожне ребро $\{i, j\} \in U$ нульової ваги в графі $H = (V, U)$ означає ділянку траси між сусідніми пунктами i та j, а вага $d_{ik} \in R_0^+$ ребра доповнення $\overline{H}$ дорівнює проектної вартості дорожнього полотна, яким планується зв’язати пункти *i* та *k*. Організація обходів можлива на мережі, яка відповідає гамільтонову графу, по відношенню до якого граф *H* є остовним підграфом. Гамільтонів граф породжує множину обходів, які включають ребра, що добавлені з $\overline{H}$ в H. Мінімальна сумарна вага доданих ребер задає найменшу вартість тих ділянок мережі, які забезпечують організацію руху за найменш витратними замкненими маршрутами, які представлені обходами. Очевидно, сформульована задача полягає у розв'язку симетричної задачі комівояжера (СЗК), тобто у побудові в повному зваженому графі $K_n = \overline{H} \cup H$ обходу мінімальної вартості.

На практиці часто виникає необхідність побудови в транспортній мережі $H = (V, U)$ найкоротшого замкненого маршруту, для якого умова однократного відвідування кожного пункту $i \in V$ є зайвою. Задача побудови такого маршруту називається загальною задачею комівояжера (ЗЗК).

Статус NP-повноти, який отримали практично всі задачі класу комівояжера, включаючи ГЗК, СЗК та ОЗК, визначив три основні підходи до їх розв'язку: 1) вдосконалення точних методів оптимізації (методів скорочення перебору); 2) конструювання наближених алгоритмів; 3) розробка метаевристичних (гібридних) обчислювальних схем.

Основна частина даної дисертації присвячена розробці, обґрунтуванню та програмної реалізації методу побудови оптимальних розв'язків ЗЗК, СЗК і ГЗК на базі класичного алгоритму ЗК (алгоритму Літла), експериментальному визначенню залежності часу розв'язання кожної з перелічених задач від об'єму її вхідних даних і аналізу можливостей використання на практиці отриманих результатів. Покращання показників ефективності методу Літла досягається вдосконаленою організацією зберігання даних в процесі розгалуження та не трудомістким обчисленням більш точної нижньої оцінки вартості оптимального розв'язку. ЗЗК, СЗК і ГЗК утворюють основу класу задач комівояжера, на якої побудовані численні моделі маршрутизації в транспортних мережах.

У другому розділі запропоновано підхід до розв'язання ЗЗК, якій використовує властивості добре вивченої метричної СЗК (МЗК), тобто СЗК, яка обмежена на симетричні матриці $\left[d_{ij}\right]_n$, які задовольняють нерівності трикутника: $d_{ij} \le d_{ik} + d_{kj}, i \ne j, i \ne k, j \ne k, i, j, k = \overline{1, n}.$

Нехай α_{ij} – найкоротший ланцюг між вершинами i и j графа $H = (V, U)$, заданого матрицею ваг $\left[d_{ij}\right]_n$, $\{i, j\} \in U$, $D(\alpha_{ij})$ – сумарна вартість ребер, які увійшли в α_{ij}. Залежно від значень d_{ij} нерівність

$$d_{ij} \le D(\alpha_{ij}) \qquad (1)$$

або виконується для всіх ребер $\{i, j\} \in U$, або порушується хоча б для одного ребра. Матриця $\left[D(\alpha_{ij})\right]_n$ разом з матрицею $\left[\alpha_{ij}\right]_n$ завдає повний граф $H_\alpha = (V, E)$, де кожне ребро $\{i, j\}$ відповідає ланцюгу α_{ij} в H вагою $D(\alpha_{ij})$. Для кожної трійки вершин графу H_α справедлива нерівність

$$D(\alpha_{ik}) \le D(\alpha_{ij}) + D(\alpha_{jk}),\ i \ne j,\ j \ne k,\ i \ne k. \qquad (2)$$

Нехай граф $H = (V, U)$ гамільтонів, τ, T – оптимальні розв'язки відповідно ГЗК та ЗЗК, побудовані в H, $D(\tau)$ и $C(T)$ – вартості цих розв'язків. Π – обхід мінімальної вартості $D(\Pi)$ побудований в повному графі H_α. Доказані наступні твердження, які зв'язують розв'язки ЗЗК та ГЗК.

Твердження 1. Якщо для всіх ребер $\{i, j\} \in U$ гамільтонова графа $H = (V, U)$ виконується нерівність (1), то $T = \tau$, $C(T) = D(\tau)$.

Твердження 2. Якщо хоча б для одного ребра $\{i, j\}$ гамільтонова графа $H = (V, U)$ нерівність (1) не виконується, то $C(T) \le D(\Pi)$.

Нехай граф H не є гамільтоновим. Тоді, очевидно, $C(T) = D(\Pi)$. Таким чином, маршрут T можливо знайти в результаті побудови в графі H_α гамільтонова циклу Π і заміни в ньому кожного ребра $\{i, j\} \in E$ на ланцюг α_{ij} з ребер множини U.

Запропоновано точний метод розв'язання ЗЗК.

S0. $H = (V, U)$ – зв'язний зважений граф с множиною вершин V, $|V| = n$, і множиною ребер U, $[d_{ij}]_n$ – матриця ваг ребер графа H, де $d_{ij} \in R_0^+$, якщо $\{i, j\} \in U$, и $d_{ij} = \infty$ інакше, $i, j = \overline{1, n}$, R_0^+ – множина дійсних невід'ємних чисел.

S1. Алгоритмом Флойда-Уоршелла побудувати матрицю $[\alpha_{ij}]_n$ найкоротших ланцюгів між усіма парами вершин графу H та матрицю $[D(\alpha_{ij})]_n$, в якій елемент (i, j) дорівнює вазі $D(\alpha_{ij})$ ланцюгу α_{ij}; матриці $[\alpha_{ij}]_n$ і $[D(\alpha_{ij})]_n$ визначають повний зважений граф $H_\alpha = (V, E)$, де кожне ребро $\{i, j\}$ заміняє найкоротший ланцюг α_{ij} в графе H.

S2. У графі H_α знайти обхід мінімальної вартості Π алгоритмом Літла.

S3. Побудувати оптимальний розв'язок ЗЗК T в результаті заміни кожного ребра $\{i, j\} \in \Pi$ на ланцюг α_{ij} графу H.

