Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Харківський національний університет радіоелектроніки

ТКАЧЕНКО ОЛЕКСАНДР ВОЛОДИМИРОВИЧ

УДК 519.6

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХОНЬ ТІЛ СКЛАДНОЇ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ФОРМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНТЕРЛІНАЦІЇ ТА ІНТЕРФЛЕТАЦІЇ ФУНКЦІЙ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2012

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Українській інженерно-педагогічній академії, м. Харків, Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
Литвин Олег Миколайович,
Українська інженерно-педагогічна академія
(м. Харків), завідувач кафедри вищої та прикладної математики

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
Руткас Анатолій Георгійович,
Харківський національний університет
ім. В. Н. Каразіна, завідувач кафедри
математичного моделювання та програмного забезпечення

доктор технічних наук, професор
Воробель Роман Антонович,
Фізико-механічний інститут ім.Г.В.Карпенка
НАН України (м. Львів),
завідувач відділу обчислювальних методів і систем перетворення інформації

Захист відбудеться "_____" _________2012 року о _____ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради **К64.052.07** при Харківському національному університеті радіоелектроніки: 61166, м.Харків, просп. Леніна, 14

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки: 61166, м.Харків, просп. Леніна, 14

Автореферат розісланий "_____"____________ 2012 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради І. В. Гребеннік

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Математичне моделювання ліній та поверхонь є однією з найвідоміших задач сучасності, яка знаходить широке застосування. Особливо важливим є вміння будувати математичні моделі кривих та поверхонь при проектуванні та конструюванні складних технічних виробів, у яких при математичному моделюванні потрібно вміти забезпечувати ряд технологічних вимог яким повинна задовольняти модель. Враховуючи, що рівняння лінії або поверхні можна побудувати нескінченною кількістю способів, серед цих вимог відмітимо наступні:

- математична модель (ММ) лінії або поверхні повинно адекватно відображати реальний об'єкт;
- ММ повинна використовувати функції з наперед заданого класу диференційовності і задовольняти наперед задані технологічні вимоги;
- ММ повинна забезпечувати ефективну та стійку реалізацію за допомогою обчислювальних алгоритмів;
- ММ повинна узгоджувати з виробничими потребами форму представлення (у явній або неявній формі, у параметричній формі);
- ММ повинна використовувати інформацію про поверхню в окремих точках, на окремих лініях, навіть, на окремих частинах поверхонь тощо.

Тому актуальною є задача побудови і дослідження нових методів математичного моделювання кривих та поверхонь з використанням методів інтерлінації функції двох змінних та інтерфлетації функції трьох змінних, які дозволяю включати в ММ наявну додаткову інформацію.

Значний вклад в розробку ММ кривих та поверхонь 3D тіла внесли П.Л. Чебишев, В.Л. Рвачов, Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев, О.М. Литвин, Т.І. Шейко, Ю.С. Завьялов, Б.І. Квасов, S.A. Coons, H. Spath, W.J. Gordon та інші.

В основу розроблених в даній дисертаційній роботі методів математичного моделювання ліній та поверхонь покладено методи інтерлінації та інтерфлетації функцій двох та трьох змінних. Загальна теорія побудови розроблена в працях О.М.Литвина (Литвин О.М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування. Монографія. Харків: Основа, 2002.- 545с.). Зокрема в даній роботі використанні відомі результати О.М. Литвина та його учнів:

- метод побудови функцій двох змінних, які точно задовольняють неоднорідним умовам та границі областей складної форми, який істотно використовує сплайн-інтерлінацію функцій двох змінних.
- метод побудови функцій трьох змінних, які точно задовольняють неоднорідним граничним умовам на границі областей, які є об'єднанням паралелепіпедів (у тому числі з однією криволінійною гранню) та пірамід (в тому числі з однією криволінійною гранню) тощо.

В роботі запропоновано і досліджено алгоритм побудови базисних поліноміальних сплайнів степеня n на нерівномірній сітці вузлів, які належать заданому класу диференційовності і задані окремими аналітичними виразами на кожному інтервалі між вузлами сплайнів. Це дозволяє їх рекомендувати для ефективного використання в задачах, де необхідно багаторазове обчислення цих сплайнів, наприклад в задачах оптимізації кількості перерізів тіла достатньої для опису поверхні тіла із заданою точністю.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась на кафедрі прикладної математики, а з 2009 року на кафедрі вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії. Як виконавець, дисертант проводив дослідження у рамках госпдоговірної теми, яка входила до плану НДР кафедри № 07-18 "Розробка математичних моделей і пакетів прриkладних програм для побудови тривимірної математичної моделі замкнутої поверхні пера лопатки двигунів та обробки багатовимірних залежностей параметрів двигунів", в результаті якої були розроблені алгоритми та пакет прикладних програм для побудови тривимірної ММ замкнутої поверхні пера лопатки двигунів та обробки багатовимірних залежностей параметрів двигунів.

Мета і завдання дослідження. Метою даної роботи є побудова і дослідження ММ плоских ліній та поверхонь тривимірних тіл складної форми на основі використання операторів інтерліації та інтерфлетації функцій. Для досягнення сформульованої мети в процесі досліджень поставлені і розв′язані такі завдання:

- розробка та дослідження поліноміальних базисних сплайнів степеня n з нерівномірно розподіленими вузлами сплайна у формі явних аналітичних виразів на кожному інтервалі задання сплайна;

- розробка та дослідження нового методу побудови рівнянь $\mathrm{w}(\mathrm{x},\mathrm{y})=0$ плоских кривих, які є границями областей D складної форми у неявній формі з використанням сплайн-інтерлінації функції з дотриманням умови $w(x,y)\in \mathrm{C}^{\mathrm{r}}(\overline{D}), r=0,1,2,...$

- розробка та дослідження ММ поверхонь ∂G, які є границями тривимірних областей складної форми у вигляді рівнянь $w(x,y,z)=0$, $w(x,y,z)\in \mathrm{C}^{\mathrm{r}}(\overline{G}), r=0,1,2,...$

- побудова та дослідження ММ плоских ліній та поверхонь у параметричній формі з використанням методу сплайн-інтерлінації та побудованих базисних сплайнів на нерівномірній сітці вузлів;

- проведення обчислювального експерименту на основі розроблених пакетів прикладних програм для тестування запропонованих методів та алгоритмів;

- запровадження розроблених методів, алгоритмів та програм у практику проектування та моделювання поверхні пера лопатки авіадвигунів і поверхні параметрів авіадвигунів.

Об'єкт дослідження – процес побудови рівнянь плоских ліній та поверхонь з дотриманням заданих технологічних умов.

Предмет дослідження – математичне моделювання плоских ліній та поверхонь з дотриманням заданих властивостей і з використанням теорії сплайн-інтерлінації та теорії сплайн-інтерфлетації.

Методи дослідження: методи математичного опису ліній та поверхонь, методи функціонального аналізу, теорії наближення функцій багатьох зміних за допомогою сплайнів, інтерлінації та інтерфлетації функцій, методи побудови програм для опису ліній та поверхонь засобами системи MathCad, MatLab та мови програмування Fortran.

Наукова новизна отриманних результатів. В роботі отримано нові результати, що виносяться на захист:

1. Вперше запропоновано загальний метод побудови поліноміальних базисних сплайнів степеня *n* дефекту 1 на нерівномірній сітці вузлів у вигляді явних формул представлення у кожному інтервалі між вузлами. На даний час такі представлення існували лише для рівномірної сітки.

2. Вперше запропоновано і досліджено загальний метод опису складних кривих у неявній формі за допомогою інтерлінації функцій, який дозволяє забезпечити потрібні властивості кривої, включаючи ізогеометричні, за рахунок вибору додаткових параметрів.

