

УДК 681.513



О.Ф. Михаль

ХНУРЕ, г. Харьков, Украина, fuzzy16@pisem.net

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ПАРАДОКС МОНТИ ХОЛЛА. МОДЕЛИРОВАНИЕ НА СЕТЯХ ПЕТРИ

Парадокс Монти Холла смоделированы на сетях Петри. Модель модифицирована применительно к вероятностному аспекту. Результаты перспективны к использованию при разработке экспертных систем и систем поддержки принятия решений в сложных ответственных ситуациях, требующих минимизации человеческого фактора.

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ, ПАРАДОКС МОНТИ ХОЛЛА, СЕТИ ПЕТРИ

Введение

Человеческий интеллект (ЧИ) представляет собой «программное обеспечение» мыслительного аппарата человека и является неизменным прототипом и единственной *креативной* моделирующей средой разработки средств *вычислительной техники* (ВТ) [1]. Вместе с тем, ЧИ существенно ограничен по своим возможностям (техническим характеристикам) и нуждается в *усилителях человеческого интеллекта* [2], которыми и являются средства ВТ, создаваемые ЧИ для решения ширящегося круга прикладных задач. В связи с этим двойственным характером, ряд особенностей работы ЧИ требует изучения в плане оценки позитивных и негативных сторон их проявления. Одна из таких особенностей – восприятие *парадоксов*. В расширенном смысле нахождение *парадоксов* – есть позитивная способность выделять из *окружающего мира* (ОМ) примечательное на фоне обыденного, неизвестное на фоне известного, с последующим подключением механизмов, реализующих познавательный процесс, для построения уточнённых моделей ОМ. Негативная сторона обнаружения *парадоксов* – возможность неправильной интерпретации логики событий ОМ и, как следствие, возникновение «логических ошибок» в процедурах принятия решений. Различные «парадоксальные аберрации» могут быть приемлемы в литературно-художественном смысле, но они совершенно недопустимы в инженерно-технических приложениях, в частности в *экспертных системах* (ЭС) и *системах поддержки принятия решений* (СППР). Основное назначение ЭС и СППР – минимизация возможного негативного влияния *человеческого фактора* (ЧФ), т.е., привычки (практики) исходить из «*здорового смысла*» (ЗС), который зачастую подводит. Показателем *парадокса Монти Холла* (ПМХ) [3], который при аналитическом рассмотрении, собственно парадоксом и не является, но демонстрирует непоследовательность и ограниченность ЧИ, как образчик влияния ЧФ. Интересен рассматриваемый далее модифицированный ПМХ, который не всегда и не во всех вариантах может быть изучен аналитически.

Цель настоящей работы – моделирование модифицированного ПМХ – разработка принципов (базовых подходов и типовых решений) формализации и воспроизведения его логической структуры средствами аппарата *сетей Петри* (СП) [4]. Представляется целесообразным, чтобы логические структуры, типа рассматриваемых далее СП-моделей, были наработаны, как типовые решения, для использования, в частности, в практике разработки ЭС и СППР.

1. Парадоксы и модельные представления

Известные словесные определения понятия «*парадокс*» могут быть резюмированы следующим образом. *Парадокс – есть обнаружившееся (ранее бывшее неизвестным) несоответствие ЗС*.

Данное определение, по существу, мало что проясняет и само является парадоксальным. Так, в этой формулировке «ранее бывшее неизвестным» значит, что парадокс, как только он становится достаточно известным (в науке, или конкретному индивиду, который его рассматривает), зачастую перестаёт быть парадоксом, а становится просто фактом – явлением ОМ. В типовом случае при этом говорится: «парадокс получил своё объяснение».

Для пояснения понятия ЗС ограничиваемся (без дальнейших комментариев) двумя высказываниями, приписываемыми А. Эйнштейну: «ЗС – это сумма предубеждений, приобретённых до восемнадцатилетнего возраста» и «ЗС говорит нам, что Земля плоская».

Таким образом, парадокс – есть ошибочность, наводящая индивида на размышления. Если парадоксы существуют, то это потенциально позволяет усомниться в логичности организации ОМ или в «разумности» ЧИ. И то, и другое – в действительности есть ограничения применимости текущей используемой модели ОМ. Ложное понимание (интерпретация) индивидом этого ограничения модели как недостатка (ущербности) ОМ или логики работы ОМ – есть ограничение ЧИ. То есть, по существу, парадоксы проявляются при *догматизации* модели ОМ, приписывании *модели* ОМ приоритетности по сравнению с *оригиналом* ОМ.

