

621.396(06)  
P 15

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

## РАДИОТЕХНИКА

Всеукраинский межведомственный  
научно-технический сборник

Основан в 1965 г.

ВЫПУСК 162

ХНУРЕ Radvotekhnika



813704

Харків  
Харківський національний  
університет радіоелектроніки  
2010

*Сборник включен в список специальных изданий ВАК Украины по физико-математическим и техническим наукам.*

*Регистрационное свидетельство КВ № 12098-969 ПР от 14. 12. 2006.*

*Ответственность за содержание статей несут авторы.*

Редакционная коллегия: главный редактор *В.М. Шокало*, д-р техн. наук, проф.; зам. главного редактора *А.И. Лучанинов*, д-р физ.-мат. наук, проф.; ответственный секретарь *Ж.Ф. Пащенко*, канд. техн. наук, проф.; *Ю.Б. Гимпелевич*, д-р техн. наук, проф.; *И.Д. Горбенко*, д-р техн. наук, проф.; *Ю.Е. Гордиенко*, д-р физ.-мат. наук, проф.; *А.И. Довбня*, д-р физ.-мат. наук, проф.; *В.М. Картишов*, д-р техн. наук, проф.; *В.В. Копин*, д-р техн. наук, проф.; *А. А. Коноваленко*, академик НАН Украины; *Н.И. Кравченко*, д-р техн. наук, проф.; *В.М. Кузмичев*, д-р физ.-мат. наук, проф.; *Л.Н. Литвиненко*, академик НАН Украины; *И.М. Неклюдов*, академик НАН Украины; *А.Г. Пащенко*, канд. физ.-мат. наук, доцент; *В.В. Поповский*, д-р техн. наук, проф.; *Э.Д. Прохоров*, д-р физ.-мат., проф.; *А.И. Стрелков*, д-р техн. наук, проф.; *К.С. Сундучков*, д-р техн. наук, проф.; *П.Л. Токарский*, д-р физ.-мат. наук, проф.; *А.И. Фисун*, д-р физ.-мат. наук, проф.; *Я.С. Шифрин*, д-р техн. наук, проф.

*Ответственный за выпуск А.Г. Пащенко*, канд. физ.-мат. наук, доцент

Рекомендовано Ученым советом Харьковского национального университета радиоэлектроники, протокол №64 от 04.10.2010.

*Адрес редакционной коллегии: Харьковский национальный университет радиоэлектроники (ХНУРЭ), просп. Ленина, 14, Харьков, 61166, тел. (0572) 7021-397.*

*Сборник «Радиотехника» включен в Каталог подписных изданий Украины, подписной индекс 08391*

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Н.Н. Колчигин, А.Ю. Бутрым, М.Н. Легенький</i> Расчет импульсного излучения круглой диэлектрической стержневой антенны методом согласования мод во временной области	5
<i>Д.Д. Иванченко, О.В. Казанский, Н.Н. Колчигин</i> Трехмерное подповерхностное зондирование двумерными решетками из РЩА в режиме импульсного возбуждения	13
<i>Ю.М. Пенкин, Л.Ю. Белогорцева</i> Корреляционные характеристики излучения фрактального сигнала линейным вибратором	20
<i>А. В. Артюх, А. П. Блишун, В. А. Дорошенко</i> Осесимметричное возбуждение нестационарным источником конуса с продольной щелью	28
<i>Ю.Е. Гордиенко, С.Ю. Ларкин, А.Л. Ищенко</i> Характеристики коаксиального конусного СВЧ датчика для микродиагностики объектов	35
<i>Н.П. Стогний, Н.К. Сахненко, А.Г. Нерух</i> Моделирование процессов в электромагнитном поле при образовании плазменного шнура	41
<i>В.И. Фесенко</i> Метаматериалы для ТГц и оптического диапазонов. Обзор современного состояния и выбор объектов исследований	48
<i>Н.С. Антоненко</i> Оценка электронной температуры пробоя в воздушной среде	57
<i>А.Ю. Панченко, Н.И. Слипченко, Н.Н. Чернышов</i> Оценка информационных способностей фазовых детекторов и путей их совершенствования на основе современной компонентной базы	63
<i>С. П. Гулин, А.С. Гулин</i> Расчет числа компонент спектра установившегося отклика нелинейной инерционной цепи на многочастотное полиамплитудное воздействие, содержащее постоянную составляющую	67
<i>В.Е. Саваневич, А.Б. Брюховецкий, А. М. Кожухов, Е. Н. Диков</i> Оценка координат астероида на дискретном изображении	78
<i>И. С. Перекрестов, П. В. Иващенко</i> Анализ ухудшения отношения сигнал/шум при синхронном детектировании с предварительной компенсацией фазового сдвига	87
<i>Г.В. Майстренко, А.М. Рыбалко</i> Метод подавления преднамеренных помех в задачах пространственной фильтрации сигналов	93
<i>П.Ф. Лебедев, В.П. Дробышева</i> Двойные электрические мосты теоретической электротехники	102
<i>А.А. Руткас, Л.А. Власенко, А.Г. Руткас</i> Нормализованные состояния и дескрипторные нейросетевые модели переходных режимов нелинейных цепей - II	108
<i>А.И. Костромицкий, В.С. Волотка</i> Обзор программ анализа и мониторинга сетевого трафика	116
<i>А.В. Карпунин, Л.О. Кириченко, Т.А. Радивилова</i> Исследование работы протоколов семейства tcr при критических режимах функционирования сети	123
<i>М. И. Дзюбенко, С. Н. Колпаков, В. П. Пелитенко, В. В. Шевченко</i> Перестраиваемые импульсно-периодические лазеры на красителях с ламповой накачкой видимого и УФ диапазонов спектра	131
<i>В.А. Тихонов, Н.В. Кудрявцева</i> Синтез и анализ мультипликативных процессов линейного предсказания	140
<b>РЕФЕРАТЫ</b>	144

## CONTENT

<i>N.N. Kolchigin, A. Yu. Butrym, M.N. Legenkiy</i> Calculation of pulse radiation of dielectric rod antenna by mode matching in time domain method	5
<i>D.D Ivanchenko, O.V. Kazansky, N.N. Kolchigin</i> 3D ground penetrate sounding by pulse exited two-dimentional TSA arrays	13
<i>Yu.M. Penkin, L.Yu. Belogortseva</i> Correlation characteristics of the radiation of fractal signal linear vibrator.	20
<i>A. V. Artjukh, A. P. Blishun, V. A. Doroshenko</i> The axisymmetric nonstationary source launching of the cone with longitudinal slot	28
<i>Yu.Ye Gordienko, S.Yu. Larkin, A.L.Ishchenko</i> Characteristics of coaxial conical microwave sensor for microdiagnostics objects	35
<i>N.P. Stogniy, N.K. Sakhnenko, A.G. Nerukh</i> Modeling of processes in electromagnetic field due to creation of plasma column	41
<i>V.I. Fesenko</i> Metamaterials THz and optic ranges. Review and choice of the investigated objects	48
<i>N.S. Antonenko</i> The evaluation of electron temperature of breakdown in air	57
<i>A.Yu Panchenko, N.I. Slipchenko, N.N. Chernyshev</i> Estimation of Information capacity of phase detectors and ways of their perfection based on the modern component basis	63
<i>V. E. Savanevich, A. B. Bryukhovetskiy, A. M. Kozhukhov, E. N. Dikov</i> Estimation of the asteroid coordinates on the discrete image	67
<i>S. P. Gulin, A. S. Gulin</i> Calculation of number components of spectrum of the set response of nonlinear inertia circuit on multifrequency polyamplitude influence, containing a permanent constituent	78
<i>I. S. Perekrestov, P. V. Ivaschenko</i> Analysis of signal to noise ratio degradation at the synchronous detecting with preliminary compensation phase shift	87
<i>G.V. Maistrenko, A.M. Rybalko</i> Method of suppression of intentional interference in the problems of signal spatial filtering	93
<i>P. Lebedev, V. Drobysheva</i> Double electric bridges of the theoretical electrical engineering	102
<i>A.A. Rutkas, L.A. Vlasenko, A.G. Rutkas</i> Normalized states and descriptor neuronet models of transient regimes of nonlinear circuits - II	108
<i>A.I. Kostromitsky, V.S. Volotka</i> The review of the programs of the analysis and monitoring of the network traffic	116
<i>O. Karpukhin, L. Kirichenko T. Radivilova</i> Investigation of the TCP family of protocols for critical modes of operation networks	123
<i>M.I. Dzyubenko, S.N. Kolpakov, V.P. Pelipenko, V.V. Shevchenko</i> Tunable periodically pulsed flashlamp- pumped dye lasers to the visible and UV spectral region	131
<i>V.A. Tykhonov, N.V. Kudryavceva</i> Synthes and analysis of multiplicative linear prediction processes	140
ABSTRACTS	144

## РАСЧЕТ ИМПУЛЬСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ КРУГЛОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТЕРЖНЕВОЙ АНТЕННЫ МЕТОДОМ СОГЛАСОВАНИЯ МОД ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

В оптическом и СВЧ диапазоне для фокусирования излучения или улучшения его направляющих свойств часто используются диэлектрические линзы и стержни. В статье предложен новый метод согласования мод во временной области для расчета распространения и излучения импульсного сигнала в круглой диэлектрической стержневой антенне. Этот метод базируется на предложенном проф. О.А. Третьяковым методе модового базиса, который используется для моделирования распространения поля в регулярных частях структуры (свободное пространство и круглый диэлектрический волновод – см. рис. 1).

Метод модового базиса для свободного пространства (диэлектрического волновода) был рассмотрен в [1] ([2]). С помощью этого метода четырехмерная задача (три пространственные координаты и время) о распространении импульса в структуре сводится к двумерной задаче (продольная пространственная координата и время), называемой системой эволюционных уравнений для коэффициентов разложения поля по базису. Эта система интегродифференциальных уравнений с помощью метода моментов может быть сведена к системе матричных дифференциальных уравнений, которая решается численно с помощью FDTD метода (пример применения метода для расчета распространения импульса в регулярном диэлектрическом волноводе был представлен в [3]).

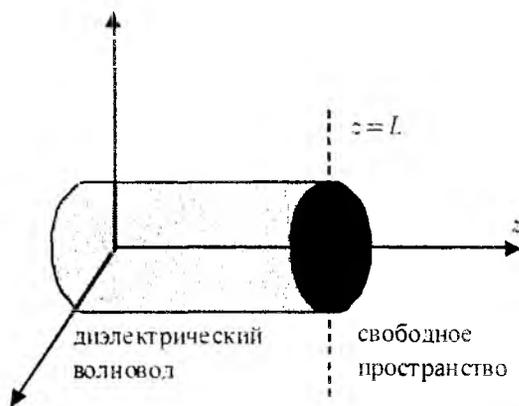


Рис. 1. Рассматриваемая структура

Чтобы описать поведение поля в диэлектрической стержневой антенне необходимо соединить две регулярные области: диэлектрический волновод и свободное пространство. Для этого используется метод согласования мод, предложенный в [4]. Для рассматриваемой задачи эта процедура нуждается в некотором обобщении на случай непрерывного модового спектра, что будет описано в статье.

Для этого используется метод согласования мод, предложенный в [4]. Для рассматриваемой задачи эта процедура нуждается в некотором обобщении на случай непрерывного модового спектра, что будет описано в статье.

### 1. Метод модового базиса

#### 1.1. Круглый диэлектрический волновод

Распространение импульсного сигнала в круглом диэлектрическом волноводе моделируется с использованием метода модового базиса, как описано в [3]. Искомое поле раскладывается по модовому базису для структуры, полученному в [2], следующим образом (собственное значение  $p$  принадлежит интервалу  $[0, \infty)$ ):

$$\begin{aligned} \sqrt{\varepsilon_0} \vec{E}(z, t, \vec{r}) &= \int_p \left( e(z, t, p) p \Phi^e(\vec{r}; p) \vec{z}_0 + v^h(z, t, p) \vec{E}^h(\vec{r}; p) + v^e(z, t, p) \vec{E}^e(\vec{r}; p) \right) dp, \\ \sqrt{\mu_0} \vec{H}(z, t, \vec{r}) &= \int_p \left( h(z, t, p) p \Phi^h(\vec{r}; p) \vec{z}_0 + i^h(z, t, p) \vec{H}^h(\vec{r}; p) + i^e(z, t, p) \vec{H}^e(\vec{r}; p) \right) dp \end{aligned} \quad (1)$$

Функции от поперечных координат в (1) (так называемые модовые функции) были определены в [3]. Эти модовые функции удовлетворяют условиям ортогональности

$$\int_S \Phi^h(\vec{r}, p) \Psi^h(\vec{r}, p') dS = \int_S \varepsilon(\vec{r}) \Phi^e(\vec{r}, p) \Psi^e(\vec{r}, p') dS = \int_S \vec{H}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{H}^h(\vec{r}, p') dS = \delta(p - p')$$

$$\int_S \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{E}^h(\vec{r}, p') dS = \int_S \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}^e(\vec{r}, p) \cdot \vec{E}^e(\vec{r}, p') dS = \int_S \vec{H}^e(\vec{r}, p) \cdot \vec{H}^e(\vec{r}, p') dS = \delta(p - p') \quad (2)$$

$$\int_S \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{E}^e(\vec{r}, p') dS = \int_S \vec{H}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{H}^e(\vec{r}, p') dS = 0$$

Коэффициенты разложения в (1) (так называемые модовые амплитуды) для области без источников удовлетворяют следующей системе эволюционных уравнений (левая колонка – Н-волны, правая колонка – Е-волны):

$$\begin{aligned} \partial_\tau i^h(p) &= -\int L^{hh}(p', p) \partial_z v^h(p') dp', & \partial_\tau v^e(p) &= -\int L^{ee}(p, p') \partial_z i^e(p') dp', \\ v^h(p) &= -\int K^{hh}(p, p') \partial_\tau h_z(p') dp', & i^e(p) &= -\int K^{ee}(p', p) \partial_\tau e_z(p') dp', \\ \partial_\tau v^h(p) + \partial_z \int L^{hh}(p, p') i^h(p') dp' - & \partial_\tau i^e(p) + \partial_z \int L^{ee}(p', p) v^e(p') dp' & & \\ -\int p^2 h^z(p') dp' = -\int L^{he}(p, p') \partial_z i^e(p') dp', & -\int q^2 e^z(p') dp' = -\int L^{eh}(p', p) \partial_z v^h(p') dp', & & \\ \int K^{hh}(p, p') \partial_\tau i^h(p') dp' = -\partial_z v^h(p), & \int K^{ee}(p', p) \partial_\tau v^e(p') dp' = -\partial_z i^e(p), & & \\ i^h(p) = \partial_z h_z(p), & v^e(p) = \partial_z e_z(p), & & \end{aligned} \quad (3)$$