3. Вперше запропоновано і досліджено загальний метод опису складних поверхонь у неявній формі за допомогою інтерфлетації функцій, який дозволяє забезпечити потрібні властивості поверхні, включаючи ізогеометричні, за рахунок вибору додаткових параметрів.

4. Вперше запропоновано і досліджено методи параметричного опису поверхонь з використанням сплайн-інтерлінації функцій, що дозволяє забезпечити ізогеометричні властивості поверхні на основі використання ізогеометричних моделей перерізів поверхні, в тому числі на нерівномірній сітці вузлів.

Практичне значення отриманих результатів: на основі запропонованих методів, алгоритмів та програм можна розробляти пакети прикладних програм для автоматизації проектування складних технічних поверхонь з наперед заданими властивостями, в тому числі аеродинамічних поверхонь, і, зокрема, поверхонь пера лопатки авіадвигунів. Можливе ефективне застосування розроблених методів в задачах обчислювальної геометрії, яка є основою сучасних САПР. Отримані результати частково були використані при виконанні науково-дослідної роботи № 07-18 "Розробка математичних моделей і пакетів прикладних програм для побудови тривимірної математичної моделі замкнутої поверхні пера лопатки двигунів та обробки багатовимірних залежностей параметрів двигунів"(№ ДР 0108U010844).

Особистий внесок здобувача. Всі результати дисертаційної роботи отримано особисто автором. У роботах, опублікованих у співавторстві, дисертанту належать наступні результати. У роботах [1] та [8] дисертантом отримано основні формули для явного обчислення на кожному інтервалі задання базисних сплайнів 2-го та 3-го степеня на нерівномірній сітці вузлів, та проведено і проаналізовано результати обчислювального експерименту. В роботі [5] дисертантом розроблено алгоритм побудови рівняння плоскої кривої в неявній форми з використанням сплайн-інтерлінації функцій. В роботі [2] авторові належить побудова диференційовних явних аналітичних виразів базисних сплайнів на кожному інтервалі задання сплайну, вибір даних для тестових прикладів, проведення обчислювальної експерименту та аналіз його результатів, створення програми. В роботі [3] дисертантові належить одержання явних формул для побудови сплайнів 2-го степеня на нерівномірній сітці вузлів, створення та тестування програми за допомогою запропонованих дисертантом даних точок перерізів поверхні пера лопатки. В роботі [4] дисертанту належить розробка алгоритму побудови рівняння поверхні складної форми, яка є границею тривимірного тіла G за допомогою сплайн-інтерфлетації функцій трьох змінних. В роботі [9] дисертанту належить розробка алгоритму конструювання наближень нормалізованих рівнянь плоских кривих за допомогою інтерлінації функцій. В роботі [7] дисертанту належить доведення теореми і її тестування. В [6] автором проведено аналіз результів обчислювального експерименту з ММ пера лопатки. В [10] автором досліджена ММ поверхні тривимірного тіла в параметричній формі.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідались на міжнародному симпозіумі "Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXV)" (вересень 2009 року, смт. Кацивелі (Крим)), Міжнародному семінарі в м. Ужгород, на міжнародній проблемно-науковій міжгалузевій конференції "Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, енергетики, економіки, моделювання та управління" (червень 2010р., м.Бугач Тернопільської області).

Публікації. За темою дисертації опубліковано 10 праць, в тому числі 6 статей у наукових журналах та збірниках наукових праць, які входять до рекомендованого списку, одна стаття – у збірнику наукових праць Вісник НТУ «ХПІ», 3 доповіді опубліковані в матеріалах наукових конференцій. .

Структура та обсяг дисертації. Дисертація включає вступ, три розділи, висновки по роботі, 8 рисунків, 2 таблиці та список використаних джерел зі 122 найменувань (на 11 сторінках). Загальний обсяг роботи складає 130 сторінок друкованого тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступній частині** обґрунтовано актуальність теми дисертації, показана її наукова спрямованість, сформульовано мету роботи та задачі дослідження, що потрібно вирішити для її досягнення. Дано характеристику результатів дослідження, ступеня їх апробації та опублікування.

У **першому розділі** наведено огляд праць з побудови математичних моделей опису плоских кривих та поверхонь тривимірних тіл. В результаті зроблено наступний висновок: для більш якісного і точного опису плоских кривих та поверхонь – границь тіл, доцільно використовувати сплайн-інтерлінацію та сплайн-інтерфлетацію функцій багатьох змінних з використанням допоміжних функцій у вигляді базисних сплайнів з нерівномірно розміщеними вузлами. Крім того, для деяких класів задач, зокрема, для задач оптимізації кількості вхідних даних для побудови ММ поверхонь тіл, обґрунтована доцільність використання сплайнів вищих степенів з нерівномірним розміщенням вузлів, заданими явними аналітичними виразами на кожному інтервалі між вузлами сплайна.

У **другому розділі** розроблено загальний метод побудови поліноміальних *B*-сплайнів *n*-го степеня дефекту 1 на нерівномірній сітці вузлів з явними аналітичними виразами між вузлами сплайна.

Теорема 1. Якщо $\infty < X_0 < X_1 < \cdots < X_{n+1} < \infty,\ y_0 = 0, y_{n+1} = 0, y_k, k = \overline{1,n}$ - невідомі сталі і функція $SS_n\left(x, X, y\right)$ визначається наступним чином.

$$SS_n^{(n-1)}\left(x, X, y\right) = \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} SS_n\left(x, X, y\right)$$

$$SS_n^{(n-1)}\left(x, X, y\right) = \begin{cases} 0, x \le X_0 \\ g_{n-1}\left(x, X, y\right), X_{k-1} < x \le X_k, k = \overline{1, n+1} \\ 0, x \ge X_{n+1} \end{cases} \tag{1}$$

$$g_{n-1}\left(x, X, y\right) := y_{k-1} \frac{x - X_k}{X_{k-1} - X_k} + y_k \frac{x - X_{k-1}}{X_k - X_{k-1}}$$

і $$SS_n^{(n-p)}\left(x, X, y\right) = \begin{cases} 0, x \le X_0 \\ \int\limits_{X_0}^{x} SS_n^{(n-p+1)}\left(t, X, y\right) dt, p = \overline{2,n} \\ 0, x > X_{n+1} \end{cases} \tag{2}$$

при умовах

$$SS_n^{(n-p)}\left(X_{n+1}, X, y\right) = 0, p = \overline{2,n}\,. \tag{3}$$

Тоді

$SS_n\left(x, X, y^*\right) \in C^{n-1}\left(R\right),\ y^* = \left(y_1^*, y_2\left(y_1^*\right), ..., y_n\left(y_1^*\right)\right)$ є B- сплайном степеня n дефекту 1.

Зауважимо, що система (3) є однорідною системою $n-1$ лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими $y_k, k = \overline{1,n}$. Одну змінну, наприклад, можна визначити у вигляді $y_n = y_n^*\left(y_1^*, ..., y_{n-1}^*\right) \Rightarrow y_n = y_n^*\left(y_1\right)$ і змінну $y_1 = y_1^*$ визначити з деякої додаткової умови нормування.

Наприклад, *B*-сплайн 2-го степеня дефекту 1 на довільній сітці вузлів $-\infty < X_0 < X_1 < X_2 < X_3 < \infty$ має вигляд

$$SS_2(x,X,y)=\begin{cases}0, x\le X_0, x\ge X_3\\ \dfrac{(x-X_0)^2}{2(X_1-X_0)}y_1, X_0<x\le X_1\\ \dfrac{(X_2-X_0)}{2}y_1+\dfrac{(x-X_2)^2}{2(X_1-X_2)}y_1+\dfrac{(x-X_1)^2}{2(X_2-X_1)}y_2, X_1<x\le X_2\\ \dfrac{(X_2-X_0)}{2}y_1+\dfrac{(X_3-X_1)}{2}y_2+\dfrac{(x-X_3)^2}{2(X_2-X_3)}y_2, X_2<x\le X_3\end{cases}$$

З умови $SS_2(X_3,X,y^*)=0,\ y^*=(y_1,y_2(y_1)),$ отримуємо $y_2(y_1)=-\dfrac{(X_2-X_0)}{(X_3-X_1)}y_1$.