Наличие (наблюдаемость) этого ограничения ЧИ является *главным* парадоксом ЧИ.

Поясним последний тезис более подробно, исходя из понятия *модели*. *Модель — есть отражение объекта или явления ОМ в ЧИ или модельной среде*. При этом, модельная среда являющейся по существу продолжением (усилителем определённых функций [2]) ЧИ. Примером (вариантом) модельной среды являются, в частности, СП [4].

Модель ОМ создаётся ЧИ коллективно (как накопление и обобщение отдельных фрагментов индивидуального человеческого опыта) и помещается в индивидуальное *человеческое сознание* (ЧС) (сознание конкретного индивида) в процессе обучения. Модель ОМ представляет собой набор запретов и ограничений, выход за которые (несоответствие которым) потенциально приводит к непредсказуемым результатам (опасностям). Допустимо параллельное существование нескольких моделей, в частности по различным аспектам (прикладным направлениям) ОМ. Разные модели могут быть взаимно согласованными, либо частично противоречить друг другу. Примером сосуществования моделей является общепринятое в современной физике представление о корпускулярно-волновом дуализме. Наличие частичных противоречий является фактором научно-технического прогресса и движущей силой к разработке новых моделей. Показательно известное частное высказывание Н.В. Тимофеева-Ресовского (классика генетики) об отсутствии противоречий: «...в настоящий момент по данному вопросу имеется полная ясность, что свидетельствует о его недостаточной изученности...». То есть, имеется согласованность между моделями; следовательно, не выявлены противоречия; следовательно, развитие в данном направлении пока не предполагается.

С учётом сказанного, человеческое развитие, как процесс взаимодействия ЧИ с ОМ, предстаёт как череда последовательно сменяющихся моделей ОМ. Сам ОМ не дружелюбен по отношению к индивиду; скорее даже опасен (враждебен, агрессивен). Следует помнить, что вид *Homo sapiens* осваивал (отвоёвывал) свою экологическую нишу в серьёзной конкурентной борьбе, пока взобрался на вершину соответствующей питательной цепи [1] (стал «царём природы»). Эта борьба осуществлялась последовательным осознанием опасностей ОМ и выработкой правил по противодействию опасностям. То есть, речь идёт о создании и последовательном совершенствовании моделей ОМ, включая модели человеческого поведения по отношению к объектам ОМ. Каждая из моделей, в том числе и текущая, не вполне адекватна ОМ, но текущая модель является максимально безопасной (комфортной, наилучшим образом соответствующей), поскольку является последним (актуальным)

достижением ЧИ. Человек живёт в ОМ, руководствуясь ограничительными правилами этой модели, т.е. по существу живёт не во всём ОМ, а только в его части, охваченной (ограниченной) текущей моделью ОМ. В указанном смысле допустимо говорить о том, что человек живёт в созданной им модели ОМ, не видя (не понимая, не воспринимая) предметов и явлений ОМ, находящихся вне этой модели. В этом проявляется ограниченность ЧИ, реализующаяся в конкретном индивидуальном ЧС.

Выявление неизвестной части ОМ, отсутствующей в модели, в типовом случае проявляется как: «этого не должно быть потому, что это противоречит ЗС». То есть, контакт с неизвестной частью ОМ осуществляется посредством выявления *парадокса*. По существу, парадокс — есть осознание индивидом непонимания ситуации (объекта, явления), т.е., осознание несоответствия ситуации ЗС, т.е., текущей модели ОМ.

Но *главный* парадокс — в другом. В типичном случае индивидуальное ЧС «срослось» и «сроднилось» с текущей моделью ОМ на столько, что постулирует её непогрешимость, поскольку *обычно* (т.е. в обыденных случаях, очерченных самой моделью) модель бывает правильной, а ошибку допускает соответствующий индивид. Поэтому модель ошибочно воспринимается как нечто первичное по отношению к ОМ. Типичные примеры — постулирование наличия Бога в религиозном мировоззрении; игнорирование археологических артефактов в традиционной истории; недоверие к редким наблюдениям, стремление необоснованно объяснять всё аппаратными ошибками, в точных науках. В этой ограниченности ЧИ состоит первопричина, и *главным* парадоксом является то, что несоответствие модели выявляется, парадокс обнаруживается, но субъективно воспринимается как несоответствие ЗС и интерпретируется как недостаток (ущербность) ОМ или логики работы ОМ. Т.е. парадоксальным является сам механизм проявления парадоксов.

В связи со сказанным, представляет интерес *моделирование парадоксальности*, т.е. построение моделей, позволяющих наблюдать (исследовать) парадоксы.

