

ФУНКЦІЯ ГРІНА ПОЧАТКОВО-КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ТРИВИМІРНОГО ХВИЛЬОВОГО РІВНЯННЯ В ОБЛАСТІ З НЕРЕГУЛЯРНОЮ МЕЖЕЮ

Артюх А.В., Дорошенко В.О., Сова Г.В.

Харківський національний університет радіоелектроніки,

пр. Леніна 14, Харків, 61166, Україна,

E-mail: vlad_doroshenko@mail.ru

У роботі знайдена функція Гріна для першої початково-крайової задачі в області з межею у вигляді напівнескінченного конуса з вирізом від вершини вздовж твірної. Складність розв'язання задачі пов'язана з наявністю крайових неоднорідностей (вершина конуса та кромки вирізу), поблизу яких розв'язок необмежений. Шукана функція Гріна задовольняє тривимірному хвильовому рівнянню, крайовій умові Діріхле на поверхні конуса, початковим умовам (умові причинності) і умові, що відповідає умові обмеженості енергії. Задача має єдиний розв'язок, метод розв'язання якої базується на використанні інтегрального перетворення Мелера-Фока і метода задачі спряження. Внаслідок використання крайової умови і умови неперервності функції Гріна у вирізі отримані суматорні рівняння, які визначені на дузі одиничного кола і його доповненні. Нестійкість цих рівнянь не гарантує отримання коректного розв'язку, у зв'язку з чим виникла необхідність зведення цих рівнянь до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь другого роду фредгольмівського типу відносно коефіцієнтів Фур'є розкладання функції Гріна в ряд по азимутальній змінній введеної сферичної системи координат. Компактність матричного оператора нескінченної системи дозволяє застосувати для її розв'язання метод редукції, а у випадку вузького вирізу і вузької секторної стрічки також метод послідовних наближень. Для конуса з поздовжнім вирізом отримані залежності коефіцієнтів Фур'є від геометричних параметрів конусу і вивчена поведінка розв'язку поблизу сингулярностей межі (кромки вирізу, вершина конусу). У випадку вузького вирізу отримані представлення для функції Гріна і проаналізовано вплив вузького вирізу на її структуру. На основі аналітичного розв'язку для вузького вирізу проведено якісний аналіз спектру крайової задачі і з'ясовано ефект наявності вузького вирізу. Для вирізу з довільною кутовою шириною наведено графічні залежності коефіцієнтів.