Наведено також явні формули для сплайна 3-го степеня $S_3(x,X)\in C^2(R)$.

У підрозділах 2.3-2.4 досліджується метод наближення функцій однієї змінної за допомогою побудованих *B*-сплайнів. Розглянемо застосування цих базисних сплайнів до задачі відновлення перетину пера лопатки за відомими точками на перерізі лопатки. У цьому прикладі при відновленні одного з перетинів пера лопатки використаний сплайн 2-го степеня, що має неперервну першу похідну і вузли сплайна розподілені нерівномірно і крива $x(t)=SSX(t,M,ZX),\ y(t)=SSY(t,M,ZY$ є диференційовною у кожній точці, де M -матриця координат вузлів на кривій, $ZX=[X_p,X_{p+1},X_{p+2},X_{P+3}]$,- $ZY=[Y_p,Y_{p+1},Y_{p+2},Y_{P+3}], p=1,...,N$ - вузли сплайна. Наведені приклади побудови замкнутих кривих- перетинів поверхні пера лопатки горизонтальними площинами.

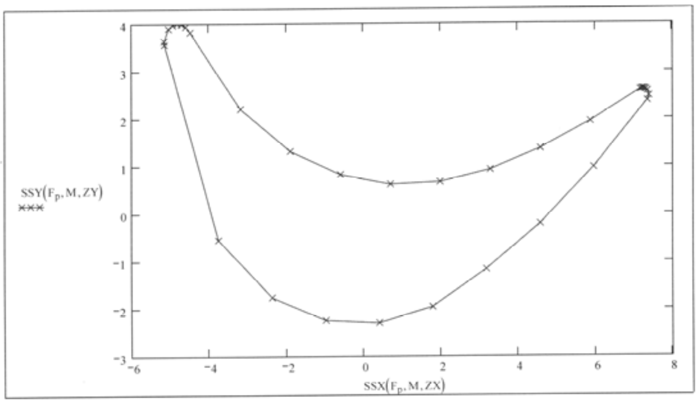


Рис. 1. Відновлення одного з перетинів пера лопатки за даними 33 точками на кривій.

У запропонованому методі аналітичний вираз кривої $(x(t),y(t))$, заданої точками $(X_k,Y_k),\ k=\overline{0,32}$ шукаємо у вигляді сплайнів

$$x(t)=SSX(t,M,C):=\sum_{k=0}^{33}SS_2(t,M,k)\cdot CX_k,$$

$$y(t)=SSY(t,M,C):=\sum_{k=0}^{33}SS_2(t,M,k)\cdot CY_k$$

невідомі сталі CX_k, CY_k у яких знаходяться із системи рівнянь

$$x(F_p)=SSX(F_p,M,C):=\sum_{k=0}^{33}SS_2(F_p,M,k)\cdot CX_k\ ,$$

$$y(F_p)=SSY(F_p,M,C):=\sum_{k=0}^{33}SS_2(F_p,M,k)\cdot CY_k\ \ ,p=\overline{0,32}\,.$$

Введемо інтерполяційний квадратичний сплайн на $[-1,1]$

$$S_N(x)=S_{N,i,i+1}(x):=\frac{1}{x_{i+1}-x_i}\left[-(x-x_{i+1})f(x_i)+(x-x_i)f(x_{i+1})\right]+$$

$$+\frac{1}{2}M_{i,i+1}(x-x_i)(x-x_{i+1}),\ x\in[x_i,x_{i+1}],i=\overline{1,n-1}$$

Невідомі сталі $M_{i,i+1},i=\overline{1,N-1}$ у цій формулі знаходяться з умов

$$J(S_N)=\sum_{i=1}^{N-1}\left(M_{i,i+1}-M_{i+1,i+2}\right)^2\to\min_M,$$

$$S'_N(x_i-0)=S'_N(x_i+0),i=\overline{2,N-1}.$$

Теорема 2. Сталі $M_{i,i+1},i=\overline{1,N-1}$, що дають розв'язок описаної вище мінімізаційної задачі, можна обчислити за формулами

$$M_{1,2}=\frac{2}{a_1h_1}\sum_{i=1}^{N-2}(-1)^{i-1}\left(\varDelta_{1,i+1}-\varDelta_{1,i}\right)a_{i+1},$$

$$M_{i,i+1}=\frac{2\left(\varDelta_{1,i}-\varDelta_{1,i-1}\right)-M_{i-1,i}h_{i-1}}{h_i},\quad i=\overline{2,N-1},$$

або у явному вигляді

$$M_{i,i+1}=\frac{1}{h_i}\left[\sum_{k=2}^{i}(-1)^{k+i}2\left(\Delta_{1,k}-\Delta_{1,k-1}\right)+(-1)^{i-1}h_1M_{1,2}\right],$$

$$h_i = x_{i+1} - x_i, \quad a_i = \sum_{j=i}^{N-1} \frac{1}{h_j}, \quad i = \overline{2, N-1},$$

$$\Delta_{1,k} = \Delta_{1,k} y = \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k}, \quad k = \overline{1, N-1},$$

$$\Delta_{2,k} y = \Delta_{1,k}\left(\Delta_{1,k} y\right), \quad k = \overline{1, N-2}.$$

При цьому отриманий сплайн є точним на поліномах 2-го степеня.

У **третьому розділі** побудовано і досліджено ММ поверхні тіла у параметричній формі, яка істотно використовує побудовані у розділі 2 сплайни з нерівномірно розміщеними вузлами.

У підрозділі 3.1 сформульовано по кроках алгоритм наближення опису поверхні, яка є границею тіла з використанням побудованих у розділі 2 базисних сплайнів та алгоритму побудови ММ поверхні у параметричній формі з використанням сплайн-інтерлінації. Одним з найскладніших при побудові ММ поверхні є побудова ММ з заданими властивостями.

Для опису поверхні тіла можуть використовуватися:

- явна форма задання поверхні у вигляді $z = f\left(x, y\right), \left(x, y\right) \in D_{xy}$ або $y = f\left(x, z\right), \left(x, z\right) \in D_{xz}$ або $x = f\left(y, z\right), \left(y, z\right) \in D_{yz}$;
- неявна форма задання поверхні у вигляді $F\left(x, y, z\right) = 0, \left(x, y, z\right) \in D_{xyz}$;
- задання поверхні у вигляді точкового каркасу $M_k\left(x_k, t_k, z_k\right), k = \overline{1, N}$;
- параметричне задання поверхні $x = x\left(u, v\right), y = y\left(u.v\right), z = z\left(u, v\right), \left(u, v\right) \in D_{uv}$; наприклад, в циліндричній системі координат, в сферичній системі координат тощо. Задання поверхні у вигляді точкового каркасу $M_k\left(x_k, y_k, z_k\right), k = \overline{1, N}$ можна отримувати з параметричного представлення

$$x_{p,q} = x\left(u_p, v_q\right), y_{p,q} = y\left(u_p, v_q\right), z_{p,q} = z\left(u_p, v_q\right), \left(u_p, v_q\right) \in D_{uv}, \left(p, q\right) \in M .$$

Вказані методи широко використовуються в задачах обчислювальної геометрії і для графічного зображення поверхонь.