Значительные возможности для этого открываются с применением СП, которые известны как математический аппарат для моделирования динамических дискретных распределённых асинхронных систем [4]. Ключевым элементом СП является двудольный ориентированный граф, состоящий из вершин двух типов — *мест* и *переходов*, соединённых между собой дугами. Двудольность, по определению, есть запрет связей *место-место* и *переход-переход*. Возможность представления СП в виде графа автоматически наделяет этот аппарат средствами

визуализации. Помимо статических (конфигурационных) характеристик, аппарату СП присущ так же динамический аспект. В *местах* могут размещаться *метки*, которые могут перемещаться по сети. Процессы, происходящие в СП, представляют собой последовательность событий — срабатываний *переходов*, при которых *метки* из входных *мест* данного *перехода* перемещаются в выходные *места* этого *перехода*. Последовательность событий (срабатываний *переходов*) интерпретируется как модельное время. Само событие (срабатывание *перехода*) — непротяжённое во времени.

При построении прикладных моделей, к конкретным предметным областям, применимы варианты (разновидности) СП, различающиеся структурными ограничениями и деталями в процедуре смены разметки. Важны, в частности, СП с фиксированной последовательностью срабатывания *переходов*. Показано [4], что этот тип СП позволяет реализовать полный набор формально-логических операций, что означает возможность реализовать *логику* моделируемых событий, или проверить «*логичность*» того, что происходит.

Рассмотрим далее стандартную версию и модификацию ПМХ, с представлением *логики* их работы средствами моделирования на СП.

2. Демонстрация стандартной версии парадокса Монти Холла

ПМХ (стандартная версия) [3], известный так же как «*парадокс козла за дверью*», сам по себе парадоксом не является. В нём не содержится противоречия, неразрешимого в текущей (актуальной) модели ОМ. Напротив, ситуация адекватно интерпретируется в рамках теоретико-вероятностных представлений. Поэтому ПМХ скорее может быть назван задачей по теории вероятности, решение которой, на первый взгляд, противоречит ЗС. Формулировка задачи — следующая. Монти Холл — *ведущий* популярного телевизионного шоу. В каждом из выпусков этого шоу, зрителям и *участнику* шоу предъявляются три закрытых двери, за которыми находятся призы. *Ведущий* поясняет, что в качестве призов, за одной из дверей находится автомобиль, за двумя другими — козлы. Задача *участника* шоу — правильно выбрать дверь и, следовательно, удачно получить приз. *Ведущий* знает, за которой дверью находится автомобиль. *Ведущий* предлагает *участнику* выбрать одну из трёх дверей. *Участник* указывает на одну из дверей. Эта дверь сразу не открывается, но *ведущий* открывает одну из оставшихся дверей, за которой, естественно, находится козёл, и предлагает *участнику* возможность изменить свой выбор двери.

Вопрос: увеличатся ли шансы *участника* выиграть автомобиль, если *участник* примет предложение *ведущего* и изменит свой выбор?

Правильный ответ: выигрышным является именно решение изменить выбор. Вероятность получения главного приза при этом повышается [5]. Данный вывод, однако, является не самоочевидным. «Самопроизвольно подключается» ЗС, согласно которому «двери вроде-бы те же» и «всё на прежних местах», так зачем же тогда менять выбор?

Однако, наличие ЧФ даже в подобной не слишком сложной логической ситуации вовсе не способствует принятию правильного решения. Корректность аналитического результата [5] может быть продемонстрирована на СП-модели. Перед началом построения модели сделаем два конкретизирующих замечания.

Первое. В самой задаче двери — не нумерованные. Точнее, множество дверей не является линейно упорядоченным. Двери — просто *разные*. В связи с этим, в создаваемой модели, без нарушения общности, можно считать, что после того как *участник* сделал первоначальный выбор двери, эта дверь «называется» 1-й. Это эквивалентно ситуации, когда двери пронумерованы, но *участник* всегда первоначально выбирает 1-ю дверь.

Второе. *Ведущий*, принимая решение о том, которую из дверей открыть, «мысленно рассматривает» только 2-ю дверь. Если за 2-й дверью козёл, *ведущий* её открывает; если же там автомобиль, *ведущий* открывает 3-ю дверь. Т. о. *ведущий* попросту минимизирует ситуацию для *участника*, сводя её к двум альтернативам.