Функции связи  $A^{bc}$ ,  $A \in \{L, K\}$ ;  $b, c \in \{e, h\}$  определяются как проекции базисных функций друг на друга с весом, определяемым поперечным распределением диэлектрической проницаемости [3]. Используя метод моментов, модовые амплитуды можно выразить в форме разложений по некоторой дискретной последовательности ортогональных функций  $v^{e,h}(p) = \sum V_i^{e,h} \psi_i(p)$ ,  $i^{e,h}(p) = \sum I_i^{e,h} \psi_i(p)$ ,  $e^z(p) = \sum E_i^z \psi_i(p)$ ,  $h^z(p) = \sum H_i^z \psi_i(p)$ ,  $\int_p \psi_n(p) \psi_m(p) dp = \delta_{n,m}$ . Таким образом, система интегро-дифференциальных уравнений (3) приводится к матричной форме (здесь все переменные с одним индексом являются векторами, а с двумя индексами – матрицам)

$$\begin{aligned} \partial_\tau i^h &= -\left(L^{hh}\right)^T \cdot \partial_z v^h, \quad v^h = -K^{hh} \cdot \partial_\tau h^z, \quad \partial_\tau v^e = -L^{ee} \cdot \partial_z i^e, \quad i^e = -K^{ee} \cdot \partial_\tau e^z, \\ K^{hh} \cdot \partial_\tau i^h &= -\partial_z v^h, \quad i^h = \partial_z h^z, \quad \left(K^{ee}\right)^T \cdot \partial_\tau v^e = -\partial_z i^e, \quad v^e = \partial_z e^z, \\ \partial_\tau v^h + L^{hh} \cdot \partial_z i^h - P^2 \cdot h^z &= -L^{he} \cdot \partial_z i^e, \quad \partial_\tau i^e + \left(L^{ee}\right)^T \cdot \partial_z v^e - Q^2 \cdot e^z = -\left(L^{eh}\right)^T \cdot \partial_z v^h. \end{aligned} \quad (4)$$

### 1.2. Свободное пространство

Для свободного пространства искомые поля также могут быть разложены в интеграл по модовому базису в виде (1), но с другими модовыми функциями [1]. Модовые функции в этом случае удовлетворяют соотношениям ортогональности, аналогичным (2). Модовые амплитуды удовлетворяют системе (3) с некоторыми упрощениями: функции связи имеют следующий вид  $L_0^{ee} = L_0^{hh} = K_0^{ee} = K_0^{hh} = \delta(p - p')$ ,  $L_0^{he} = 0$  (свободное пространство обозначено индексом 0). Используя разложение модовых амплитуд по ортогональным функциям  $\psi_0(p)$ , как описано в п. 1.1, можно получить систему независимых дифференциальных уравнений, подобная системе (4)

$$\begin{aligned} \partial_{\tau} i_0^h &= -\partial_z v_0^h, & v_0^h &= -\partial_{\tau} h_0^z, & \partial_{\tau} v_0^h + \partial_z i_0^h - P_0^2 \cdot h_0^z &= 0, & i_0^h &= \partial_z h_0^z, \\ \partial_{\tau} v_0^e &= -\partial_z i_0^e, & i_0^e &= -\partial_{\tau} e_0^z, & \partial_{\tau} i_0^e + \partial_z v_0^e - Q_0^2 \cdot e_0^z &= 0, & v_0^e &= \partial_z e_0^z. \end{aligned} \quad (5)$$

Система (5) эквивалентна системе (4), если использовать матрицы связи вида  $L_0^{ee} = L_0^{hh} = K_0^{ee} = K_0^{hh} = I$ ,  $L_0^{he} = 0$  ( $I$  – единичная матрица).

## 2. Численное решение системы эволюционных уравнений

Для численного решения системы (4) используется метод FDTD (детали могут быть найдены в [3]). В рамках этого метода векторы модовых амплитуд из (4) вычисляются на некоторой пространственно-временной сетке. Различные модовые амплитуды вычисляются в разнесенных временных и пространственных точках (см. рис. 2). Получены следующие явные формулы обновления

$$\begin{aligned} h^z \Big|_{i+1/2}^{n+1/2} &= h^z \Big|_{i+1/2}^{n-1/2} - d\tau \left( L^{hh} \right)^T \cdot v^h \Big|_{i+1/2}^n, & v^e \Big|_{i+1/2}^{n+1} &= v^e \Big|_{i+1/2}^n - S \cdot L^{ee} \cdot \left( i^e \Big|_{i+1}^{n+1/2} - i^e \Big|_i^{n+1/2} \right), \\ v^h \Big|_{i+1/2}^{n+1} &= v^h \Big|_{i+1/2}^n - S \cdot L^{hh} \cdot \left( i^h \Big|_{i+1}^{n+1/2} - i^h \Big|_i^{n+1/2} \right) + P^2 \cdot h^z \Big|_{i+1/2}^{n+1/2} - S \cdot L^{he} \cdot \left( i^e \Big|_{i+1}^{n+1/2} - i^e \Big|_i^{n+1/2} \right), \\ i^h \Big|_i^{n+1/2} &= i^h \Big|_i^{n-1/2} - \left( L^{hh} \right)^T \cdot S \cdot \left( v^h \Big|_{i+1/2}^n - v^h \Big|_{i-1/2}^n \right), & e^z \Big|_i^{n+1} &= e^z \Big|_i^n - d\tau L^{ee} \cdot i^e \Big|_i^{n+1/2}, \\ i^e \Big|_i^{n+1/2} &= i^e \Big|_i^{n-1/2} - \left( L^{ee} \right)^T \cdot S \cdot \left( v^e \Big|_{i+1/2}^n - v^e \Big|_{i-1/2}^n \right) + Q^2 \cdot e^z \Big|_i^n - \left( L^{he} \right)^T \cdot S \cdot \left( v^h \Big|_{i+1/2}^n - v^h \Big|_{i-1/2}^n \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $S$  – диагональная матрица, составленная из чисел Куранта  $S = d\tau/dz$  (пространственный шаг может быть различным для каждой компоненты вектора проекций модовых амплитуд, но временной шаг  $d\tau$  выбирается общим). Таким же образом может быть рассчитано распространение сигнала в свободном пространстве, в этом случае в (6) используются

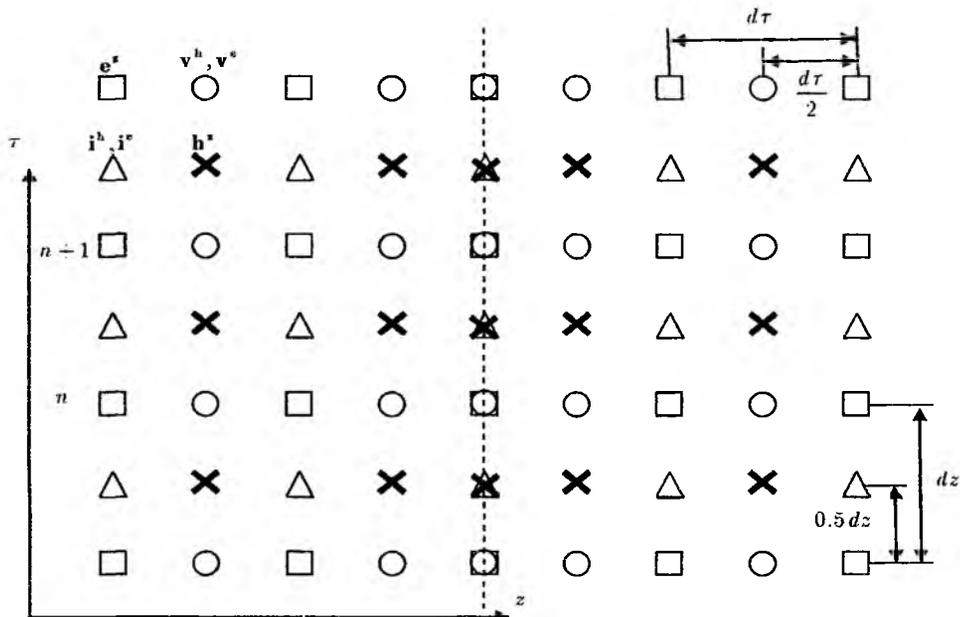


Рис. 2. Пространственно-временная сетка для конечно-разностного решения системы эволюционных уравнений

вырожденные матрицы (см. п. 1.2). Предложенная методика позволяет промоделировать пространство импульса в регулярных частях структуры.

### 3. Согласование мод

Следующим шагом будет соединение расчетных схем для двух регулярных областей (свободное пространство и диэлектрический волновод). Обозначим конец диэлектрического стержня пространственным индексом  $i=0$ . Для диэлектрического волновода (свободного пространства) пространственные индексы принимают отрицательные (положительные) значения (см. рис. 2). Используем граничные условия в общей плоскости, соединяющей диэлектрический волновод и свободное пространство (плоскость  $z=L$  на рис. 1 и пунктирная линия на рис. 2): непрерывность поперечных компонент электрического  $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r})$  и магнитного  $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_0(\vec{r})$  полей, непрерывность продольной компоненты вектора электрической индукции  $D_z(\vec{r}) = D_{z0}(\vec{r})$  (что эквивалентно  $\epsilon(\vec{r})E_z(\vec{r}) = E_{z0}(\vec{r})$ ), и непрерывность продольной компоненты магнитного поля  $H_z(\vec{r}) = H_{z0}(\vec{r})$ .

Эти соотношения могут быть трансформированы в модовую область, используя разложения полей (1) для диэлектрического волновода и свободного пространства. После проектирования этих соотношений на ортогональные функции (см. пункт 1) получаются следующие выражения:

$$\begin{aligned} U^e \cdot v^e \Big|_0^n + U^h \cdot v^h \Big|_0^n &= U_0^e \cdot v_0^e \Big|_0^n + U_0^h \cdot v_0^h \Big|_0^n, \\ W^e \cdot i^e \Big|_0^n + W^h \cdot i^h \Big|_0^n &= W_0^e \cdot i_0^e \Big|_0^n + W_0^h \cdot i_0^h \Big|_0^n, \\ M^e \cdot e^z &= e_0^z, \quad h^z = M^h \cdot h_0^z \end{aligned} \quad (7)$$

где введены матрицы переразложений:

$$\begin{aligned} U^e_{i,j} &= \iiint \vec{E}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{E}^e(\vec{r}, p') \psi_i(p) \psi_j(p') dS dp dp', \\ U^h_{i,j} &= \iiint \vec{E}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{E}^h(\vec{r}, p') \psi_i(p) \psi_j(p') dS dp dp', \\ U^e_{0i,j} &= \iiint \vec{E}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{E}_0^e(\vec{r}, p') \psi_i^0(p) \psi_j^0(p') dS dp dp', \\ U^h_{0i,j} &= \iiint \vec{E}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{E}_0^h(\vec{r}, p') \psi_i^0(p) \psi_j^0(p') dS dp dp', \\ W^e_{i,j} &= \iiint \vec{H}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{H}^e(\vec{r}, p') \psi_i(p) \psi_j(p') dS dp dp', \\ W^h_{i,j} &= \iiint \vec{H}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{H}^h(\vec{r}, p') \psi_i(p) \psi_j(p') dS dp dp', \\ W^e_{0i,j} &= \iiint \vec{H}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{H}_0^e(\vec{r}, p') \psi_i^0(p) \psi_j^0(p') dS dp dp', \\ W^h_{0i,j} &= \iiint \vec{H}^h(\vec{r}, p) \cdot \vec{H}_0^h(\vec{r}, p') \psi_i^0(p) \psi_j^0(p') dS dp dp', \\ M^e_{i,j} &= \iiint \frac{p'}{p} \Phi^e(\vec{r}, p) \Psi_0^e(\vec{r}, p') \psi_i(p) \psi_j^0(p') dS dp dp', \\ M^h_{i,j} &= \iiint \frac{p'}{p} \Phi^h(\vec{r}, p) \Psi^h(\vec{r}, p') \psi_i^0(p) \psi_j(p') dS dp dp' \end{aligned}$$

Формулы обновления возле конца диэлектрического стержня записываются с использованием односторонних (левых/правых) конечных разностей для аппроксимации пространственных производных [4]:

$$\begin{aligned}
i^h|_0^{n+1/2} &= i^h|_0^{n-1/2} - 2(L^{hh})^T \cdot S \left( v^h|_0^n - v^h|_{-1/2}^n \right), & i^h|_0^{n+1/2} &= i^h|_0^{n-1/2} - 2S_0 \left( v_0^h|_{1/2}^n - v_0^h|_0^n \right) \\
i^e|_0^{n+1/2} &= i^e|_0^{n-1/2} - (L^{ee})^T \cdot S \left( v^e|_0^n - v^e|_{-1/2}^n \right) + Q^2 \cdot e^z|_0^n - (L^{he})^T \cdot S \left( v^h|_0^n - v^h|_{-1/2}^n \right), & (8) \\
i_0^e|_0^{n+1/2} &= i_0^e|_0^{n-1/2} - S_0 \left( v_0^e|_0^n - v_0^e|_{-1/2}^n \right) + Q_0^2 \cdot e_0^z|_0^n,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e^z|_0^{n+1} &= e^z|_0^n - d\tau L^{ee} \cdot i^e|_0^{n+1/2}, & i^h|_0^{n+1/2} &= (2/dz) \left( h^z|_0^n - h^z|_{-1/2}^n \right), \\
e_0^z|_0^{n+1} &= e_0^z|_0^n - d\tau \cdot i_0^e|_0^{n+1/2}, & i_0^h|_0^{n+1/2} &= (2/dz_0) \left( h_0^z|_{1/2}^n - h_0^z|_0^n \right)
\end{aligned} \quad (9)$$

После громоздких преобразований из формул обновления (8) – (9) и граничных условий (7) может быть получена следующая схема вычисления значений модовых амплитуд на конце диэлектрического стержня (при  $i = 0$ ).

1) До начала шагания во времени вычисляются дополнительные матрицы:

$$\begin{aligned}
G_1 &= 0.5U^e \cdot S^{-1} \cdot K^{eh} + 0.5U^h \cdot S^{-1} \cdot K^{hh}, & G_2 &= 0.5U^e \cdot S^{-1} \cdot K^{ee}, \\
G_3 &= 0.5U_0^h \cdot (S_0)^{-1}, & G_4 &= 0.5U_0^e \cdot (S_0)^{-1} \\
Y^1 &= G_3 - G_1 \cdot dz^{-1} M^h \cdot dz_0, & Y^2 &= W_0^h + W^h \cdot dz^{-1} M^h \cdot dz_0, \\
X^1 &= G_2 + G_4 \cdot M^e \cdot L^{ee}, & X^2 &= W_0^e \cdot M^e \cdot L^{ee} - W^e
\end{aligned}$$

2) Далее на каждом временном шагу вычисляются векторы:

$$\begin{aligned}
Kv^1 &= U^e \cdot v^e|_{-1/2}^n + U^h \cdot v^h|_{-1/2}^n - U_0^e \cdot v_0^e|_{1/2}^n - U_0^h \cdot v_0^h|_{1/2}^n + \\
&+ G_2 \cdot Q^2 \cdot e^z|_0^n + G_4 \cdot Q_0^2 \cdot e_0^z|_0^n, \\
Kv^2 &= 2 \left[ M^h \cdot \left( h_0^z|_{1/2}^{n+1/2} - h_0^z|_{1/2}^{n-1/2} \right) - \left( h^z|_{-1/2}^{n+1/2} - h^z|_{-1/2}^{n-1/2} \right) \right]
\end{aligned}$$

и с помощью SVD [5] решается переопределенная матричная система уравнений относительно приращений значений модовых амплитуд на границе

$$\begin{pmatrix} G_1 & G_2 & G_3 & G_4 \\ W^h & W^e & -W_0^h & -W_0^e \\ 0 & M^e \cdot L^{ee} & 0 & I \\ dzI & 0 & dz_0 M^h & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta i^h \\ \Delta i^e \\ \Delta i_0^h \\ \Delta i_0^e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Kv^1 \\ 0 \\ 0 \\ Kv^2 \end{pmatrix}$$

3) После этого обновляются значения модовых амплитуд на границе:

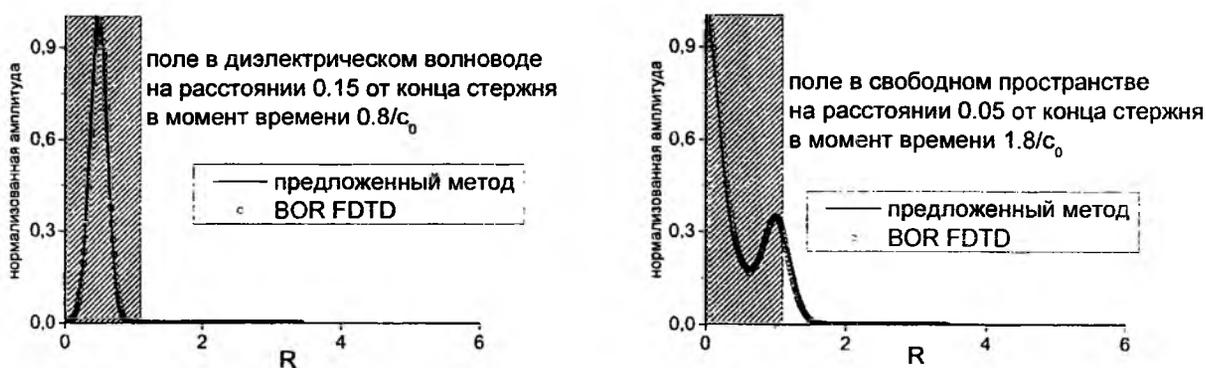


Рис. 3. Сравнение результатов расчета предложенным методом и методом BOR FDTD

$$\begin{aligned}
 i^h|_0^{n+1/2} &= \Delta i^h + i^h|_0^{n-1/2}, \\
 i^e|_0^{n+1/2} &= \Delta i^e + i^e|_0^{n-1/2}, \\
 e^z|_0^{n+1} &= e^z|_0^n - d\tau L^{ee} \cdot i^e|_0^{n+1/2}, \\
 i^h|_0^{n+1/2} &= \Delta i^h + i^h|_0^{n-1/2}, \\
 i^e|_0^{n+1/2} &= \Delta i^e + i^e|_0^{n-1/2}, \\
 e^z|_0^{n+1} &= e^z|_0^n - d\tau i^e|_0^{n+1/2}
 \end{aligned}$$

Предложенная схема используется для расчета значений модовых амплитуд поперечной компоненты магнитного поля в момент времени  $n+1/2$  и модовых амплитуд продольной компоненты электрического поля в момент времени  $n+1$ .