Якщо структурні характеристики графа H, для якого розв'язується ЗЗК, дозволяють його розбиття на компоненти зв'язності, то час роботи запропонованого метода можна зменшити. З цією метою виконуються три наступних етапи: ефективне знаходження компонент зв'язності H_r графу H, побудова розв'язку ЗЗК для кожної його компоненти H_r, об'єднання всіх отриманих розв'язків у замкнений маршрут. ЗЗК піддається декомпозиції на підзадачі тоді, коли час її розв'язання методом, застосований до вихідного графу *H*, більше, ніж час виконання перелічених етапів. Декомпозиція ЗЗК можлива після виділення в графі *H* точок зчленування, мостів або підмножини кінцевих вершин. Всі точки зчленування і мости можна визначити за час $O(n \log n)$. В результаті граф *H* розбивається на блоки – зв'язні підграфи графу *H*, що не мають точок зчленування.

Непуста підмножина кінцевих вершин графу H утворюють підграф $H' = (V', U')$ у вигляді лісу. Кожному дереву лісу відповідає коренева вершина, що зв'язує його з тою частиною графа H, яка не включає ребра і решта вершин дерева. Виділення дерев лісу H' і множини їх кореневих вершин *K* виконується з трудомісткістю $O(n \log n)$. На знаходження всіх мостів в підграфі $\langle S \rangle$ графу *H*, породженому підмножиною вершин $S = (V - V') \cup K$, вимагається час $O(|S| + |V| - |V'|)$. Множина з s мостів породжує s+1 компонент зв'язності H''_l підграфу $\langle S \rangle$.

Запропоновано процедуру, яка за лінійний час об'єднує в розв'язок ЗЗК $\bar{\tau}$ маршрути τ'_k, l_m, τ''_l, побудовані відповідно для дерев H_k лісу H', $k = \overline{1, |K|}$, мостів M_m, $m = \overline{1, s}$, і компонент зв'язності H''_l підграфу $\langle S \rangle$, $l = \overline{1, s+1}$.

Запропонований точний метод розв'язання ЗЗК стає наближеним шляхом заміни на кроці S2 алгоритму Літла на ефективну процедуру побудови обходу повного графа H_α. В графі H_α, отриманому в результаті виконання алгоритму Флойда-Уоршалла, справедлива нерівність (2). Тому для ефективної побудови маршруту ЗЗК застосовні поліноміальні наближені алгоритми розв'язання МЗК з оцінками точності, які не залежать від порядку та значень елементів вхідний матриці.

Якщо f_A – верхня межа вартості обходу МЗК, отриманого алгоритмом *A*, а вхід ЗЗК представлено блоком *H*, то після перетворення H у H_α A знайде розв'язок ЗЗК T_A вартістю $C(\mathrm{T}_A) \le f_A$. Величина f_A залежить від того, наскільки точно побудовано обхід на кроці S2. Якщо він побудований алгоритмом Крістофідеса (*ММ*), то $f_{MM} = (3/2)\, C(\mathrm{T})$, якщо – по правилу включення «найближчого міста» (*NT*), то $f_{NT} = 2C(\mathrm{T}) - 2min\left\{ D(\alpha_{ij}) \,\middle|\, i, j = \overline{1, n} \right\}$. Час наближеного розв'язку T_A ЗЗК обмежено знизу величиною $O\left(n^3\right)$, що характеризує трудомісткість алгоритму Флойда-Уоршалла, і дорівнює часу роботи алгоритму *A*, коли він перевершує $O\left(n^3\right)$.

Взагалі граф *H* містить *R* блоків, $R > 1$. Тоді ЗЗК розбивається на *R* під задач і відповідних їм підграфів H_r, що не містять точок зчленування, $r = \overline{1, R}$. Наближений розв'язок ЗЗК можна отримати в результаті побудови алгоритмом *A* всіх *R* обходів τ_r та об'єднання їх в маршрут T_A^0 графу *H*.

Для алгоритму A з оцінкою f_A справедлива нерівність

$$C(\tau) \le C\left(\tau_A^0\right) \le f_A .$$

При виборі ефективної процедури A розв'язання МЗК перевагу має та, трудомісткість якої менше трудомісткості алгоритму Флойда-Уоршалла, а точність не нижче, ніж у будь-якого відомого способу побудови наближеного розв'язку МЗК.

У третьому розділі викладені ефективні засоби прискорення пошуку точних розв'язків СЗК, ГЗК та ЗЗК у вдосконаленій версії методу Літла. Зменшення часових затрат на програмну реалізацію методу забезпечується швидким знаходженням розв'язку одного з варіантів задачі про призначення (ЗП), яка використовується для обчислення нижніх оцінок вартості шуканого маршруту.

Основу швидкого обчислення оцінок становить доказ того, що якщо в оптимальному розв'язку ЗП с матрицею вартостей порядку n замінити значення будь-якого елементу на нескінченно велике число, то оптимальний розв'язок ЗП для отриманої матриці можна знайти за час $O\left(n^2\right)$.

Варіант ЗП формулюється наступним чином. Нехай побудовано розв'язок ЗП для матриці вартостей $C = \left[c_{ij}\right]_n$, де $c_{ij} = \infty$ при $i=j$ та $c_{ij} \in R_0^+$ або $c_{ij} = \infty$ при $i \ne j,\ i,\ j = \overline{1, n}$. Розв'язок ЗП представлено перестановкою $\sigma = (\sigma[1], \sigma[2], ..., \sigma[n])$ n стовпців матриці C і його мінімальною вартістю $C(\sigma) = \sum_{i=1}^{n} c_{\sigma[i]}$, $c_{\sigma[i]} \ne \infty$, яка досягається на множині всіх перестановок $\pi = (\pi[1], \pi[2], ..., \pi[n])$. Потрібно по розв'язку σ знайти розв'язок σ_{xy} ЗП а) з матрицею вартостей C_{xy}, яка відрізняється від C тим, що елемент $c_{xy} \in \left(c_{\sigma[1]}, c_{\sigma[2]}, ..., c_{\sigma[n]}\right)$ дорівнює ∞ у C_{xy}, б) σ_{xy} будується з меншою трудомісткістю, ніж σ.

