

РЕКУРРЕНТНЫЕ АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОЙ ОБРАБОТКИ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ КАНАЛОВ ПРИЕМА *)

В.И. ЗАРИЦКИЙ, В.Н. КОКИН, Д.И. ЛЕХОВИЦКИЙ, В.В. САЛАМАТИН

Рассматриваются регуляризованные рекуррентные алгоритмы оценивания корреляционных матриц внешних помех и матриц, обратных к ним, в системах с центральной симметрией пространственных и (или) временных каналов приема. Показывается, что реализованные на их основе алгоритмы адаптивной обработки обеспечивают вдвое более высокое быстродействие соответствующей системы, чем “предельно быстродействующие” из известных алгоритмов для систем с произвольным расположением каналов приема. Обсуждается вычислительная сложность алгоритмов оценивания, предлагаются их модификации с пониженным уровнем сложности.

Ключевые слова: адаптация, быстродействие, априорная информация, корреляционная матрица, персимметрия, оценки максимального правдоподобия, обращение матрицы, средние потери, вычислительная сложность.

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшим показателем эффективности адаптивных систем обработки сигналов на фоне помех является быстродействие, которое характеризуется временем, необходимым для того, чтобы показатели качества обработки по заданному критерию были близки к предельно возможным в отсутствие априорной неопределенности. При дискретной (цифровой) обработке, рассматриваемой ниже, мерой быстродействия служит **объем обучающей выборки**, требуемый для решения этой задачи.

Достижимый уровень быстродействия в условиях параметрической априорной неопределенности зависит в первую очередь от размерности вектора (матрицы) неизвестных параметров, подлежащих оценке в процессе адаптации [1, 7]. Поэтому любая достоверная априорная информация об особенностях конкретной системы, позволяющая снизить размерность либо указывающая на наличие тех или иных связей между оцениваемыми параметрами, как правило, создает предпосылки для ускорения процесса адаптации. Наглядный пример этого – существенный выигрыш в быстродействии, обеспечиваемый заменой оценки максимального правдоподобия (МП оценки) корреляционной матрицы (КМ) Φ нормальной помехи [2, 3]

$$\hat{\Phi}_k^{\text{МП}} = k^{-1} \cdot \sum_{i=1}^k \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^* \quad (1)$$

регуляризованной оценкой [5]

$$\hat{\Phi}_k = b \cdot \mathbf{I} + \hat{\Phi}_k^{\text{МП}} = b \cdot \mathbf{I} + k^{-1} \sum_{i=1}^k \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^*, \quad (2)$$

при формировании вектора весовой обработки

$$\hat{\mathbf{r}}_k = \hat{\Phi}_k^{-1} \cdot \mathbf{x} = \hat{\Psi}_k \cdot \mathbf{x} \quad (3)$$

пространственного (временного) фильтра M -мерного сигнала $\mathbf{x} = \{x_\ell\}_{\ell=1}^M$.

Здесь $\mathbf{y}_i = \{y_\ell^{(i)}\}_{\ell=1}^M$ – M -мерный вектор комплексной огибающей i -й обучающей выборки, k – объем выборки, \mathbf{I} – единичная матрица, $b > 0$ – скалярный параметр регуляризации, $\hat{\Psi}_k = \hat{\Phi}_k^{-1}$ – матрица, обратная оценочной корреляционной матрице помех, (*) – знак эрмитового сопряжения.

Как отмечалось в [5, 6], указанный выигрыш может рассматриваться как результат использования априорной информации о наличии в помехе наряду с коррелированной компонентой и белого шума, причем (2) представляет собой одну из возможных форм учета этой информации.

В целом ряде характерных для практики случаев объем априорной информации может быть большим, при этом появляется возможность для дальнейшего ускорения процесса адаптации (3) по сравнению с “предельно быстродействующими” [6] процедурами на основе (2), в которых эта дополнительная информация не используется. В работах [7, с. 175], [8, 9] с этой целью предложены отличные от (1), (2) выборочные оценки теплицевых матриц, к классу которых относятся корреляционные матрицы стационарных помех в системах с регулярной пространственной и (или) временной структурой (эквидистантных линейных антенных решетках из идентичных излучателей, системах между периодической обработки пачечного сигнала при фиксированных интервалах зондирования и т.д.). Эти оценки, однако, практически непригодны, поскольку не гарантируют неотрицательную определенность выборочных корреляционных матриц при $M > 2$ и конечном объеме выборки k . Аналогичная задача решалась в [10], где методом максимального правдоподобия получена выборочная оценка, неотрицательно определенная при произвольных $k \geq 1$. При выводе этой оценки была использована, однако, не вся специфика теплицевых матриц (равенство всех элементов, лежащих на одной диагонали), а лишь симметрия такой матрицы относительно

*) Изв. Вузов. Радиофизика. – 1985. – №7. – С. 863–871.

