

О МЕТОДАХ ОЦЕНИВАНИЯ ТЕПЛИЦЕВЫХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МАТРИЦ В ЗАДАЧАХ АДАПТИВНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

А.В. СЕМЕНЯКА, Д.С. РАЧКОВ, Д.И. ЛЕХОВИЦКИЙ

Сравнивается эффективность различных методов оценивания теплицевых корреляционных матриц (КМ) в “регулярных” системах пространственно-временной обработки сигналов. Показывается, что по критерию “быстродействие – вычислительная сложность” наиболее эффективны методы, предусматривающие оценивание частных коэффициентов корреляции входных процессов на основе адаптивных решетчатых фильтров (АРФ).

Ключевые слова: скорость сходимости, теплицева корреляционная матрица, оценка максимального правдоподобия, регуляризация, адаптивный решетчатый фильтр.

ВВЕДЕНИЕ

Основное направление совершенствования адаптивных систем пространственно-временной обработки сигналов связано с повышением их быстродействия, необходимого для эффективной работы в сложной и динамично меняющейся сигнально-помеховой обстановке. Решение этой задачи существенно зависит от качества оценок априори неизвестных параметров входных воздействий, использующихся взамен их неизвестных истинных значений. При доступном объеме обучающей выборки оно теоретически может быть тем выше, чем меньше размерность вектора (матрицы) этих параметров [1, 2]. Важным источником снижения этой размерности служит учет достоверной априорной информации о структуре (в частности, регулярности) пространственных (временных) каналов приема, следствием которой может быть специфическая симметрия (теплицевость) эрмитовой корреляционной матрицы (КМ) гауссовых внешних воздействий на выходах этих каналов [3–11]. Такая матрица полностью определяется элементами первого (последнего) столбца, что создает предпосылки для повышения быстродействия по сравнению с системами с произвольной структурой каналов приема (с КМ общего вида), в том числе и с центрально-симметричными системами (с персимметричными КМ) [12–14].

В литературе последних десятилетий предложено большое число способов использования для задач адаптации резервов, связанных с теплицевостью КМ, и их список продолжает пополняться. В этих условиях важны корректные сравнительные исследования различных методов, на основе которых могут быть обоснованы рекомендации по их выбору и практической реализации.

Цель статьи – сравнить известные и некоторые новые методы учета априорной информации о специфике структуры КМ в регулярных системах пространственно-временной обработки сигналов.

1. РАЗНОВИДНОСТИ АНАЛИЗИРУЕМЫХ ОЦЕНОК

А. Положительно определенная эрмитова КМ является теплицевой, если все элементы, расположенные на одной диагонали, равны между собой [15]. Теплицева $M \times M$ КМ (ТКМ)

$\Phi = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^M$ ($\Phi = \Phi^*$) имеет вид

$$\Phi = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^M = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1^* & \cdots & \rho_{M-2}^* & \rho_{M-1}^* \\ \rho_1 & \rho_0 & \cdots & \rho_1^* & \rho_{M-2}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{M-2} & \cdots & \rho_1 & \rho_0 & \rho_1^* \\ \rho_{M-1} & \rho_{M-2} & \cdots & \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix},$$

$$\varphi_{ij} = \rho_{i-j} = \varphi_{ji}^*, \quad \varphi_{i+1,j+1} = \varphi_{i,j}, \quad i, j \in 1, M-1,$$

и полностью определяется элементами ρ_i ($i \in 0, M-1$) первого (последнего) столбца – автокорреляционной последовательностью (АКП) $\mathbf{t} = \{\rho_i\}_{i=0}^{M-1}$ равноотстоящих отсчетов соответствующего стационарного процесса.

Ниже полагается, что априори неизвестная $M \times M$ ТКМ $\Phi = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^M$ гауссовых выходных сигналов M пространственных (временных) каналов приема оценивается по классифицированной выборке $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^K$ объема K M -мерных комплексных нормальных взаимно независимых векторов

$$\mathbf{y}_i = \{y_\ell^{(i)}\}_{\ell=1}^M \sim CN(\mathbf{0}, \Phi),$$

$$\overline{\mathbf{y}_i} = \mathbf{0}, \quad \overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^*} = \begin{cases} \Phi, & i = j, \\ \mathbf{0}, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K, \quad (1)$$

с нулевым вектором средних значений и с искомой ТКМ Φ . Здесь и далее черта сверху и (*) – символы статистического усреднения и эрмитового сопряжения соответственно.

Б. Резервы повышения эффективности обработки по заданному критерию, связанные с использованием “теплицевых” алгоритмов оценивания КМ, определяются тем выигрышем, который они могут обеспечить по сравнению с оценками, не учитывающими эту специфику, либо учитывающими ее только частично.

К числу таких оценок можно отнести следующие.

1⁰. Выборочная КМ

$$\hat{\Phi} = \left\{ \hat{\varphi}_{ij} \right\}_{i,j=1}^M = K^{-1} \cdot Y \cdot Y^* = K^{-1} \cdot \sum_{i=1}^K y_i \cdot y_i^* \quad (2)$$

В условиях (1) и $K \geq M$ она представляет собой оценку максимального правдоподобия (МП оценку) КМ общего вида (КМ ОБ) [6, 16–20].

При $K < M$ оценка (2) вырождена, поэтому процедуры адаптации, связанные с вычислением тех или иных функций матрицы, обратной ей, при такой выборке не определены.