#### 4. Результаты численных расчетов

Численно промоделирована следующая структура: круглый волновод радиуса  $a$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 0$  возбуждался кольцом с магнитными токами, расположенным в точке  $z = 0$

$$\begin{aligned}
 \hat{J}(\vec{r}, z, t) &= \vec{\varphi}_0 e^{-\left(\frac{r-r_0}{0.12a}\right)^2} e^{-\left(\frac{t-t_0}{T}\right)^2} \cos(\varphi) \delta(z-z_0) \\
 a &= 1.1, r_0 = 0.5a, T = a/(5c), t_0 = 5T
 \end{aligned} \tag{10}$$

При отрицательных  $z$  диэлектрический волновод считается бесконечным, в точке  $z = L$  диэлектрический стержень заканчивается, и при  $z > L$  находится свободное пространство. Для верификации предложенного метода результаты расчетов сравнивались с результатами расчета методом BOR FDTD [6]. Сравнение представлено на рис. 3 (изображена радиальная зависимость азимутальной компоненты электрического поля в некоторых точках в диэлектрическом волноводе и свободном пространстве в некоторые моменты времени). Хорошее совпадение между кривыми на рис. 3 подтверждает правильность предложенного метода.

На рис. 4 приведено пространственное распределение поля в различные моменты времени. Здесь можно заметить, как происходит распространение поля в стержне (при этом необходимо заметить, что поле внутри и вне диэлектрика распространяется с разными скоростями). На рис. 4 видно как происходит излучение поля из стержня, прослеживается образование основного лепестка диаграммы направленности.

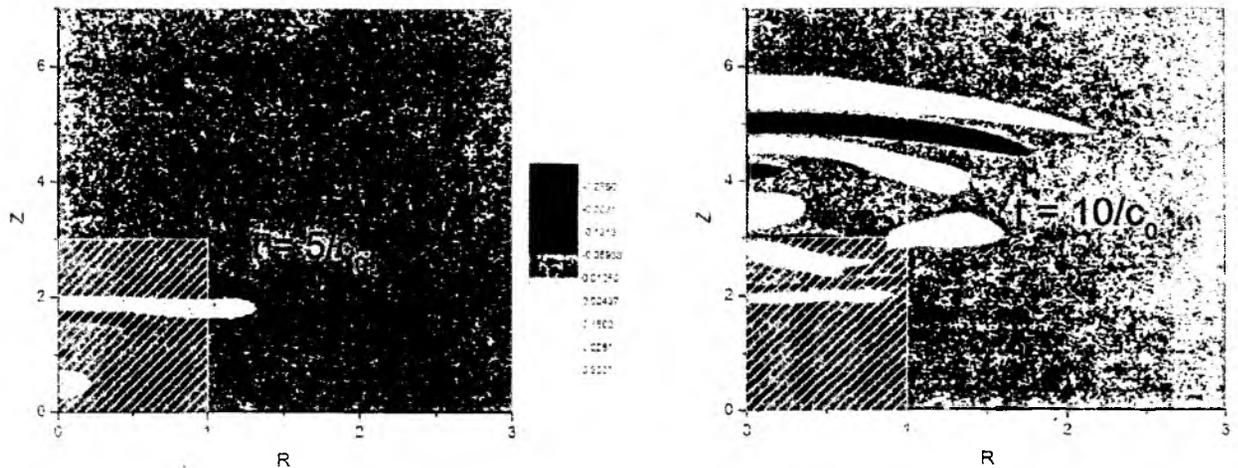


Рис. 4. Распределение поля в структуре в различные моменты времени (заштрихованная область обозначает диэлектрический стержень)

На рис. 5 изображено распределение поля на оси структуры в различные моменты времени: наблюдается преобразование поля, движущегося со скоростью  $c_0/\sqrt{\epsilon}$  в диэлектрике в поле,двигающееся со скоростью  $c_0$  в свободном пространстве.

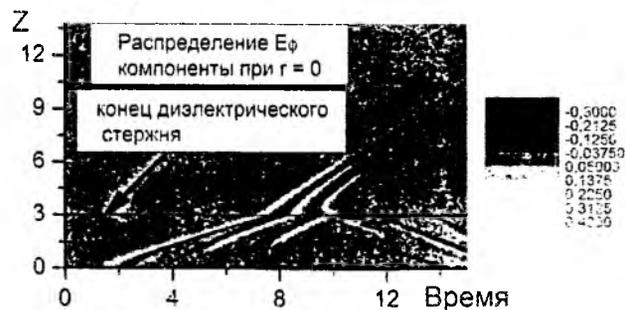


Рис. 5. Распределение поля на оси стержня по продольной координате в различные моменты времени (заштрихованная область обозначает диэлектрический стержень)

На рис. 6 показано изменение временной формы поля на оси структуры на различных расстояниях от диэлектрического стержня.

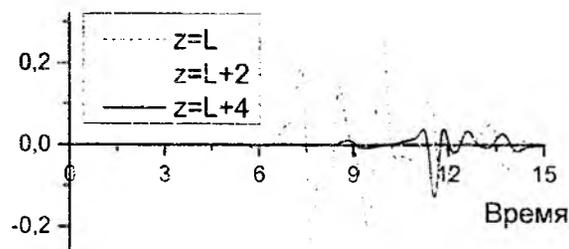


Рис. 6. Временная зависимость поля в свободном пространстве при  $r = 0$  на разных расстояниях от конца диэлектрического стержня

Предложен новый метод для моделирования излучения импульсных сигналов диэлектрической стержневой антенной. Этот метод базируется на методах модового базиса, FDTD и согласования мод. Поля в регулярных частях структуры представляются в виде модового разложения с коэффициентами разложения (модовыми амплитудами), удовлетворяющими системе интегро-дифференциальных эволюционных уравнений, которые сводятся к матричным дифференциальным уравнениям методом моментов. Распространение сигнала в таких областях моделируется с помощью конечно-разностной схемы решения (FDTD) системы эволюционных уравнений. Для того чтобы сшить вычислительные схемы для модовых амплитуд на конце диэлектрического стержня, применяется проецирование граничных условий. В результате получается явная схема обновления полей на стыке областей регулярности структуры. Численные результаты хорошо согласуются с результатами прямого BOR-FDTD моделирования, что подтверждает корректность предложенного вычислительного подхода. В то же время вычислительные затраты предлагаемого метода существенно ниже чем у FDTD при большей точности и более широких возможностях анализа решения на основе интерпретации модового представления полей.

**Список литературы:** 1. *Третьяков О.А., Думин А.Н.* Излучение нестационарных электромагнитных полей плоским излучателем // *Электромагнитные волны & электронные системы.* 1998. Т. 3, № 1. С. 12-22. 2. *Легенкий М.Н., Бутрым А.Ю.* Построение модового базиса для открытых диэлектрических структур методом интегральных уравнений // *Вестник ХНУ им. В.Н. Каразина. Радиофизика и электроника.* 2009. Т. 883, № 15. С. 50-53. 3. *Legenkiy M.N., Butrym A. Yu.* Mode Basis construction for open dielectric circular waveguide by integral equation method // *Proceedings of the conference MSMW 2010.* 4. *Legenkiy M.N., Butrym A.Y.* Method of mode matching in time domain // *Progress In Electromagnetics Research B.* 2010. Vol. 22. P. 257-283. 5. *Press W.H., Teukosky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P.* Numerical recipes in C. The art of scientific computing. Cambridge: Cambridge-University Press, 1997, 994 p. 6. *Taflove A., Hagness S.C.* Computational electromagnetics: the finite-difference time-domain method. Norwood: Artech House, 2000. 852 p.

*Харьковский национальный университет  
им. В.Н. Каразина*

*Поступила в редколлегию 06.10.2010*

## **ТРЕХМЕРНОЕ ПОДПОВЕРХНОСТНОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ ДВУМЕРНЫМИ РЕШЕТКАМИ ИЗ РЩА В РЕЖИМЕ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ**

### **Введение**

Несмотря на большое количество работ, посвященных георадарам, при построении изображений подповерхностных объектов возникают сложности связанные, со скоростью и детализацией измерения, с затенением электрически непрозрачными телами, а также наблюдается неоднозначность в определении формы подповерхностных объектов и координат. При этом неоднозначность в определении формы является следствием недостаточного количества данных измерения, поскольку преобладающе результатами зондирования являются наборы диаграмм рассеяния при нормальном падении сигнала на границу раздела. От этого нельзя избавиться даже несмотря на различные способы численной обработки данных [1, 2]. Данная особенность заложена в схеме измерения и в применении антенных систем. Известны как однопозиционные, так и двухпозиционные схемы измерений, когда приемная и передающая антенны либо совмещены, либо разнесены в пространстве [3 – 5]. При этом в работах в основном использовалась система измерений, когда при перемещении антенны проводится нормальное к земной поверхности зондирование. Также известны схемы, в которых используется несколько приемных антенн, обеспечивающих прием импульсных откликов от объектов под различными углами. Рассматривается также применение антенных решеток для того, чтобы уменьшить количество проходов антенн при измерениях [6].

В данной работе ставится задача применения двумерных антенных решеток из расширяющихся щелевых антенн (РЩА) в режиме видео-импульсного возбуждения в задачах подповерхностного зондирования, которые проводят сканирование в пространстве одновременно с управлением формой диаграммы направленности решетки в обеих плоскостях [7].

### **Постановка задачи**

Пусть антенная система, представленная двумерной антенной решеткой из  $N \times N$  элементов с одинаковым межэлементным расстоянием  $d$ , перемещается на расстоянии  $H$  от поверхности земли вдоль одной из осей ( $Ox$ ) с постоянной скоростью  $v$ . Электрические размеры решетки будут определять ее диаграмму направленности в обеих плоскостях (рис. 1). Также считаем, что конструкция решетки предусматривает возможность электронного управления возбуждением каждого элемента решетки. Как было показано ранее, можно проводить двумерное электронное сканирование за счет изменения времени задержки возбуждения сигналов на элементах решетки [7]. Считая, что скорость электронного сканирования значительно превышает скорость перемещения антенной системы  $v$ , будем рассматривать измерение как набор последовательных сканирований всей поверхности в двух направлениях (вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$ ) в некоторых точках  $P_j$ . Таким образом, поверхность разбивается на сетку из прямоугольных участков-фацетов, для каждого из которых существует свой набор измерений для различных  $P_j$  положений антенной системы. Данные измерения будут представлять собою трехмерную матрицу данных – набор импульсных откликов (зависимость амплитуды сигнала от времени) для различных углов сканирования. Учитывая, что при этом будет проводиться серия последовательных измерений при перемещении антенной системы в плоскости, результат представит собою четырехмерный массив для серии измерений, при которых происходит перемещение антенной системы в одном направлении, а поверхность объекта будет состоять из набора элементов (фацетов), определяемых сечением диаграммы направленности антенн.

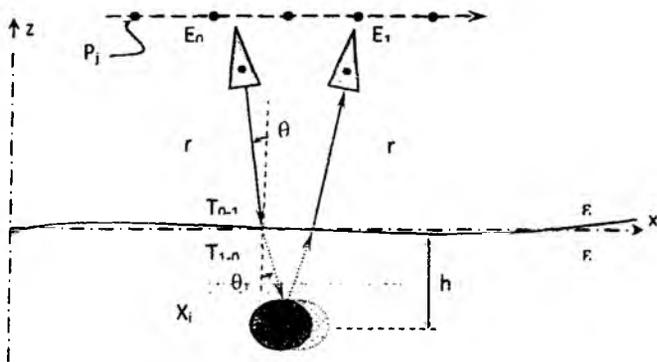


Рис. 1. Проекция элемента декомпозиции на плоскость, нормальную направлению в точку наблюдения P

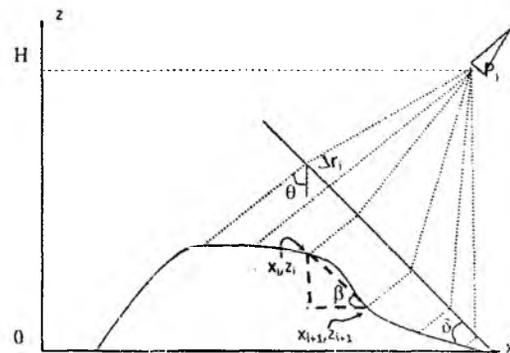


Рис. 2. Схема проведения измерений при подповерхностном зондировании

Процедура определения расположения элементов декомпозиции и ориентации нормали к их поверхностям из измеренных значений массива данных заключается в определении наибольшего уровня рассеянного сигнала. Действительно, пусть поверхность объекта описывается функцией  $z(x)$ , которая может быть задана как численно, так и аналитически (рис. 2). Поверхности вдоль оси  $Ox$  разбиваются прямоугольной координатной сеткой с шагом разбиения  $\Delta x$ . Обозначим  $z(x_i) \equiv z_i$ . Угол между нормалью к оси антенной решетки и направлением излучения определяется задержкой между временем возбуждения элементов антенны  $\Delta t$ .