побочной диагонали – так называемая персимметрия [11]. Поэтому полученная в [10] оценка не отличается от оценки [18] персимметричных матриц, соответствующих более широкому классу систем с центральной симметрией расположения пространственных (временных) каналов приема, частным случаем которых являются регулярные структуры, и в то же время далеко не полностью реализует возможности, вытекающие из указанной регулярности. В последнем случае наиболее приемлемы адаптивные решетчатые фильтры [12, 19] и методы, анализируемые в [13].

Кроме того, обсуждаемый в [10, 18] вариант оценки персимметричных матриц не единственен и допускает модификации с меньшей вычислительной сложностью. Цель данной статьи – сравнить различные варианты оценок персимметричных КМ.

1. МП ОЦЕНКА ПЕРСИММЕТРИЧНОЙ КМ

А. Эрмитова матрица $\Phi = \{f_{i\ell}\}_{i,\ell=1}^M$ персимметрична (симметрична относительно побочной диагонали), если выполняются равенства

$$\mathbf{P} \cdot \Phi^T \cdot \mathbf{P} = \mathbf{P} \cdot \Phi \cdot \mathbf{P} = \Phi, \quad f_{i\ell} = f_{M+1-\ell, M+1-i}, \quad (4)$$

представляющие собой математическое определение персимметрии.

Здесь \mathbf{P} – ортогональная симметричная матрица перестановок ($\mathbf{P}\mathbf{P} = \mathbf{I}$, $\mathbf{P} = \mathbf{P}^{-1}$), содержащая единицы на побочной диагонали и нули в остальных позициях, (т) и (~) – символы транспонирования и комплексного сопряжения соответственно.

К классу таких матриц относятся, в частности, корреляционные матрицы излучений внешних точечных источников на выходах антенной системы с идентичными амплитудными характеристиками каналов приема, симметрично расположенных относительно ее геометрического центра.

Принципиальная возможность ускорить процесс адаптации в этом случае связана с тем, что для полного задания такой матрицы достаточно оценить $(M^2 + 2M) / 4 \approx M^2 / 4$ ее параметров (элементов), т.е. примерно вдвое меньше, чем в случае эрмитовой матрицы общего вида.

Б. МП оценка персимметричной КМ, впервые полученная в [18], имеет вид

$$\hat{\Phi}_k^{\text{МП}} = c_k \left(\sum_{i=1}^k \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^* + \mathbf{P} \cdot \tilde{\mathbf{y}}_i \cdot \mathbf{y}_i^T \cdot \mathbf{P} \right), \quad (5)$$

где нормирующая константа c_k (равная $(1/2k)$) не влияет на результирующее отношение “сигнал / (помеха + шум)” и в дальнейшем опущена.

По сравнению с оценкой (1) здесь дополнительно присутствует вторая матрица, представляющая собой результат поворота первой относительно побочной диагонали. За счет этого матрица $\hat{\Phi}_k^{\text{МП}}$ (5) в целом неотрицательно определена и персимметрична на произвольном

шаге при в общем случае персимметричных матрицах-слагаемых.

Матрица (5) при $k < M / 2$ вырождена и, следовательно, не имеет обратной, поэтому отыскание обратной матрицы для оценки (5) возможно не ранее, чем после накопления $M / 2$ выборок помехи.

Очевидно, что получить оценку обратной матрицы и вектора весовой обработки \mathbf{r} (3) и при $k < M / 2$ здесь также можно за счет регуляризации в соответствии с (2) оценки (5). Последующее рекуррентное обращение регуляризованной оценки возможно на основе известной формулы Дуайра и Уо, использованной и в [4, 14] при обращении (2).

