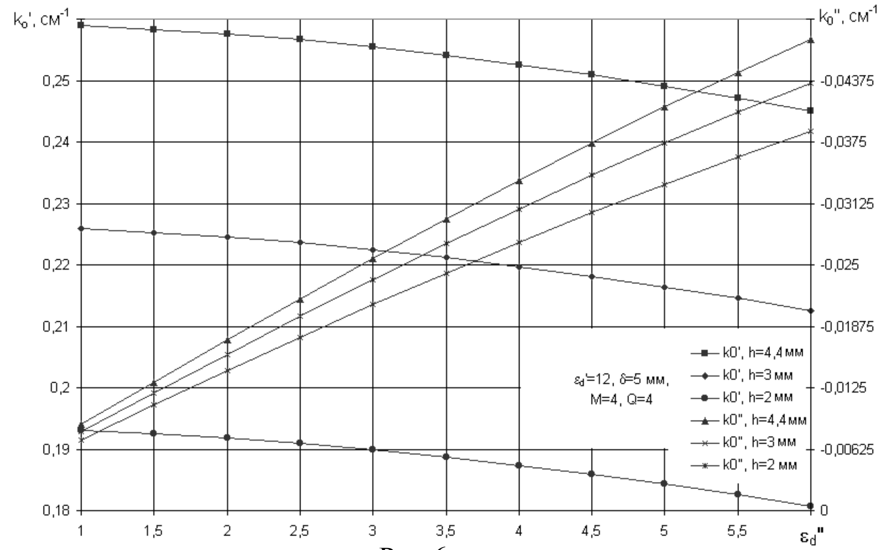

Рис. 6

Заключение

При оптимальном выборе конфигурации рассмотренной резонансной системы разработанный алгоритм может быть реализован для решения проблемы микроволновой диагностики.

Литература: 1. *Pournaropoulos C.L.*, *Misra D.K.* The coaxial aperture electromagnetic sensor ant its application in material characterization. Means. Sci. Technol. 8(1997), P.1191-1202. 2. *Xu Y. and Basisio R.G.* Nondestructive measurements of the resistivity of thin conductive films and the dielectric constant of thin substrates using an open-end coaxial line. IEE Proc. H 139, 1992. P.500-506. 3. *Тихонов А.Н.*, *Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 735 с.

Поступила в редколлегию 02.02.01

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Гордиенко Ю.Е.

Слипченко Николай Иванович, канд. техн. наук, профессор, проректор по научной работе ХТУРЭ. Научные интересы: радиофизика и электроника. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (0572) 40-90-20.

Костычев Юрий Григорьевич, канд. физ.-мат. наук. Научные интересы: электродинамика полых систем, ферритовая электродинамика, микрополосковая техника. Увлечения и хобби: вычислительная математика, программирование. Адрес: Украина, 61145, Харьков, ул. Новгородская, 10, кв. 90, тел. 40-97-15.

Золотарев Вадим Анатольевич, канд. техн. наук, доцент кафедры сетей связи ХТУРЭ. Научные интересы: защита информации в информационных системах. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел.40-93-33.

УДК 621.385.6

ВОЗБУЖДЕНИЕ РЕБРИСТОГО ЦИЛИНДРА АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫМ ЭЛЕКТРОННЫМ СГУСТКОМ

ЧУМАЧЕНКО В.С., ЧУМАЧЕНКО С.В.

Определяется условие излучения, полное поле излучения, одноволновый режим и спектр излучения в неподвижной и подвижной системах координат в задаче о возбуждении электромагнитного излучения азимутально-однородным цилиндрическим сгустком.

1. Введение

Применение отрезков аксиально-симметричных периодических структур, в частности, в антенной технике общеизвестно [1,2]. Вопрос о применении такого рода структур в дифракционной электронике представляет теоретический и практический интерес [3]. При исследовании эффекта дифракционного излучения большое внимание уделяется его возникновению при движении заряженных частиц вблизи дифракционных решеток. В связи с этим выделяется класс задач о возбуждении открытых структур. Такого рода исследования направлены на создание генераторов электромагнитных колебаний, использующих эффект дифракционного излучения. Многообразие структур, при помощи которых можно создать генераторы дифракционного излучения, порождает совокупность теоретических и экспериментальных исследований, к которым относится и настоящая работа.