Тогда из геометрии задачи следует

$$\theta = \arctan \left( \frac{(x_i + x_{i+1})/2 - P_j}{H - (z_i + z_{i+1})/2} \right). \quad (1)$$

Пусть нормали  $\vec{k}$  всех элементов декомпозиции лежат в плоскости  $xOz$ .  $\beta$  – тогда угол падения электромагнитной волны на плоскость facets и определяется как угол между нормалью к данному facets и осью  $Oz$ :

$$\beta = \arctan \left( \frac{z(x_{i+1}) - z(x_i)}{x_i - x_{i+1}} \right) = \theta - \delta. \quad (2)$$

Проекция facets на плоскость, перпендикулярную направлению распространения сигнала,

$$\Delta r = \Delta x \cos(\delta). \quad (3)$$

Расстояние от центра антенной системы до центра отражающего элемента декомпозиции определяется из формулы

$$R = c\tau/2, \quad (4)$$

где  $\tau$  – временная задержка между сигналом рассеянным от центра отражающего элемента и от произвольной точки поверхности отражающего элемента.

Расстояние от антенной системы до центра элементов разбиения

$$R = \sqrt{\left( H - \frac{z_i + z_{i+1}}{2} \right)^2 + \left( \frac{x_i + x_{i+1}}{2} - P_j \right)^2}. \quad (5)$$

Поле рассеяния от плоского двумерного прямоугольного элемента (волновой вектор лежит в плоскости  $xOz$ ) для нескольких углов падения (отличных от  $90^\circ$ ,  $-90^\circ$ ) будет определяться диаграммой направленности элемента с известным расположением, но с неизвестной ориентацией в пространстве:

$$E \sim \frac{\sin \delta}{\delta} \frac{E_0 F}{4\pi R^2}, \quad (6)$$

где  $F$  – коэффициент Френеля.

Ориентация элемента декомпозиции в плоскости  $xOz$  определяется по максимуму отраженного поля и при разных положениях антенной решетки и при различных углах сканирования при положениях, когда расположение антенны определяется индексом  $j$  (соответствует точке наблюдения  $P_j$ ), а расположение facets  $x$ , по оси  $Ox$  определяется индексом  $i$ . Все значения интенсивностей полей рассеяния должны быть нормированы на расстояние от антенной системы до соответствующей точки поверхности. Зная расстояние до центра элемента декомпозиции, несложно восстановить его координату  $z_{i+1} = z_i + \Delta x \tan \theta$ . Результатом будет восстановленное изображение, состоящее из элементов декомпозиции с заданной ориентацией и положением в трехмерном пространстве.

Отдельно рассмотрим определение вклада в импульсный отклик от краевых областей facets, а так же импульсные отклики от областей наложения facets при двух последовательных измерениях. При приеме сигнала, рассеянного от участка поверхности размером  $(a \times b)$ , при наличии задержки излучения импульса, наблюдается эффективный прием сигнала для апертуры со смещением на величину  $\Delta l = r \tan \theta$  относительно апертуры, соответствующей излучению импульса элементами решетки без временной задержки ( $\theta$  – угол наблюдения максимума диаграммы направленности при электронном сканировании). Одновременно в процессе измерения происходит смещение антенной системы вдоль поверхности земли. Тогда, если в первом случае рассматриваются импульсные отклики от объектов, расположенных в пределах выбранной апертуры для различных углов моностатического рассеивания, то во втором случае мы рассматриваем импульсные отклики от различных апертур для одного и того же направления в случае моностатического рассеивания. Введем обозначение  $E_i(\theta)$  – поле моностатического рассеивания при угле наблюдения  $\theta$  и при  $i$ -м смещении антенной системы вдоль поверхности земли. Считаем, что каждое последующее сканирование проводится со смещением  $\Delta l = 15$  см вдоль поверхности земли. Данное значение выбрано в соответствии с  $\Delta l = cT/2$ , когда длительность импульса  $T=1$  нс, чтобы совместить точки расположения антенной системы при перемещении ( $P_j$ ) с центрами апертур для каждого сканирования. Значение  $cT/2$  связано с особенностью электронного сканирования и является необходимым условием разрешения.

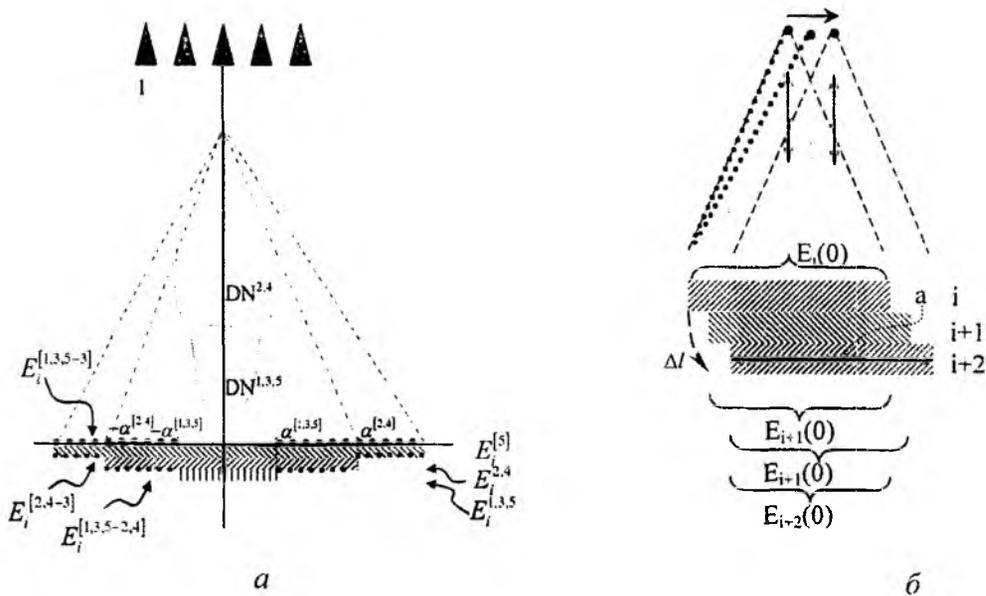


Рис. 3. Определение импульсных откликов от смежных областей при электронном сканировании

Для серии измерений с различными диаграммами направленности антенной системы следует различать рассматриваемые апертуры (рис. 3, а). Минимальный размер апертуры определяется электрическим размером решетки, распределением поля по поверхности апертуры, что в свою очередь связано с участвующими в работе элементами в решетке. Введем обозначение:  $E^{1,2,3}_i(\theta)$  – измерение с участием элементов решетки под номерами 1, 2 и 3 при  $i$ -м положении антенной системы при ее перемещении вдоль поверхности грунта. На рис. 3, а показаны схемы измерений с участием элементов решетки 3; 2,4; 1,3,5. Каждому случаю отвечает своя диаграмма направленности решетки и различное распределение поля по поверхности апертуры. Апертуры, участвующие во взаимодействии, выделены штриховкой для всех трех случаев. По выделенным участкам видно, что для каждой пары данных измерений присутствует общая часть импульсного отклика, которая может быть определена путем нормирования с помощью диаграмм направленности для каждого случая возбуждения элементов решетки. Различающиеся участки апертур для пары измерений выделены на рисунке точками и могут быть найдены разностно из попарного рассмотрения импульсных откликов с учетом соответствующей нормировки диаграмм направленности решетки для данных, задействованных в ее работе, элементов. Обозначим импульсные отклики для таких случаев:  $E_i^{[5-1,3,5]}(t)$  – разностный импульсный отклик для пары экспериментов при  $i$ -м положении антенной системы при участии элементов решетки 5 и 1,3,5.

Возьмем пару измерений, когда рассматривается нормальное моностатическое измерение одной и той же площадки с участвующими в работе элементами решетки под номерами 2,4 и номерами 1,3,5. Тогда общий импульсный отклик для данных случаев может быть записан в виде:

$$E_i^{1,3,5}(t) \sim \int_{-\alpha_i^{1,3,5}}^{\alpha_i^{1,3,5}} DN^{1,3,5}(x) E_{inc}(t) dx, \quad (7)$$

$$E_i^{2,4}(t) \sim \int_{-\alpha_i^{2,4}}^{\alpha_i^{2,4}} DN^{2,4}(x) E_{inc}(t) dx \sim \int_{-\alpha_i^{1,3,5}}^{-\alpha_i^{2,4}} DN^{2,4}(x) E_{inc}(t) dx + \int_{-\alpha_i^{1,3,5}}^{\alpha_i^{1,3,5}} DN^{2,4}(x) E_{inc}(t) dx + \int_{\alpha_i^{1,3,5}}^{\alpha_i^{2,4}} DN^{2,4}(x) E_{inc}(t) dx, \quad (8)$$

где  $DN^{1,3,5}$  – диаграмма направленности антенной решетки, в которой участвуют в работе 1,3 и 5 элементы. Сравнивая первое выражение и 2 слагаемое, легко выделить из общего сигнала импульсный отклик, соответствующий отражению сигнала для граничных областей рассматриваемой апертуры  $E_i^{[1,3,5-2,4]}(t)$ ,  $E_i^{[1,3,5-3]}(t)$ ,  $E_i^{[2,4-3]}(t)$ . Полученный результат дает возможность при рассмотрении нескольких измерений с разными элементами решетки, получать отдельные характеристики различных областей поверхности. На основании данных разностных импульсных откликов, мы получаем детализированные характеристики рассматриваемого объекта. При этом, рассмотрев результаты пары измерений и исходя из аддитивности импульсных откликов от различных участков, мы можем выделить импульсный отклик от внутренней части апертуры, размер которой будет определяться максимальным разрешением антенной решетки (наибольшая электрическая длина решетки). В решетке предлагается использовать различное количество элементов решетки при неизменной ее электрической длине, что позволит задать в импульсном отклике преобладание вклада от центральной или краевой частей апертуры, а значит и выделить именно эту часть. Тогда, сравнивая импульсные отклики для различных комбинаций излучающих элементов, по вышеприведенной разностной схеме выделяются характеристики участков с размерами значительно меньше

разрешения антенной решетки и детализация подповерхностных объектов будет определяться количеством и расположением антенных элементов в решетке и количеством их комбинаций при измерении.

Также следует отдельно выделить серию измерений для нормального угла падения сигнала: эти измерения есть результат работы обычного георадара и определяются положением антенной системы (индекс  $i$ ), а также нормальным углом падения ( $\theta=0^\circ$ ). Считаем, что используемая скорость позволяет проводить измерения с небольшим смещением апертуры относительно предыдущего положения, что дает импульсные отклики, в которых присутствует составляющая импульсного отклика, общая для соседних измерений (рис. 3б). Для достаточно малых смещений можем считать, что углы наблюдения для элементов нескольких соседних апертур мало отличаются и можно считать что импульсный отклик измеряется для одного и того же угла наблюдения. Тогда можно получить импульсный отклик как общей части для нескольких соседних измерений, так и отличающуюся часть импульсных откликов для данных измерений через их корреляцию.

$$E(x, t) \sim \int DN(x)DN(x + \Delta x)E_{inc}(t)dx \quad (9)$$

Здесь импульсный отклик будет заключать в себе как временную форму падающего сигнала  $E_{inc}(t)$ , так и форму диаграммы направленности, которая будет зависеть от рассматриваемой апертуры, при малых смещениях будет рассматриваться как аргумент автокорреляционной функции.

### Результаты

Рассмотрим результаты численного моделирования для объекта – металлического уголка, ориентированного таким образом, чтобы существовали затененные области (нормаль к верхней грани уголка расположена под углом  $45^\circ$  к нормали границы раздела сред) (рис. 4, а). Тогда при углах наблюдения  $\theta < 0^\circ$ , импульсный отклик будет определяться рассеянием сигнала на грани I. При углах наблюдения  $\theta > 0^\circ$ , импульсный отклик будет определяться рассеянием сигнала на грани II. А при больших углах ( $\theta > 45^\circ$ ), объект начнет работать как уголковый отражатель, однако эти направления измерений недостижимы для данной геометрии задачи и не рассматриваются.

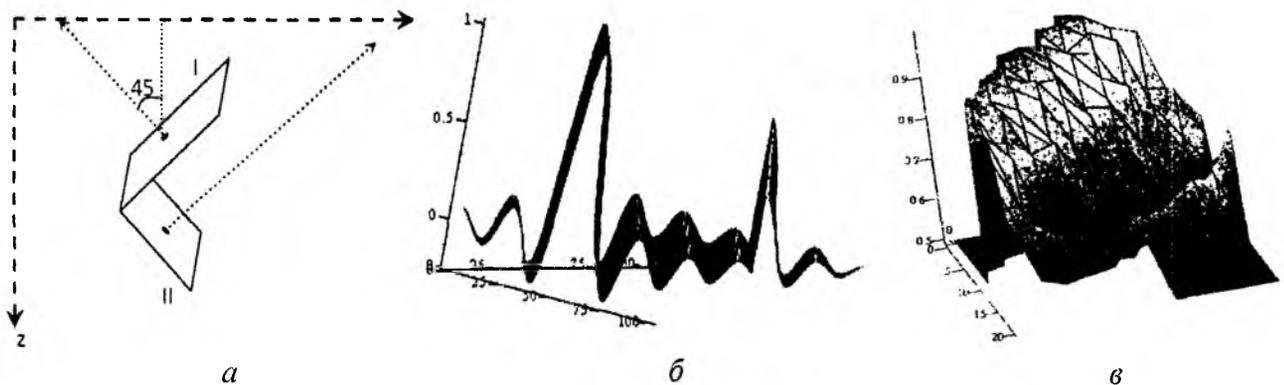


Рис. 4. Изображения объекта – а, полученные в результате моделирования – б и экспериментального измерения – в

Рассмотрим отдельно особенности сканирования в секторе углов  $45^\circ > \theta > 0^\circ$ . Здесь сигнал, принятый стандартным георадаром, будет содержать только сигнал, рассеянный верхней гранью уголка (I), а вот нижняя грань будет затенена для нормально падающего сигнала. Предложенный в данной работе принцип сканирования позволяет выделить импульсный отклик, рассеянный гранью II при некоторых ракурсах измерения. На основании временных форм отраженных сигналов с последующей численной обработкой, для такого объекта была

Х13704

построена диаграмма рассеяния по пиковой мощности как зависимость максимальной амплитуды рассеянного сигнала от положения антенной системы и от угла сканирования (рис. 4, б). Здесь второй лепесток диаграммы рассеяния смещен относительно первого на  $90^\circ$ , что отвечает углу раскрыва уголка. Учитывая, что реально возможности сканирования решетки ограничены ее направленными свойствами, геометрией задачи и глубиной проникновения сигнала в грунт, становится ясно, что изображения затененных частей объекта могут быть найдены при небольших углах отклонения (до  $40 - 45^\circ$ ) нормалей к поверхности объекта. Однако это позволяет уменьшить неопределенность в определении размеров объекта и его расположения и тем самым получать изображения объектов более точно. Результаты обработки данных экспериментальных измерений представлены на рис. 4, в. Где видно, что индикатриссы рассеяния обладают той же тенденцией что и при моделировании. На изображениях введено нормирование амплитуды принятого сигнала, за счет чего можно выделить положения антенной системы, когда наблюдается максимальное переизлучение импульсного сигнала гранью уголка. Так для положения, когда угол обзора объекта составляет  $45^\circ$  градусов, сигнал падает на первую грань нормально и наблюдается наибольший вклад от нее, а вклад от второй грани отсутствует, поскольку она затенена при данном ракурсе. Аналогично для положения, когда преобладает вклад от второй пластины (нормальное падение сигнала), а первая пластина рассеивает только боковой кромкой и ее вклад значительно меньше. Для промежуточных значений углов наблюдения принимается сигнал, эквивалентный сигналу рассеяния на уголке.