Применительно к (5) формула для расчета $\hat{\Psi}_k$ (при $c_k = 1$) может быть записана в виде

$$\hat{\Psi}_k = \hat{\mathbf{F}}_k^{-1} - \frac{\hat{\mathbf{F}}_k^{-1} \cdot \mathbf{P} \mathbf{y}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{F}}_k^{-1}}{1 + \mathbf{y}_k^T \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{F}}_k^{-1} \cdot \mathbf{P} \mathbf{y}_k} = \hat{\mathbf{F}}_k^{-1} - \frac{\mathbf{w}_k \cdot \mathbf{w}_k^*}{1 + \mathbf{y}_k^T \mathbf{P} \cdot \mathbf{w}_k}, \quad (6)$$

где $\mathbf{w}_k = \hat{\mathbf{F}}_k^{-1} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{y}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T$, а $\hat{\mathbf{F}}_k = \hat{\mathbf{F}}_{k-1} + \mathbf{y}_k \cdot \mathbf{y}_k^*$ совпадает с МП оценкой КМ общего вида (1) (с точностью до несущественного с точки зрения отношения “сигнал / (помеха + шум)” множителя). При этом

$$\hat{\mathbf{F}}_k^{-1} = \hat{\Psi}_{k-1} - \frac{\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{v}_k^*}{1 + \mathbf{y}_k^* \cdot \mathbf{v}_k}, \quad \mathbf{v}_k = \hat{\Psi}_{k-1} \cdot \mathbf{y}_k. \quad (7)$$

В. Как следует из (6), оценка матрицы $\hat{\Psi}_k$ получается в результате коррекции оценки матрицы, обратной КМ общего вида (7), за счет повторного использования выборки \mathbf{y}_k , но в «перевернутом» виде ($\mathbf{P} \mathbf{y}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T$). Поскольку (см., например, [15], с.631),

$$\overline{\mathbf{y}_k (\mathbf{P} \mathbf{y}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T)^*} = \overline{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T \mathbf{P}} = \mathbf{0}$$

(черта сверху обозначает операцию статистического усреднения), то «прямая» (\mathbf{y}_k) и «перевернутая» $\mathbf{P} \mathbf{y}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T$ выборки некоррелированы и, в силу нормальности, независимы. Поэтому предписываемое (6), (7) двойное использование каждой выборки эквивалентно удвоению числа независимых выборок по сравнению с (2). Указанное удвоение количественно характеризует качественный вывод [10] о возможности “существенно увеличить скорость адаптации” за счет использования оценки (5) вместо (1) в системах с центральной симметрией.*)

Г. На рис. 1 приведены результаты математического моделирования процесса адаптации 20-элементной эквидистантной линейной антенной решетки при воздействии внешних помех от четырех (сплошные кривые) и девяти (штриховые кривые) точечных источников, относительные угловые положения которых показаны треугольниками. Цифры над ними – мощность соответствующей помехи (в дБ) по отношению

*) Это утверждение недостаточно корректно, на что впервые было указано в [20] и впоследствии учтено в [21] (примечание редактора).

к мощности собственных шумов приемных элементов. Кривые 1 соответствуют адаптации на основе оценок (6), (7), кривые 2 – регуляризованным алгоритмам [5, 6] для КМ общего вида, которые соответствуют (3), (7) при отождествлении $\hat{\mathbf{F}}_k^{-1}$ с $\hat{\Psi}_k$. В обоих случаях в качестве начальной использована единичная матрица $\hat{\Psi}_0 = \mathbf{I}$. Результаты даны в виде зависимости среднего значения коэффициента использования энергии K_3 полезного сигнала [3, 4] от объема обучающей выборки k .

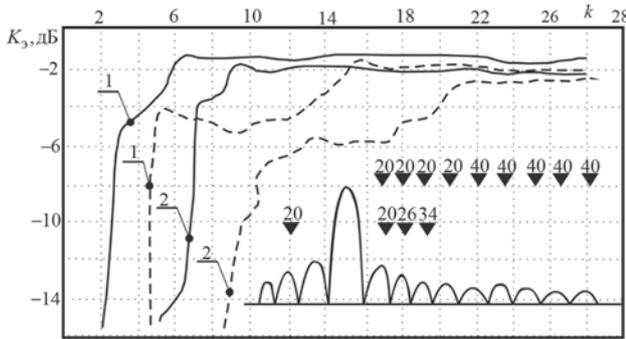


Рис. 1. Зависимость значения K_3 от объема выборки k

Приведенные результаты подтверждают вывод об удвоении скорости адаптации на основе оценки (6), (7) по сравнению с регуляризованными алгоритмами общего вида, не использующими специфику структуры корреляционной матрицы. Аналогичные результаты получены и при сопоставлении этих алгоритмов применительно к центрально-симметричным ФАР другой конфигурации, в частности, двумерным (плоским).