2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу о возбуждении электромагнитного излучения азимутально-однородным цилиндрическим сгустком с плотностью заряда

$$\rho(r,z,t)=\rho_0\,\frac{\delta(r-b)}{b}\exp\left[-\frac{(z-vt)^2}{2L_0^2}\right], \quad (1)$$

который движется со скоростью v вдоль открытой структуры типа ребристый цилиндр; b – радиус ñãóñòêà; L_0 – øèðèí à ñãóñòêà; $\delta(x)$ – дельта-функция. Выбор функции распределения плотности заряда обусловлен, в частности, тем, что решение квантово-механической задачи о взаимодействии электрона с медленной волной является гауссовой функцией продольной координаты.

Требуется определить условие излучения, полное поле излучения, одноволновый режим и спектр излучения в неподвижной и подвижной системах координат.

3. Решение задачи

Потенциал Герца, описывающий искомое электромагнитное поле, представим в виде разложений в интегралы Фурье:

$$\vec{\Pi}(r,z,t)=\vec{z}_0\,\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Pi_\omega(r,z)e^{-i\omega t}d\omega, \quad (2)$$

где $\Pi_\omega=\Pi_\omega^{(0)}+\Pi_\omega^{(1)}$; $\Pi_\omega^{(0)}$ – Фурье-компонента потенциала собственного поля сгустка; $\Pi_\omega^{(1)}$ – Фурье-компонента рассеянного поля, которое нужно добавить к полю источника, чтобы выполнялись граничные условия на периодической поверхности ребристого цилиндра.

Можно убедиться, что Фурье-компонента собственного поля заряженного сгустка представима выражением

$$\Pi_{\omega}^{(0)} = 4\pi\rho_0 \frac{L_0}{i\omega} e^{-\frac{\omega^2 L_0^2}{2v^2}} F(\omega, r), \qquad (3)$$

здесь

$$F(\omega, r) = \begin{cases} I_0(qb)K_0(qr), & r \ge b, \\ I_0(qr)K_0(qb), & r << b, \end{cases}$$

$$q = \sqrt{\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2} = \frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

Фурье-компоненту рассеянного поля в области распространения и в дополнительной области будем искать соответственно в следующем виде:

$$\Pi_{\omega}^{(1)} = 4\pi\rho_0 \frac{L_0}{i\omega} \exp\left(-\frac{\omega^2 L_0^2}{2v^2}\right) \times \qquad (4)$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n(\omega) R_n(\omega, r) \exp\left(i\frac{\pi n}{l} z\right), \quad r \ge a,$$

$$\Pi_{\omega}^{(1)} = 4\pi\rho_0 \frac{L_0}{i\omega} \exp\left(-\frac{\omega^2 L_0^2}{2v^2}\right) \exp\left(i\frac{\omega}{v} 2Nl\right) \times \qquad (5)$$

$$\times \sum_{m=0}^{\infty} a_m(\omega) Q_m(\omega, r) \cos\frac{\pi m}{2d}(z + d + 2Nl), \quad b \le r \le a.$$

Подчиним полное электромагнитное поле точным граничным условиям на периодической поверхности раздела $r = a$ ребристого цилиндра при произвольном фиксированном значении частоты и воспользуемся известными результатами решения аналогичных задач для плоских дифракционных решеток [4]. Тогда потенциальную функцию для поля, создаваемого электронным сгустком, получим в такой форме:

$$\Pi(r, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi_n(\omega) E_n(\omega) d\omega, \qquad (6)$$

где

$$\Phi_n(\omega) = \frac{\rho_0 q_0 \dfrac{Q_0}{aQ_0'} K_{00}}{1 - q_0 \dfrac{Q_0}{Q_0'} \sum\limits_{s=-\infty}^{\infty} \dfrac{R_s'}{p_s R_s} K_{0s} L_{0s}} \times$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{S_{0n}}{p_n^2} \exp\left(-\frac{\omega^2 L_0^2}{2v^2}\right) \exp[-ip_n(r-a)] \Phi_n^{(1)}(\omega, r),$$

$$\Phi_n^{(1)}(\omega, r) = \frac{K_0(qa_э)}{K_0(qa)} \frac{H_0^{(1)}(p_n r)}{H_0^{(1)}(p_n a)},$$

$$E_n(\omega) = \exp i[-\omega t + h_n z + p_n(r-a)],$$

здесь $a_э$ — радиус электронного потока.