При учете импульсных откликов для различных электрических размеров антенной системы, учитывалось изменение ширины диаграммы направленности антенной системы. Это позволило обеспечить равномерность учета вклада сигналов, рассеянных от всех частей объекта, в общий импульсный отклик. Предложенный оригинальный метод измерения и обработки данных позволяет восстанавливать поверхность исследуемого объекта в пространстве, а не только получать изображения распределения амплитуды сигналов для различных положений приемо-передающей системы на плоскости.

Рассмотрение данных до обработки и построения изображения позволяет проводить «экспресс» оценку формы объекта. На рис. 5 представлены изображения протяженного объекта, содержащего выпуклые области с различной величиной кривизны в виде полуэллипса с постоянным значением малой полуоси (основание) и различными отношениями большой полуоси к меньшей ( $1:5$ ,  $5:5$ ,  $10:5$ ). Здесь по оси ординат отложено положение антенной системы относительно объекта, а по оси абсцисс откладываются углы сканирования.

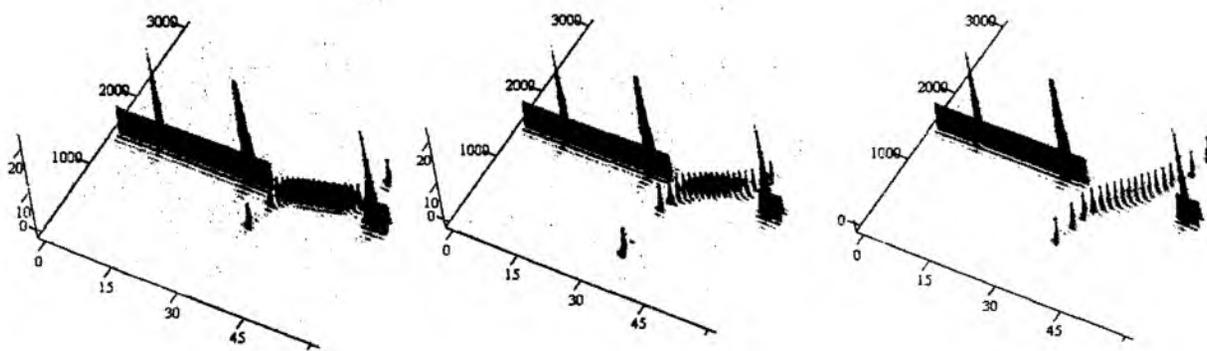


Рис. 5. Изображения поверхностей содержащих эллипс различной величины (большая полуось – 1, 5, 10 фацетов, при постоянном размере малой полуоси 5 фацетов)

Очевидно, что максимум сигнала наблюдается при нормальном падении сигнала на плоскую поверхность объекта, тогда величина отклонения максимумов отраженного сигнала (по оси ординат она соответствует на рисунках максимально отличным от нормали углам, при которых наблюдается рассеяние от объекта в импульсном отклике) определяют кривизну

поверхности и в пределе для нулевого радиуса изображения окружности стремится к изображению ровной поверхности. Наличие симметрии объекта, определяется симметрией данного изображения относительно кривой  $x=y$ , кроме того можно определить сечение симметрии. Ординаты, для которых наблюдаются максимальные отклонения максимумов отраженного сигнала, определяют линейный размер криволинейной части поверхности.

### **Выводы**

Предложен метод проведения подповерхностного зондирования с помощью двумерных антенных решеток с импульсным возбуждением элементов решетки. Показано, что за счет управления диаграммой направленности антенной системы можно провести полную пространственную селекцию исследуемой области, построить изображения с детализацией необходимых элементов подповерхностного объекта, а также получить изображения элементов, затененных при некоторых ракурсах. Разработан алгоритм обработки полученных результатов измерения с целью определения импульсных откликов для смежных областей при различных измерениях. Показана возможность выявления симметрии подповерхностного объекта на начальных этапах обработки данных.

**Список литературы:** 1. *Варяница-Рощупкина Л.А.* Формирование радиолокационного изображения трубы при дифракции импульсного поля перемещающегося источника // Труды конф. Распространение широкополосных и сверхширокополосных сигналов в природных средах. зондирование природных сред. Муром, 6 июля 2006 г. 2. *Бодров В.Ю.* Интерактивная обработка трехмерных данных импульсных радиолокаторов подповерхностного зондирования: Дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2005. 3. *Terrence W. Barrett*, History of Ultra-WideBand (UWB) Radar & Communications: Pioneers and Innovators / Progress in Electromagnetics Symposium (PIERS 2000), 2000, July. 4. *Nigel C. Davidson et al.* Initial Testing of Advanced Ground & Penetrating Radar Technology for the Inspection of Bridge Decks / The HERMES and PERES Bridge Inspectors. Federal Highway Administration. 4. *John D. Norgard, Michael C. Wicks, Randy L. Musselman*, Deep Ground Penetrating Radar (GPR) WIPD-D Models of Buried Sub-Surface Radiators // US Air Force Academy 2005. 5. *Veysel Turkel, Mustafa Yalcinkaya, Huseyin Akbas.* Detection methods of underground pipelines. 24<sup>th</sup> world gas conference WGC2009, Buenos Aires, Argentina, 5-9 October 2009. 6. *Пивненко С. Н.* Обоснование импульсного метода измерения параметров диэлектриков в свободном пространстве / Вестник Харьковского университета. Радиофизика и электроника. 1998. Вып. 405. С.91-95. 7. *Kazansky O. V., Kolchigin N. N., Kutzenko A. S.* Pulse radiolocation by means of two-dimensional antenna arrays // Proceedings 4nd International Workshop on "Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals" (UWBUSIS'08) – Sevastopol (Ukraine), September 15-29, 2008.

*Харьковский национальный университет  
имени В.Н. Каразина*

*Поступила в редколлегию 06.10.2010*

## КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ ФРАКТАЛЬНОГО СИГНАЛА ЛИНЕЙНЫМ ВИБРАТОРОМ

### Введение

В настоящее время фрактальные методы находят всё более широкое применение в различных радиофизических исследованиях [1]. Это касается, как собственно задач радиофизики, так и задач, связанных с многочисленными радиофизическими приложениями. Одним из актуальных вопросов практической реализации этих методов, как отмечено в [2], является формирование и излучение в пространство фрактальных во времени сигналов с заданными параметрами (например, значением фрактальной размерности). Разумеется, что для исследования этого вопроса могут быть использованы разные подходы, которые ещё недостаточно освещены в литературе. В рамках одного из них, базирующегося на использовании представления обобщенных функций Вейерштрасса [1, 2], авторами было проведено моделирование излучения сигнала фрактального типа классической линейной вибраторной антенной. Основные результаты этого моделирования и представлены в данном сообщении.

### Принципы и результаты моделирования.

Одним из основных моментов внедрения тех или иных фрактальных алгоритмов в процесс формирования сигнала является сложность их практической реализации [2]. Например, в работе [3] теоретически и экспериментально исследовались сигналы в виде фрактального временного вейвлета, являющегося одним из типов фрактальных сигналов. Отметим, что фрактальный вейвлет здесь представлял собой импульс сложной формы, самоподобный спектр которого является предканторовским множеством. Временная реализация сигнала в [3] задавалась путём ввода массива цифровых данных от компьютера в программируемый генератор. Экспериментальные результаты получены для фрактальных широкополосных сигналов с синусоидальной несущей на частоте 2GHz.

В данной работе используется иной подход к формированию сигналов фрактального типа [4], который более просто может быть реализован на практике. Алгоритм формирования фрактального сигнала  $S(t)$  основывается на использовании известных [1, 2] обобщённых функций Вейерштрасса

$$S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \eta^{(D-2)n} \cdot \cos(\tau \eta^n t), \quad (1)$$

где  $1 < D < 2$  – фрактальная размерность функции  $S(t)$ ; параметр  $\eta > 1$ , а  $\tau$  – некоторая постоянная. Функции  $S(t)$  являются непрерывными, однако недифференцируемыми при любом аргументе  $t$ , и характеризуются скейлингом (свойством масштабной инвариантности или подобия).

Сравнивая формулу (1) для функций Вейерштрасса с известным выражением для волнового пакета гармонических колебаний:

$$S(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos(\omega_n t + \varphi_n), \quad (2)$$

где  $A_n$  – амплитуда  $n$ -го колебания,  $\omega_n$  – круговая частота и  $\varphi_n$  – начальная фаза (которую без потери общности здесь можно принять  $\varphi_n = 0$ ), нетрудно заметить, что волновой пакет будет представлять собой квазифрактальный сигнал, если обеспечены равенства:  $A_n = \eta^{(D-2)n}$  и  $\omega_n = \tau \eta^n$ . При этом соответствующий набор амплитуд гармоник  $A_n$  будет определяться заданной фрактальной размерностью временного сигнала  $D$ .

Наиболее удобным на практике является обеспечение генерации колебаний в режиме удвоения частоты. Поэтому для моделирования целесообразно выбрать значение параметра  $\eta = 2$ . Также отметим, что такой выбор параметра  $\eta$  обеспечивает и требуемую периодичность функциональных слагаемых в выражениях (1) и (2) при фиксированном значении  $\tau = \pi$ .

Предварительное исследование возможности формирования сигналов фрактального типа в виде конечных фрагментов ряда (2) было проведено в работах [4, 5] для конкретного значения фрактальной размерности  $D=1,26$ , соответствующей размерности известной зависимости Кох. При суммировании от  $n=1$  ряд ограничивался  $N$  членами, которые вносят основной энергетический вклад в формировании сигнала. При этом форма сигнала представляет собой предфрактал порядка  $N$ . Отметим, что здесь использовалась нормировка амплитуд гармоник  $A_n$  относительно значения постоянной

$$C = 2^{(D-2)} \cdot \frac{1 - 2^{(D-2)N}}{1 - 2^{(D-2)}} \quad (3)$$

аналогично работе [1].

Таким образом, при реализации сигналов в виде пакета гармонических колебаний (2) возникает необходимость их возбуждения с частотами  $1, 2, 4, \dots, 2^n$  [Гц]. Однако интеграция таких колебаний, например в «рамках» единого волноведущего тракта, представляется технически проблематичной. В работах [4, 5] было показано, что фрактальный характер сигнала сохраняется и в случае когда он сформирован для радиодиапазона в сегменте только метровых и дециметровых длин волн, то есть представляет собой фрагмент ряда (2) при  $n=26, 27, \dots, 32$ . Здесь нормировка амплитуд  $A_n$  производится (с учётом исключения из (3) вклада начальных гармоник ряда (2)) относительно значения постоянной:

$$\tilde{C} = 2^{(D-2)} \cdot \frac{1 - 2^{(D-2)N_{\max}}}{1 - 2^{(D-2)}} - \sum_{n=1}^{N_{\min}-1} 2^{(D-2)n}, \quad (4)$$

где  $N_{\min} = 26$ , а  $N_{\max} = 32$ .

Действительно, нетрудно убедиться аналитически, что используя нормировку (4) при исключении любого конечного числа начальных членов ряда (1), будем получать идентичные по форме временные сигналы на масштабе одного периода самой низкочастотной гармоники. Разумеется, что при этом сигнал остается представленным в виде бесконечного ряда, который является математическим фракталом с фрактальной размерностью  $D$ . Также отметим, что зависимости убывания амплитуд гармоник с ростом их номера для фиксированного значения  $D$  у сигналов со «смещённой» начальной частотой сохраняются независимо от выбора начальной частоты.

Оперируя с бесконечным рядом, как с математической абстракцией, на практике при численном или физическом моделировании мы сталкиваемся с необходимостью его ограничения. В известных из литературы работах [1, библиография], в которых исследовались и (или) использовались обобщённые функции Вейерштрасса, ряд ограничивался учётом 7–12 его первых гармоник при различных значениях параметра  $1 < D < 2$ . В работах [4, 5] выбор количества членов ряда, необходимых для учёта, основывался на анализе соотношения амплитуд гармоник. Конкретно: требовалось игнорирование гармоник, у которых амплитуды при расчётах оказывались на порядок меньше (и более), чем амплитуда основной низкочастотной гармоники с  $n=26$ . С точки зрения энергетического анализа сигнала такой подход является приемлемым.

Что касается фрактальной размерности  $D_f$  сигнала (1) в случае его представления в виде конечного ряда (2). Обычно [1, с.70] при моделировании считают, что рассматриваемая временная функция имеет фрактальную размерность  $D$ . В действительности  $D$  является поточечной (клеточной) размерностью временной функциональной зависимости (2) и определяет верхний предел для истинной фрактальной размерности Хаусдорфа–Безиковича ( $D_f \leq D$ )

обобщенной функции Вейерштрасса. Отметим, что для самоподобных фракталов поточечная размерность примерно совпадает с их корреляционной фрактальной размерностью. Возможность использования их для взаимного численного контроля можно обобщить и на самоаффинные фрактальные функции Вейерштрасса

С использованием подобного [4, 5] набора гармоник было проведено моделирование формы сигнала для других значений фрактальной размерности  $D \in [1,05;1,5]$ . Результаты этих расчётов приведены в табл.1, где  $n$  – номер гармоники,  $f_n[\Gamma\text{ц}]$  – действительная частота, а  $\lambda_n[\text{м}]$  – длина волны  $n$ -го колебания в свободном пространстве.

Таблица 1

$n$	26	27	28	29	30	31	32	D
$\omega_n$	$2^{26} \pi$	$2^{27} \pi$	$2^{28} \pi$	$2^{29} \pi$	$2^{30} \pi$	$2^{31} \pi$	$2^{32} \pi$	
$f_n[\Gamma\text{ц}]$	$33.55 \cdot 10^6$	$67.11 \cdot 10^6$	$134.2 \cdot 10^6$	$268.4 \cdot 10^6$	$536.9 \cdot 10^6$	$1074 \cdot 10^6$	$2147 \cdot 10^6$	
$\lambda_n[\text{м}]$	8.941	4.47	2.235	1.118	0.559	0.279	0.14	
$ A_n $	0.485	0.251	0.13	0.067	0.035	0.018	$9.327 \times 10^{-3}$	<b>1.05</b>
$ A_n $	0.467	0.25	0.134	0.072	0.039	0.021	0.011	<b>1.1</b>
$ A_n $	0.449	0.249	0.138	0.077	0.043	0.024	0.013	<b>1.15</b>
$ A_n $	0.431	0.247	0.142	0.082	0.047	0.024	0.015	<b>1.2</b>
$ A_n $	0.408	0.244	0.146	0.088	0.052	0.031	0.019	<b>1.26</b>
$ A_n $	0.393	0.242	0.149	0.092	0.056	0.035	0.021	<b>1.3</b>
$ A_n $	0.373	0.238	0.151	0.097	0.061	0.039	0.025	<b>1.35</b>
$ A_n $	0.353	0.233	0.154	0.101	0.067	0.044	0.029	<b>1.4</b>
$ A_n $	0.333	0.227	0.155	0.106	0.072	0.049	0.034	<b>1.45</b>
$ A_n $	0.312	0.221	0.156	0.11	0.078	0.055	0.039	<b>1.5</b>

Как видно из анализа табличных данных, скорость убывания амплитуд гармоник  $A_n$  с ростом частоты различна для сигналов с разной фрактальной размерностью. Причём, как и следовало ожидать, чем больше  $D$ , тем она меньше. Если, как указывалась выше, в качестве

предельного критерия соотношения амплитуд  $\chi = \frac{|A_{32}|}{|A_{26}|}$  из энергетических соображений вы-

брать  $\chi_{\max} \approx 0,1$ , то для данного пакета колебаний значение параметра  $D$  необходимо ограничить интервалом  $[1,0;1,5]$ . Очевидно, что при значениях  $D > 1,5$  пакет необходимо дополнять гармоническими колебаниями более высоких частот, которые выходят за пределы частотного диапазона моделирования, выбранного с учётом использования в дальнейшем антенны вибраторного типа (рис.1).