На рис. 1 представлена разработанная с учётом приведённых замечаний, СП-модель стандартной версии ПМХ, изменённая (сокращённая) по сравнению с [3]. *Места* обозначены *a, b, c, ..., m, n*; *переходы* пронумерованы в порядке их опроса (срабатывания). Входной информацией для модели являются: решение *участника* «менять — не менять» свой выбор (*место a*) и «расстановка призов» (*места b, c, d*). *Метка* в *месте a* представляет решение менять выбор, отсутствие *метки* — следовать первоначальному выбору; *метка* в одном из *мест b, c* или *d* (и только в одном — по условиям игры) изображает автомобиль; отсутствие меток в двух остальных из указанных *мест* — изображает двух козлов. Представленные варианты расстановки *меток* в четырёх *местах a, b, c, d* — в совокупности, демонстрируют все шесть возможных альтернатив реализации игры. Так, согласно рис. 1, приз находится за 1-й дверью, но *участник* меняет свой первоначальный выбор и впоследствии (на следующем шаге работы СП) — проигрывает.

Место e изображает «активность» *ведущего* и в представленной модели всегда должно быть размечено. *Место h* — промежуточное, используемое в процессе работы модели. Наконец, *места m* и *n* — изображают исход (результат) игры: «выигрыш» и «проигрыш» *участника*, соответственно.

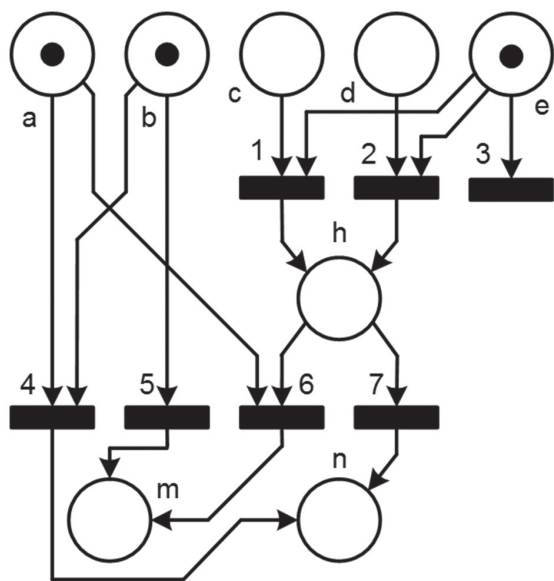


Рис. 1. Сеть Петри, демонстрирующая стандартную версию парадокса Монти Холла

Переходы срабатывают последовательно, согласно нумерации. *Переходы* 1 или 2 сбрасывает метку в место *h*, если автомобиль находится за 2-й или 3-й дверью. *Переход* 3 удаляет не использованную метку из *e*.

На момент срабатывания 3-го *перехода* выполнена первая часть игры: указана 1-я дверь, *ведущий* открыл одну из оставшихся дверей (тем самым выведя её из дальнейшего рассмотрения) и *участник* принял решение по окончательному выбору двери. Далее последовательно опрашиваются *переходы* 4 – 7. 4-й *переходы* срабатывают если автомобиль имеется за первоначально указанной дверью, но *участник* поменял выбор. Результат – метка поступает в *n* – проигрыш. 5-й и 6-й *переходы* – выигрышные. 5-й *переход* срабатывает если метка в *a* отсутствовала (ситуация – *участник* сразу указал правильную дверь и не изменил решения). При «разрядке» 5-го *перехода* метка сбрасывается в *m*, – выигрыш. При срабатывании 6-го *перехода* срабатывают два выигрышных варианта: автомобиль находится за 2-й или 3-й дверью, а *участник* изменил выбор двери. При «разрядке» 6-го *перехода* – метка поступает в *m*. Наконец 7-й *переход* даёт два проигрышных варианта: *участник* не изменил выбора. Метка из *h* (приз за 2-й или 3-й дверью) сбрасывается в *n* – проигрыш.

Ниже представлены карты смены разметки СП-модели для проигрышных (1-3) и выигрышных (4-6) вариантов игры. Разметка, иллюстрируемая рисунком 3 – 1-й вариант. Легко видеть, что выигрышных вариантов столько же, сколько и проигрышных, но *участник* имеет возможность повысить свои шансы. Из числа выигрышных вариантов, – два (4-й и 5-й) реализуются сменой выбора двери. Т.е., как и показано в [5], смена выбора двери – выигрышная стратегия.