2. РАЗНОВИДНОСТИ МП ОЦЕНОК ПЕРСИММЕТРИЧНЫХ КМ

А. Оценим вычислительную сложность алгоритма (6), (7) и возможности упрощения, ограничиваясь только оценкой числа операций умножения как наиболее сложных. В качестве «точки отсчета» примем число $1.5M^2 + 2.5M \approx 1.5M^2$ умножений, соответствующее расчету по (7) при отождествлении $\hat{\Psi}_k$ с $\hat{\mathbf{F}}_k^{-1}$, т.е. число умножений при рекуррентном обращении оценки (2) КМ общего вида.

Прежде всего отметим, что для вычисления вектора \mathbf{w}_k , задающего матрицу $\hat{\Psi}_k$ (6), не требуется умножать матрицу $\hat{\mathbf{F}}_k^{-1}$ (7) на вектор $\mathbf{P}\mathbf{y}_k^*$ и, следовательно, затрачивать на это M^2 комплексных умножений. Действительно, в силу (7),

$$\mathbf{w}_k = \hat{\Psi}_{k-1} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{y}_k^* - \mathbf{v}_k^* \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{y}_k^* \cdot \mathbf{v}_k / (1 + \mathbf{y}_k^* \cdot \mathbf{v}_k).$$

Но матрица $\hat{\Psi}_{k-1}$, как обратная к персимметричной, также персимметрична, что непосредственно следует из (4). Поэтому $\hat{\Psi}_{k-1} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{P} \cdot \hat{\Psi}_{k-1}$, откуда

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}_k^* - \mathbf{v}_k^* \cdot \mathbf{P} \mathbf{y}_k^* \cdot (\mathbf{v}_k / (1 + \mathbf{y}_k^* \cdot \mathbf{v}_k)), \quad (8)$$

и, следовательно, вектор \mathbf{w}_k можно получить непосредственно из \mathbf{v}_k (7), затратив только $2M + 1$ умножений ($M + 1$ – на вычисление скалярного множителя при \mathbf{v}_k (8) и M – на умножение его на вектор \mathbf{v}_k).

В связи с этим, учитывая эрмитовость и персимметрию матрицы $\hat{\Psi}_k$ (6), можно ограничиться расчетом только $M(M + 2) / 4 \approx M^2 / 4$ элементов в каждой из матриц-вычитаемых в (6), (7). Общее число комплексных умножений для расчета $\hat{\Psi}_k$ (6) в этом случае составит $1.5M^2 + 5M \approx 1.5M^2$, т.е. практически столько же, сколько при реализации «более медленного» алгоритма (7) обращения оценки матрицы общего вида.

Б. Алгоритм оценки матрицы $\hat{\Psi}_k$ можно упростить при полном сохранении быстродействия, если из каждого выборочного вектора комплексных амплитуд y_i формировать два связанных с ним вектора:

$$\mathbf{y}_{\Sigma i} = \mathbf{y}_i + \mathbf{P} \mathbf{y}_i^*, \quad \mathbf{y}_{\Delta i} = \mathbf{y}_i - \mathbf{P} \mathbf{y}_i^*. \quad (9)$$

Суммарный вектор $\mathbf{y}_{\Sigma i}$, для которого $\mathbf{P} \cdot \mathbf{y}_{\Sigma i} = \mathbf{y}_{\Sigma i}$, назовем персимметричным, а разностный $\mathbf{y}_{\Delta i}$, для которого $\mathbf{P} \cdot \mathbf{y}_{\Delta i} = -\mathbf{y}_{\Delta i}$ – антиперсимметричным. Каждый из этих векторов полностью определяется половиной своих компонент, поскольку

$$\mathbf{y}_{\Sigma i}^T = \{\mathbf{y}_{\Sigma bi}^T, (\mathbf{P}_b \cdot \mathbf{y}_{\Sigma bi}^T)^T\}, \quad \mathbf{y}_{\Delta i}^T = \{\mathbf{y}_{\Delta bi}^T, -(\mathbf{P}_b \cdot \mathbf{y}_{\Delta bi}^T)^T\}. \quad (10)$$

Здесь через $\mathbf{y}_{\Sigma bi}$ и $\mathbf{y}_{\Delta bi}$ обозначены $M/2$ -мерные векторы – «верхние» половины векторов $\mathbf{y}_{\Sigma i}$ и $\mathbf{y}_{\Delta i}$ (9) соответственно, через \mathbf{P}_b – матрица \mathbf{P} порядка $M/2$.*