Серед аналітичних методів опису поверхонь складних тіл, поверхня яких складається з частин відомих поверхонь (площин, еліпсоїдів, параболоїдів тощо) найбільш загальним є метод R- функцій В.Л. Рвачова. Цей метод дозволяє за допомогою відомих рівнянь $w_i\left(x, y, z\right) = 0, i = \overline{1, N}$ частин поверхні та логічної функції $F\left(u_1, u_2, ..., u_N, \wedge, \vee, \neg\right)$, що описує область тіла із даною поверхнею за допомогою логічних операцій кон'юнкції, диз'юнкції та заперечення $\wedge, \vee, \neg$ та R- функцій $u \wedge_\alpha v, \quad u \vee_\alpha v, -u$ $-1 < \alpha(x, y) \leq 1$отримувати потрібне рівняння поверхні у вигляді $F\left(w_1, w_2, ..., w_N, \wedge_\alpha, \vee_\alpha, \neg\right) = 0$. Зауважимо, що цей метод вимагає додаткових досліджень для випадку, коли інформація про поверхню задається координатами точок на ній, а також при необхідності забезпечення додаткових властивостей ММ поверхні.

Цю задачу можна успішно розв'язати за допомогою ММ поверхні, основаній на використанні інтерлінації та інтерфлетації функцій, що описують однозначно поверхню в різних системах координат (циліндричній, сферичній тощо).

ММ поверхні будується у вигляді формул інтерлінації з використанням деякої кількості ліній на поверхні та з невідомими параметрами, що визначають геометричне положення вказаних ліній. Такими лініями можуть бути горизонтальні лінії, що лежать у площинах, перпендикулярних вертикальній осі. Деякі лінії можуть задаватися дослідником. Такий підхід до побудови ММ у вигляді сплайн-інтерлінації функцій дозволяє включати також для опису поверхні тіла частини відомих поверхонь у вигляді ліній. З математичної точки зору такий підхід означає, що ми конструюємо поверхню у вигляді сплайн – інтерлінанта із заданим каркасом та, можливо, із заданими формами поверхні на деяких частинах. При цьому ММ поверхні зберігає як неперервність наближуючої функції так і неперервність її частинних похідних до заданого порядку при переході від однієї частини поверхні до сусідньої незалежно від вибору достатньої для потрібної точності наближення кількості параметрів, що входять у формули для опису поверхні.

Ще раз підкреслимо, що інтерлінація та інтерфлетація функцій дозволяє конструювати ММ поверхні у вигляді, у якому параметри частин ліній, або елементів поверхонь, що використовуються, є невідомими. І при цьому можна забезпечити виконання деяких заданих властивостей – неперервність поверхні, неперервність її градієнту, неперервність її кривини, опуклість чи вгнутість деяких частин поверхні тощо.

Вперше створено загальний метод конструювання наближеного опису поверхні тіла за допомогою формул сплайн - інтерлінації для випадку, коли шукана поверхня задається експериментальними даними (координатами точок), що лежать на перетині поверхні системою площин, паралельних площині Oxy і не може бути однозначно зображена в циліндричній системі координат. Прикладом такої поверхні є поверхня пера лопатки авіадвигунів.

Вперше створено і досліджено загальний метод побудови поверхні у параметричній формі, яка забезпечує неперервність поверхні разом з її частинними похідними порядку $r\left(1 \le r \le Q\right)$та інші властивості (у тому числі ізогеометричні) при умові, що експериментальними даними для такого опису є координати точок на системі ліній - перетинів горизонтальних та вертикальних площин з поверхнею тіла.

Дається означення сплайн-інтерлінації та сплайн-інтерфлетації функцій та відмічено, що метод Кунса і Гордона є частинним випадком методу побудови ММ поверхні, що використовує інтерлінацію**.** Досліджено також ММ поверхні тіла, яка однозначно може бути представлена в циліндричній системі координат з використанням *B*-сплайнів на нерівномірній сітці вузлів.

Метод, що пропонується в даній роботі дозволяє одночасно використовувати такі типи інформації: інформація про поверхню задається на системі взаємно перпендикулярних перерізів тіла площинами, паралельними координатним площинам, у вигляді наборів точок на лініях перерізу; істотним є можливість використання нерівномірного розміщення точок на лініях перетину, що приводить, зокрема, до необхідності використання *B*- сплайнів з нерівномірно розміщеними вузлами; в деяких випадках можливе задовільнення деяких властивостей ММ поверхні (поверхня в деяких частинах повинна бути опуклою або вгнутою, в деяких точках зростати або спадати у відповідному напрямку), тобто ММ повинна допускати збереження ізогеометрих властивостей оригіналу.

Зокрема, вважаємо відомими набори точок на системі ліній, що отримуються в результаті перерізу тіла площинами $z = z_k,\ k = \overline{1,m}$, $y = y_l,\ l = \overline{1,n}$, $x = x_s,\ s = \overline{1,p}$ (можливе використання також тільки однієї або 2-х множин перерізів). За цими даними треба побудувати ММ поверхні тіла в параметричному вигляді. Аналітичний вираз кривої в параметричному вигляді, заданої точками (X_k, Y_k), $k = \overline{1,n}$, шукається у вигляді сплайнів:

$$SSX(x, X, CX) = \sum_{k=0}^{n+1} SS_2(x, X, k) \cdot CX_k\ ,SSY(y, Y, CY) = \sum_{k=0}^{n+1} SS_2(y, Y, k) \cdot CY_k\ ,$$

де невідомі $CX_k, CY_k, k = \overline{1,n}$ знаходяться з умов найкращого (в сенсі методу найменших квадратів) задовільнення системі лінійних алгебраїчних рівнянь

$$SSX(X_k, X, CX) = x\left(t_k\right),\ SSY(Y_k, Y, CY) = y\left(t_k\right), k = \overline{1,M}.$$

Опишемо алгоритм побудови ММ поверхні за допомогою сплайнів з нерівномірним розміщенням вузлів у випадку, коли дані про поверхню задані на системі паралельних площин. Нехай, зокрема, поверхня задана системою точок $\left(x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j}\right)$, $\left(i = \overline{1,M}; j = \overline{1,N}\right)$ в циліндричній системі координат $x = f\left(t,z\right)\cos t,\ y = f\left(t,z\right)\sin t,\ z = z$.Введемо позначення $X_{k,j} = \left\{x_{k-1,j}, x_{k,j}, x_{k+1,j}, x_{k+2,j}\right\}$, $Y_{l,j} = \left\{y_{l-1,j}, y_{l,j}, y_{l+1,j}, y_{l+2,j}\right\}$. Тоді дану функцію $f\left(x,y\right)$ можна наблизити біквадратичним сплайном (квадратичним за кожною змінною)

$$SpX_{M,N}(t, z, CX) = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} CX_{i,j}\ \ S_2(t, X_{i,j}) S_2(z, Z_j)$$

коефіцієнти $CX_{i,j}$ якого знаходимо з умови:

$$SpX_{M,N}(x_p, z_q, CX) = X_{p,q},\ \ p = \overline{1,M}, q = \overline{1,N}.$$