2⁰. “ДиAGONально регуляризованная” (diagonal loading (dl)) выборочная КМ [21–24]

$$\hat{\Phi}_{dl} = c1 \cdot I_M + \hat{\Phi}, \quad c1 > 0, \quad (3)$$

невырожденная и положительно определенная (п.о.) уже при $K \geq 1$.

3⁰. Персимметричная оценка

$$\hat{\Phi}_{\Pi} = \frac{1}{2} (\hat{\Phi} + \Pi \cdot \hat{\Phi} \sim \Pi) = \frac{1}{2} (\hat{\Phi} + \Pi \cdot \hat{\Phi}^T \cdot \Pi). \quad (4)$$

Здесь Π – симметричная $M \times M$ матрица перестановок с единицами на побочной диагонали; \sim и T – символы комплексного сопряжения и транспонирования соответственно.

В условиях (1) **3⁰** представляет собой МП оценку персимметричной (симметричной относительно побочной диагонали) КМ (ПКМ) [12, 13, 25, 26]. ТКМ одновременно является ПКМ, в связи с чем оценка **3⁰** частично учитывает специфику ТКМ. Она положительно определена уже при $K \geq M/2$, поэтому для формирования функций матрицы, обратной **3⁰**, требуется вдвое меньший объем обучающей выборки, чем на основе оценки **1⁰**.

4⁰. ДиAGONально регуляризованная персимметричная оценка

$$\hat{\Phi}_{dl\Pi} = c2 \cdot I_M + \hat{\Phi}_{\Pi}, \quad c2 > 0 \quad (5)$$

со скалярным параметром регуляризации $c2 > 0$, невырожденная и п.о. при любых $K \geq 1$.

МП оценки теплицевых КМ являются решениями нелинейных матричных уравнений, замкнутые выражения которых в общем случае отсутствуют [7]. В связи с этим в литературе предложено много других “теплицевых” оценок, которые можно условно разделить на “прямые” и “косвенные”.

В. К прямым мы относим методы, в которых оценочная ТКМ строится путем того или иного преобразований в “теплицевые” МП оценок **1⁰–4⁰**.

Примерами таких оценок служат следующие.

5⁰. Элементы

$$\hat{\varphi}_{ij}^{(T)} = \hat{\rho}_{i-j} = \hat{\varphi}_{ji}^{(T)*}, \quad i \geq j, \quad (6a)$$

эрмитовой теплицевой оценки $\hat{\Phi}_T$ строятся по элементам оценочной АКП

$$t1 = \{ \hat{\rho}_i \}_{i=0}^{M-1} = \hat{\Phi} \cdot e_1, \quad \hat{\rho}_i = \hat{\varphi}_{i+1,1}, \quad i \in 0, M-1, \quad (6b)$$

в роли которой используется **первый столбец** [8] оценочных матриц **1⁰** или **3⁰**. Здесь и ниже e_m – m -й ($m \in 1, M$) столбец единичной $M \times M$ матрицы I_M .

Оценка (6) асимптотически (при $K \rightarrow \infty$) несмещена и состоятельна, однако не является гарантированно положительно определенной.

6⁰. Элементы теплицевой оценки $\hat{\Phi}_T$ вновь строятся по (6a), но элементами $\hat{\rho}_i$ определяющей АКП служат средние арифметические значения элементов i -й диагонали оценок **1⁰ – 4⁰** [2, 8, 9]:

$$\hat{\rho}_i = \frac{1}{M-i} \cdot \sum_{k=1}^{M-i} \hat{\varphi}_{i+k,k}, \quad i \in 0, M-1. \quad (7)$$

Соответствующая оценка ТКМ также асимптотически несмещена и состоятельна, но гарантированно положительно определена только при $M = 2$.

7⁰. В (6a) элементами $\hat{\rho}_i$ определяющей АКП служат средние арифметические значения элементов i -й диагонали оценок **1⁰ – 4⁰**, взвешенные окном Бартлетта [2, 9]:

$$\hat{\rho}_i = \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^{M-i} \hat{\varphi}_{i+k,k}, \quad i \in 0, M-1. \quad (8)$$

Оценочная ТКМ в этом случае гарантированно положительно определена, но даже асимптотически ($K \rightarrow \infty$) смещена [2, 27].

К группе “прямых” можно отнести и метод “обратных итераций” (ОИ), предложенный в [7] для действительных и обобщенный в [47] на комплексные КМ. Он заключается в рекуррентном отыскании решения нелинейного матричного уравнения, корнем которого является МП оценка ТКМ. Каждое новое приближение строится по “базовым” оценкам **1⁰** или **2⁰** и матрице, обратной приближению предыдущего шага. В качестве начального приближения может использоваться любая п.о. эрмитова теплицева матрица, в роли которой в [7] выступает единичная.

Для краткости метод ОИ далее обозначается **8⁰**.

Г. В “косвенных” методах в роли непосредственно оцениваемых по обучающей выборке (1) выступают не элементы АКП, а параметры тех или иных представлений ТКМ, в частности, параметры обратной ей матрицы или сомножители ее факторизованного представления, часто более удобного для решения различных задач адаптивной обработки [4, 11].

К методам этой группы можно отнести:

9⁰. Метод Ю.И. Абрамовича, Д.З. Арова, В.Г. Качура (ААК) [10]. В нем используется известная формула Гохберга – Семенцула восстановления матрицы, обратной ТКМ, по ее первому столбцу [3, 15, 28 – 30]. В роли этого столбца используется первый столбец матриц, обратных оценкам **1⁰ – 4⁰**, если корни полинома, коэффициентами которого являются элементы этого столбца, лежат внутри единичного круга. Если среди них есть корни, лежащие вне единичного круга, то они заменяются обратными им (лежащими внутри единичного круга), после чего обратная матрица восстанавливается по формуле Гохберга-Семенцула по коэффициентам нового полинома со всеми корнями, лежащими внутри единичного круга.