С другой стороны, границу ограничения ряда можно обосновать стабилизацией формы сигнала, анализируя коэффициенты корреляции временных зависимостей, получаемых при последовательном росте числа учитываемых гармоник. Как показали расчёты, частично представленные в табл. 2, в обоих случаях необходимое число учитываемых гармоник  $N$  практически совпадает, но является разным для различных значений параметр  $D$ .

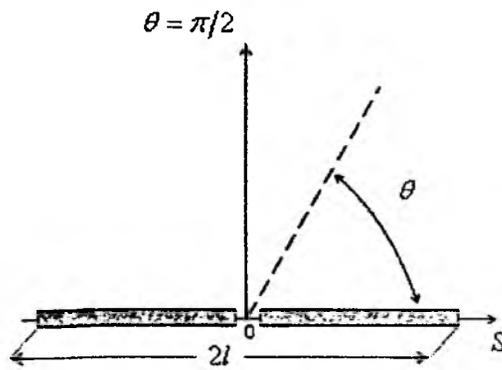


Рис. 1. Геометрия задачи

Таблица 2

$n$	26	27	28	29	30	31	32	D
$\omega_n$	$2^{26} \pi$	$2^{27} \pi$	$2^{28} \pi$	$2^{29} \pi$	$2^{30} \pi$	$2^{31} \pi$	$2^{32} \pi$	
$r$	-	0.882	0.970	0.992	0.998	0.999	1	1.1
$r$	-	0.861	0.957	0.986	0.995	0.998	0.999	1.26
$r$	-	0.818	0.927	0.967	0.984	0.992	0.996	1.5

Таким образом, можно утверждать, что корректно выбранный фрагмент ряда из представления обобщенной функции Вейерштрасса (1), по сути представляющий собой соответствующим образом скомпонованный многочастотный сигнал, будет определять временную зависимость фрактального типа с поточечной фрактальной размерностью D. Причём выбором числа учитываемых гармоник и их амплитуд можно изначально обеспечивать заданную величину D.

Из теории вибраторных тонкопроволочных антенн известно [6], что при условии обеспечения требуемой малости радиуса симметричного вибратора, возбуждаемого в центре  $\delta$ -генератором напряжения гармонического колебания, выражение для тока в вибраторе имеет вид

$$I(s) = I_0 \sin k(l - |s|), \quad (5)$$

где  $I_0$  – амплитуда тока в точке возбуждения;  $k = 2\pi/r$  – постоянная распространения;  $2l$  – длина вибратора;  $s \in [-l; l]$  – координата вдоль продольной оси вибратора (см. рис.1).

Поле излучения вибратора в дальней зоне, для известного распределения тока (5), на заданной частоте можно найти по формуле

$$E_\theta = 60i \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot I_0 \frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos kl}{\sin \theta}, \quad (6)$$

где  $e^{ikt}/r$  – волновая функция свободного пространства;  $E_\theta$  – компонента напряжённости электрического поля излучения вибратора в сферической системе координат. Заметим, что для рассматриваемой геометрии излучателя  $E_\phi = 0$  и  $E_r = 0$ .

Не исследуя здесь вопрос технической возможности согласования входных характеристик вибратора на выбранных частотах, предполагаем, что амплитуда тока возбуждения  $I_0$  в (6), для каждой частоты равна требуемой из распределений, представленных в табл.1. Таким образом, амплитуда напряженности  $E_\theta(t)$  поля излучения симметричного вибратора в направлении  $\theta$ , возбуждаемого заданным сигналом фрактального типа, с учётом местной нормировки будет определяться выражением:

$$E_{\theta}(t) = \sum_{n=26}^{32} A_n \frac{\cos\left(\frac{2l\pi}{\lambda_n} \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{2l\pi}{\lambda_n}\right)}{\sin \theta} \cdot \cos(\omega_n t). \quad (7)$$

Заметим, что здесь возможность синфазного сложения гармонических составляющих обеспечивается выполнением условия для дальней зоны  $r \gg \lambda_{\max}$ .

Также следует подчеркнуть, что полученная формула (7) представляет собой аналитическое решение задачи излучения симметричного вибратора во временной области, которая решена с помощью спектрального метода. В общем случае решение задачи находится только численными методами. Такая возможность здесь обеспечивается тем, что сигнал возбуждения, по сути, уже представлен своим разложением в ряд Фурье по фильтрованному спектру гармоник, и традиционные для решения задачи операции прямого и обратного Фурье преобразования временного сигнала здесь исключаются естественным образом.

Прежде чем представить результаты численного моделирования на основании приведенных формул, следует указать на особенности графического представления фрактальных зависимостей (2) и (7). В качестве примера, на рис. 2 изображена форма сигнала (2) при  $n=26\dots32$  и  $D=1,05$  для разных временных масштабов представления одного и того же сигнала. При этом количество узловых точек  $M=200$ , задаваемых при «прорисовке» временных зависимостей в обоих случаях использовано одинаковое. Подчеркнём, что детализация графического изображения подобных зависимостей является принципиально бесконечной процедурой, поскольку фрактальные функции (1) не дифференцируемые в любой произвольной точке временного интервала. Поэтому для сигналов может быть выбран произвольный шаг их графического представления, однако единый для обеспечения возможности их визуального сравнения. В данных исследованиях и далее фиксировалось значение  $M=200$ .

Также следует указать на проявление скейлинговых свойств сигналов при выборе величины временного интервала их представления, которые в нашем случае будут характеризоваться интервалами  $T/2^n$  ( $n=1,2,\dots$ ), симметричными относительно отсчёта  $T/2$  (где  $T \approx 3 \cdot 10^{-8} c$  период низкочастотной гармоники). Так, на рис. 3 приведены функции фрактального сигнала (2) при  $n=26\dots32$  для  $D=1,05$ . В отличие от рис. 3,а, где  $t \in [0,75 \cdot 10^{-8}; 2,25 \cdot 10^{-8}] c$ , на рис. 3,б тот же сигнал представлен на интервале  $t \in [1,125 \cdot 10^{-8}; 2,275 \cdot 10^{-8}] c$ . Как видно, при делении первоначального интервала кратно 2, получаем подобные временные зависимости, которые из-за усечения интервала теряют некоторые детали в поведении огибающей сигнала, что характерно для самоаффинных фрактальных функций.

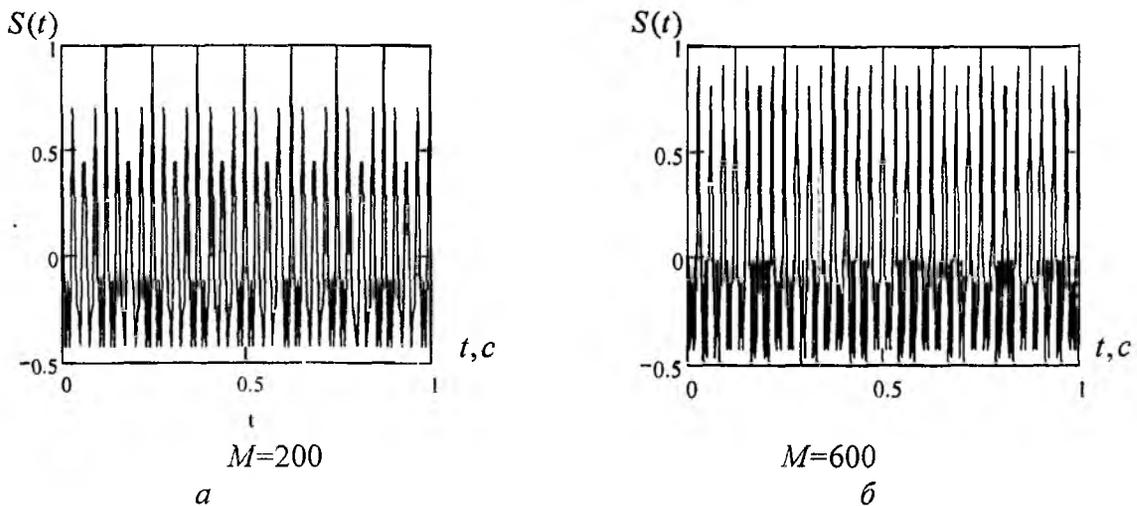


Рис.2. Временное представление сигнала фрактального типа

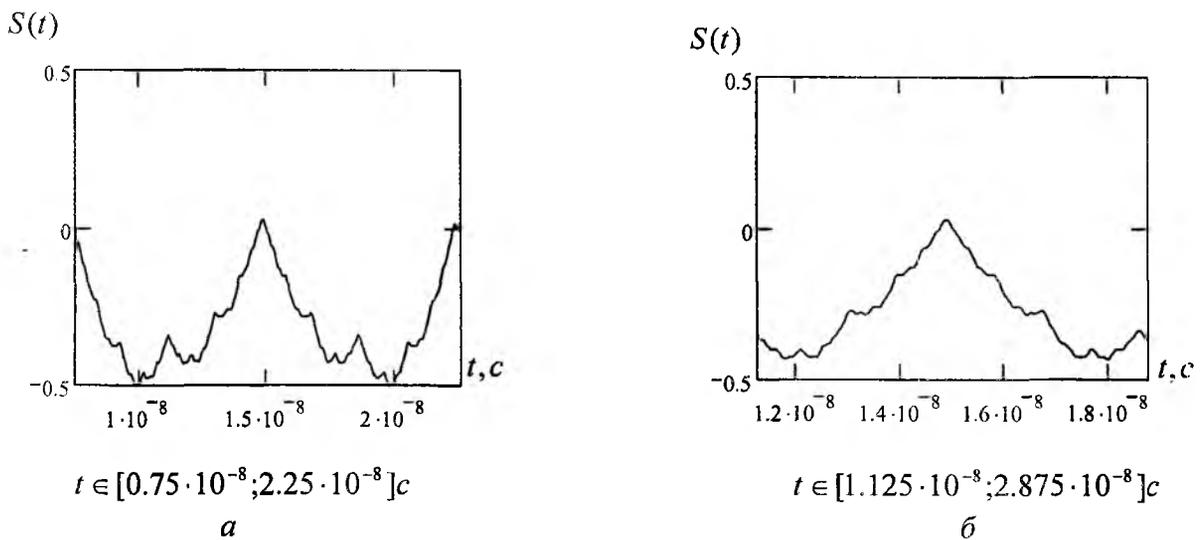


Рис. 3. Скейлинг сигнала фрактального типа

От общих замечаний о графическом представлении фрактальных сигналов перейдём непосредственно к основным результатам моделирования сигналов излучения линейного вибратора. На первый взгляд, можно было предположить, что изменение электродинамической эффективности излучения вибратора на гармониках разных частот, а также изменение его направленных свойств излучения для каждой частоты, приведёт к существенному искажению структуры и формы излучённого фрактального сигнала по отношению к сигналу, возбуждающему вибратор. Однако результаты моделирования эти опасения не подтвердили. Как было показано в работе [5] на основании качественного анализа, для эффективного изучения рассматриваемых сигналов фрактального типа необходимо выбрать длину вибратора  $2l$  (рис. 1) равной длине настроенного вибратора на частоту основного длинноволнового колебания  $2l = 0,48\lambda_{26}$ . Это можно объяснить двоичной кратностью частот гармоник, используемых в представлении (2).

Здесь нужно уточнить, что результаты предварительно проведенного численного анализа показали, что излучённый сигнал, как бы ни трансформировался его первоначальный вид (например, при изменении угла наблюдения  $\theta$ ), из-за эффекта зашумления остается также ломанной кривой, корреляционная фрактальная размерность которого несущественным образом отличается от размерности сигнала возбуждения (до 10 %). Эта размерность определяется при помощи формулы

$$\nu = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\ln C(\varepsilon, N)}{\ln \varepsilon}, \quad \text{где} \quad C(\varepsilon, N) = N^{-2} \sum_{i \neq j} \theta(\varepsilon - |\bar{x}_i - \bar{x}_j|) \quad (8)$$

– так называемый корреляционный интеграл;  $\varepsilon$  – размер ячейки разбиения фазового пространства,  $N$  – число точек массива векторов  $\bar{x}$ ,  $\theta$  – функция Хевисайда,  $\bar{x}_i = \bar{x}(i\Delta t)$ ,  $\bar{x}_j = \bar{x}(j\Delta t)$ .

Поэтому более информативным в этом смысле является анализ коэффициента корреляции  $r$  [7], который показывает именно степень изменения формы сигнала излучения по отношению к форме сигнала возбуждения вибратора.

Проведённые расчёты коэффициента корреляции между излучённым сигналом и сигналом, возбуждающим вибратор, также подтвердили правильность выбора  $2l = 0,48\lambda_{26}$ . Для примера, на рис.4 представлены излучённые вибратором сигналы (7) в перпендикулярном направлении  $\theta = \pi/2$  для граничных значений  $D=1,05$  (рис.4, а) и  $D=1,5$  (рис.4, б). В первом случае коэффициент корреляции излучённого сигнала с возбуждающим вибратором сигналом (рис. 2, а) имеет величину  $r=0,91$ , а во втором случае  $r=0,85$ .

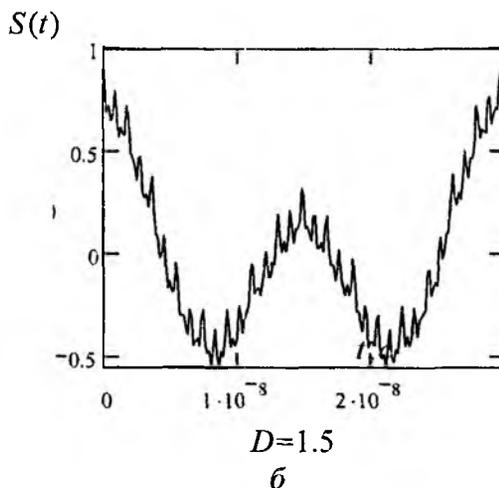
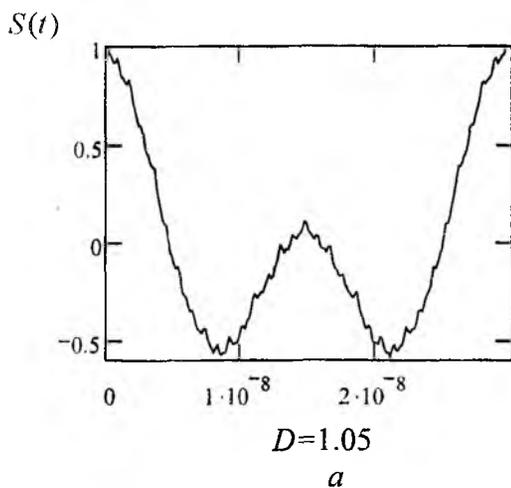


Рис. 4. Форма сигнала излучения

Для сигналов с фрактальной размерностью из интервала  $D \in [1.05; 1.5]$  такие значения коэффициентов корреляции показаны на рис. 5, а. Как видно, высокие значения коэффициентов корреляции указывают на сильную статистическую связь между рассматриваемыми временными зависимостями, а следовательно, на относительно небольшие изменения формы сигнала при излучении.