Тобто, для знаходження невідомих $CX_{i,j},\ i=\overline{1,M},\ j=\overline{1,N}$ отримаємо СЛАР

$$AX_{p,q,i,j}CX_{i,j}=X_{p,q},\ p=\overline{1,M},\ q=\overline{1,N},$$

$$AX_{p,q,i,j}=S_2(X_{p,q},X_i)S_2(z_q,Z_j).$$

Якщо перетини поверхні площинами $z=z_k, k=\overline{1,N}$ є замкнутими кривими, то шукаємо відповідний сплайн у вигляді

$$SX_{M,N}(t,z,Z,CX)=\sum_{i=0}^{M}\sum_{j=1}^{N}CX_{i,j}S_2(t,X_i)S_2(z,Z_j)$$

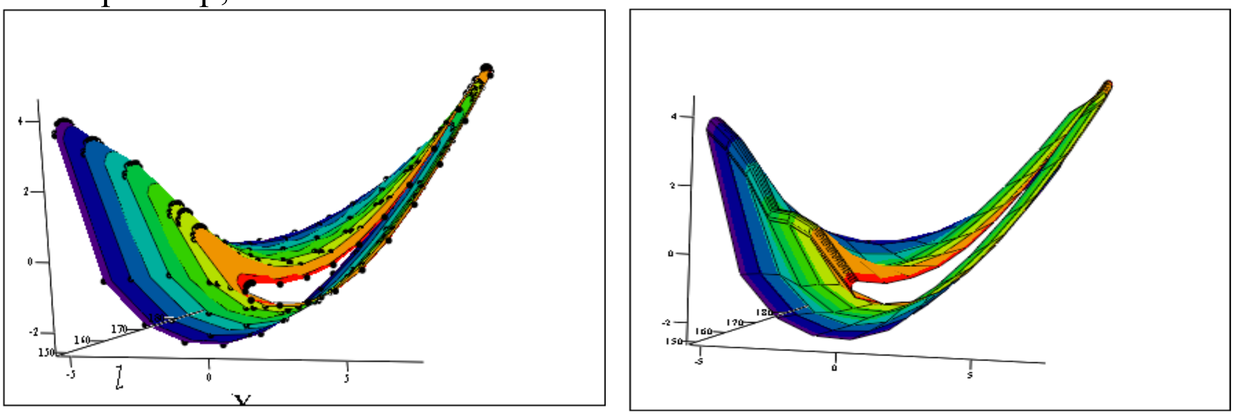
і вибираємо сталі $CX_{i,j}$ з умови $\left.\frac{\partial SX}{\partial t}\right|_{\substack{x=x_1\\ y=y_j}}=\left.\frac{\partial SX}{\partial t}\right|_{\substack{x=x_M\\ y=y_j}},\ j=\overline{1,N}$.

Аналогічно знаходимо $SY_{M,N}(t,z,Z,Y,CY)=\sum_{i=0}^{M}\sum_{j=1}^{N}CY_{i,j}S_2(t,Y_{i,j})S_2(z,Z_j)$.

Таким чином, отримаємо наближено опис поверхні у вигляді

$$\begin{cases} x=SX(t,z,Z,CX)\cos t \\ y=SY(t,z,Z,CY)\sin t \\ z=z \end{cases} \tag{4}$$

де $t-$параметр, $0\le t\le 1$.



(X,Y,Z) (XXap,YYap,Zap)

а) б)

Рис. 2 Поверхня пера лопатки авіадвигуна:
а) за експериментальними даними $(X_{k,l},Y_{k,l},Z_l),\ k=\overline{0,32},\ l=\overline{1,7}$;
б) запропонованим методом.

Відмітимо важливі особливості цього параметричного опису.

1. $SX(t,z,X,Z,CX),SY(t,z,Y,Z,CY)\in C^r(R^2), r=1,2,...$

2. Форма (4) задання поверхні дозволяє дослідити області опуклості (вгнутості), напрями монотонного зростання (спадання) поверхні.

3. Для побудови $SX(t,z,Z,CX), SY(t,z,Z,CY)$ можна використати відомі методи сплайн-інтерлінації функцій двох змінних.

Зокрема, запропоновану вище теорію було застосовано (рис.2) до математичного моделювання поверхні пера лопатки авіадвигуна за відомими дискретними даними $(X_{k,l}, Y_{k,l}),\ k=\overline{0,32}$ в семи перерізах $Z=Z_l,\ l=\overline{1,7}$ (рис.2).

Достатні умови забезпечення ізогеометричних властивостей оператора інтерлінації при побудові ММ поверхні сформульовані у теоремі 3.

Теорема 3. Якщо функція $f(x,y)\in C^{2,2}(D), D=[x_1,x_2]\times[y_1,y_2]$

має сліди $f(x_1,y), f(x_2,y), f(x,y_1), f(x,y_2)$, які задовольняють умови

$$f^{(0,2)}(x_1,y)>(<0), f(x_2,y)>(<0),\ y_1\le y\le y_2; \tag{3.3}$$

$$f^{(2,0)}(x,y_1)>(<0),\ f^{(2,0)}(x,y_2)>(<0), x_1\le x\le x_2; \frac{\partial^{i+j}}{\partial x^i \partial y^j} f(x,y)=f^{(i,j)}(x,y), \tag{3.4}$$

то оператор

$$\begin{aligned}O(x,y)=&\frac{x-x_2}{x_1-x_2}f(x_1,y)+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(x_2,y)+\frac{y-y_2}{y_1-y_2}f(x,y_1)+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(x,y_2)-\\&-\frac{x-x_2}{x_1-x_2}\left(\frac{y-y_2}{y_1-y_2}f(x_1,y_1)+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(x_1,y_2)\right)-\\&-\frac{x-x_1}{x_2-x_1}\left(\frac{y-y_2}{y_1-y_2}f(x_2,y_1)+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(x_2,y_2)\right)\end{aligned}$$

задовольняє умови $\dfrac{\partial^2 O(x,y)}{\partial x^2}>(<0), x_1\le x\le x_2; \dfrac{\partial^2 O(x,y)}{\partial y^2}>(<0), y_1\le y\le y_2.$ Досліджено також метод знаходження необхідної кількості інформативних перерізів та їх розміщення на поверхні в ММ з умови забезпечення заданої точної точності наближення.

У четвертому розділі розроблено і досліджено новий метод побудови рівнянь плоских кривих та поверхонь у неявній формі з використанням сплайн-інтерлінації та сплайн-інтерфлетації функцій. Вважаємо, що $G\subset R^2$ - область на площині, границя якої ∂G є об’єднанням дуг відомих кривих. Припустимо, що $G\subseteq[a,b]\times[c,d]$. Розіб’ємо G на підобласті прямими $x=x_k,\ k=\overline{0,M_1},\ \ y=y_l,\ \ l=\overline{0,M_2}$ a $= x_0<x_1<...<x_{M_2}=b;$

$c = y_0 < y_1 < ... < y_{M_2} = d$. В результаті G розіб'ється на підобласті, які можуть бути прямокутниками $R_{i,j} = [x_i, x_{j+1}] \times [y_i, y_{i+1}] \subset G$ або чотирикутниками $R_{i,j}^{(1)} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_i, y_{i+1}(x)] \subset G$, $R_{i,j}^{(2)} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_i(x), y_{i+1}] \subset G$, $R_{i,j}^{(3)} = [x_i(y), x_{i+1}] \times [y_i, y_{i+1}] \subset G$, $R_{i,j}^{(4)} = [x_i, x_{i+1}(y)] \times [y_i, y_{i+1}] \subset G$, в яких три прямі паралельні осям координат , а одна – криволінійна сторона є частиною границі області ∂G. Підобласті розбиття, можуть бути також трикутниками в яких одна зі сторін є криволінійною (взагалі кажучи) частиною границі ∂G області G, наприклад $T_{i,j}^{(1)} = \{(x,y) | x \geq x_i, y \geq y_i, y \leq \eta_{j+1}(x), \eta'_{j+1}(x) < 0, x_i < x < x_{i+1}\}$. Будуємо оператор $O_G f(x,y)$, що інтерлінує функцію $f(x,y)$ на лініях ректангуляції $x = x_k, k = 1,...,m$, та $y = y_l, l = 1,...n$, та на границі ∂G області G. Врахуємо що функція $f(x,y)$ на лініях ректангуляції невідома, а відомо лише те що $f(x,y)$ дорівнює нулю на границі ∂G. Це дозволяє нам сформулювати наступний алгоритм побудови функції $O_G f(x,y)$. Підставляємо у формулу $O_G f(x,y)$ нулі замість $\psi_k(y), \varphi_j(x)$ для $(x,y) \in \partial G$. Вважаємо, що $\psi_k(y), \varphi_j(x)$ є слідами функції $f(x,y)$ на відповідних прямих і входять в оператори інтерлінації $OR_{i,j} f(x,y)$ для функції $f(x,y)$ на прямокутниках та в $OT_{i,j} f(x,y)$ - оператори інтерлінації для функції $f(x,y)$ на трикутниках. В результаті отримаємо функцію $O_G f(x,y)$, яка точно задовольнятиме нулю на границі ∂G незалежно від вибору слідів

$$\psi_k(y) = f(x_k, y), k = 1,...m, \ \varphi_l(x) = f(x, y_l), \ l = 1,...,n. \ \psi_k(y_l) = \varphi(x_k), \ k = 1,...m, \ l = 1,...n.$$