10⁰. Оценивание методом Берга [5, 31] коэффициентов “частной” корреляции, выступающих в роли параметров адаптивных решетчатых фильтров (АРФ) [5, 11, 32] с “заполненными” треугольными матричными импульсными характеристиками (МИХ), которые полагаются множителями Холецкого матрицы, **обратной** искомой оценке теплицевой **КМ**.

11⁰. Оценивание параметров АРФ по алгоритму **10⁰**, но на основе регуляризованной обучающей выборки, образованной дополнением обучающей выборки $\mathbf{Y} = \{y_i\}_{i=1}^K$ (1) столбцами матрицы-регуляризатора [11, 32].

12⁰. “Ленточная” регуляризация оценки обратной матрицы за счет настройки по “теплицевому” алгоритму **10⁰** только $zz < M$ ступеней АРФ [11, 33, 34].

13⁰. Комбинированная “ленточно-диагональная” регуляризация оценки обратной матрицы по алгоритму **12⁰**, примененному к регуляризованной обучающей выборке **11⁰**.

Перечисленные методы не исчерпывают весь арсенал предложенных к настоящему времени методов оценивания теплицевых **КМ**. Однако в силу ограниченности объема статьи ниже мы ограничиваемся сравнением приведенных.

2. МЕТОДИКА СРАВНИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА

А. Полученные в п.1 оценки $\hat{\Phi}$ ТКМ или матрицы Ψ , аппроксимирующую обратную к ней, используются для формирования весового вектора (импульсной характеристики (**ИХ**))

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x} \quad (9a)$$

адаптивного фильтра, реализующего преобразование

$$\mathbf{p} = \mathbf{u}^* \cdot \hat{\mathbf{r}} \quad (9b)$$

M -мерного вектора (пачки) комплексных амплитуд аддитивной смеси $\mathbf{u} = \{u_i\}_{i=1}^M = \mathbf{y} + \gamma \cdot \mathbf{s}$ ($\gamma = 0, 1$) взаимно независимых гауссовых помех $\mathbf{y} = \{y_i\}_{i=1}^M$ с теплицевой **КМ** Φ (1) и, возможно (при $\gamma = 1$), полезного гауссового сигнала $\mathbf{s} = \{s_i\}_{i=1}^M = \beta \cdot \mathbf{x}$, $\mathbf{x} = \{x_i\}_{i=1}^M$, $\beta \sim CN(0, h)$ [6, 35, 36].

В качестве показателя эффективности сравниваемых методов используется зависимость от объема K обучающей выборки (1) случайной величины [37]

$$\chi(K) = \frac{\hat{\mu}(K)}{\mu} \leq 1, \quad (10a)$$

$$\hat{\mu}(K) = \frac{|\hat{\mathbf{r}}^*(K) \cdot \mathbf{x}|^2}{\hat{\mathbf{r}}^*(K) \cdot \Phi \cdot \hat{\mathbf{r}}(K)}, \quad \mu = \mathbf{x}^* \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}, \quad (10b)$$

имеющей смысл потерь выходного отношения сигнал/(помеха + шум) (**ОСПШ**) адаптивного фильтра по сравнению с его максимальным значением μ , которое в гипотетической ситуации точно известной **КМ** помехи $\Phi = \Psi^{-1}$ обеспечивается оптимальным весовым вектором $\mathbf{r} = \Psi \cdot \mathbf{x}$.

Б. Потери (10) рассчитываются для помех с непрерывными и дискретными спектрами $s(f)$, связанными с **КМ** равенством Винера – Хинчина [6]

$$\Phi = \{\varphi_{pq}\}_{p,q=1}^M = \int_{-1/2}^{1/2} s(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df, \quad (11a)$$

в котором

$$\mathbf{x}(f) = \{e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \ell}\}_{\ell=1}^M \quad (11b)$$

– вектор эквидистантных отсчетов гармоник с нормированной (временной, пространственной) частотой $f \in [-0.5, 0.5]$.

В обоих случаях рассматриваются помехи со спектрами и теплицевыми **КМ** вида

$$s(f) = 1 + \eta \cdot s_{norm}(f), \quad \Phi = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \rho, \quad (11b)$$

в которых первые слагаемые – спектр и **КМ** некоррелированных собственных шумов M каналов приема с одинаковой (единичной) дисперсией (мощностью), η – относительная (по отношению к этим шумам) мощность внешней помехи, $s_{norm}(f)$ – ее спектр, нормированный условием

$$\int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) df = 1, \quad (12a)$$

$$\rho = \{\rho_{pq}\}_{p,q=1}^M = \int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df, \quad \rho_{pp} = 1 \quad (12b)$$

– $M \times M$ матрица коэффициентов взаимной корреляции помех M каналов приема.

Внешние помехи с непрерывными спектрами

$$s_{norm}(f) = \frac{c_0}{\prod_{i=1}^p |1 - \beta_i \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}|^2}, \quad (13)$$

$$\beta_i = |\beta_i| \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_i}, \quad |\beta_i| < 1, \quad i \in 1, p$$

аппроксимируются процессами авторегрессии (**АР**) порядка $p \geq 1$ с параметрами β_i и нормирующей из условия (12a) константой c_0 [6, 38, 39].