Представленная модель, возможно, более эффективно выглядела бы при реализации на ингибиторных СП [4], в которых допустима инверсная логика с запретом срабатывания *перехода*, если во входной позиции, связанной с *переходом*, находится метка. Показано [4], что ингибиторные СП эквивалентны по возможностям СП с фиксированной последовательностью срабатывания *переходов*. В частности, они так же позволяют реализовать полный набор формально-логических операций. Однако на практике реализация ингибиторной СП в виде программы – проигрышна по расходу вычислительных ресурсов, поскольку при представлении каждой связи *место-переход* требуется выразить три альтернативы: метка отсутствует, обычная метка и инверсная метка.

	a	b	c	d	e	h	m	n
(1)	1	1	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1
(3)	0	0	0	1	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1
(4)	1	0	1	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0
(5)	1	0	0	1	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0
(6)	0	1	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0

Для программного представления этой информации требуется 2 бита, которые расходуются с избытком (используется 3 битовые комбинации из 4). Поэтому СП-модель с фиксированным срабатыванием *переход* более востребована.

3. Модифицированный вариант парадокса Монти Холла

ПМХ [4] допускает многочисленные модификации и обобщения, не всё из которых в полной мере изучены. Это касается не только варьирования числа дверей и состава и расстановки призов, но и, что более содержательно, правил и процедур открытия дверей и частичной или полной «нечестной игры» – перемещения козлов за закрытыми дверями. Рассмотрим один из возможных вариантов модифицирования правил игры – введение не равновероятного размещения призов за дверями. В стандартной версии ПМХ молчаливо предполагается, что приз может находиться за любой из дверей с равной вероятностью. В рассматриваемом

далее модифицированном варианте — данное условие снято: вероятность нахождения приза за 1-й, 2-й, 3-й дверьми равна, соответственно, p_1, p_2, p_3 ; где $p_1 \neq p_2 \neq p_3$, причём $p_1 + p_2 + p_3 = 1$. Технически это реализуется просто. Числовое значение $x \in [0, 1]$, полученное с помощью генератора псевдослучайных чисел из нервала $[0, 1]$ с равномерным законом распределения, преобразуется в номер двери $N: \{1, 2, 3\}$, за которой предписывается расположить приз, согласно правилу:

$$N = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < p_1; \\ 2, & p_1 \leq x < (p_1 + p_2); \\ 3, & (p_1 + p_2) \leq x \leq 1. \end{cases} \quad (2)$$

Очевидно, что при $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$ ситуация сводится к рассмотренному выше (п. 2) стандартному варианту, в котором, как отмечалось, оптимальная выигрышная стратегия поведения участника — смена двери. Представляет интерес вопрос: следует ли участнику придерживаться правила смены двери в модифицированном варианте игры?

Достаточно очевидна стратегия участника, например, при $p_1 < p_2 < p_3$ или $p_1 < p_2 < p_3$. Следует выбрать сначала дверь с наименьшей вероятностью, а затем сменить дверь. Но, возможно, согласно правилам игры, ситуация не в полной мере подконтрольна участнику. Например, набор значений p_1, p_2, p_3 становится известным участнику только после выбора первой двери. Т.е. участник сначала указывает первую (начальную) дверь, потом на дверях развешивают таблички со значениями p_1, p_2, p_3 , затем ведущий открывает одну из невыбранных дверей и после этого предлагает участнику возможность изменить выбор двери.

На рис. 2 показано, каким образом СП-модель рис. 1 должна быть видоизменена, чтобы отображать модифицированную версию ПМХ. Изменение касается раздельной подачи меток из мест c и d в места m и n .

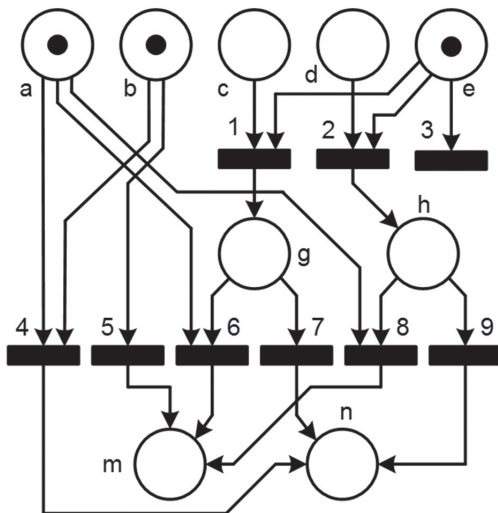


Рис. 2. Сеть Петри — модель модифицированной версии парадокса Монти Холла

В варианте рис. 1 заполнение мест c и d равновероятно; поэтому ведущий работает с ними симметрично; поэтому в модели допустимо их подключение к единому месту h . Но как только для мест c и d вероятности помещения приза становятся различными — симметрия нарушается и для полноты описания — появляется необходимость введения дополнительного места g и пары дополнительных переходов. Раздельные места и переходы $g, 6$ и 7 для c и $h, 8$ и 9 для d — позволяют, например, воспроизвести на СП-модели статистические испытания или проиграть все возможные 6 комбинаций с требуемым соблюдением пропорциональности частотности расстановки меток. Проиллюстрируем вариант процедуры исследования.