Введем теперь матрицы

$$\hat{\mathbf{S}}_k = \sum_{i=1}^k \mathbf{y}_{\Sigma i} \cdot \mathbf{y}_{\Sigma i}^*, \quad \hat{\mathbf{L}}_k = \sum_{i=1}^k \mathbf{y}_{\Delta i} \cdot \mathbf{y}_{\Delta i}^*. \quad (11)$$

Их сумма на основании (9) с точностью до незначительного коэффициента 2 совпадает с МП оценкой (5), что позволяет заменить ее на оценку

$$\hat{\Phi}_k = \hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{L}}_k. \quad (12)$$

В отличие от (5) здесь персимметрична не только матрица $\hat{\Phi}_k$ но и каждая из матриц-слагаемых. Действительно,

$$\mathbf{P} \hat{\mathbf{S}}_k^T \cdot \mathbf{P} = \sum_{i=1}^k \mathbf{P} \cdot \mathbf{y}_{\Sigma i} \cdot \mathbf{y}_{\Sigma i}^T \cdot \mathbf{P} = \sum_{i=1}^k \mathbf{y}_{\Sigma i} \cdot \mathbf{y}_{\Sigma i}^* = \hat{\mathbf{S}}_k,$$

что в силу (4) и означает персимметрию $\hat{\mathbf{S}}_k$. Персимметрия матрицы $\hat{\mathbf{L}}_k$ показывается аналогично.

Переписав (12) на основании (11) в виде

$$\hat{\Phi}_k = \hat{\Phi}_{k-1} + \mathbf{y}_{\Sigma k} \cdot \mathbf{y}_{\Sigma k}^* + \mathbf{y}_{\Delta k} \cdot \mathbf{y}_{\Delta k}^* \quad (13)$$

и обозначая $\hat{\Phi}_{k-1} + \mathbf{y}_{\Sigma k} \cdot \mathbf{y}_{\Sigma k}^*$ через $\hat{\mathbf{F}}_{\Sigma k}$, для матрицы $\hat{\Psi}_k = \hat{\Phi}_k^{-1}$ получим

* Для простоты записи рассматривается случай четных M . Обобщение для нечетных M достаточно очевидно.

$$\hat{\Psi}_k = \hat{\mathbf{F}}_{\Sigma k}^{-1} - \frac{\mathbf{v}_{\Delta k} \cdot \mathbf{v}_{\Delta k}^*}{1 + \mathbf{y}_{\Delta k}^* \cdot \mathbf{v}_{\Delta k}}, \quad \hat{\mathbf{F}}_{\Sigma k}^{-1} = \hat{\Psi}_{k-1} - \frac{\mathbf{v}_{\Sigma k} \cdot \mathbf{v}_{\Sigma k}^*}{1 + \mathbf{y}_{\Sigma k}^* \cdot \mathbf{v}_{\Sigma k}}, \quad (14a)$$

$$\mathbf{v}_{\Delta k} = \hat{\mathbf{F}}_{\Delta k}^{-1} \cdot \mathbf{y}_{\Delta k}, \quad \mathbf{v}_{\Sigma k} = \hat{\Psi}_{k-1} \cdot \mathbf{y}_k. \quad (14b)$$

Алгоритм (14) по форме записи аналогичен (6), (7), но требует меньшего числа операций. Последнее связано с тем, что вектор $\mathbf{v}_{\Sigma k}$ персимметричен, а вектор $\mathbf{v}_{\Delta k}$ – антиперсимметричен, что непосредственно следует из персимметрии матриц $\hat{\Psi}_{k-1}$, $\hat{\mathbf{F}}_{\Delta k}^{-1}$ и вектора $\mathbf{y}_{\Sigma k}$, и антиперсимметрии $\mathbf{y}_{\Delta k}$. Поэтому достаточно рассчитывать по (14б) только половину их компонент и, кроме того, выполнять в (14а) только те умножения, которые дают диагонали и поддиагональную часть блока (1,1) порядка $M/2$ матриц-вычитаемых. Этим произведений достаточно для задания побочной диагонали и поддиагональной части блока (2,1) порядка $M/2$ этих матриц и, следовательно, для полного определения этих эрмитовых и персимметричных матриц. Общее число операций комплексного умножения в этом случае составит $M^2 + 1.5M \approx M^2$, т.е. примерно в полтора раза меньше, чем в алгоритме (6), (7).

В. Дальнейшее упрощение возможно за счет использования специфического свойства эрмитовых персимметричных матриц, в силу которого они могут быть преобразованы в действительные путем невырожденного преобразования, причем преобразующие матрицы не зависят от преобразуемых, а само преобразование не требует операций умножения.