Помехи с дискретными спектрами вида

$$s_{norm}(f) = \frac{1}{h_\Sigma} \sum_{i=1}^n h_i \cdot \delta(f - f_i),$$

$$h_\Sigma = \sum_{i=1}^n h_i, \quad f_i \in [-0.5, 0.5] \quad (14a)$$

в силу (11) и (12) имеют **КМ** вида

$$\Phi = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{h} \cdot \mathbf{X}^*, \quad (14b)$$

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x}(f_i)\}_{i=1}^n, \quad \mathbf{h} = \text{diag}\{h_i / h_\Sigma\}_{i=1}^n,$$

и соответствуют совокупности n комплексных гармоник с нормированными частотами (пространственными, временными) f_i и относительными интенсивностями h_i , $i \in 1, n$. При моделировании источники этих помех располагались в “направлениях” максимумов первых боковых лепестков согласованной характеристики направленности системы приема. В рассматриваемых “регулярных” системах **КМ** (11) и (14b) эрмитовы и теплицевы [40].

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

А. На рис. 1 для “прямых” алгоритмов $1^0, 3^0, 5^0 - 7^0$ показаны зависимости критерия (10а) от объема K обучающей выборки (1) в условиях помех с относительной интенсивностью $\eta = 50$ дБ с экспоненциальной (ЭКФ) (а) и гауссовой (ГКФ) (б) корреляционными функциями (КФ) с коэффициентом корреляции смежных отсчетов $\rho = 0.99$, полученные усреднением результатов $NA=100$ независимых испытаний. Номерами 5_1^0 и 5_3^0 здесь обозначен алгоритм 5^0 , построенный по МП оценкам КМ ОВ (2) и ПКМ (4) соответственно.

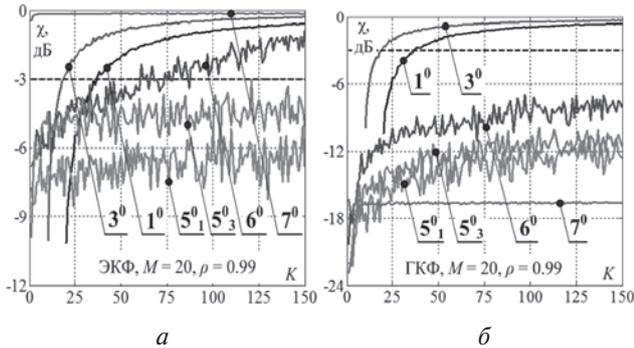


Рис. 1. Быстродействие оценок $1^0, 3^0$ и $5^0 - 7^0$

Как следует из этого рисунка, потери в ОСПШ адаптивного фильтра независимо от вида КФ для оценок 1^0 и 3^0 не превосходят 3 дБ (входят в “3 дБ зону”) при выборках объема $K \approx 2 \cdot M - 3$ и $K \approx M - 1$ соответственно, что полностью согласуется с теорией [14, 37] и свидетельствует о правильности используемой методики моделирования.

Зависимость энергетических потерь χ (10а) от объема выборки K (далее для краткости — энергетическое быстродействие) при использовании оценок 5^0 и 6^0 имеет резко флуктуирующий характер. Причина этого — отмечавшееся выше отсутствие гарантии положительной определенности соответствующих оценочных ТКМ при произвольных значениях K . За счет этого среднее значение оценочного ОСПШ χ даже ниже, чем на основе оценок 1^0 или 3^0 , в которых специфика КМ игнорируется либо учитывается только частично. В связи с этим простейшие алгоритмы “теплицизации” $5^0, 6^0$ практически непригодны для решения рассматриваемой задачи.

Переход к гарантированно положительно определенной оценке 7^0 практически устраняет флуктуации $\chi(K)$ (10) при любых $K \geq 1$ и для помех с ЭКФ ($\rho=1$) обеспечивает почти предельное значение $\chi(K)$ уже при $K=1$ (рис. 1, а). Однако по мере роста порядка аппроксимирующего входного АР-процесса соответствующие значения $\chi(K)$ из-за смещения оценки 7^0 уменьшаются и могут быть существенно меньше, чем при использовании оценок 1^0 или 3^0 (рис. 1, б). В связи с этим эту оценку можно также считать практически непригодной.

Б. На рис. 2 показаны результаты испытаний метода ОИ [7, 47] (алгоритм 8^0) в условиях помех с относительной интенсивностью $\eta = 50$ дБ с непрерывным спектром и ГКФ с коэффициентом корреляции $\rho = 0.99$ (а, б), и в условиях помех с $\eta = 30$ дБ, создаваемых $n=4$ точечными источниками (в, г).

Штриховыми линиями показаны зависимости $\chi(K)$ для оценок $1^0, 3^0$ и 8^0 , сплошными — для регуляризованных оценок $2^0, 4^0$ и 8^0 с параметрами регуляризации $c_1 = c_2 = 1$.