Обозначим P_{11} и P_{10} — вероятность выигрыша (первый индекс) при смене и без смены (второй индекс) двери, соответственно. Обозначения для вероятности проигрыша будут P_{01} и P_{00} ; $P_{11} + P_{01} = 1$; $P_{10} + P_{00} = 1$.

Пусть вероятности наличия приза p_1, p_2, p_3 допускают целочисленное выражение: заданы, например, в целых значениях процентов n_1, n_2, n_3 , соответственно, где $n_1 + n_2 + n_3 = 100$. В рамках комбинаторного подхода, имеется 6 возможных разметок мест (a, b, c, d): (1100), (1010), (1001), (0100), (0010), (0001). Данная ситуация может быть проиграна на модели рисунок 2. С учётом (2), для этого требуется n_1 -кратно запустить модель при (1100), затем n_2 -кратно при (1010), затем n_3 -кратно при (1001) с накоплением меток в m и n . Значения N_{m1} (число выигрышей) и N_{n1} (число проигрышей) запомнить и в модели обнулить. Затем требуется n_1 -кратно запустить модель при (0100), затем n_2 -кратно при (0010) и n_3 -кратно при (0001) с накоплением меток в m (N_{m0} — выигрыш) и n (N_{n0} — проигрыш). Значения N_{m0} (число выигрышей) и N_{n0} (число проигрышей) так же запомнить. Далее следует сопоставить, вероятности

$$P_{11} = N_{m1} / (N_{m1} + N_{n1}); \quad P_{10} = N_{m0} / (N_{m0} + N_{n0}) \quad (3)$$

выигрыша при смене двери и без смены двери, соответственно, что и является результатом моделирования — рекомендацией по оптимальной стратегии игры.

Описанная методика реализуется СП-моделью рисунок 3, содержащей ядро рисунок 2, обрамлённое «полуавтоматической» логикой. Дополнительно введены 10 мест и 9 переходов. Три однотипные группы, обозначенные ($b', b'', n_1, 1, 4, 5$), ($c', c'', n_2, 2, 6, 7$) и ($d', d'', n_3, 3, 8, 9$), предназначены для автоматизации циклической смены разметки ядра модели. Место w замыкает цикл смены разметки. «Полуавтоматичность» системы состоит в том, что её нужно запускать дважды, раздельно для ситуаций со сменой и без смены дверей.

При запуске для расчёта варианта со сменой двери — место a «заряжается» $n_1 + n_2 + n_3$ метками,

изображающими смену двери в каждом из запусков ядра модели. В место **b'** помещается метка, изображающая начальное положение приза. Метка в месте **e** изображает активность *ведущего* по открытию дверей. Наконец в места, обозначенные n_1, n_2, n_3 помещаются, соответственно, по n_1, n_2, n_3 меток, изображающих кратность запуска ядра модели при соответствующем положении приза. Исходная разметка СП показана на рис. 3.