Особый интерес при моделировании вызывал вопрос, как форма излученного сигнала будет меняться при изменении угла наблюдения  $\theta$ . На рис. 5, б представлены зависимости величины коэффициентов корреляции при сравнении двух сигналов: излученного в направлении текущего и сигнала возбуждения вибратора. В связи с симметрией задачи на рис. 5, б представлены результаты расчётов только для сектора  $\theta \in [0^\circ; \pi/2]$ . При уменьшении угла  $\theta$ , как и следовало ожидать, значения анализируемых коэффициентов корреляции уменьшаются для любых фрактальных размерностей  $D$ . Причём чем больше  $D$ , тем быстрее ослабевает уровень статистической связи между сигналами. При этом, можно утверждать, что для значений  $\theta \in [\pi/2 - 30^\circ; \pi/2 + 30^\circ]$  величина коэффициента корреляции  $r > 0.7$ , т.е. больше уровня, который принят в статической теории в качестве нижней границы для характеристики умеренной связи между случайными зависимостями.

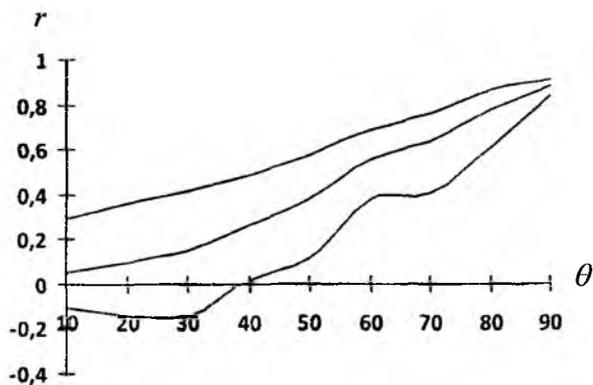
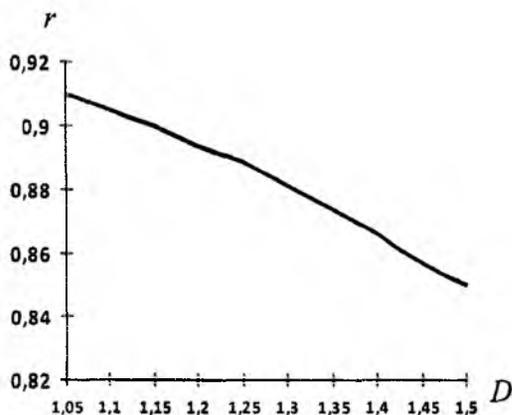


Рис. 5. Корреляционные характеристики

## Выводы

1. Исследована возможность использования в качестве модели формирования фрактального во времени сигнала конечного фрагмента ряда гармоник из представления обобщённых функций Вейерштрасса. Определены частоты и амплитуды гармонических колебаний для формирования фрактальных сигналов, реализуемых в радиодиапазоне метровых и дециметровых волн, с различным значением их поточечной фрактальной размерности ( $1 < D \leq 1.5$ ).

2. На основе формул из теории электродинамики для тонких проволочных антенн построен алгоритм моделирования излучения (в дальней зоне) рассматриваемых сигналов фрактального типа линейным симметричным вибратором во временной области.

3. На основе анализа корреляционных зависимостей исследована степень трансформации формы излучённых вибратором сигналов фрактального типа. При этом длина вибраторного излучателя выбиралась равной длине настроенного вибратора на частоту основного длинноволнового колебания. Показано, что для сигналов с поточечной фрактальной размерностью  $\theta \in [1.05; 1.5]$  коэффициент корреляции между сигналом возбуждения вибратора и излучённым сигналом в направлении  $\theta = \pi/2$  не меньше значения 0,85.

**Список литературы:** 1. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки Изд.2-е перераб. и доп. М.: Университетская книга, 2005. 848 с. 2. *Лазоренко О.В., Черногор Л.Ф.* Фрактальные сверхширокополосные сигналы // Радиофизика и радиоастрономия, 2005.10, №1. С.62-84. 3. *Болотов В.Н., Ткач Ю.В.* Генерирование сигналов с фрактальными спектрами // Журнал технической физики. 2006. Т.76, Вып. 4. С.91-98. 4. *Пенкин Ю.М., Белогорцева Л.Ю., Холодов В.И.* Моделирование излучения фрактального сигнала тонким линейным вибратором // Матер. За 5-й междунар. науч. практ. конф. «Найновате научни постижения». София «БелГРАД-БГ», 2009. Т.25. Технология. Физика. С.73-78. 5. *Пенкин Ю.М., Белогорцева Л.Ю., Холодов В.И.* Моделирование излучения фрактального сигнала тонким линейным вибратором // Системи обробки інформації, 2009. Вип.3(77). С.70-75. 6. *Айзенберг Г.З., Белоусов С.П. и др.* Коротковолновые антенны. Изд. 2-е, перераб. и доп. М: Радиосвязь, 1985. 536с. 7. *Прохоров Ю.В.* Математика. Большой энциклопедический словарь. М.: Большая Российская Энциклопедия. 848с.

*Национальный фармацевтический университет,  
Харьков*

*Поступила в редколлегию 16.06.2010*

## ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ИСТОЧНИКОМ КОНУСА С ПРОДОЛЬНОЙ ЩЕЛЬЮ

### Введение

Постоянно повышающийся интерес к изучению импульсного возбуждения структур, имеющих угловые размеры, обусловлен, прежде всего, большой их применимостью в различных отраслях техники. Импульсные режимы работы приборов и аппаратуры широко используются в телевидении, медицине, радиолокации, радионавигации, информационно-измерительной технике и космической связи. Все это порождает интерес к геометрически нерегулярным и щелевым структурам, например щелевым конусам [1], обладающим свойством широкополосности [2] и способностью формировать импульсные поля. В связи с этим возникают трудности, связанные с построением адекватной математической модели физического процесса и с решением соответствующей начально-краевой задачи. Использование существующих численно-аналитических и численных методов решения начально-краевых задач для структур с поверхностными сингулярностями (вершины, ребра) нередко приводит к неустойчивым решениям, что влечет за собой появление физически противоречивых результатов [3]. Поэтому возникает необходимость проверки полученного решения путем сравнения с экспериментальными данными (что не всегда представляется возможным) или с решениями, полученными строгими аналитическими методами.

Целью работы является построение математической модели процесса возбуждения точечным импульсным источником конической антенны с продольной щелью и решение соответствующей модельной начально-краевой задачи с помощью строгих аналитических и численно-аналитических методов.

### Формулировка задачи. Метод решения

Пусть электрический радиальный диполь, расположенный в точке  $A_0$ , возбуждает одиночный круговой полубесконечный идеально проводящий конус с продольной щелью  $\Sigma$  (рис. 1).

Конус  $\Sigma$  с углом полуоткрытия  $\gamma$  во введенной сферической системе координат  $r, \theta, \varphi$  с началом в вершине конуса задается уравнением  $\theta = \gamma$ . Угловая ширина продольной щели  $d$  равна по величине двугранному углу, образованному плоскостями, которые проведены через ось конуса и кромки щели. Источник включается при  $t = t_0$  и имеет момент

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{M} \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) f(t - t_0),$$

где  $\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$  – дельта-функция,  $f(t - t_0)$  определяет

определяет зависимость поля источника от времени, причем

$f(t - t_0) \equiv 0, t < t_0$ . Среда, в которой находятся конус и источник, считается однородной, изотропной и стационарной с диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\epsilon, \mu$  соответственно. Электромагнитное поле  $\vec{E}(\vec{r}, t), \vec{H}(\vec{r}, t)$  при наличии конуса и источника удовлетворяет уравнениям Максвелла, краевому условию обращения тангенциальной составляющей электрического поля на конической поверхности, условию причинности, а также условию ограниченности энергии. Начально-краевая задача в такой постановке имеет единственное решение [4], которое запишем в виде

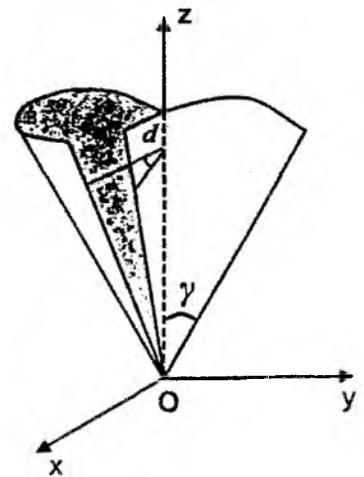


Рис. 1. Конус со щелью

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) + \vec{E}_1(\vec{r}, t), \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0(\vec{r}, t) + \vec{H}_1(\vec{r}, t), \quad (1)$$

$\vec{E}_0(\vec{r}, t), \vec{H}_0(\vec{r}, t)$  – поле источника,  $\vec{E}_1(\vec{r}, t), \vec{H}_1(\vec{r}, t)$  – рассеянное конусом поле, и будем искать с помощью потенциала Дебая  $\nu$  [4], удовлетворяющего неоднородному волновому уравнению, начальному условию, краевому условию Дирихле и условию ограниченности энергии. Вследствие использования аппарата функции Грина и интегральных преобразований Мелера – Фока [6], потенциал для рассеянного поля  $\vec{E}_1(\vec{r}, t), \vec{H}_1(\vec{r}, t)$  можно представить в виде

$$\nu_1(\vec{r}, t) = \frac{aM_r}{4\pi r r_0^2 \varepsilon} \eta \left( t - t_0 - \frac{r + r_0}{a} \right) \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{th} \pi \tau b_\tau \hat{U}_{i\tau}(\theta, \varphi) \Phi_{i\tau}(t, r) d\tau, \quad (2)$$

$$\Phi_{i\tau}(t, r) = \int_{\frac{r+r_0}{a}}^{t-t_0} f(t-t_0-z) P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(z)) dz, \quad \operatorname{ch} b(z) = \frac{a^2 z^2 - r^2 - r_0^2}{2rr_0}, \quad (3)$$

$$\hat{U}_{i\tau} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n \frac{P_{-1/2+i\tau}^n(\cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^n(\cos \gamma)} e^{in\varphi}, & 0 < \theta < \gamma, \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n \frac{P_{-1/2+i\tau}^n(-\cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^n(-\cos \gamma)} e^{in\varphi}, & \gamma < \theta < \pi; \end{cases} \quad (4)$$

где  $\varepsilon\mu = 1/a^2$ ,  $\eta(\xi)$  – функция Хэвисайда,  $P_{-1/2+i\tau}^n(\cos \theta)$  – функция Лежандра первого рода,  $b_\tau$  – известный коэффициент,  $x_n$  – неизвестные коэффициенты, для нахождения которых используется краевое условие и условие непрерывности поля в щели [6]. В результате использования этих условий электродинамическая задача сводится к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода фредгольмовского типа (СЛАУ-2) относительно искомым коэффициентов [6]:

$$X = AX + B,$$

где оператор  $A$  является компактным, а в случае узкой щели сжимающим. Это позволяет использовать метод редукции для численного решения СЛАУ-2 в случае произвольной ширины щели, а также метод последовательных приближений для получения аналитического решения при возбуждении конуса с узкой щелью.

В случае возбуждения конуса с продольной щелью  $\delta$ -образным источником,  $f(t-t_0) = \delta(t-t_0)$ , функция  $\Phi_{i\tau}(t, r)$  (3) принимает вид

$$\Phi_{i\tau}(t, r) = P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t-t_0)) \quad (5)$$

и тогда потенциал  $\nu_1(\vec{r}, t)$  и компонента вектора напряженности  $E_\theta$  запишутся так:

$$\nu_1(\vec{r}, t) = \frac{aM_r}{4\pi r r_0^2 \varepsilon} \eta \left( t - t_0 - \frac{r + r_0}{a} \right) \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{th} \pi \tau b_\tau \hat{U}_{i\tau}(\theta, \varphi) P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t-t_0)) d\tau,$$

$$E_{\theta} = \frac{aM_r}{4\pi r r_0^2 \varepsilon} \eta \left( t - t_0 - \frac{r + r_0}{a} \right) \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{th} \pi \tau b_{\tau} \frac{d}{d\theta} \hat{U}_{i\tau}(\theta, \varphi) \frac{d}{dr} P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t-t_0)) d\tau. \quad (6)$$

### Случай коротких импульсов

Для многих практических приложений интерес представляет исследование задач возбуждения короткими и сверхкороткими импульсами большой мощности. Пусть источник включается на короткое время  $\Delta t$  в момент времени  $t_0 = 0$ :

$$f(t) = S(t)[\eta(t) - \eta(t - \Delta t)], \quad S(t) > 0, \quad t \in (t - \Delta t, t).$$

где функция  $S(t)$  определяет амплитуду сигнала. Тогда

$$\Phi_{i\tau}(t, r) = \int_{t-\Delta t}^t S(t-z) P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(z)) dz. \quad (7)$$

Преобразуем функцию  $\Phi_{i\tau}(t, r)$  к такому виду:

$$\Phi_{i\tau}(t, r) = \int_{t-\Delta t}^t S(t-z) P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(z)) dz = \left. \begin{array}{l} y = t - z, \\ z = t - y, \\ dz = -dy \end{array} \right|_0^{\Delta t} = \int_0^{\Delta t} S(y) P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t-y)) dy.$$

Используя свойства функции Лежандра  $P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(z))$ , а также её разложение по формуле Тейлора в точке  $y = 0$

$$P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t-y)) = P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t)) + y \left. \frac{\partial}{\partial y} P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t-y)) \right|_{y=0} + \\ + \frac{1}{2} y^2 \left. \frac{\partial^2}{\partial y^2} P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t-y)) \right|_{y=0} + O(y^3),$$

получим

$$\int_0^{\Delta t} S(y) P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t-y)) dy = P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t)) \int_0^{\Delta t} S(y) dy + \\ + \left. \frac{\partial}{\partial y} P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t-y)) \right|_{y=0} \int_0^{\Delta t} y S(y) dy + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2}{\partial y^2} P_{-1/2+i\tau}(\operatorname{ch} b(t-y)) \right|_{y=0} \int_0^{\Delta t} y^2 S(y) dy + O(\Delta t^3) \quad (8)$$

Обозначим  $B(\Delta t) = \int_0^{\Delta t} S(y) dy$  и оценим интегралы в (8):

$$\int_0^{\Delta t} y S(y) dy < \Delta t \int_0^{\Delta t} S(y) dy = \Delta t B(\Delta t), \quad \int_0^{\Delta t} y^2 S(y) dy < (\Delta t)^2 B(\Delta t).$$

Предполагая, что функция  $S(t)$  непрерывна на рассматриваемом промежутке, по теореме о среднем значении имеем

$$B(\Delta t) = \int_0^{\Delta t} S(y) dy = S(\xi) \Delta t, \quad \xi \in (0, \Delta t).$$

Функция  $S(t)$  может принимать большие, но все же конечные значения. Считаем, что  $S(t)$  настолько велика на интервале  $(0, \Delta t)$ , а промежуток  $(0, \Delta t)$  настолько мал, что  $S(t) \Delta t$  принимает значения, например порядка единицы. Учитывая тот факт, что функции  $P_{-1/2+i\tau}(\text{ch } b(t))$  и их производные являются непрерывными и за счет  $\Delta t$  можно сделать каждый последующий член в (8) меньше предыдущего. В связи с этим за счет малости  $\Delta t$  делаем вывод о том, что в (8) главный член асимптотики  $P_{-1/2+i\tau}(\text{ch } b(t))B(\Delta t)$  определяет поведение функции  $\Phi_{i\tau}(t, r)$  при малых  $\Delta t$ . В предположении  $B(\Delta t)$  порядка единицы значения  $P_{-1/2+i\tau}(\text{ch } b(t))B(\Delta t)$  находятся вблизи значений  $P_{-1/2+i\tau}(\text{ch } b(t))$  при каждом фиксированном  $t$ , а последнее определяет  $\Phi_{i\tau}(t, r)$  в случае  $\delta$ -образного источника (6).