Рассмотрим результат преобразования $\Phi^{pp} = \mathbf{A} \Phi \mathbf{A}^*$ эрмитовой персимметричной матрицы Φ , равный $\Phi^{pp} = \mathbf{A} \mathbf{P} \Phi \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A}^*$. Потребуем, чтобы $\Phi^{pp} = \Phi^{pp\sim}$ или, что эквивалентно, чтобы

$$\mathbf{A} \Phi \mathbf{A}^* = (\mathbf{A} \mathbf{P} \Phi \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{A}^*) \sim = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{P} \Phi \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}^T. \quad (15)$$

Справедливость (15) означает действительность преобразованной матрицы Φ^{pp} , которая, как следует из (15), обеспечивается любыми матрицами преобразования \mathbf{A} , удовлетворяющими условию

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} \mathbf{P}. \quad (16)$$

Такому условию удовлетворяет широкий класс матриц, в частности, матрицы, представляющие собой произведение $\mathbf{A} = \mathbf{D} \mathbf{H}(\nu)$ диагональной матрицы \mathbf{D} специального вида на действительную ортогональную симметричную матрицу Адамара $\mathbf{H}(\nu)$ [16], определенную для любых $M = 2\nu$ ($\nu = 0, 1, 2, \dots$) и удовлетворяющую рекуррентному соотношению

$$\mathbf{H}(\nu+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\nu) & \mathbf{H}(\nu) \\ \mathbf{H}(\nu) & -\mathbf{H}(\nu) \end{bmatrix}$$

при начальном значении $\mathbf{H}(0) = 1$.

Строки матрицы $\mathbf{H}(\nu)$ содержат только 1 или -1, причем любая строка $\mathbf{h}_i(\nu)$ ($i \in 1, M$) является либо симметричной ($\mathbf{h}_i(\nu) \cdot \mathbf{P} = \mathbf{h}_i(\nu)$), либо

антисимметричной ($\mathbf{h}_i(\nu) \cdot \mathbf{P} = -\mathbf{h}_i(\nu)$). В матрице \mathbf{D} диагональный элемент соответствующей «симметричной» строки равен 1, а в антисимметричной он равен $j = \sqrt{-1}$. Например, при $M = 4$ ($\nu = 2$) матрица преобразования \mathbf{A} , удовлетворяющая (16), равна

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & j & & \\ & & j & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Аналогично строится матрица \mathbf{A} для произвольных $M = 2^\nu$.

Оценочные матрицы (5), (12), как и матрица Φ (4), эрмитовы и персимметричны, поэтому их можно преобразовать в действительные указанным способом. Обозначим через $\mathbf{z}_i = \mathbf{p}_i + j\mathbf{q}_i$ преобразованный выборочный вектор $\mathbf{z}_i = \mathbf{A} \mathbf{y}_i$, тогда преобразованная оценка (5) запишется в виде

$$\hat{\Phi}_k^{pp} = \mathbf{A} \cdot \Phi_k^{pp} \cdot \mathbf{A}^* = \sum_{i=1}^k \mathbf{z}_i \cdot \mathbf{z}_i^* + \tilde{\mathbf{z}}_i \cdot \mathbf{z}_i^T = 2 \operatorname{Re} \sum_{i=1}^k \mathbf{z}_i \cdot \mathbf{z}_i^*,$$

которую с точностью до несущественного коэффициента можно представить в рекуррентной форме

$$\hat{\Phi}_k^{pp} = \hat{\Phi}_{k-1}^{pp} + \operatorname{Re}\{\mathbf{z}_k \cdot \mathbf{z}_k^*\} = \hat{\Phi}_{k-1}^{pp} + \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{p}_k^T + \mathbf{q}_k \cdot \mathbf{q}_k^T, \quad (18)$$

каждое слагаемое которой действительна и, кроме того, симметрично. Для матрицы $\hat{\Psi}_k^{pp} = (\hat{\Phi}_k^{pp})^{-1}$ аналогично (6), (7), (14) получим

$$\hat{\Psi}_k^{pp} = \hat{\mathbf{G}}_k^{-1} - \frac{\mathbf{u}_k \cdot \mathbf{u}_k^T}{1 + \mathbf{q}_k^T \cdot \mathbf{u}_k}, \quad \mathbf{u}_k = \hat{\mathbf{G}}_k^{-1} \cdot \mathbf{q}_k; \quad (19a)$$

$$\hat{\mathbf{G}}_k^{-1} = \hat{\Psi}_{k-1}^{pp} - \frac{\mathbf{t}_k \cdot \mathbf{t}_k^T}{1 + \mathbf{p}_k^T \cdot \mathbf{t}_k}, \quad \mathbf{t}_k = \hat{\Psi}_{k-1}^{pp} \cdot \mathbf{p}_k. \quad (19b)$$

Требуемое число действительных умножений равно $3M^2 + 5M$ ($\approx 0.74M^2$ комплексных), т.е. примерно вдвое меньше, чем при вычислениях по (6), (7).