Розв'язок ЗП σ є досконалим паросполученням (ДП) з мінімальною сумою ваг ребер в дводольному графі (X, Y, U), $|X| = |Y| = n$, де вершина $i \in X$ з'єднана з вершиною $j \in Y$ ребром $(i, j) \in U$ вагою $c_{ij} \ne \infty$. Елемент (x, y) матриці C представлено в ДП σ ребром [x, y], $x \in X, y \in Y$, у якому відповідає в матриці C_{xy} елемент $c_{xy} = \infty$. Зміна значення $c_{xy} \in R_0^+$ на ∞ означає видалення з σ ребра [x, y].

Показано, що побудова перестановки σ_{xy} зводиться до знаходження в графі $(X, Y, U - [x, y])$ найкоротшого збільшуючого шляху P_{xy} з x в y відносно паросполучення $\sigma - [x, y] : \sigma_{xy} = \left((\sigma - [x, y]) - P_{xy}\right) \cup \left(P_{xy} - (\sigma - [x, y])\right)$.

Запропоновано процедуру *SIW*, що коректно з трудомісткістю $O\left(n^2\right)$ або будує σ_{xy}, або встановлює, що для матриці C_{xy} поставлена задача не має розв'язку.

Бінарна схема методу Літла вимагає розв'язку двох задач. Друга задача формулюється так.

Відомо розв'язок ЗП σ для тієї ж матриці *C*, що і в задачі пошуку σ_{xy}. Необхідно за заданою перестановкою σ знайти розв'язок ЗП $\sigma_{ab}(x, y)$, що містить елемент c_{xy} і не містить елемент c_{ab}; $c_{xy}, c_{ab} \in \left(c_{\sigma[1]}, c_{\sigma[2]}, \ldots, c_{\sigma[n]}\right)$.

Показано, що пошук розв'язку $\sigma_{ab}(x, y)$ коректно виконується за час $O\left(n^2\right)$ процедурою *SIW* для дводольного графу (X, Y, U'), де $U' = U -$ $- \left\{U_{xy} \cup [a, b]\right\}$, U_{xy} – множина всіх ребер, інцидентних вершинам *x* і *y*.

Входом модифікації метода Літла є матриця вартостей $C = \left[c_{ij}\right]_n$, де $c_{ij} = D\left(\alpha_{ij}\right)$ у ЗЗК, $c_{ij} = d_{ij}$ в СЗК та ГЗК, $g = (g[1], g[2], \ldots, g[n])$, $\varphi(g)$ – обхід та його вартість в будь-якої з цих задач, а g^* – оптимальний обхід.

За нижню межу φ_0 вартостей всіх обходів приймається $C(\sigma) = \mu_1 +$ $+ C_1(\sigma_1) = \mu_2 + C_2(\sigma_2)$, σ_i – розв'язок ЗП для двічі приведеної матриці C_i, μ_i – сума констант приведення. Для того, щоб отримати C_1, матриця *C* приводиться по строкам, а отриманий результат – по стовпцям. Матриця C_2 визначається приведенням спочатку по стовпцям, а потім по строкам. З σ_1 і σ_2 обирається той розв'язок σ_0, якому відповідає $\mu_0 = min\{\mu_1, \mu_2\}$. На відміну від метода Літла приведення виконується тільки для вхідної матриці *C*. Для побудови дерева перебору і знаходження в ньому g^* достатньо даних з двох матриць порядку *n*. В корені дерева перебору $\sigma = \sigma_0$, $\mu = \mu_0$, $C = C_0$, C_0 – двічі приведена матриця *C*, $\varphi_0 = C(\sigma) + \mu$.

В методі Літла елемент (x, y), що ініціює розгалуження, визначається серед всіх нульових елементів приведеної матриці, яка формується в кожній вершині розгалуження. В запропонованій модифікації метода такий елемент обирається тільки з *n* дуг циклового розкладення (ЦР) перестановки σ на $K(\sigma)$ контурів, $K \leq \lfloor n/2 \rfloor$. Для знаходження (x, y) кожна дуга (k, l) ЦР оцінюється величиною

$$\gamma(k, l) = \min_{j \neq l} c_{kj} + \min_{i \neq k} c_{il} - c_{kl}. \qquad (3)$$

Якщо в ЦР σ всі дуги будь-якого з контурів мають оцінку ∞ або число дуг (k, l) з оцінкою ∞ більше ніж за $n - K$, то не існує обходу *g*, для якого побудовано розв'язок ЗП σ . Шуканий елемент (x, y) знаходиться з (3) і має оцінку

$$\Gamma(x, y) = max\{\gamma(k, l) \mid (k, l) \in \sigma - R(\sigma)\}, \quad R(\sigma) = \{(k, l) \mid \gamma(k, l) = \infty\}. \qquad (4)$$

Нехай $Q(\sigma)$ – список тих елементів (k, j), $j \neq l$, і (i, l), $i \neq k$, для яких $\gamma(k, l) = \infty$. Списки $R(\sigma)$, $Q(\sigma)$ і елемент (x, y), якщо він існує, визначаються за час $O\left(n^2\right)$ процедурою *LANG*.

В корені дерева перебору розв'язок ЗП σ знаходиться будь-яким відомим методом. На кожному наступному кроці розгалуження воно перетворюється менш трудомісткою процедурою *SIW*. Якщо для матриці *C*, що містить $c_{ij} = \infty$, $i \neq j$, ЗП не має розв'язку, то множина обходів *g* пусто. Якщо розв'язком ЗП є циклічна перестановка σ, то $g^* = \sigma$, $\varphi_0 = \varphi\left(g^*\right)$. Кореню дерева, для якого побудована нециклічна перестановка, ставиться у відповідність оцінка $\varphi_0 = C(\sigma) + \mu$, число контурів в ЦР перестановки σ, $R(\sigma) = \emptyset$, $Q(\sigma) = \emptyset$, $C_{copy} = C$. Корінь породжує вершини $\left(\overline{(x, y)}\right)^\circ$ і $\left((x, y)\right)^\circ$, що позначають відповідно множину обходів, що не містять (x, y) і множину обходів, яка включає (x, y).