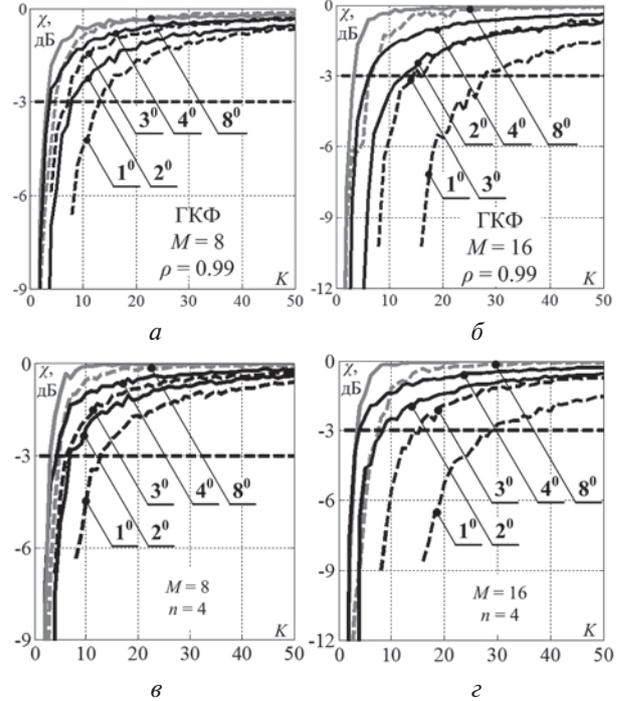


Рис. 2. Быстродействие методов $1^0 - 4^0, 8^0$

Как следует из приведенных рисунков, переход от оценок 1^0 к 3^0 и от 2^0 к 4^0 , учитывающий персимметрию ТКМ, примерно удваивает быстродействие, что полностью согласуется с аналитическими результатами [14, 41]. В свою очередь переход от МП оценок 1^0 КМ ОВ и оценок 3^0 ПКМ к их регуляризованным разновидностям 2^0 и 4^0 в условиях n точечных источников помех обеспечивает вход в “3 дБ зону” потерь за $K \approx 2 \cdot n$ и $K \approx n$ обучающих выборок, что также согласуется с теорией [22, 23].

Еще более высокое быстродействие обеспечивает метод ОИ (оценка 8^0). Причина этого связана с большей по сравнению с предыдущими методами полнотой учета в нем специфики ТКМ.

К сожалению, этот метод малоприменим для практического использования из-за большой вычислительной сложности, порожденной необходимостью на каждом шаге рекуррентной процедуры обращать матрицу размера $M \times M$.

Приведенные результаты в целом позволяют заключить, что все рассмотренные “прямые” методы “теплицизации” МП оценок КМ ОВ и ПКМ или их регуляризованных модификаций практически нецелесообразны для реализации из-за низкой эффективности или высокой сложности.

Перейдем поэтому к “косвенным” методам.

В. На рис. 3 показаны результаты испытаний алгоритма ААК 9^0 в условиях рис. 2, б, г. Нижним индексом при номере 9^0 указываются оценки $1^0 - 4^0$ матриц, обрабатываемых для получения определяющего столбца, по элементам которого строится оценка матрицы, обратной ТКМ (см. п. 1. Г).

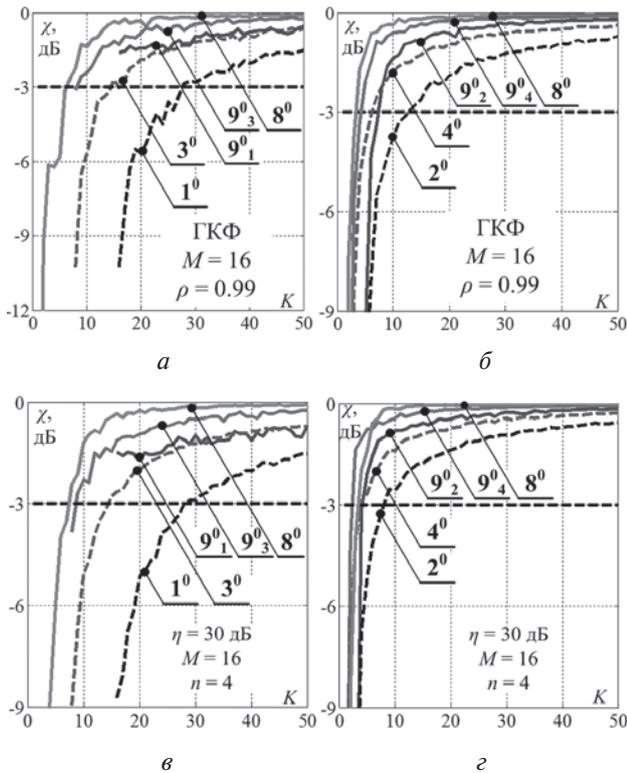


Рис. 3. Быстродействие метода ААК 9^0

Видно, что быстродействие алгоритма 9^0 выше, чем быстродействие его “источников”. Как показано в [15], выигрыш по сравнению с “источниками” теоретически тем больше, чем больше корней полинома, сформированного из элементов первого столбца матрицы, обратной $1^0 - 4^0$, требуется модифицировать.

Тем не менее, этот метод не превосходит по быстродействию метод **ОИ 8^0** и также слишком сложен для практической реализации из-за необходимости отыскивать корни полиномов M -й степени, модифицировать их и затем вычислять коэффициенты полиномов по их модифицированным корням.

Г. На рис. 4 показаны результаты испытаний в условиях рис. 2 “косвенного” алгоритма 10^0 на основе АРФ [11, разд. 3.1.3]. Здесь он сравнивается с алгоритмами $1^0, 3^0$ на основе МП оценок **КМ ОВ** и **ПКМ**, а также с лучшим из рассмотренных выше алгоритмом **ОИ 8^0** .

Видно, что при относительно малом числе каналов приема $M = 8$ (а, в) алгоритм 10^0 на основе “теплицевого” АРФ [5, 11, 32] практически не уступает алгоритму **ОИ 8^0** , а по мере увеличения их числа (б, г) становится даже более эффективным (быстродействующим) при несравненно меньшей вычислительной сложности.