Такого же числа операций достаточно в случае преобразования в действительную оценочную матрицу (12). Соответствующий алгоритм в точности совпадает с (18), (19), но в роли \mathbf{p}_k и \mathbf{q}_k в этом случае выступают действительный вектор $\mathbf{A} \mathbf{y}_{\Sigma k}$ и мнимая часть чисто мнимого вектора $\mathbf{A} \mathbf{y}_{\Delta k}$. Указанные свойства этих векторов ($\mathbf{A} \mathbf{y}_{\Sigma k} = (\mathbf{A} \mathbf{y}_{\Sigma k}) \sim$ и $\mathbf{A} \mathbf{y}_{\Delta k} = -(\mathbf{A} \mathbf{y}_{\Delta k}) \sim$) вытекают из соответственно персимметрии и антиперсимметрии векторов $\mathbf{y}_{\Sigma k}$ и $\mathbf{y}_{\Delta k}$ и свойства (16) матрицы преобразования \mathbf{A} .

В рассматриваемом случае перехода к действительным оценочным матрицам экономия в числе операций умножения достигается увеличением числа операций сложения-вычитания за счет преобразования выборочных векторов. Это увеличение, однако, незначительно, поскольку

преобразование Адамара может реализовываться хорошо известными «быстрыми» алгоритмами [16]. Не менее важно, что такое преобразование имеет самостоятельное значение в качестве одного из способов рационального диаграммообразования ФАР [17].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В широком классе систем с центральной симметрией пространственных и (или) временных каналов приема имеется возможность вдвое повысить быстродействие адаптивной обработки сигналов на фоне нормальных внешних помех по сравнению с системами общего вида, в которых такая симметрия отсутствует. Указанная возможность базируется на использовании априорной информации о специфике структуры (персимметрии) корреляционной матрицы помех, что позволяет примерно вдвое снизить размерность вектора параметров, оцениваемых в процессе адаптации. Реализующие такое быстродействие рекуррентные регуляризованные алгоритмы адаптации на основе максимально правдоподобных оценок персимметричных матриц в вычислительном отношении не сложнее, чем соответствующие алгоритмы для систем общего вида. Предложенные формы соответствующих оценок (12), (14), (18), (19) предпочтительнее известной (5), поскольку требуют в 1.5–2 раза меньшего объема вычислений. Кроме того, имеются определенные резервы для их дальнейшего упрощения.

2. Для систем с регулярными пространственно-временными каналами приема (частный случай центрально-симметричных систем) процесс адаптации может быть дополнительно ускорен за счет снижения до M размерности вектора оцениваемых параметров — одной строки (столбца) теплоцевой корреляционной матрицы помехи или обратной к ней, полностью определяющих соответствующие матрицы. В этом случае использование преобразования входных выборок матрицей A (16) нецелесообразно, поскольку преобразованная матрица (15) нетеплоцева и соответствующие «теплоцевы адаптивные решетчатые фильтры (АРФ)» неприменимы. В то же время входящие в виде составной части в алгоритмы настройки АРФ оценки типа (5), (13) могут быть полезными и при построении АРФ для двумерных и многомерных систем с регулярной структурой пространственно-временных каналов приема.