Елемент (x, y), що ініціює розгалуження знаходиться в матриці C_{copy} процедурою *LANG*, яка повертає список $R(\sigma)$ елементів, що не містить (x, y). Елемент (x, y) приймає дійсне значення оцінки, що визначається з (4), якщо $|R(\sigma)| < |Z_{min}|$, або $|R(\sigma)| < n - K$, Z_{min} – контур з мінімальним числом дуг серед всіх контурів ЦР σ. Якщо на виході процедури $\Gamma(x, y) = \infty$, то немає розв'язків *g*, що містять і не містять (x, y). У випадку $\Gamma(x, y) \neq \infty$ процедура зберігає список $R(\sigma)$, матрицю C', що отримана з C_{copy} заміною дійсних значень на ∞ тих елементів (k, j), $j \neq l$ і (i, l), $i \neq k$, для яких $\gamma(k, l) = \infty$, множину всіх елементів (k, l), що відповідають дугам контуру Z_q, у якому міститься дуга (x, y), а також всі оцінки $\gamma(k, l)$ дуг $(k, l) \in Z_q$, $n_q = |Z_q|$. З матриці C' визначається список $Q(\sigma)$.

Нижня межа $\varphi\left(\left(\overline{x, y}\right)^\circ\right)$ вартості будь-якого обходу, що не містить $(x, y) \in \sigma - R(\sigma)$, знаходиться в результаті виконання процедури *SIW*. Процедура перетворює розв'язок ЗП σ у розв'язок ЗП σ_{xy} для матриці C^1, що отримана з C' заміною $c_{xy} \in R_0^+$ на ∞, обчислює

$$\varphi\left(\left(\overline{x, y}\right)^{\circ}\right) = \begin{cases} C^1\left(\sigma_{xy}\right) + \mu, & \text{якщо побудована перестановка } \sigma_{xy};\\ \infty & \text{інакше.} \end{cases}$$

Ясно, що вершина $\left(\left(\overline{x, y}\right)^{\circ}\right)$ не підлягає розгалуженню, коли $\varphi\left(\left(\overline{x, y}\right)^{\circ}\right) = \infty$ або побудована перестановка σ_{xy} циклічна. Якщо σ_{xy} – не циклічна перестановка, то вершині $\left(\left(\overline{x, y}\right)^{\circ}\right)$ ставиться у відповідність σ_{xy}, $\varphi\left(\left(\overline{x, y}\right)^{\circ}\right) \neq \infty$, число контурів $K\left(\sigma_{xy}\right)$ в ЦР σ_{xy}, списки $R\left(\sigma_{xy}\right) = R(\sigma)$, $Q\left(\sigma_{xy}\right) = Q(\sigma) \cup (x, y)$ і матриця C', що заміщує C^1 і отримується з неї заміною $c_{xy} = \infty$ на дійсне число.

Оцінкою знизу $\varphi\left((x, y)^{\circ}\right)$ будь-якого обходу, який містить (x, y) є вартість перестановки $\sigma(x, y)$, що включає (x, y) і $R(\sigma)$. Перестановка $\sigma(x, y)$ може співпадати, або не співпадати із σ в залежності від числа дуг з оцінками ∞ та їх розташування в контурі Z_q, $(x, y) \in Z_q$, $\gamma(x, y) \neq \infty$, $\left|Z_q\right| = n_q$.

Нехай n'_q – число дуг в Z_q, які отримали оцінку ∞. Кожної такої дузі відповідає елемент $R(\sigma)$. Можливі наступні випадки визначення оцінки $\varphi\left((x, y)^{\circ}\right)$ та формування списків $R(\sigma(x, y))$ та $Q(\sigma(x, y))$.

а) Якщо $n'_q = n_q - 1$, то не існує обходу, що містить (x, y), тобто $\varphi\left((x, y)^{\circ}\right) = \infty$ (рис. 1, а).

б) Якщо $n'_q = n_q - 2$, то ∞ є значенням оцінки кожної дуги Z_q за виключенням (x, y) і (v_r, v_{r+1}), $1 \le r \le n_q - 1$, $x = v_{n_q}$, v_1 (рис. 1, б). Якщо g^* містить дугу (x, y), то не містить (v_r, v_{r+1}), інакше $n'_q = n_q - 1$. Звідси випливає, що оцінкою $\varphi\left((x, y)^{\circ}\right)$ є вартість перестановки $\sigma_{v_r v_{r+1}}(x, y)$, в яку входить (x, y) не входить (v_r, v_{r+1}). Іншими словами, $\sigma_{v_r v_{r+1}}(x, y)$ являє собою розв'язок ЗП для матриці C^2, яку отримано з C' присвоєнням ∞ елементам (v_r, v_{r+1}), (x, j), (i, y), $j \neq y$, $i \neq x$. Перестановка $\sigma_{v_r v_{r+1}}(x, y)$ будується так, як і перестановка $\sigma_{ab}(x, y)$, якщо покласти $(a, b) = (v_r, v_{r+1})$. Таким чином, при $n'_q = n_q - 2$

$$\varphi\left((x, y)^{\circ}\right) = \begin{cases} C^2\left(\sigma_{ab}(x, y)\right) + \mu, & \text{якщо побудована перестановка } \sigma_{ab}(x, y);\\ \infty & \text{інакше.} \end{cases}$$

в) Якщо $n'_q < n_q - 2$, то $\sigma(x, y) = \sigma$, $\varphi\left((x, y)^{\circ}\right) = C'(\sigma) + \mu$, $C'(\sigma) =$

$= C(\sigma\ )$, $R(\sigma\ (x, y)) = R(\sigma\ ) \cup (x, y)$. Список $Q(\sigma\ (x, y))$ формується за час $O(n_q)$ доданням до $Q(\sigma\ )$ елементів, які при зміні в матриці C' своїх дійсних значень на ∞ усувають в Z_q підконтури з дугою (x, y) і дугами з $R(\sigma\ )$. Можливі чотири випадки виключення підконтурів і формування списку $Q(\sigma\ (x, y))$.