Заметим, что применяемая нами процедура отыскания поля, которое создается заряженным сгустком при движении его над конкретной периодической структурой — ребристым цилиндром, применима для определенного класса задач. В самом деле, существенным моментом для вычисления поля, создаваемого ограниченным источником, является отыскание в аналитической форме решения краевой электродинамической задачи для спектральной составляющей интеграла Фурье и последующее вычисление соответствующих интегралов с помощью одного из асимптотических моментов.

Следовательно, можно утверждать, что для всех тех случаев, когда удается получить решения в явном виде для монохроматических полей с помощью развиваемой в настоящей работе методики, можно получить и решения задач об отыскании полей, создаваемых пространственно-ограниченными зарядами типа заряженных сгустков.

Итак, перепишем функцию, определяемую равенством (6), в следующем виде:

$$\Pi(r, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Pi_n(r, z, t), \qquad (7)$$

где

$$\Pi_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_n(\omega) e^{i[-\omega t + h_n z + p_n(r-a)]} d\omega, \qquad (7а)$$

$$p_n = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{v} + \frac{\pi n}{l}\right)^2}, \quad h_n = \frac{\omega}{v} + \frac{\pi n}{l}.$$

Вычислим функцию $\Pi_n(r, z, t) \equiv \Pi_n$, определяемую формулой (7а). С этой целью введем новые переменные и сделаем соответствующие замены:

$$\chi = \frac{\omega l}{\pi c}, \quad z_1 = \frac{\pi}{l} z, \quad \rho = \frac{\pi}{l}(r-a), \quad t_1 = \frac{\pi}{l} t,$$

$$p_n = \frac{\pi}{l}\sqrt{\chi^2 - \left(\frac{\chi}{\beta} + n\right)^2}, \quad h_n = \frac{\pi}{l}\left(\frac{\chi}{\beta} + n\right).$$

С учетом новых переменных функцию Π_n запишем так:

$$\Pi_n = \frac{c}{2l}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Phi_n(\chi)\exp[i\left(\frac{\chi}{\beta}+n\right)z_1 +$$

$$+i\rho\sqrt{\chi^2-\left(\frac{\chi}{\beta}+n\right)^2}-i\chi ct_1]d\chi\,. \qquad (8)$$

Обозначим $\frac{\chi}{\beta}=n_0+\mu$, где n_0 – целое число, $-\frac{1}{2}\le\mu\le\frac{1}{2}$. Тогда (8) можно переписать так:

$$\Pi_n = \frac{c\beta}{2L}\sum_{n_0=-\infty}^{\infty}{}' \int\limits_{-1/2}^{1/2}\Phi_n(n_0,\mu)E_n(n_0,\mu)d\mu\,, \qquad (9)$$

$$E_n(n_0,\mu)=\exp[i(n+n_0+\mu)z_1 +$$

$$+i\rho\sqrt{\chi^2-(n+n_0+\mu)^2}-i(n_0+\mu)c\beta t_1]\,.$$

Штрих в сумме (9) означает, что при суммировании надо опустить слагаемое с индексом $n_0=0$, так как для этого слагаемого не выполняется условие излучения. Выражение для потенциала Герца рассеянного поля (9) можно упростить, записав его в виде двух комплексно-сопряженных функций:

$$\Pi_n = \frac{c\beta}{2L}\sum_{n_0=0}^{\infty}e^{-in_0\beta ct_1}\int\limits_{-1/2}^{1/2}\Phi_n(n_0,\mu)e^{i(n+n_0)z_1}\times$$

$$\times e^{i\mu(z_1-c\beta t_1)}e^{i\sqrt{\beta^2(n_0+\mu)^2-(n+n_0+\mu)^2}\rho}d\mu+kc\,. \qquad (10)$$