Теорема 4. Оператор

$$Ou(x,y) = \begin{cases} OR_{i,j} f(x,y), (x,y) \in R_{i,j} \subset G \\ OR_{i,j}^{(k)} f(x,y), (x,y) \in R_{i,j}^{(k)} \subset G \\ OT_{i,j}^{k} f(x,y), (x,y) \in T_{i,j}^{k} \subset G \\ 0, (x,y) \notin G \end{cases}$$

має властивості: $Ou(x,y) \in C(G) \forall u(x,y) \in C(G)$, $Ou(x,y) = u(x,y), (x,y) \in \partial G$,

$Ou(x,y) = u(x,y), (x,y) \in GXY$, $GXY = \{(x,y) : x = x_i, i = \overline{0,m_1}$; або $y = y_j, j = \overline{0,m_2}\}$.

Таким чином, оператори $Ou(x,y)$ збігаються з функцією $u(x,y)$ на лініях $x = x_i, \mathrm{i} = 0...\mathrm{m}_1; y = y_j, j = 0...m_2$ та на границі ∂G двовимірної області G. При побудові рівняння лінії ∂G у вигляді $Ou(x,y) = 0$ в цій формулі $Ou(x,y)$ треба покласти рівними нулю всі сліди $\psi_k(y), \varphi_l(x)$ функції $u(x,y)$ на границі ∂G. В результаті отримаємо, що $Ou(x,y) = 0$, $(x,y) \in \partial G$ незалежно від вибору невідомих слідів $\psi_k(y)$, $\varphi_l(x)$ та

$u_{kl} = \psi_k(y_l) = \varphi_l(x_k)$. Їх вибір в точках, що належать $G \setminus \partial G$ треба підпорядкуати деякому критерію, наприклад, щоб

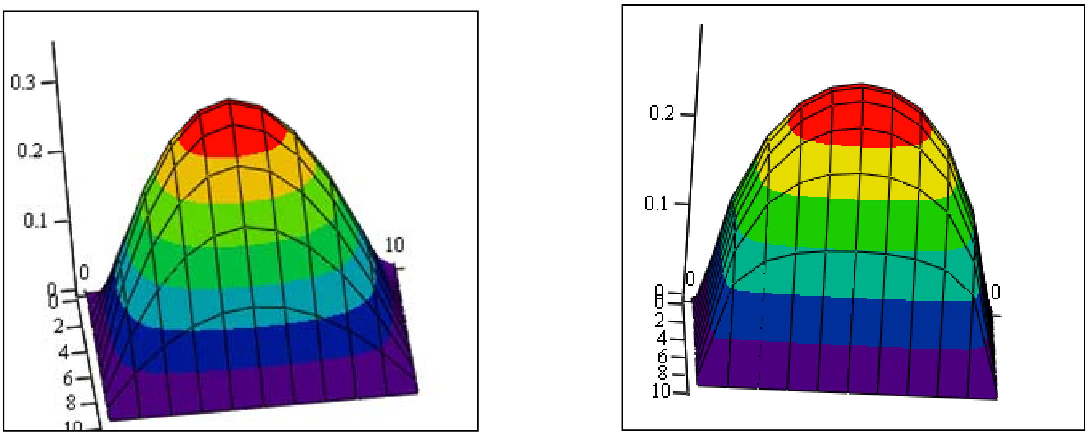
$$\rho(Ou(x,y),\ w(x,y)) = \min;\ \rho(u,w) = \min_{(x,y)\in G} |Ou(x,y) - w(x,y)|$$

де $w(x,y)$ - нормальне рівняння границі ∂G: $w(x,y)) = \min_{M(x,y)\in G} \rho\,(M, \partial G)$.

Можна використовувати $w(x,y)$, побудовану за допомогою R- функцій.

Метод дозволяє побудувати $Ou(x,y) \in C^r\left(\bar{D}\right)$, $r \geq 1$.

Приклад 3. Запропонованим методом побудовано у неявній формі рівняння



H Zw

а б

Рис. 3. Графіки а) $Ou(x,y) \in C^1\left(\overline{G}\right)$ та б) $\omega(x,y) \in C\left(\overline{G}\right)$

Рівняння границі квадрата $G = \{(x,y) : x \in [0,1], y \in [0,1]\}$. В даному прикладі замість нормального рівняння границі ∂G, що має вигляд

$$\omega(x,y) = \begin{cases} (1-x),\ x \in [0.5,1], 1-x \leq y \leq x \\ x,\ x \in [0;0.5], x \leq y \leq 1-x \\ y,\ y \leq x \leq 1-y, y \in [0;0.5], \\ 1-y, 1-y \leq x \leq y, y \in [0.5;1] \end{cases}$$

використано рівняння $\omega(x,y) = 0$, у якому функція $\omega(x,y) \in C\left(\overline{G}\right)$ побудована за допомогою R-функцій у вигляді $\omega(x,y) = 0.5\left(u + v - \sqrt{u^2 + v^2}\right)$, $u = x(1-x)$, $v = y(1-y)$.

Опишемо алгоритм побудови рівняння границі ∂G 3D області $G \subseteq [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3] \subseteq R^3$, обмеженої частинами відомих поверхонь.

Крок 1. Розіб'ємо область G на підобласті площинами $x = x_i, i = \overline{0, m_1}; y = y_1, j = \overline{0, m_2}; z = z_k, k = \overline{0, m_3}$, паралельними координатним, $a_1 = x_0 < x_1 < \ldots < x_{m_1} = b_1$; $a_2 = y_0 < y_1 < \ldots < y_{m_2} = b_2$; $a_3 = z_0 < z_1 < \ldots < z_{m_3} = b_3$

Припустимо, що ці підобласті будуть трьох типів

- паралелепіпеди: $\Pi_{ijk} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}] \times [z_k, z_{k+1}]$;
- паралелепіпеди: $\tilde{\Pi}_{ijk} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}] \times [z_k, z_{k+1}(x, y)]$ з однією криволінійною (взагалі кажучи) гранню, що є частиною границі ∂G області G; таких паралелепіпедів для кожної точки $A_{i,j,k}(x_i, y_j, z_k)$ може бути шість залежно від того, як розміщена криволінійна грань, наприклад

$\tilde{\Pi}^{(1)}_{ijk} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}] \times [z_k, z_{k+1}(x, y)]$; $\tilde{\Pi}^{(2)}_{ijk} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}] \times [z_k(x, y), z_{k+1}]$;

- піраміди (симплекси) T_{ijk} з однією криволінійною (взагалі кажучи) гранню, яка є частиною границі ∂G області G. Таких пірамід для кожної приграничної точки $A_{i,j,k}(x_i, y_j, z_k)$ може бути вісім залежно від того, як розміщена криволінійна грань, наприклад
- $T^{(1)}_{ijk} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}(x)] \times [z_k, z_{k+1}(x, y)]$;