1) $Q(\sigma\ (x, y)) = Q(\sigma\ ) \cup (y, x)$, якщо дуга (x, y) не інцидентна в Z_q дугам з оцінками ∞ і $c_{yx} \neq \infty$ в C' (рис. 1, в). Щоб отримати C^2, потрібно покласти $c_{yx} = \infty$ в C'. 2) Якщо Z_q містить ланцюг дуг $\left(v_{n_q - 1}, x = v_{n_q}, y = v_1, v_2, ..., v_p, v_{p+1}\right)$ з оцінками $\gamma\left(v_{n_q - 1}, x\right) \neq \infty$, $\gamma\left(v_p, v_{p+1}\right) \neq \infty$, $\gamma\left(v_{r-1}, v_r\right) = \infty$, $r = \overline{2, p}$, і $c_{v_p x} \neq \infty$ (рис. 1, г). Поклавши $c_{v_p x} = \infty$ в C', отримаємо матрицю C^2 та список $Q(\sigma\ (x, y)) = Q(\sigma\ ) \cup \left(v_p, x\right)$. 3) Підконтур, який утворюється в Z_q ланцюгом дуг $\left(v_{n_q}, v_1, ..., v_r, ..., x = v_p, y = v_{p+1}, v_{p+2}\right)$ з оцінками $\gamma\left(v_{n_q}, v_1\right) \neq \infty$, $\gamma\left(v_{p+1}, v_{p+2}\right) \neq \infty$, $\gamma\left(v_{r-1}, v_r\right) = \infty$, $r = \overline{2, p}$, і дугою (y, v_1), $c_{y v_1} \neq \infty$ (рис. 1, д) усувається заміною в C' дійсного значення $c_{y v_1}$ на ∞. Заміна дає матрицю C^2 і список $Q(\sigma\ (x, y)) = Q(\sigma\ ) \cup (y, v_1)$. 4) Підконтури в Z_q, які породжені ланцюгом дуг $\left(v_{n_q - 1}, v_1, ..., v_r, ..., x = v_{s-1}, y = v_s, v_{s+1}, ..., v_{p}, v_{p+1}\right)$ з оцінками $\gamma\left(v_{n_q}, v_1\right) \neq \infty$, $\gamma\left(v_p, v_{p+1}\right) \neq \infty$, $\gamma\left(v_{r-1}, v_r\right) = \infty$, $2 \le r \le s - 2$, $s + 1 \le r \le p$, і дугами $\left(v_p, v_1\right)$, $\left(v_p, x\right)$, (y, v_1), $c_{v_p v_1}, c_{v_p x}, c_{y v_1} \neq \infty$ (рис. 1, е) виключаються в матриці C^2, яка формується в результаті заміни в C' дійсних значень $c_{v_p v_1}, c_{v_p x}, c_{y v_1}$ на ∞; $Q(\sigma\ (x, y)) = Q(\sigma\ ) \cup \left(v_p, v_1\right) \cup \left(v_p, x\right) \cup (y, v_1)$.

Вершина $((x, y)^{\circ})$ не має припустимого продовження, коли $\varphi\left((x, y)^{\circ}\right) = \infty$ або побудовано циклічну перестановку $\sigma_{ab}(x, y)$. Якщо $\sigma_{ab}(x, y)$ не є циклічною, то вершині $((x, y)^{\circ})$ відповідає $\sigma_{ab}(x, y)$, $\varphi\left((x, y)^{\circ}\right)$, $K(\sigma_{ab}(x, y))$, $R(\sigma_{ab}(x, y)) = R(\sigma\ ) \cup (x, y)$, $Q(\sigma_{ab}(x, y)) = Q(\sigma\ ) \cup (a, b)$. Таким чином, множина всіх розв'язків g утворює об'єднання непересічних множин $\left(\left(\overline{x, y}\right)^{\circ}\right)$ і $((x, y)^{\circ})$.

Якщо обидві перестановки σ_{xy} і $\sigma\ (x, y) = \sigma_{ab}(x, y)$, побудовані відповідно в вершинах $\left(\left(\overline{x, y}\right)^{\circ}\right)$ і $((x, y)^{\circ})$, виявляються циклічними, то $g^* = \sigma_{xy}$

при $\varphi\left(\left(\overline{x, y}\right)^{\circ}\right) \mathrm{J}\ \varphi\left(\left(x, y\right)^{\circ}\right)$ і $g^{*} = \sigma\left(x, y\right)$ при $\varphi\left(\left(x, y\right)^{\circ}\right) \mathrm{J}\ \varphi\left(\left(\overline{x, y}\right)^{\circ}\right)$. Якщо отримано тільки один розв'язок ЗП σ_{xy} або $\sigma\left(x, y\right)$, і він представлений циклічною перестановкою, то така перестановка є шуканим обходом g^{*}.

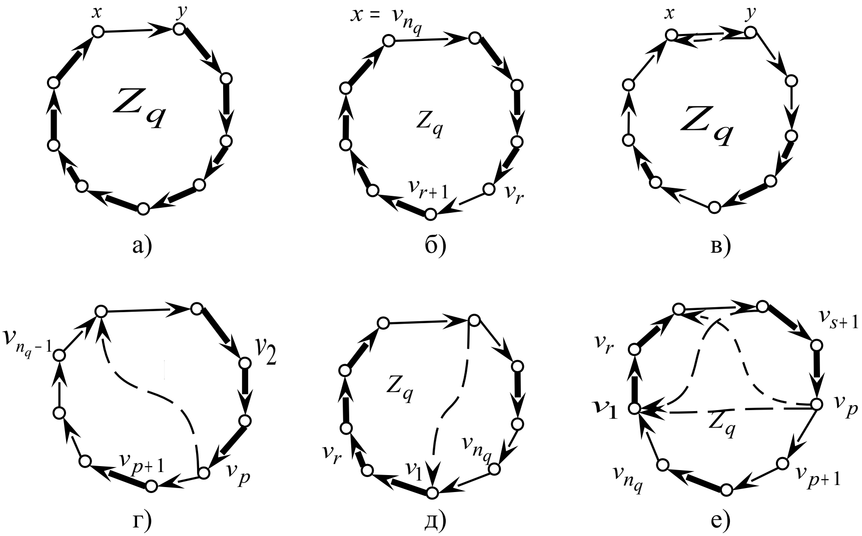

Рисунок 1 – Виключення дуг з контуру Z_q; дуга с оцінкою Γ зображена потовщеною лінією, а дуга, що виключено з контуру Z_q, – пунктирною: а) для нециклічної перестановки не існує відповідного до неї обходу, що містить $\left(x, y\right)$; виключаються б) контур Z_q; в) підконтур $\left(x, y, x\right)$; г) $\left(x = v_{n_q}, \quad y = v_1, ..., v_r, ..., v_p, x\right)$; д) $\left(x = v_p, y = v_{p+1}, v_1, ..., v_r, ..., x\right)$; е) усуваються підконтури $\left(x = v_{s-1}, y = v_s, v_{s+1}, ..., v_p, ..., x = v_{s+1}\right)$, $\left(x = v_{s-1}, y = v_s, ..., v_p, v_1, ..., v_r, ..., x = v_{s-1}\right)$.