Условие излучения при этом определяется неравенством

$$\beta^2(n_0+\mu)^2>(n+n_0+\mu)^2\,. \qquad (11)$$

Введем движущуюся систему координат по формулам

$$\zeta=z_1-\beta ct_1\,,\ \rho=\frac{\pi}{l}(r-a)\,.$$

В этой системе координат зависимость от времени определяет множитель $\exp(-in_0\beta ct_1)$. Следовательно, спектр излучения в движущейся системе координат дискретный $\chi_{n_0}=n_0\beta$ и суммирование по n_0 есть суммирование по всем частотам излучения. Полное поле излучения равно

$$\Pi=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Pi_n=\frac{c\beta}{2l}\sum_{n_0=1}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-in_0\beta ct_1+i(n+n_0)z_1}\times$$

$$\times\int\limits_{\beta^2(n_0+\mu)^2>(n+n_0+\mu)^2}\Phi_n(n_0,\mu)e^{i\mu\zeta+i\sqrt{\beta^2(n_0+\mu)^2-(n+n_0+\mu)^2}\rho}d\mu+kc\,. \qquad (12)$$

Для практики наиболее важным является одноволновый режим излучения, т.е. когда на каждой из частот оно возникает на одной пространственной гармонике. Это происходит при $\chi<\frac{1}{2}$. Тогда в (12) в сумме по n надо оставить только одно слагаемое с $n=-n_0$. Количество частот, на которых может быть реализован одноволновый режим излучения на n-й пространственной гармонике, равно $N=\left[\frac{1}{2\beta}\right]$, где скобки означают выделение целой части заключенного в них числа. Среди этих N нижних частот имеется одна, которую принято называть основной; ей соответствует значение $n_0=1$. Потенциал Герца для всей совокупности нижних частот, включая основную, определяется интегралами следующего вида:

$$\Pi_{n_0}=\frac{c\beta}{2l}e^{-in_0\beta ct_1}\int\limits_{\beta^2(n_0+\mu)^2>\mu^2}\Phi(n_0,\mu)\times$$

$$\times e^{i\mu\zeta+i\sqrt{\beta^2(n_0+\mu)^2-\mu^2}\rho}d\mu+kc\,. \qquad (13)$$

Выполнить интегрирование в (13) и в результате получить точные явные формулы для поля излучения не представляется возможным. Однако эти интегралы можно вычислить приближенно с помощью асимптотических методов. При оценке интеграла, входящего в правую часть соотношения (13), воспользуемся методом стационарной фазы. С этой целью введем движущуюся вместе со сгустком полярную систему координат

$$\rho=R\cos\theta\,,\ \zeta=R\sin\theta\,.$$

В новой системе координат интересующий нас интеграл из (13) запишется в виде

$$I(n_0)=\beta n_0\int\limits_{(1+\beta\xi)^2>\xi}\Phi(n_0,\xi)e^{i\chi_{n_0}Rf(\xi)}d\xi\,. \qquad (14)$$

Здесь введена новая переменная интегрирования $\xi=\mu(\beta n_0)^{-1}$. При $\chi_{n_0}R>>1$ возможна асимптотическая оценка интеграла (14), в котором

$$f(\xi)=\xi\sin\theta+\cos\theta\sqrt{(1+\beta\xi)^2-\xi^2} \qquad (15)$$

стационарная точка ξ_0 определяется условием $f'(\xi)=0$, из которого следует

$$\xi_0=\frac{1}{1-\beta^2}\left(\beta+\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\beta^2\cos^2\theta}}\right). \qquad (16)$$

Если $\beta^2 = v^2 c^{-2} << 1$ (а это условие обычно выполняется в дифракционной электронике), то

$$\xi_0 = \beta + \sin\theta\,,\ f(\xi_0) = 1 + \beta\sin\theta\,. \qquad (17)$$

Так как из условия $(1+\beta\xi)^2 > \xi^2$ следует, что $\xi_{max} = 2$, то при $\beta << 1$ имеем

$$f(\xi) \cong \xi\sin\theta + \cos\theta\sqrt{1-\xi^2}\,,$$

а стационарная точка $\xi_0 = \sin\theta$. Итак, окончательно для интеграла (14) имеем такое выражение:

$$I(n_0) = \beta n_0 \cos\theta\sqrt{2\pi}\Phi(n_0,\xi)\frac{\exp i(\beta n_0 R - \pi/4)}{\sqrt{\beta n_0 R}}. \qquad (18)$$

Таким образом, в волновой зоне в сопутствующей системе координат поле излучения представляет собой расходящуюся цилиндрическую волну с тороидальным волновым фронтом. Центр кривизны фазового фронта лежит на поверхности цилиндра $r = a$.