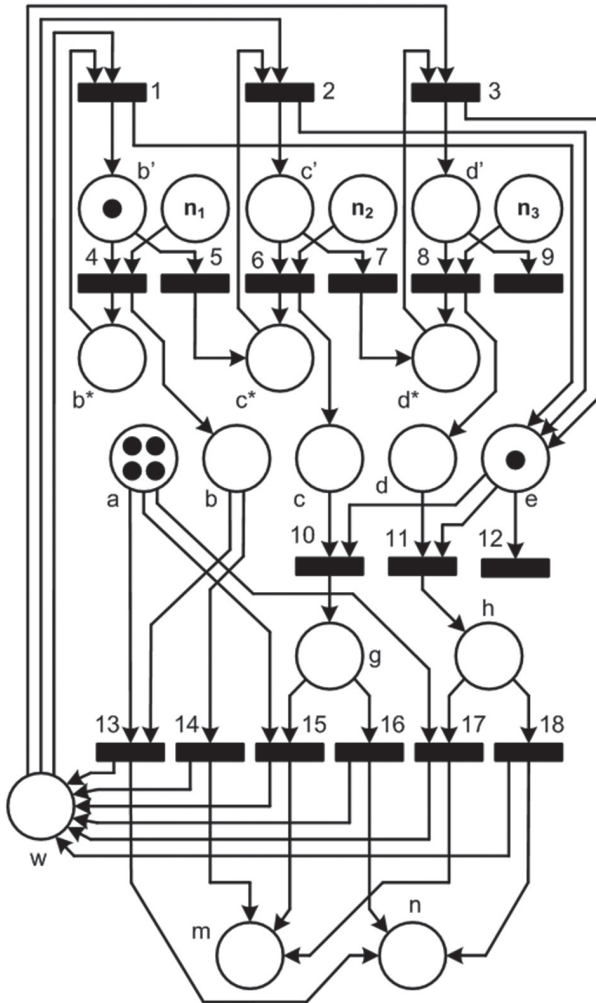


Рис. 3. СП-модель модифицированной версии парадокса Монти Холла. Ядро рисунка 2 обрамлено «полуавтоматикой» для исследования выигрыша-проигрыша методом полного перебора вариантов

При первом *цикле смены разметки* (ЦСР) срабатывает переход 4, изымается метка из **b'** и одна из меток из места, обозначенного n_1 , сбрасываются метки в **b** и **b***. Место **b*** является ёмкостью промежуточного хранения сигнальной метки до завершения работы ядра модели. Место **b** есть «штатное» место ядра модели рисунок 2, изображающее первую дверь. Т. о., дальше ситуация сводится к циклу работы СП рис. 2. «По игре» — вступает *ведущий*: срабатывает один из переходов 10, 11, 12. Затем срабатывает переход 13, куда снимается одна из меток из **a** и метка из **b**. При этом сбрасываются метки в **n** (начало накопления значения N_{n1} — проигрыш) и в

w (конец ЦСР). При следующих (n_1-1) ЦСР, метки из **b*** и **w** поступают в переход 1, далее из 1 сбрасывается по одной метке в места **b'** и **e**. Ядро модели «заряжено» для следующего ЦСР.

По прохождении n_1 ЦСР, при которых в **n** оказываются сброшенными n_1 меток, вместо 4-го, срабатывает 5-й переход и метка из **b'** поступает в **c***, перемещая тем самым приз за 2-ю дверь. Далее отыгрывается n_2 ЦСР, при которых n_2 меток сбрасываются в **m**. Затем, вместо 6-го, срабатывает 7-й переход и метка из **c'** поступает в **d***, устанавливая приз за 3-ю дверь. При этом ещё n_3 меток сбрасываются в **m**. Наконец, когда все n_3 метки будут сброшены, вместо 8-го перехода сработает 9-й, который поглотит метку из **d'**. СП завершила работу. Результат: в **m** накоплено (n_2+n_3) меток, **n** — n_1 меток.

При запуске для расчёта варианта *без смены двери* — исходная разметка такая же, как и для варианта *со сменой* двери, за исключением того, что место **a** оставлено неразмеченным, что изображает намерение участника не менять дверь. Общая логика работы СП остаётся прежней. Легко видеть, что в ходе ЦСР в **m** накоплено n_1 меток, **n** — (n_2+n_3) меток.

Далее, после подстановки в (3) значений в **m** и **n** в первом и втором запусках модели, получаем вероятности выигрыша *при смене* и *без смены* двери.

$$P_{11} = (n_2 + n_3) / (n_1 + n_2 + n_3);$$

$$P_{10} = n_1 / (n_1 + n_2 + n_3). \quad (4)$$

Расстановкой числа меток n_1, n_2, n_3 , мы комбинаторно воспроизводим в модели частотность событий, соответствующую (пропорциональную) вероятностям p_1, p_2, p_3 . Поэтому в (4) вместо n_1, n_2, n_3 могут быть подставлены p_1, p_2, p_3 , что, с учётом $p_1 + p_2 + p_3 = 1$, является аналитическим решением задачи в этой постановке:

$$P_{11} = (p_2 + p_3); \quad P_{10} = p_1. \quad (5)$$

Легко видеть так же, что поскольку в стандартном варианте ПМХ $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$, — получают значения вероятностей выигрыша $2/3$ *при смене* и $1/3$ *без смены* двери, что соответствует (1), и как изложено в [5]; т. е. решение не противоречит стандартному варианту.

Выводы

Возникает вопрос: стоило ли создавать СП-модели при наличии столь простого аналитического решения для игровой (как бы не слишком серьёзной) ситуации? Ответ следующий.

1. Как отмечалось, парадокс перестаёт быть парадоксом только после того, как «получает своё объяснение». До этого — он «противоречит ЗС». В рассматриваемом случае аналитическое решение приобрело ясные очертания только после (и благодаря) демонстрации с использованием представленных моделей.