Кінцеві вершини, які мають припустиме продовження в дереві перебору що будується, утворюють множину активних вершин. Активній вершині відповідає нециклічна перестановка з оцінкою, що дорівнює вартості цієї перестановки. Оцінка у вершині, для якої не існує розв'язку ЗП, дорівнює Γ. Розгалуженню підлягає активна вершина із найменшою оцінкою $\varphi\left(\sigma_m\right)$. У вершині розгалуження з вихідної матриці C і списків $R\left(\sigma_m\right)$ та $Q\left(\sigma_m\right)$ формується матриця C_{copy}, для якої виконується процедура *LANG*. Побудова обходу g^{*} завершується знаходженням кінцевої вершини і відповідної до неї циклічної перестановки вартістю, не більшої за оцінку в будь-якій іншій кінцевій вершині.

У четвертому розділі описано програмний продукт для розв’язку задач класу комівояжера модифікованим методом Літла та проведення обчислювального експерименту. Програмний продукт реалізовано із застосуванням мови програмування C++ з підтримкою бібліотеки STL, і виконується під керуванням операційних систем Windows та Linux.

Продукт забезпечує: точне розв’язання ЗЗК на основі класичного алгоритму Літла; наближене розв’язання ЗЗК із гарантованою оцінкою точності; точний метод розв’язання ЗЗК, який доставляє розв’язок з мінімальною довжиною; точне розв’язання ЗЗК із декомпозицією графа транспортної мережі на блоки; пошук оптимального розв’язку СЗК, ГЗК, ЗЗК розробленою модифікацією метода Літла; проведення обчислювального експерименту.

Обчислювальний експеримент виконано на серіях випадково згенерованих симетричних матриць ваг із змінним порядком n та різними коефіцієнтами заповнення. Коефіцієнт заповнення $K_з$ – відношення $|U|$ графу $H = (V, U)$, $|V| = n$, до $n(n-1)/2$.

Досліджено залежність часу точного розв’язання ЗЗК від n та $K_з$ (рис. 2). Залежність отримано в результаті виконання кожної серії з 100 матриць порядку $n, n = \overline{10, 60}$, із $K_з = 0,25; 0,5; 0.75$.

Отримано залежність часу наближеного розв’язання ЗЗК від порядку вхідної матриці $n = \overline{500, 2500}$, (рис. 3).

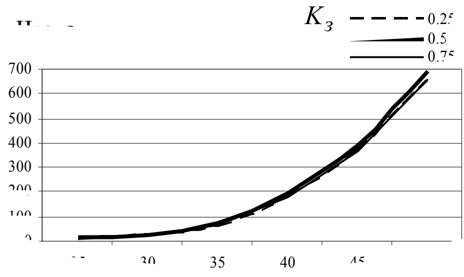

Рисунок 2 – Графік залежності часу точного розв’язання ЗЗК від n та $K_з$

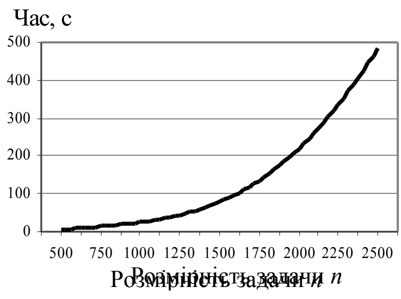

Рисунок 3 – Графік залежності часу наближеного розв’язання ЗЗК від n

Побудовані графіки, що ілюструють, як впливає на час точного розв’язання ЗЗК її декомпозиція на блоки (рис. 4).

Порівняно час розв’язання ЗЗК модифікованого метода Літла із класичним варіантом алгоритму(рис. 5).

Результати виконання обчислювального експерименту дозволяють зробити наступні висновки.

1. Час розв'язання ЗЗК експоненціально залежить від *n*, і, практично, не залежить від значень $K_з$.

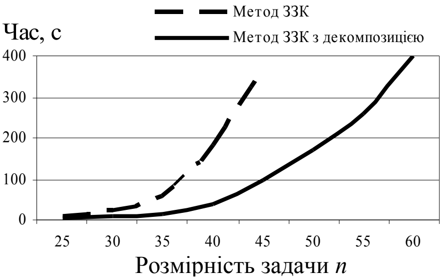

Рисунок 4 – Порівняльний графік часу розв'язання ЗЗК при $m = 2$

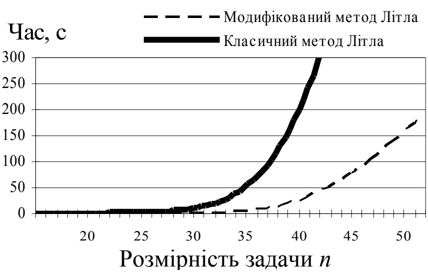

Рисунок 5 – Порівняльний графік залежності часу розв'язання ЗЗК від *n*

2. З ростом розмірності вхідних даних час наближеного розв'язання ЗЗК зростає значно повільніше у порівнянні з точним методом, що дозволяє використовувати його для оперативного розв'язку проблем маршрутизації, які зводяться до ЗЗК.

3. При наявності блоків у вхідних графах декомпозиція дає суттєвий виграш у часі пошуку розв'язку ЗЗК, що залежить від числа блоків m.

4. Час розв'язання ЗЗК модифікованим методом Літла з ростом розмірності вхідних даних зростає значно повільніше, ніж в класичної версії алгоритму.

ВИСНОВКИ

1. Вперше, виходячи з умов реального процесу переміщення транспортних засобів по замкненим маршрутам і необхідності підвищення його ефективності виділені і проаналізовані базові задачі оптимізації часових та вартісних витрат в системах управління вантажними і пасажирськими перевезеннями: загальна задача комівояжера (ЗЗК), гамільтонова задача комівояжера (ГЗК), симетрична задача комівояжера (СЗК). Виконаний аналіз дозволив виділити схожі алгоритмічні властивості для розробки методу, здатного розв'язувати будь-яку з перелічених задач з показниками ефективності, що перевершують показники відомих методів.