Поле излучения определяется потенциальной функцией

$$\Pi_{n_0} = \frac{c\beta^2 n_0}{2l}\sqrt{2\pi}e^{-in_0\beta c t_1}\cos\theta \times$$

$$\times\Phi(n_0,\xi)\frac{e^{i(\beta n_0 R - \pi/4)}}{\sqrt{\beta n_0 R}}\,. \qquad (19)$$

При желании вычислить поле излучения в лабораторной системе координат необходимо осуществить обратный переход от сопутствующей системы координат к неподвижной. Осуществив указанные преобразования, получим для поля излучения в волновой зоне в неподвижной системе координат такую формулу:

$$\Pi_{n_0} = \frac{c\beta^2 n_0}{2l}\sqrt{2\pi}\cos\theta\Phi(n_0,\xi_0)(k_{n_0}\sqrt{z^2+(r-a)^2})^{-1/2}\times$$

$$\times\exp[i(k_{n_0}\sqrt{z^2+(r-a)^2} - \pi/4)]\times$$

$$\times\exp\left[-i\frac{\omega_{n_0}}{1-\beta\cos\theta}t\right], \qquad (20)$$

$$k_{n_0} = \omega_{n_0} c^{-1}\,.$$

В физическом плане основным результатом данного исследования является вывод, что локализованный в пространстве источник возбуждения порождает локализованное в пространстве электромагнитное поле дифракционного излучения этого источника. Характеристики излучения – амплитудные и направленности – можно существенно изменять, варьируя параметры периодической структуры и заряженного сгустка. Последний вывод усматривается из того, что поле излучения (20) пропорционально множителю $\Phi(n_0,\xi_0)$, который согласно (6) зависит от геометрических размеров периодической структуры и величины заряда сгустка. Спектр излучения в движущейся системе координат состоит из линий излучения и определяется периодом структуры

$$\omega_{n_0} = \frac{\pi\beta n_0 c}{l}\,. \qquad (21)$$

В неподвижной системе координат частота излучения зависит от угла наблюдения и находится по формуле

$$\omega_{n_0} = \pi\beta n_0 c[l(1-\beta\cos\theta)]^{-1}\,. \qquad (22)$$

4. Выводы

В результате решения задачи о возбуждении ребристого цилиндра аксиально-симметричным электронным сгустком, плотность заряда которого является гауссовой функцией продольной координаты, установлено, что:

1) ограниченный в пространстве источник возбуждения создает локализованное в пространстве электромагнитное поле;

2) характеристики этого излучения зависят от геометрических размеров периодической структуры и параметров электронного сгустка;

3) спектр излучения в движущейся системе координат является линейчатым и зависит от периода структуры, а в неподвижной системе координат частота излучаемого поля зависит от угла наблюдения.

Литература: 1. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1957. 582 с. 2. *Уолтер К.* Антенны бегущей волны. М.: Энергия, 1970. 448 с. 3. *Шестопалов В.П.* Дифракционная электроника. Харьков: Выща шк., 1976. 232 с. 4. *Бржечко Л.В.* К самосогласованной теории генераторов разонансного типа // Радиотехника. 1972. Вып. 20. С.32-38.

Поступила в редколлегию 21.10.2000

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Руженцев И.В.

Чумаченко Виктор Савельевич, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Научного физико-технологического центра НАНУ. Научные интересы: математическая физика. Адрес: Украина, 61145, Харьков, ул. Новгородская, 1, тел. 32-45-67.

Чумаченко Светлана Викторовна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры АПВТ ХТУРЭ. Научные интересы: математическая физика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-26.