Литература

- [1] Стратонович Р.Л. Принципы адаптивного приема. — М.: Сов. радио, 1973.
- [2] Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. — М.: Физматгиз, 1963.
- [3] Reed I.S., Mallet J.D., Brennan L.E. — IEEE Trans. Aerosp. and Electr. Sys., 1974, AES-10, №6, p.853.
- [4] Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981.
- [5] Абрамович Ю.И. // Радиотехника и электроника. — 1981. — т.26. — №3. — С.543.
- [6] Абрамович Ю.И., Неврев А.И. // Радиотехника и электроника. — 1981. — т.26. — №12. — С.2558.
- [7] Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптации информационных систем. — М.: Сов. радио, 1977.
- [8] Лишак М.Ю. // Тематический сборник МЭИ. — М., 1979. — Вып.418. — С.73.
- [9] Кошевой В. М. // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. — 1982. — т.25. — №9. — С.71.
- [10] Лифанов Е.И., Лихарев В.А. // Радиотехника. — 1983. — №5. — С.53.
- [11] Burg J.P. Maximum Entropy Spectral Analysis. Stanford, CA: Stanford University, 1975, p.592.
- [12] Фридландер Б. // ТИИЭР. — 1982. — т.70. — № 8. — С.54.
- [13] Берг Дж. П., Люнбергер Д.Г., Венгер Д.Л. // ТИИЭР. — 1982. — т.70. — №9. — С.63.
- [14] Бураков В.А., Зорин Л.А., Ратынский М.В., Шишкин Б.В. // Зарубежная радиоэлектроника. — 1976. — №8. — С.35.
- [15] Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. — М.: Сов. радио, 1977. — т.3.
- [16] Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. — М.: Сов. радио, 1980.
- [17] Марголин Г.М., Золотухин Ф.Ф., Устинов Б.В. // Межвузовский сборник научных трудов. — Воронеж: Гос. ун-т, 1983. — С.70.
- [18] Nitzberg R. // IEEE Trans. Aerosp. and Electr. Sys., 1980, AES-16, №1, p.124.
- [19] Леховицкий Д.И., Рачков Д.С., Семеняка А.В., Рябуха В.П., Атаманский Д.В. Адаптивные решетчатые фильтры. Части I, II. Настоящий выпуск.
- [20] Абрамович Ю.И., Горохов А.Ю. // Радиотехника и электроника. — 1993. — Т. 38. — № 1. — С. 101.
- [21] Леховицкий Д.И. К теории адаптивной обработки сигналов в системах с центральной симметрией каналов приема. // Радиотехника. — Харьков. — 1996. — №100. с. 140-158.

Поступила в редколлегию 12.10.2011

Зарицкий Валерий Иванович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заведующий лабораторией НИЦ ИИРЭСТ Харьковского Национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов — адаптивные системы обработки сигналов на фоне помех в радиолокаторах различного назначения.



Кокин Владимир Николаевич, канд. техн. наук, доцент

Леховицкий Давид Исаакович, фото и сведения об авторе см. на с. 404.

Саламатин Валерий Витальевич, ведущий специалист НПО «Компас», г. Москва.

УДК 621.396.96:621.391.26

Рекуррентні алгоритми адаптивної обробки при центральній симетрії просторово-часових каналів приймання / В.І. Зарицький., В.М. Кокин, Д.І. Леховицький, В.В. Саламатин // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. – 2011. Том 10. № 4. – С. 423-428.

Розглядаються регуляризовані рекуррентні алгоритми оцінювання кореляційних матриць зовнішніх перешкод і матриць, обернених до них, у системах із центральною симетрією просторових і (або) часових каналів приймання. Показується, що реалізовані на їх основі алгоритми адаптивної обробки забезпечують удвічі більш високу швидкість відповідної системи, чим «гранично швидкодіючі» з відомих алгоритмів для систем з довільним розташуванням каналів приймання. Обговорюється обчислювальна складність алгоритмів оцінювання, пропонуються їх модифікації зі зниженим рівнем складності.

Ключові слова: адаптація, швидкодія, априорна інформація, кореляційна матриця, персиметрія, оцінки максимальної правдоподібності, обернення матриці, середні втрати, обчислювальна складність

Л. 1. Бібліогр.: 21 найм.

UDC 621.396.965:621.391.26

Recurrent algorithms for adaptive processing under central-symmetrical space-time receiving channels / V.I. Zarytskyi, V.N. Kokin, D.I. Lekhovytskyi, V.V. Salamatina // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. 2011. Vol. 10. № 4. – P. 423-428.

The paper considers regularized recurrent algorithms for estimation of external interferences covariance matrices and inverse ones in systems with central symmetry of spatial and (or) temporal receiving channels. It is shown that adaptive processing algorithms based on them provide twice as high convergence rate of an appropriate system as “extremely rapidly-convergent” algorithms out of the known ones for systems with arbitrary spacing of receiving channels. The computational complexity of estimation algorithms is discussed, and their modifications with reduced complexity are proposed.

Keywords: adaptation, convergence rate, *a priori* information, covariance matrix, persymmetry, maximum likelihood estimate, matrix inversion, average losses, computational complexity.

Fig. 1. Ref: 21 items.