2. Отримав подальший розвиток точний метод розв'язання ЗЗК, в якому реалізована ідея його зведення за поліноміальний час до метричної задачі комівояжера (МЗК). Розв'язок МЗК знаходиться класичним алгоритмом Літла і перетворюється в маршрут мінімальної вартості ЗЗК. Встановлено співвідношення, що зв'язують вартості оптимальних гамільтонових маршрутів і маршрутів ЗЗК.

3. Вперше показано, що трудомісткість точного розв'язку ЗЗК істотно

зменшується, якщо граф транспортної мережі, в якій воно будується, містить блоки, тобто підграфи, що не мають точок зчленування. Оскільки такий граф реальної розмірності досить повно описує регіональну транспортну мережу, то запропонований метод застосовний для оперативного розв’язання задач маршрутизації, які зводяться до ЗЗК.

4. Запропоновано новий наближений метод розв'язання ЗЗК з гарантованою, аналітично вираженою оцінкою вартості і трудомісткості, обмеженою знизу часом знаходження найкоротших шляхів між кожною парою вершин графа транспортної мережі, а зверху - часом роботи відомої ефективної процедури розв'язання МЗК.

5. Вперше розроблена модифікація класичного методу гілок та меж (алгоритму Літла), що суттєво прискорює знаходження розв'язків СЗК, ГЗК та ЗЗК. Покращання показників ефективності методу Літла досягається за рахунок швидкого і більш точного обчислення нижніх оцінок вартості шуканого маршруту, скорочення часу на пошук елемента, ініціюючого розгалуження, і гранично обмеженого обсягу пам'яті, необхідної для побудови дерева перебору.

6. Розроблено комплекс програм для побудови та оптимізації замкнених маршрутів в задачах управління транспортним процесом. Програмна реалізація запропонованих методів орієнтована на скорочення часу і вартості перевезень, яке досягається оптимальним вибором замкнених маршрутів руху транспортних засобів.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Левченко А. Ю.Точный алгоритм решения общей задачи коммивояжера / А. Ю. Левченко, А. В. Панишев // Вісник Житомирського державного технологічного університету. – 2009. – №3 (50). – С. 143–146.

2. Левченко А.Ю. Оптимизация замкнутых маршрутов на транспортной сети / А.В. Панишев, А.Ю. Левченко, О.Б. Маций // Штучний інтелект. – 2010. – Вип. 1 . – С. 43–49.

3. Левченко А. Ю. Быстрый алгоритм решения задачи о назначениях для нахождения нижней границы стоимости маршрута коммивояжера. / А. Ю. Левченко, А. В. Морозов, А. В. Панишев // Искусственный интеллект. – 2011. – Вып. 4. − С. 406–416.

4. Левченко А.Ю. Декомпозиція загальної задачі комівояжера та наближений метод її розв’язку / А.Ю. Левченко // Вісник Житомирського державного технологічного університету Житомир. – 2011. – №3(58). – С. 142–148.

5. Левченко А.Ю. Механизм ускорения вычислений в методе Литтла для решения задач класса коммивояжера / А. Ю. Левченко, А. В. Морозов, А. В. Панишев // Искусственный интеллект. – 2012 – Вып. 2. – С. 95–110.

6. Левченко А. Ю. Поиск цикла минимальной стоимости, проходящего по всем вершинам связного графа / А. Ю. Левченко, А. В. Морозов, А. В. Пани-

шев // Проблеми математичного моделювання: міжнар. наук.-метод. конф., 27−29 травня 2009: тези доп. − Дніпродзержинськ. – 2009. – С. 150–152.

7. Левченко А. Ю. Точный метод решения симметричной задачи коммивояжера / А. Ю. Левченко, А. В. Морозов, А. В. Панишев // Прикладные задачи математики и механики: матер. XVII межд. науч.-техн. конф., 14–18 сентября 2009 г.: тезисы докл. – Севастополь. – 2009. – С. 238–241.

8. Levchenko A. Cycle routes optimization for not full graph / Anatoliy Panishev, Anton Levchenko // Information Models of Knowledge, Kiev-Sopfia 2010. – P 435-441.

9. Левченко А. Ю. Точное решение общей задачи коммивояжера / А. Ю. Левченко // Інформатика та системні науки: матер. всеукр. наук.-практ. конф., 18–20 березня 2010 р.: тези доп. – Полтава: РВВ ПУСКУ. – 2010. – С. 95–98.

10. Левченко А. Ю. Приближенное решение общей задачи коммивояжера / А. Ю. Левченко // Інформатика та системні науки: матер. всеукр. наук.-практ. конф., 17–19 березня 2011 р.: тези доп. – Полтава: РВВ ПУСКУ. – 2011. – С. 160–163.

11. Левченко А.Ю. Способ повышения быстродействия и точности вычисления нижних оценок для решения задач класса коммивояжера / А.В. Панішев, А.В. Морозов, А.Ю. Левченко // Прикладні задачи математики та механіки. Матеріали XIX міжнародної науково-технічній конференції. – Севастополь. – 2011. – С 199-202.

12. Левченко А.Ю. Декомпозиция общей задачи коммивояжера для транспортных сетей / А.Ю. Левченко, И.В. Гаращенко // Труды XI международной научно-практической конференции «Современные информационные и электронные технологии», том 1. – Одесса. – 2010. – с. 31.

13. Левченко А.Ю. Метод гілок та меж для розв'язку загальної задачі комівояжера / А.В. Панишев, А.Ю. Левченко // Тези XXXV науково-практичної конференції, присвяченої Дню університету. – Житомир. – 2010. – С. 72-73.

АННОТАЦІЯ

Левченко А.Ю. Методи прискорювання обчислень в задачах оптимальної маршрутизації. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, 2013.

Метою дисертації є вдосконалення відомих методів оптимізації замкнених маршрутів на транспортних мережах, що включають в себе загальну, гамільтонову та симетричну задачі комівояжера (ЗЗК, ГЗК та СЗК відповідно).

Для розв'язання ЗЗК запропоновано точний метод, в якому спочатку знаходяться найкоротші ланцюги між усіма парами вершин вхідного графа, а потім в отриманій матриці ваг алгоритмом Літла знаходиться розв'язок СЗК.