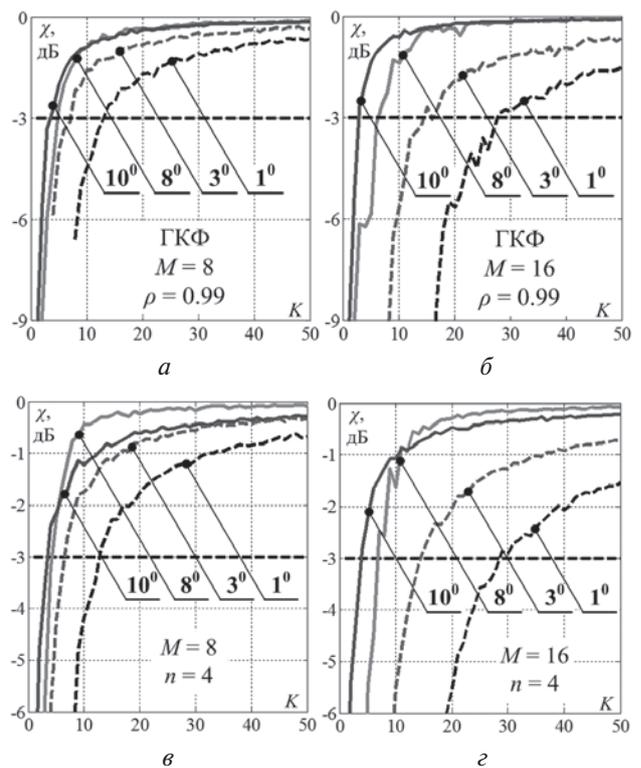


Рис. 4. Быстродействие алгоритма 10^0 на основе АРФ

Д. На рис. 5 показаны результаты сравнения “косвенных” алгоритмов $10^0 - 13^0$ в условиях рис. 4 при настройке $zz < M$ ступеней “ленточных” АРФ (для алгоритмов $12^0, 13^0$) [11, разд. 3.2. Б, Г]. Нижний индекс у номеров алгоритмов 11^0 и 13^0 указывает значение параметров диагональной регуляризации обучающих выборок, использующихся для настройки АРФ (см. п. 1.Г).

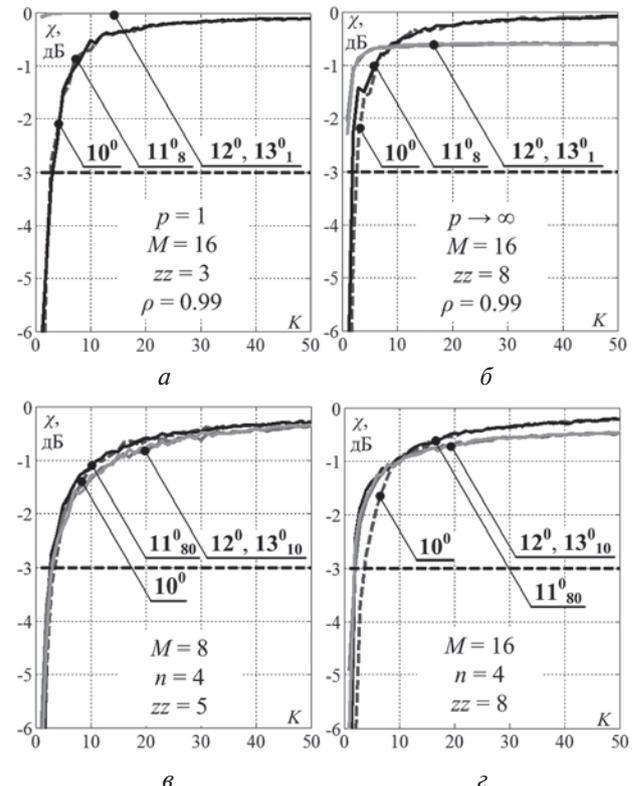


Рис. 5. Быстродействие методов $10^0 - 13^0$ на основе АРФ

Видно, что “ленточные” алгоритмы 12^0 , 13^0 практически не уступают более сложным алгоритмам 10^0 – 11^0 , но могут быть и более эффективными, в частности, при низком порядке входного АР-процесса (a) [11, 34, 42–45]. При этом выбор как диагональных регуляризаторов, так и ширины ленты (числа настраиваемых ступеней АРФ) не особенно критичен, и может быть обоснован по методике [24, 44].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный сравнительный анализ показывает, что существующие методы учета априорной информации о теплицевости корреляционных матриц (КМ) помех на выходах регулярных систем пространственно-временной обработки сигналов существенно неравноценны по эффективности (быстродействию). В частности, рассмотренные “прямые” методы, в которых оценочные теплицевы КМ строятся путем того или иного преобразования нетеплицевых оценочных КМ, например, МП оценок КМ общего вида или персимметричных КМ, практически непригодны для использования из-за низкой эффективности (по критерию (10)) или высокой сложности.

Из “косвенных” методов, в которых в роли непосредственно оцениваемых выступают не элементы автокорреляционной последовательности (АКП), а параметры тех или иных представлений ТКМ, практически наиболее целесообразны те, в которых оцениваются множители факторизованного представления Левинсона матрицы, обратной ТКМ, реализующиеся в адаптивных решетчатых фильтрах (АРФ). Из нескольких вариантов таких методов более просты, а в некоторых случаях – и более эффективны алгоритмы 12^0 , 13^0 ленточно-диагональной регуляризации, реализуемые простым ограничением числа настраиваемых ступеней АРФ [11, 46].