Крок 2. Будуємо оператори інтерфлетації трьох типів: $O\Pi_{ijk}(x, y, z)$, $O\tilde{\Pi}_{ijk}(x, y, z)$, $OT_{ijk}(x, y, z)$ з такими інтерфлетаційними властивостями:

$$O\Pi_{ijk}(x, y, z) = u(x, y, z), (x, y, z) \in \partial\Pi_{ijk}, O\tilde{\Pi}_{ijk}(x, y, z) = u(x, y, z), (x, y, z) \in \partial\tilde{\Pi}_{ijk},$$

$$OT_{ijk}(x, y, z) = u(x, y, z), (x, y, z) \in \partial T_{ijk}.$$

Крок 3. Будуємо оператор Ou з властивостями

$$Ou(x, y, z) = \begin{cases} O\Pi_{ijk}(x, y, z), & (x, y, z) \in \Pi_{ijk}, \\ O\tilde{\Pi}_{ijk}(x, y, z), & (x, y, z) \in \tilde{\Pi}_{ijk}, \\ OT_{ijk}(x, y, z), & (x, y, z) \in T_{ijk}. \end{cases}$$

Теорема 5. Оператор $Ou(x, y, z)$ має властивості:

$$Ou(x, y, z) \in C(G) \forall u(x, y, z) \in C(G),$$

$$Ou(x, y, z) = u(x, y, z), (x, y, z) \in \partial G), Ou(x, y, z) = u(x, y, z), (x, y, z) \in GXYZ,$$

$$GXY = \{(x, y, z) : x = x_i, i = \overline{0, m_1}; \quad y = y_j, j = \overline{0, m_2}; \quad z = z_k, k = \overline{0, m_3}\}.$$

Тобто, оператор $Ou(x, y, z)$ збігається з $u(x, y, z)$ на площинах $x = x_i$, $\mathrm{i} = 0...\mathrm{m}_1$; $y = y_j, j = 0...m_2$; $\mathrm{z} = \mathrm{z}_\mathrm{k}, k = 0...m_3$, та на границі ∂G тривимірної області G. При побудові рівняння поверхні ∂G у вигляді $Ou(x, y, z) = 0$ у формулі $Ou(x, y, z)$ треба покласти рівними нулю сліди функції $u(x, y, z)$ на границі ∂G. В результаті отримаємо формулу $Ou(x, y, z)$, яка точно задовольняє умові $Ou(x, y, z) = 0$, $(x, y, z) \in \partial G$ незалежно від вибору слідів $u_i(y, z) = f(x_i, y, z)$, $\mathrm{v}_\mathrm{j}(x, z) = f(x, y_j, z)$, $\mathrm{w}_\mathrm{k}(x, y) = f(x, y, z_k)$ при умовах $u_i(y_j, z) = v_j(x_i, z)$, $u_i(y_j, z_k) = w_k(x_i, y)$, $w_j(x_i, z) = u_i(y_j, z)$ та

$u_i(y,z)=0$, $((x_i,y,z)\in\partial G)$, $v_j(x,z)=0$, $((x,y_j,z)\in\partial G)$, $w_j(x,y)=0$, $((x,y,z_k)\in\partial G)$. Сліди u_i, v_j, w_k є невідомими. Їх вибір в точках, що належать області $G\setminus\partial G$ може бути підпорядкованим деякому критерію, наприклад, щоб цей вибір задовольняв умові $\rho(Ou(x,y,z),\ w(x,y,z))=\min$;

$$\rho(Ou(x,y,z),w(x,y,z)) = \min_{(x,y,z)\in G}\left|Ou(x,y,z)-w(x,y,z)\right|$$

де $w(x,y,z)$ - нормальна функціія границі ∂G $w(x,y,z)) = \min\limits_{M(x,y,z)\in G}\rho\ (M,\partial G)$.

Таким чином, запропонувано метод побудови рівнянь кривих і поверхонь складної форми з використанням інтерлінаціїї в 2D випадку та інтерфлетаціїї в 3D випадку. В обох випадках функція $w(x,y)$ або $w(x,y,z)$ є найкращим наближенням до нормальної функції ∂G і $w\in C^r\left(\overline{G}\right), r\geq 0$.

ВИСНОВКИ

1. Вперше побудовано і досліджено систему базисних сплайнів степеня *r* які належать до класу C^{r-1} , заданих явними виразами на кожному інтервалі на нерівномірній сітці вузлів, що дозволяє суттєво зменшити кількість арифметичних операцій в задачах з багаторазовими обчисленнями цих сплайнів.

2. Вперше побудовано і досліджено загальний метод опису ліній та поверхонь у неявній формі з використанням інтерлінації та інтерфлетації функцій, який дозволяє отримувати рівняння лінії $w(x,y)=0$ та рівняння поверхні $\Phi(x,y,z)=0$ у неявній формі, у яких функції $w(x,y)$ та $\Phi(x,y,z)$ не тільки належать заданому класу диференційовності, а можуть мати інші властивості (наприклад, ізогеометричні) і при цьому отримані рівняння наближують нормальні рівняння лінії та поверхні відповідно.

3. Вперше побудовано загальний метод опису поверхонь тривимірних тіл в параметричній формі з використанням сплайн-інтерлінації функцій потрібного класу диференційовності, що дозволяє задовольняти необхідні властивості ММ. Інформація, що при цьому використовується, задається системою точок розміщених на системі ліній перетину поверхонь заданими площинами.

4. Вперше досліджено ізогеометричні властивості операторів інтерлінації функцій двох змінних, що дозволяє досліджувати ізогеометричні властивості побудованих математичних моделей поверхонь.

5. Запропоновані методи, алгоритми протестовані за допомогою створеного автором пакету прикладних програм. Проведений обчислювальний експеримент для реальних об'єктів - пера лопатки авіаційних двигунів. Методи і алгоритми увійшли як складова частина до пакету прикладних програм "Перо лопатки" розробленого на ДП "Івченко-Прогрес".

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Литвин О.М. Математичне моделювання процесів інтерполяційними сплайнами на нерегулярній сітці вузлів/ О.М. Литвин, О.В. Ткаченко //

Доповіді НАН України . –2010. – №1. – С. 34-39.
2. Математична модель плоскої кривої у неявній формі на основі інтерлінації функцій/ І.В. Сергієнко, О.М. Литвин, О.В. Ткаченко [та ін.] // Доповіді НАН України . – 2010. – №5. –С. 45–49.
3. Математична модель поверхні тіла у неявній формі на основі інтерфлетації функцій / І.В. Сергієнко, О.М. Литвин, Л.І. Гулік, О.В. Ткаченко, О.О. Черняк // Доповіді НАН України. – 2011. – №3. – С.40–44.
4. Литвин О.Н. Общий метод построения уравнений кривых и поверхностей в неявной форме с помощью интерлинации и интерфлетации функций/ О.Н. Литвин, А.В. Ткаченко, О.О. Литвин // Кибернетика и системный анализ. – 2011. – №1. – С. 61–68.
5. Оптимізація математичних моделей аеродинамічних поверхонь для авіадвигунів на основі В-сплайнів / О.М. Литвин, О.В. Ткаченко, В.О. Пасічник, О.О. Черняк // Проблемы машиностроения. – 2010. – Т.13. – №6. – С. 63–70.
6. Чисельна реалізація задачі відновлення поверхні 3D тіла / О.М. Литвин, Л.С. Лобанова, Ю.І. Першина, О.В. Ткаченко, О.О. Черняк // Проблемы машиностроения. –2011. –Т.14, №1. – С. 52-56.
7. Литвин О.М. Одна теорема про ізогеометричні властивості операторів інтерлінації функцій 2-х змінних / О.М. Литвин, О.О. Литвин, О.В. Ткаченко // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». 2011. - №42. - С. 107-109.
8. Литвин О.М. Математичне моделювання процесів інтерполяційними сплайнами на нерегулярній сітці вузлів/ О.М. Литвин, Л.І. Гулік, О.В. Ткаченко // Праці міжнародного симпозіуму «Питання оптимізації обчислень» (ПОО-XXXV). – Київ, 2009. – Т.2. – С.8-13.
9. Литвин О.М. Конструювання наближень нормалізованих рівнянь плоских кривих за допомогою інтерлінації функцій / О.М. Литвин, Л.І. Гулік, О.В. Ткаченко // Тези доповіді IV міжнародної школи-семінару «Теорія прийняття рішень». –Ужгород, 2008. – С. 103-104
10. Математична модель поверхні тривимірного тіла в параметричній формі. Матеріали міжнародної проблемно-наукової міжгалузевої конференції / О.М. Литвин, Л.С. Лобанова, Ю.І. Першина, О.О. Литвин, О.В. Ткаченко, В.О. Пасічник // Поступ в науку. Збірник наукових праць Бучацького інституту менеджменту і аудиту. – Бучач, 2010. -№6. – С. 298-302.