Кожне ребро знайденого маршруту комівояжера заміняється на відповідний найкоротший ланцюг. Запропоновано метод розв'язання ЗЗК, яка піддається розбиттю на блоки. Розв'язки ЗЗК в блоках об'єднуються в шуканий маршрут за поліноміальний час. Розроблено наближений метод ЗЗК.

Запропоновано модифікацію методу Літла з поліпшеною процедурою обчислення нижньої межі, заснованої на алгоритмі розв'язання варіанту задачі про призначення. Отримана модифікація має кращу швидкодію та менші вимоги до оперативної пам'яті.

Ключові слова: загальна задача комівояжера, симетрична задача комівояжера, гамільтонова задача комівояжера, наближений розв'язок, точний розв'язок, транспортні мережі, оптимізація, графи.

АННОТАЦИЯ

Левченко А.Ю. Методы ускорения вычислений в задачах оптимальной маршрутизации. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, 2013.

Целью диссертации является совершенствование известных методов оптимизации замкнутых маршрутов в транспортных сетях для решения общей, гамильтоновой и симметричной задачи коммивояжера (ОЗК, ГЗК и СЗК соответственно). Перечисленные задачи относятся к проблеме коммивояжера и связаны с проектированием, модификацией транспортных и информационных сетей, планированием маршрутов грузового и пассажирского транспорта.

Для решения ОЗК предложен точный метод, состоящий из двух этапов. На первом этапе алгоритмом Флойда-Уоршалла находятся кратчайшие цепи между всеми парами вершин исходного графа. Полученная матрица весов соответствует полному метрическому графу, в котором на втором этапе алгоритмом Литтла находится решение метрической задачи коммивояжера. Каждое ребро найденного маршрута заменяется на соответствующую кратчайшую цепь. Установлено соотношение, связывающее стоимости оптимальных гамильтоновых маршрутов и маршрутов ОЗК.

Если структурные характеристики графа H, в котором ищется решение ОЗК, позволяют его разбиение на компоненты связности, то время работы предложенного метода можно уменьшить. Для этого выполняются три следующих этапа: эффективное нахождение компонент связности графа H, построение решения ОЗК для каждой компоненты, и объединение полученных решений в замкнутый маршрут.

ОЗК поддается декомпозиции на подзадачи, если время ее решения методом, примененным ко входному графу $H = (V, U)$ больше, чем время выполнения перечисленных этапов. Декомпозиция ОЗК возможна после выделения в графе H

точек сочленения, мостов и леса. Объединение замкнутых маршрутов, найденных в блоках и деревьях леса в решение ОЗК выполняется за линейное время.

Точный метод ОЗК становится приближенным, если применить на втором этапе вместо метода Литтла эффективную процедуру построения обхода полного графа A с верхней границей стоимости решения f_A. В этом случае стоимость $C(\mathrm{T}_A)$ приближенного решения ОЗК T_A характеризуется неравенством $C(\mathrm{T}_A) \mathrm{J}\ f_A$. Время нахождения T_A ограничено снизу величиной $O\left(n^3\right)$, характеризующей трудоемкость алгоритма Флойда-Уоршалла.

Для приближенного решения ОЗК T_A^0 стоимостью $C\left(\mathrm{T}_A^0\right)$, полученного в результате объединения маршрутов, найденных в блоках процедурой *A*, справедливо неравенство $C(\mathrm{T}_A) \mathrm{J}\ C\left(\mathrm{T}_A^0\right) \mathrm{J}\ f_A$.

Предложена модификация метода Литтла обеспечивающая существенное ускорение решения ОЗК, ГЗК и СЗК. Выигрыш достигается за счет: 1) улучшенной процедуры вычисления нижней границы, основанной на алгоритме решения варианта задачи о назначениях с вычислительной сложностью $O\left(n^2\right)$; 2) сокращения времени поиска элемента, инициирующего ветвление; 3) предельно ограниченного объема памяти, необходимого для построения дерева перебора. Экономия памяти обеспечивается за счет того, что в процессе выполнения модификации хранятся только две матрицы весов: приписанная корневой вершине матрица *C* и текущая матрица C_{copy}. Каждой вершине дерева поиска соответствует список элементов из *C*, которые заменяются на Γ для того, чтобы получить C_{copy}.

Разработан комплекс программ обеспечивающих построение и оптимизацию замкнутых маршрутов в транспортных сетях и проведен вычислительный эксперимент, в ходе которого на случайно сгенерированных тестовых задачах исследовались свойства разработанных методов. Итоги вычислительного эксперимента полностью согласуются с теоретически выдвинутыми предположениями диссертации.

Ключевые слова: общая задача коммивояжера, симметричная задача коммивояжера, гамильтонова задача коммивояжера, приближенное решение, точное решение, транспортные сети, оптимизация, граф.

ABSTRACT

Levchenko A. Yu. Calculations' acceleration methods in problems of optimal routing. – Manuscript.

Dissertation for Technical Science Candidate Degree in specialty 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods. – Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, 2013.

This thesis aims at improving existing methods of closed routes optimization in transport networks including the General TSP (GTSP), Hamiltonian TSP and Symmetric TSP. An exact method of GTSP is proposed which finds the shortest paths between all pairs of vertexes of an input graph and then solves metric TSP for the resulting weights matrix by Little's method. The corresponding shortest paths replace every edge in the retrieved Salesman's Route. A dividing into blocks GTSP's solution method is developed. Blocks' GTSP routes are united to the sought solution in polynomial time. An approximate GTSP method is developed. A modification of the Little's method with improved lower bound calculations procedure, based on the Assignment Problem's variant algorithm, is proposed. The applied modification has greater performance and lower memory requirements.

Keywords: General Traveling Salesman Problem, Symmetric Traveling Salesman Problem, Hamiltonian Traveling Salesman Problem, approximate solution, exact solution, transport networks, optimization, graph.

Підп. до друку 24.04.13. Формат 60×84 1/16. Спосіб друку – ризографія.
Умов. друк. арк. 1,2. Облік. вид. арк. 1,1. Тираж 100 прим.
Зам. № 2-355. Ціна договірна.

ХНУРЕ. УКРАЇНА. 61166, ХАРКІВ, ПРОСП. ЛЕНІНА, 14

Віддруковано в навчально-науковому
видавничо-поліграфічному центрі ХНУРЕ
61166, Харків, просп. Леніна, 14