2. Как отмечено во Введении, цель представленного материала — наработка типовых решений, применительно к использованию в ЭС и СППР. Моделируемая ситуация (п.3) действительно не отличается сложностью. Но сложность, превышающая чисто аналитические возможности, находится «совсем не далеко». Существуют «проклятие размерности», динамичность, неэргодичность, нестационарность, нелинейность и др. которые по одиночке или в комбинациях способны свести на нет практически любые аналитические возможности. Существует даже более простая вещь: воздействие на объект несколькими сложным образом взаимосвязанных случайных факторов с разными аналитически известными (!) функциями распределения. Тем не менее, получение и исследование аналитических решений при этом (в типичном случае) может быть связано с существенными трудностями. Поэтому ценность изложенного не столько в конкретных представленных СП-моделях, сколько в демонстрации принципов и подходов, которыми возникающие многоисходные и многопараметрические вероятностные ситуации могут быть реализованы в СП-моделях и вероятностно оценены.

3. Простота и игровой характер не являются мерой критичности для изучения объектов и ситуаций. Следует помнить, что теория вероятностей и комбинаторика зародились в XVII веке в связи с популярностью азартных игр, примерами из которых традиционно и по сей день пестрит соответствующая математическая литература. С другой стороны, разумеется, ПМХ «про козла за дверью» рассмотрен вовсе не в аспекте развития шоу-бизнеса. Более серьёзной прикладной областью является, например, дистанционное обеспечение надёжности бортовых технических систем. На текущий момент уже не относятся к сфере science fiction автономные саморемонтирующиеся и самовосстанавливающиеся системы, находящиеся на удалённых не обслуживаемых объектах. Таковыми являются, например, космические аппараты. Дистанционная техническая поддержка подобных систем может быть осложнена (ограничена) задержкой во времени, информационным каналом, ограниченным ресурсом и др. В случае возникновения неисправностей, дистанционное обслуживание (человеческое интеллектуальное сопровождение) преимущественно может включать вероятностный анализ ситуаций, консультирование, реконфигурацию подсистем и др. Прямое

(ручное) управление оказывается малоэффективным по причине временной задержки и ограниченной надёжности связи. Легко видеть, что в основных чертах это соответствует ПМХ. Таким образом, с рядом оговорок, представленное выше СП-моделирование может рассматриваться в качестве элементарного (дальнего) прототипа в решении подобных сложных задач.

Список литературы: 1. *Михаль О.Ф.* Информационный аспект организации индивидуальной творческой человеческой деятельности. // Информатика, математическое моделирование, экономика: Сборник научных статей по итогам Третьей Международной научно-практической конференции, г. Смоленск, 24-26 апреля 2013 г. В 3-х томах. Том 2 — Смоленск: Смоленский филиал Российского университета кооперации, 2013. — С.81-88. 2. *Михаль О.Ф.* Глобально-исторический контекст развития средств вычислительной техники // Бионика интеллекта: научн. техн. журнал. — 2014. — 1 (82). — С. 55-62. 3. *Михаль О.Ф.* Демонстрация парадокса Монти Холла на сетях Петри // Информатика, математическое моделирование, экономика: Сборник научных статей по итогам Четвёртой Международной научно-практической конференции, г. Смоленск, 23-25 апреля 2014 г. В 2-х томах. Том 1. — Смоленск: Смоленский филиал Российского университета кооперации, 2014. — С. 132-137. 4. *Котов В.Е.* Сети Петри. — М.: Наука, 1984. — 160 с. 5. *S. Gnedin.* The Mondee Gills Game. // The Mathematical Intelligencer, Volume 34, Number 1, 2012, p. 34-41.

Поступила в редколлегию 10.03.2015

УДК 681.513

Модифікований парадокс Монті Холла. Моделювання на мережах Петрі / О.П. Міхаль // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. — 2015. — № 1 (84). — С. 23–29.

Парадокс Монті Холла смодельовано на мережах Петрі. Модель модифіковано стосовно аспекту ймовірності. Отримані результати перспективні щодо використання при розробці експертних систем та систем підтримки прийняття рішень в складних відповідальних ситуаціях, які потребують мінімізації людського фактору.

Лл. 3. Бібліогр.: 5 найм.

UDK 681.513

The Mondee Gills paradox modification. Petri nets modeling / O.Ph. Mikhal // Bionics of Intelligense: Sci. Mag. — 2015. — №1 (84). — P. 23–29.

The Mondee Gills paradox is modeled on Petri nets. The model is modified in probabilistic aspect. The results are perspective for use at development of the expert systems and decision support systems in complex responsible situation, where minimization of the human factor is required.

Fig. 5. Ref.: 5 items.