

**Букальцева О.С.** — рецензент Колосова С.В.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина

## К вопросу о вихревых течениях в трубах

To solve the problem of vortex flows in tubes it is proposed to use the Ritz method, whose coefficients are calculated by Monte-Carlo method.

Задачу о вихревом обтекании произвольного осесимметричного тела невязкой несжимаемой жидкостью с параболическим распределением скорости вверх по потоку в круглой трубе радиуса 1, следуя [1], можно свести к следующей краевой задаче в бесконечной области второго типа:

$$\begin{aligned} Au &= 2r - A\Phi_0 \quad \forall (z, r) \in \Omega, \\ u|_{\{r=0\} \cup \partial\Omega_1} &= 0, \quad u|_{\{r=1\} \cup \partial\Omega_2} = 0, \quad u|_{\infty} = 0, \\ Au &\equiv -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где функцию  $\Phi_0(r, z)$  строим так, чтобы она удовлетворяла краевым условиям задачи, например:

$$\Phi_0 = \frac{C\omega_1}{\omega_1 + \chi(z, r)\omega_2}, \quad \omega_1 = \begin{cases} > 0 \text{ в } \Omega, \\ = 0 \text{ на } \{r=0\} \cup \partial\Omega_1, \end{cases} \quad \omega_2 = \begin{cases} > 0 \text{ в } \Omega, \\ = 0 \text{ на } \{r=1\} \cup \partial\Omega_2, \end{cases}$$

$\chi(z, r)$  подбирается из условия  $\Phi_0|_{\infty} = C$ ,  $C = 0.25$ .

Приближенное решение ищем в виде  $u_n = \sum_{k=1}^n C_k \phi_k(z, r)$ , где  $\phi_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ , – координатные функции,  $C_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ , – коэффициенты Ритца, которые являются решением следующей линейной алгебраической системы:

$$\sum_{k=1}^n C_k (A\phi_k, \phi_j) = (f, \phi_j), \quad j = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Следуя методу Монте-Карло, для нахождения коэффициентов Ритца воспользуемся следующей итеративной формулой:

$$C^{(k+1)} = C^{(k)} + \frac{h}{k} \left[ f(\omega_k) - \sum_{i=1}^n C_i^{(k)} A\phi_i(\omega_k) \right] \phi(\omega_k), \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

где  $\omega_1, \dots, \omega_N$  – последовательность независимых случайных точек на  $\Omega$ ,  $C^{(1)}$  – произвольный вектор из  $\mathbb{R}^n$ ,  $h > 0$  – любое число,  $C^{(k)} = (C_1^{(k)}, \dots, C_n^{(k)})$ ,  $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_n)$ ,  $\psi = (\psi_1 = A\phi_1, \dots, \psi_n = A\phi_n)$  – случайные векторы.

В результате вычислительного эксперимента для конкретных  $\omega_1, \omega_2$  получили, что при десяти координатных функциях время вычисления с использованием (2) занимает  $t=5.505$  мин., а методом Монте-Карло –  $t=0.929$  мин., т.е. на 4,576 мин. быстрее. Такой подход позволяет значительно увеличить число координатных функций при той же оперативной памяти ЭВМ и не требует предварительного вычисления коэффициентов соответствующей алгебраической системы.

## Литература

1. Колосова С.В. До питання про деякі осесиметричні рухи рідини // ДАН УРСР, серія А, №12, 1970. С. 1098–1100.