Такая регуляризация полезна не только в случае ТКМ входных воздействий, но и для задач СТАР с произвольными КМ (с произвольной структурой каналов приема) [24, 32, 33].

Литература

[1] Стратонович Р.Л. Принципы адаптивного приема. – М.: Сов. радио, 1973.
 [2] Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптации информационных систем. – М.: Сов. радио, 1977.
 [3] Воеводин В. В. Вычисления с теплицевыми матрицами. В кн. Вычислительные процессы и системы / В. В. Воеводин, Е. Е. Тыртышников; под ред. Г. И. Марчука/ М.: Наука, 1983, Вып. 1. – С. 124–266.
 [4] Леховицкий Д. И. Обобщенный алгоритм Левинсона и универсальные решетчатые фильтры / Д. И. Леховицкий // Изв. Вузов. Радиофизика. – 1992. – Т. 35, № 9–10. – С. 790–808.
 [5] Фридландер Б. Решетчатые фильтры для адаптивной обработки данных // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70, № 8. – С. 54–97.
 [6] Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник // Под ред. Я. Д. Ширмана. – [Изд. 2-е, перераб. и доп.]. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.

[7] Берг Дж.П., Люнбергер Д.Г., Венгер Д.Л. Оценивание ковариационных матриц с заданной структурой. – ТИИЭР, т.70, №9, 1982, с. 63–77.
 [8] Лишак М.Ю. Сокращение вычислительных затрат в адаптивном алгоритме обработки сигналов, принимаемых антенной решеткой // Труды МЭИ, вып. 14. – М.: 1979, с. 109–113.
 [9] Кошевой В.М. Использование априорной информации о структуре корреляционных матриц для задач адаптации. – Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1982, Т. 25, №9, с.71–73.
 [10] Абрамович Ю.И., Аров Д.З., Качур В.Г. Адаптивные фильтры компенсации помех, соответствующие теплицевой структуре корреляционной матрицы. – М.: Радиотехника и электроника, 1987, Т. 32, №12, с. 2525–2533.
 [11] Леховицкий Д.И., Рачков Д.С., Семеняка А.В., Рябуха В.П., Атаманский Д.В. Адаптивные решетчатые фильтры. Часть II. Алгоритмы настройки АРФ // Настоящий сборник.
 [12] Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing. // IEEE Trans. Aerosp. And Electr. Syst.–1980.– v.16.– № 1.– p.124–127.
 [13] Зарицкий В.И., Кокин В.Н., Леховицкий Д.И., Саламатин В.В. Рекуррентные алгоритмы адаптивной обработки при центральной симметрии пространственно-временных каналов приема. // Изв. Вузов. Радиофизика. – 1985. – №7. – С. 863–871.
 [14] Кошевой В.М., Радионов В.В. Эффективность адаптивных фильтров с центральной симметрией приемных каналов. // Радиотехника и электроника. – 1994. – №11. – С. 1779–1788.
 [15] Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления – М.: Наука, 1984. – 320 с.
 [16] Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1976.
 [17] де Гроот М. Оптимальные статистические решения. – М.: Мир, 1974.
 [18] Goodman N.R. //Ann. Math. Statist.–1963.– V.34. – P. 152–177.
 [19] Capon I., Goodman N.R. // Proc. IEEE.–1970.– V.AES -10.– № 6.– P. 853–863.
 [20] Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория. – М., 1990.
 [21] Абрамович Ю.И. Регуляризованный метод адаптивной оптимизации по критерию максимума отношения сигнал/помеха // Радиотехника и электроника. – М., 1981. – Т. 26, № 3. – С. 543–551.
 [22] Абрамович Ю.И., Неврев А.И. Анализ эффективности адаптивной максимизации отношения сигнал/помеха, использующей обращение оценки корреляционной матрицы. – М.: Радиотехника и электроника. 1981, т. 26, № 12, с. 2558–2566.
 [23] Черемисин О.П. Эффективность адаптивного алгоритма с регуляризацией выборочной корреляционной матрицы. – М.: Радиотехника и электроника, 1982, т.27, №10, с. 1933–1942.
 [24] Y. I. Abramovich, Nicolas K. Spenser, Alexei Y. Gorokhov. A Modified GLRT and AMF Framework for Diagonally Loaded and Fast Maximum-Likelihood Adaptive Detectors // IEEE Trans. on Aerospace and Electr. Systems. – July, 2007.– Vol. 43, № 3. – PP. 1017–1051.
 [25] Лифанов Е.И., Лихарев В.А. // Радиотехника. – 1983. – №5. – С.53.