АНОТАЦІЯ

Ткаченко О.В. Математичне моделювання поверхонь тіл складної геометричної форми з використанням інтерлінації та інтерфлетації функцій – На правах рукопису
Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та

обчислювальні методи.- Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, 2011.

Мета даної роботи– побудова і дослідження математичних моделей плоских ліній та поверхонь 3D тіл складної форми із врахуванням технологічних вимог з використанням операторів інтерлінації та інтерфлетації функцій (Литвин О.М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування. Монографія. Харків: Основа, 2002. – 545с)

В роботі побудовані та досліджені поліноміальні сплайни степеня n з нерівномірно розподіленими вузлами у формі явних аналітичних виразів на кожному інтервалі між вузлами сплайна; розроблено та досліджено новий метод побудови рівнянь плоских кривих, які є границями плоских областей складної форми з використанням сплайн-інтерлінації; розроблено та досліджено новий метод побудови рівнянь поверхонь, які описують границі тривимірних тіл складної форми з використанням сплайн-інтерфлетації функції; побудовані та досліджені математичні моделі плоских ліній у параметричній формі з використанням сплайн-інтерлінації функцій двох змінних та побудованих B-сплайнів на нерівномірній сітці вузлів; побудова та дослідження математичних моделей поверхонь у параметричній формі з використанням сплайн-інтерлінації функцій 2-х змінних та побудованих B - сплайнів на нерівномірній сітці вузлів. Проведен обчислювальний експеримент на основі розробленого автором пакету прикладних програм для тестування запропонованих методів та алгоритмів з метою запровадження розробленого автором пакету прикладних програм у практику проектування та моделювання поверхні пера лопатки авіадвигунів.

Ключові слова: математична модель, сплайн, інтерлінація, інтерфлетації, рівняння кривої, рівняння поверхні.

АННОТАЦИЯ

Ткаченко А.В. Математическое моделирования поверхостей тел сложной геометрической формы с использованием интерлинации и интерфлетации функций – На правах рукописи
Дисертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы.- Харковский национальный университет радиоэлектроники, Харков, 2011.

Цель данной работы – построение и исследование математических моделей плоских линий поверхностей 3D тел сложной формы с учетом технологических требований на основе использования операторов интерлинации и интерфлетации функций (Литвин О.М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування. Монографія. Харків: Основа, 2002. – 545с)

В работе предложен и исследован новый метод построения полиномиальных сплайнов степеня n с неравномерно розпределенными узлами в виде явных аналитических виражений на каждом интервале между узлами сплайна; предложен и исследован новый метод построения уравнений $w(x,y)=0$ плоских кривых, которые являются границами плоских областей D сложной формы с использованием сплайн-интерлинации функции $w(x,y)$ и с удовлетворением условию $w(x,y)\in C^{r}(\overline{D}), r=0,1,2...$; предложен и исследован новый метод построения уравнений $w(x,y,z)=0$ поверхностей ∂G, которые описывают границы трехмерных тел сложнлй формы с использованием сплайн-интерфлетации функции $w(x,y,z)$ и с удовлетворением условию $w(x,y,z)\in C^{r}(\overline{G}), r=0,1,2...$; предложены и исследованы математические модели плоских линий в параметрической форме с использованием сплайн-интерлинации функций 2-х переменных и построенных B - сплайнов на неравномерной сетке узлов; построение и исследование математических моделей поверхностей в параметрической форме с использованием сплайн-интерлинации функций 2-х переменных и построенных B - сплайнов на неравномерной сетке узлов; проведен вычислительный эксперимент на основе разработанного автором пакета прикладных программ для тестирования предложенных методов и алгоритмов с целью внедрения разработанного автором пакета прикладных программ в практику проэктирования и моделирования поверхности пера лопатки авиадвигателей..

Ключевые слова: математическая модель, сплайн, интерлинация, интерфлетация, уравнение кривой, уравнение поверхности.

THE SUMMARY

Tkachenko O.V.Matematical modelling of surfaces the difficult geometrical form with use interlineation and interflatation functions. - The manuscript

The dissertation on competition of a scientific degree of the candidate of physical and mathematical sciences on a speciality 01.05.02 - mathematical modelling and computing methods. - Kharkovsky national university of radio electronics, Kharkov, 2011.

The purpose of the given job - construction and research of mathematical models of flat lines and surfaces of three-dimensional bodies of the complex form taking into account technology requirements on the basis of use of operators interlineation and interflatation functions (Litvin O. M Interlineation

of the functions and some of its applications. Monograph. Kharkov: The Basis, 2002. – 545pp.)

In job next new results are received: the new method of construction of the polynomial splines the degree n with non-uniformly розпределенными knotes in the form of obvious analytical expressions on each interval between spline sites is offered and investigated; the new method of construction of equations $w(x,y)=0$ of flat curves which are borders of flat areas D of the complex form with use a spline-interlineation of function $w(x,y)$ and with satisfaction to condition $w(x,y) \in C^r(\overline{D}), r=0,1,2...$is offered and investigated; the new method of construction of equations $w(x,y,z)=0$ of surfaces ∂G which describe borders of three-dimensional bodies compex forms with use a spline-interfletation of function $w(x,y,z)$ and with satisfaction to condition $w(x,y,z) \in C^r(\overline{G}), r=0,1,2...$ is offered and investigated; mathematical models of flat lines in the parametrical form with use a spline-interlineation of functions 2 variable and constructed B - splines on a non-uniform grid of sites are offered and investigated; construction and research of mathematical models of surfaces in the parametrical form with use a spline-interlineation of functions 3 variable and constructed B - splines on a non-uniform grid of sites; computing experiment on the basis of the package of applied programs developed by the author for testing of the offered methods and algorithms for the purpose of introduction of the package of applied programs in practice designing and modelling of a surface of a feather of a shovel of aircraft engines is made.

Keywords: mathematical model, a spline, interlineation, interflatation, the curve equation, the surface equation.

Підп. до друку 24.02.12 формат 60х90$^1/_{16}$. Друк ризограф. Папір офсет.
Гарнітура «times new roman»
Ум. друк. арк. 0,9. Наклад 100 прим. Зам. № 65
Надруковано у типографії «Фінарт»,
Свідоцтво про внесення до державного реєстру суб'єкта видавничої діяльності ДК 589 від 07.09.2001 р.
м. Харків, вул. Квітки-Основ'яненко, 11
Тел. (057) 731-25-49, 73125-09