УДК 621.37/.39

І. Г. Гусарова, Р. В. Ревегук

iryna.husarova@nure.ua, roman.revehuk@nure.ua

Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків

РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМІВ З ВИКОРИСТАННЯМ СПРОЩЕНОГО МЕТОДУ НЬЮТОНА

Однією з важливих задач, що виникають при експлуатації лінійних ділянок газотранспортної системи, є ефективне управління режимами транспорту газу в нештатних та аварійних ситуаціях. Режим течії газу в цих ситуаціях є нестаціонарним та неізотермічним.

Найпопулярнішим серед чисельних методів для розрахунку таких режимів є метод скінченних різниць з використанням неявних скінченно-різницевих схем. Підвищити ефективність даного методу можна, наприклад, за рахунок застосування ефективних чисельних методів на етапі вирішення нелінійної системи скінченно-різницевих рівнянь.

Мета роботи передбачає з'ясування можливості використання спрощеного методу Ньютону при розв'язанні системи нелінійних рівнянь (СНР), яка виникає на етапі розв'язання системи рівнянь математичної моделі нестаціонарних неізотермічних режимів течії газу (ННРТГ) по ділянці трубопроводу, з застосуванням методу скінченних різниць та використанням нерівномірної скінченно-різницевої сітки (НКРС). Для вирішення СНР можна використовувати метод Зейделя, різні модифікації методу Ньютона, метод Бройдена та інші. Зазвичай таку систему вирішують за допомогою методу Ньютона, який має квадратичну збіжність, спрощений метод Ньютона хоча і має тільки лінійну збіжність, але передбачає розрахунок матриці Якобі тільки на початковій ітерації.

У загальному випадку ННРТГ описуються квазілінійною системою диференціальних рівнянь гіперболічного типу з відомим початковими і граничними умовами (ПГУ). Ця система у загальному вигляді має вид [1]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + B(x,t,\varphi)\frac{\partial \varphi}{\partial x} = F(x,t,\varphi), \quad (1)$$

де B, F – матриці, елементи яких задані неперервні та безперервно-диференційовані функції.

Щоб отримати чисельний розв'язок системи (1) з ПГУ використаємо НКРС [1]. Для цього розділимо відрізок $[0,L]$ на n відрізків, довжиною $\triangle x$, а потім перший і останній відрізки навпіл. Отримаємо $n+2$ відрізка. Перший, другий, останній і передостанній довжиною $\frac{\triangle x}{2}$, інші довжиною $\triangle x$, а також $n+3$ точки розбиття x_i, $i=\overline{0,n+2}.$ Підставляємо в дану систему (1) апроксимацію похідних і отримуємо систему нелінійних алгебраїчних рівнянь. Для проміжних точок рівняння мають вигляд

$$-\frac{1}{2\triangle x}B_i^k\varphi_{i-1}^k + \frac{1}{\triangle t}\varphi_i^k + \frac{1}{2\triangle x}B_i^k\varphi_{i+1}^k = F_i^k + \frac{1}{\triangle t}\varphi_i^{k-1},$$
$$i=\overline{3,n-1}.$$

Ці рівняння доповнюються рівняннями для 0-ї, 1-ї, 2-ї точок, а також рівняннями для n-ї, $(n+1)$-ї, $(n+2)$-ї точок розбиття.

Нелінійні системи будемо розв'язувати спрощеним методом Ньютона. На S-й ітерації отримуємо лінійну систему рівнянь, яка в загальному вигляді має вид:

$$\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \varphi^k}\right]_{\varphi^{k,0}} \delta\varphi^{k,s} = \psi^{k,s-1},\ s=1,2...,$$

де $\varphi^{k,s}$ – вектор розв'язку системи на *s*-й ітерації; $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \varphi^k}\right]_{\phi^{k,0}}$ – матриця Якобі; $\psi^{k,s-1}$ – вектор нев'язок на (S-1)-й ітерації; $\delta\varphi^{k,s}$ – вектор поправок до невідомих на S-й ітерації, отже, $\varphi^{k,s} = \varphi^{k,s-1} - \delta\varphi^{k,s}$.

В результаті чисельного моделювання ННРТГ у математичному пакеті Mathematica 11.3 з використанням спрощеного методу Ньютона на етапі розв'язку системи нелінійних рівнянь був показаний задовільний результат.

Результати даного дослідження будуть корисні, зокрема, для повної автоматизації процесу постачання газу, і, як наслідок, зменшення кількості аварій.

Список літератури

1. И. Г. Гусарова, и Д. В. Мелиневский, "Численное моделирование режимов течения газа методом конечных разностей", *Системи Обробки Інформації: збірник наукових праць.* №4(141), с.23-27, 2016.