- [26] Леховицкий Д.И. К теории адаптивной обработки сигналов в системах с центральной симметрией каналов приема. // Радиотехника. — Харьков. — 1996. — №100. с. 140 — 158.
- [27] Алмазов В.Б., Белов А.А., Кокин В.Н., Рябуха В.П. Теоретические основы радиолокации: Учебное пособие. — Х.: ХВУ, 1996.
- [28] Delsarte F. Mathematical Foundations of the Generalized Levinson algorithm // IEEE Conf. on Acoustic, Speech and Signal Processing, Paris. — 1982. — PP. 1717–1720.
- [29] T. Kailath, S. Kung, and M. Morf, “Displacement ranks of matrices and linear equations,” *Journal of Math. Anal. and Appl.*, vol. 68, pp. 395–409, 1979.
- [30] B. Friedlander, M. Morf, T. Kailath, and L. Ljung, “New inversion formulas for matrices classified in terms of their distance from toeplitz matrices,” *Linear Algebra and Appl.*, vol. 27, pp. 31–60, 1979.
- [31] Burg I.P. A New Analysis Technique for Time Series Data. NATO Advanced Study Institute on Signal Processing with Emphasis on Underwater Acoustics. — August, 1968.
- [32] Леховицкий Д.И., Милованов С.Б., Раков И.Д., Свердлов Б.Г. Универсальные адаптивные решетчатые фильтры. Ч. 2. Адаптация при заданном корне из оценочной корреляционной матрицы // Изв. Вуз. Радиопизика. — 1992. — Т. 35, №11–12. — С. 969–991.
- [33] Д.И. Леховицкий, Ю.И. Абрамович, Г.А. Жуга, Д.С. Рачков. Ленточно-диагональная регуляризация МП оценок корреляционных матриц гауссовых помех в алгоритмах адаптации антенных решеток // Прикладная радиоэлектроника, — Х., 2010. — Т. 9, № 1. — С. 107–121.
- [34] D. Likhovitskiy, Y. Abramovich. Adaptive lattice filters for band-inverse (TVAR) covariance matrix approximations: theory and practical applications. — IRS — 2009, Hamburg, Germany, 09–11 September 2009, Proceedings, p.p. 535–539.
- [35] Монзинго Р.Д. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию / Монзинго Р.Д., Миллер Т.У.; пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1986. — 448 с.
- [36] Ширман Я.Д., Манжос В.Н., Леховицкий Д.И. Некоторые этапы развития и проблемы теории и техники разрешения радиолокационных сигналов. // Радиотехника, 1997, №1, с.31–42.
- [37] I.S. Reed, J.D. Mallett and L.E. Brennan. Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays. — IEEE Transactions on Aerospace Electronic System, vol. AES-10, pp. 853–863, November 1974.
- [38] Дженкинс Р., Ваттс Д. Спектральный анализ его приложения. / Пер. с англ. — М: Мир, 1972, т. 2.
- [39] Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 1. - М.: Мир, 1974.
- [40] Беллман Р. Введение в теорию матриц. // М.: Наука, 1976.
- [41] Леховицкий Д. И., Атаманский Д. В., Кириллов И. Г., Зарицкий В. И. Сравнение эффективности адаптивной обработки в произвольных и центрально-симметричных ФАР. // Антенны. — 2000, —№1 (44), с.30–35.
- [42] H. Dym and I. Gohberg. Extensions of bandmatrices with band inverses // *Linear Algebra Appl.* — Vol. 36, PP. 1–24, Mar. 1981.
- [43] Y. Abramovich, N. Spencer, and M. Turley. Time-varying autoregressive (TVAR) models for multiple radar observations // *IEEE Trans. Sig. Proc.* — April, 2007. — Vol. 55, No. 4. — PP. 1298–1311.
- [44] Y. Abramovich, N. Spencer, and M. Turley. Order estimation and discrimination between stationary and time-varying autoregressive (TVAR) models // *IEEE Trans. Sig. Proc.* — June, 2007. — Vol. 55, No. 6. — PP. 2861–2876.
- [45] Y. Abramovich, N. Spencer, and B.A. Johnson. Band-Inverse (TVAR) Covariance Matrix Estimation for Adaptive Detection // Manuscript submitted to *IEEE Trans. on AES.* — December 11, 2006.
- [46] Г.А. Жуга, А.В. Семеняка, Д.С. Рачков, Е.А. Камюшин // Особенности реализации решетчатых фильтров на основе цифровых сигнальных процессоров. Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций «РТ-2010»: Материалы 6-й междунар. молодежн. науч.-техн. конф., — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2010. — с. 82.
- [47] Свердлик М. Б., Шпатаковский В.Э. // Радиотехника и электроника. — 1989. — Т. 34. — № 4. — С. 160.

Поступила в редколлегию 29.11.2011

Семеняка Андрей Викторович, фото и сведения об авторе см. на с. 404.

Рачков Дмитрий Сергеевич, фото и сведения об авторе см. на с. 404.

Леховицкий Давид Исаакович, фото и сведения об авторе см. на с. 404.

УДК 621.396.965.621.391.26

Про методи оцінювання теплицевих кореляційних матриць в задачах просторово-часової обробки сигналів / А.В. Семеняка, Д.С. Рачков, Д.І. Леховицький // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2011. Том 10. № 4. — С. 441-447.

Порівнюється ефективність різних методів оцінювання теплицевих кореляційних матриць в “регулярних” системах просторово-часової обробки сигналів. Показується, що за критерієм “швидкодія — обчислювальна складність” найбільш ефективні методи, що передбачають оцінювання частинних коефіцієнтів кореляції вхідних процесів на основі адаптивних решітчастих фільтрів.

Ключові слова: швидкість збіжності, теплицева кореляційна матриця, оцінка максимальної правдоподібності, регуляризація, адаптивний решітчастий фільтр.

Іл. 5. Бібліогр.: 47 найм.

UDC 621.396.965.621.391.26

About Toeplitz covariance matrix estimation methods for problems of adaptive space-time signal processing / A.V. Semeniaka, D.S. Rachkov, D.I. Likhovitskiy // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. 2011. Vol. 10. № 4. — P. 441-447.

Efficiency of various Toeplitz covariance matrix estimation methods for “regular” systems with space-time signal processing is compared. It is shown that methods with an estimation of input processes partial correlation coefficients based on adaptive lattice filters are the most efficient in “convergence rate — computational complexity” criteria among the considered ones.

Keywords: convergence rate, Toeplitz covariance matrix, maximum likelihood estimate, regularization, adaptive lattice filter.

Fig. 5. Ref: 47 items.