Таким образом, в случае мощных коротких импульсов базовой является задача о возбуждении конуса  $\delta$ -образным источником.

### Возбуждение незамкнутого конуса $\delta$ -образным источником

В случае узкой конической ленты подразумевается лента, угловая ширина которой близка к  $2\pi$  ( $(1-d/(2\pi)) \ll 1, 1-u \ll 1, u = -\cos(d/2)$ ) получаем

$$x_n^{(1)} \approx -\frac{1}{\ln \frac{1-u}{2}} (-1)^n \frac{\frac{1}{|n|} (1-\delta_n^{(1)}) \frac{1}{F_{i\tau}}}{D_{i\tau}^{(1)} - \sum_{p \neq 0} \frac{1}{|p|} \delta_p^{(1)}}, \quad F_{i\tau} = \frac{1}{D_{i\tau}^{(1)} - \sum_{p \neq 0} \frac{1}{|p|} \delta_p^{(1)}} - \frac{1}{\ln \frac{1-u}{2}},$$

$$\delta_n^{(1)} = O(n^{-2}), \quad n \gg 1,$$

а асимптотическое разложение потенциала Дебая по малому параметру  $(1-u)$  с точностью до членов порядка  $O((1-u)/\ln(1-u))$  имеет вид ( $\theta_0 = 0$ )

$$\begin{aligned} \nu_1^{(1)}(\vec{r}, t) = & -\frac{1}{\ln \frac{1-u}{2}} \frac{1}{rr_0^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n e^{in\varphi} \times \\ & \times \int_0^{+\infty} \frac{\tilde{a}_0^{(1)}(\tau) \frac{1}{|n|} (1-\delta_n^{(1)}) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}^{n}(\pm \cos \theta)}{F_{i\tau} \left( D_{i\tau}^{(1)} - \sum_{p \neq 0} \frac{1}{|p|} \delta_p^{(1)} \right) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}^{n}(\pm \cos \gamma)} \Phi_{i\tau}(t, r) d\tau. \end{aligned} \quad (9)$$

Интегральное представление (9) справедливо для поля вдали от кромок секторов. Поле, рассеянное узкой конической лентой, является полем ТМ-типа. При сужении конической ленты ( $u \rightarrow 1$ ) рассеянное поле, как это следует из (9), убывает пропорционально  $1/\ln((1-u)/2)$ .

Спектр собственных значений в данном случае определяется корнями уравнения с малой правой частью

$$\frac{\cos \pi\mu}{\pi P_{-1/2+\mu}(\cos \gamma) P_{-1/2+\mu}(-\cos \gamma) - \cos \pi\mu \sum_{p \neq 0} \frac{1}{|p|} \delta_p^{(1)}} = \frac{1}{\ln \frac{1-u}{2}}, \quad (10)$$

которые находятся вблизи корней  $\cos \pi \hat{\mu} = 0$ :

$$\mu_q = \frac{1}{2} + q - \frac{1}{\ln \frac{1-u}{2}} \left\{ \left[ P_q(\cos \gamma) \right]^2 + \sum_{p=1}^q \frac{(q+p)!}{(q-p)!} \left[ P_q^{-p}(\cos \gamma) \right]^2 \right\} + O\left(\ln^{-2}(1-u)\right), \quad q = 0, 1, 2, \dots$$

Первый корень  $\mu_0$  уравнения (10)

$$\mu_0 = \frac{1}{2} - 1/\ln((1-u)/2) + O\left(\ln^{-2}(1-u)\right)$$

характеризует поведение поля вблизи вершины конуса. При этом электрическое поле у вершины имеет особенность порядка  $r^{-3/2+\mu_0}$ , а магнитное убывает как  $r^{-1/2+\mu_0}$  по мере приближения к ней. Приведём здесь слагаемое, характеризующее распределение  $E_{\theta,1}$  составляющей поля в пространстве в случае близкого расположения источника к вершине и его поведение вблизи вершины

$$E_{\theta,1}^{(0)} = -\frac{1}{\ln \frac{1-u}{2}} A_1 \cdot r^{-3/2+\mu_0} r_0^{-3/2+\mu_0} h(t-t_0, r, r_0) \frac{G(\theta, \varphi)}{a^2(t-t_0)^2 - r^2 - r_0^2}, \quad (11)$$

где

$$G(\theta, \varphi) = \begin{cases} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \frac{1}{\sin \theta} \left[ -1 + \operatorname{Re} \left( \frac{1 - b_1 e^{i\varphi}}{\sqrt{b_1^2 e^{2i\varphi} + 2e^{i\varphi} b_1 \cos \bar{\delta} + 1}} \right) \right], & 0 < \theta < \gamma, \\ \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + \frac{1}{\sin \theta} \left[ -1 + \operatorname{Re} \left( \frac{1 - c_1 e^{i\varphi}}{\sqrt{c_1^2 e^{2i\varphi} + 2e^{i\varphi} c_1 \cos \bar{\delta} + 1}} \right) \right], & \gamma < \theta < \pi, \end{cases}$$

$$h(z, r, r_0) = \frac{a^2 z^2 + r^2 - r_0^2}{\sqrt{a^2 z^2 - (r+r_0)^2} \sqrt{a^2 z^2 - (r-r_0)^2}},$$

$$\bar{\delta} = \frac{\ell - d}{\ell}, \quad b_1 = \frac{\operatorname{tg} \theta/2}{\operatorname{tg} \gamma/2}, \quad c_1 = \frac{\operatorname{ctg} \theta/2}{\operatorname{ctg} \gamma/2}, \quad A_1 - \text{известный множитель.}$$

Таким образом, в структуре поля, рассеянного конической поверхностью из узких конических лент, присутствует соответствующая спектральному значению  $\mu_0$  сферическая ТЕМ волна, распространяющаяся вдоль каждой из конических лент. Если источник расположен вблизи вершины, то поле этой волны определяет распределение рассеянного поверхностью поля в пространстве. В поздневременном приближении ( $a(t-t_0) \gg 1$ ) (11) можно представить так

$$E_{\theta,1}^{(0)} \approx -\frac{1}{\ln \frac{1-u}{2}} A_1 \cdot r^{-3/2+\mu_0} r_0^{-3/2+\mu_0} G(\theta, \varphi) (a(t-t_0))^{-2}.$$

Таким образом, в случае близкого расположения источника поля вблизи вершины вдоль узких конических лент распространяется волна с большой амплитудой и фронтом неизме-

няющейся формы. Поле этой волны определяет поведение рассеянного поля у вершины конуса и в позднережимном приближении.

### Численное решение

Проведен численный анализ распределения  $E_\theta$  во временной области при фиксированных расстояниях от источника до вершины конуса  $r_0$ , расстоянии от вершины конуса до точки наблюдения  $r$ , угла полуоткрыва конуса  $\gamma$ , угла  $\theta$  точки наблюдения при условии, что  $\theta > 2\gamma$  и  $t > (r+r_0)/a$ , где  $a$  – скорость распространения сигнала в среде. При проведении численного эксперимента осуществлен переход от размерной величины  $t$  к безразмерной  $\xi = at / (r+r_0)$ , ( $\xi > 1$ ). В соответствии с формулой для  $E_\theta$  проведен расчет вышеуказанной зависимости при условии, что  $r = 1$ ,  $r_0 = 0.5$ ,  $a = 1$ .

На рис. 1, 2 даны кривые зависимости составляющей электрического поля  $E_\theta$  (б) от параметра  $\xi$  при различных фиксированных значениях ширины щели и угла полуоткрыва конуса.

Из рис. 2 следует, что с уменьшением поверхности рассеяния (при расширении щели) наблюдается уменьшение поля напротив середины щели. При расширении конуса увеличивается и величина рассеянного поля (рис. 3).

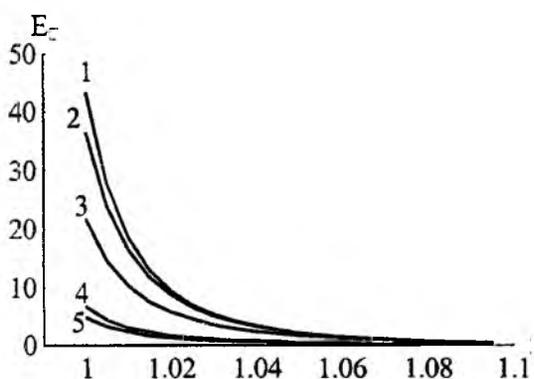


Рис. 2. Зависимость  $E_\theta$  от ширины щели  $d$  :

$$1 - d = 0, 2 - d = \frac{\pi}{6}, 3 - d = \frac{\pi}{2},$$

$$4 - d = \frac{3\pi}{2}, 5 - d = \frac{5\pi}{3}$$

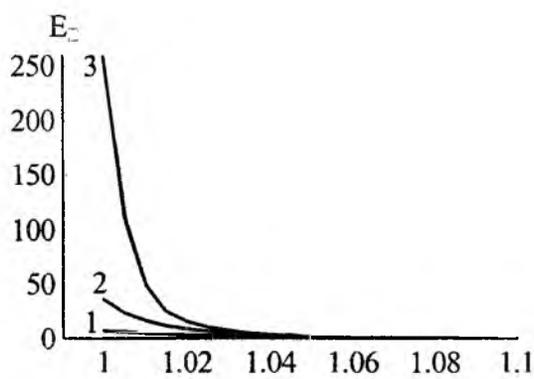


Рис. 3. Зависимость  $E_\theta$  от угла полуоткрыва конуса  $\gamma$  :

$$1 - \gamma = \frac{\pi}{8}, 2 - \gamma = \frac{\pi}{6}, 3 - \gamma = \frac{\pi}{5}$$

### Заключение

В данной работе построена математическая модель процесса возбуждения точечным импульсным источником конической антенны с продольной щелью. Для нахождения строгого аналитического решения использованы аппарат функции Грина и метод интегральных преобразований. Показано, что для мощных коротких импульсов базовой является задача о возбуждении конуса  $\delta$ -образным источником. Получено аналитическое решение задачи возбуждения  $\delta$ -образным источником узкой конической ленты. Приведены расчетные формулы для практических приложений в случае близкого расположения источника к вершине ленты. Проведен численный анализ одной из составляющих электрического поля в зависимости от ширины щели и угла раскрытия.

**Список литературы:** 1. *Cheng S., Wu Z., Hallbjorn P., Hjort K., Rydberg A.* Foldable and Stretchable Liquid Metal Planar Inverted Cone Antenna // *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 57, №12, 2009. p. 3765-3771. 2. *Amert A.K., Whites K.W.* Miniaturization of the Biconical Antenna for Ultrawideband Applications // *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 57, №12, 2009. p. 3728-3735. 3. *Борисов В.В.* Электромагнитные поля неустановившихся токов. СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 1996. 208с. 4. *Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свеишников А. Г.* Математические модели электродинамики. М.: Высш. шк., 1991. 224с. 5. *Подосенов С. А., Потапов А. А., Соколов А. А.* Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур. М.: Радиотехника, 2003. 720с. 6. *Дорошенко В., Кравченко В.* Дифракция электромагнитных волн на незамкнутых конических структурах. / Под ред. В.Ф. Кравченко. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 272 с.

*Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники*

*Поступила в редколлегию 12.05.2010*

Ю.Е. ГОРДИЕНКО, д-р физ.-мат. наук, С.Ю. ЛАРКИН, канд. техн. наук,  
А.Л. ИЩЕНКО

## ХАРАКТЕРИСТИКИ КОАКСИАЛЬНОГО КОНУСНОГО СВЧ ДАТЧИКА ДЛЯ МИКРОДИАГНОСТИКИ ОБЪЕКТОВ

### Введение

В современном материаловедении и ряде технологий широкое применение находят СВЧ методы контроля [1]. Благодаря принципиально заложенной многопараметровости на их базе возникло отдельное направление – микроволновая диагностика объектов естественного и искусственного происхождения. В особенности интенсивное развитие в настоящее время имеет СВЧ диагностика биообъектов [2], многопараметровый контроль функциональных материалов микроэлектроники [3] и сканирующая микроволновая микроскопия (СММ) [4]. Эти области объединяет парадигма СВЧ микродиагностики, в основе которой лежит концепция ближнеполевого взаимодействия СВЧ поля датчика с объектом. Практика показала, что неоспоримые преимущества здесь имеют СВЧ датчики резонаторного типа с апертурным взаимодействием [4 – 6].

В предыдущей работе [5] нами показана перспективность применения в СММ датчика на основе конусного коаксиального четвертьволнового резонатора. Важнейшими его особенностями являются возможность работы на нескольких отдельных рабочих частотах и управляемое конусностью нагружение поля резонатора объектом. Эти особенности могут быть полезными для оптимального проектирования датчиков микродиагностики биообъектов, а также датчиков контроля слоистых полупроводниковых структур микроэлектроники.

Целью данной работы является исследование зависимости фундаментальных характеристик преобразования такого датчика от геометрии его конструктива и их взаимосвязи с рабочей добротностью, определяющей чувствительность датчика.

### Основные положения

Практика применения и развития СВЧ контроля параметров объектов с помощью резонаторных датчиков (резонаторных измерительных преобразователей – РИП) показала оптимальность по различным критериям следующих функциональных схем их включения:

– автодинной схемы [7], базирующейся на включении РИП в колебательную часть СВЧ автогенератора. Выходные сигналы измерительной информации в такой схеме формируются в виде изменений генерируемой частоты и мощности, вызванных воздействием объекта контроля на поле РИП. Значение их четко связано с изменением резонансной частоты РИП ( $\Delta f/f$ ) и его добротности ( $\Delta Q/Q$ );

– схемы прямого измерения величин ( $\Delta f/f$ ) и ( $\Delta Q/Q$ ) стандартными приемами [8];

– схемы с модуляционным принципом формирования выходных сигналов измерительной информации [1].

Из физических соображений очевидно, что РИП позволяет формировать набор выходных сигналов измерительной информации (СИИ) только на базе указанных выше величин ( $\Delta f/f$  и  $\Delta Q/Q$ ). В этом смысле они являются фундаментальными. Остальные сигналы являются производными от них, как например, изменение коэффициента передачи и отражения, фазовый сдвиг рабочего колебания и др.

Однозначная связь этих сигналов с ( $\Delta f/f$ ) и ( $\Delta Q/Q$ ) предполагает только двухмерность РИП. Многомерность достигается путем включения влияющих факторов во взаимодействие РИП с объектом. Например, возбуждение фотоносителей в полупроводнике позволило раз-

вить фотомодуляционные методы многопараметровой диагностики слоистых полупроводниковых структур.

Изменение зазора между РИП и объектом может обеспечить послойную диагностику многослойных объектов.

Указанные функциональные схемы имеют специализированные разновидности. Общим для всех является базирование на зависимости сигналов измерительной информации (СИИ) от  $(\Delta f/f)$  и  $(\Delta Q/Q)$ . Поэтому анализ метрологических возможностей РИП следует начинать с анализа характеристик преобразования, отражающих зависимость величин  $(\Delta f/f)$  и  $(\Delta Q/Q)$  от параметров контролируемых объектов.

Отдельно необходимо заметить, что последетекторная обработка СИИ зависит от рабочей добротности РИП. В частности, величина сигнала, связанного с  $(\Delta f/f)$ , после СВЧ детектора во всех схемах тем больше, чем выше рабочая добротность РИП ( $Q$ ) с объектом.

Величина сигнала, связанного с  $(\Delta Q/Q)$ , прямо определяется исходной добротностью РИП –  $Q_0$ , а именно,  $(\Delta Q/Q) = (Q_0/Q) - 1$ . Поэтому, для высокой чувствительности РИП к воздействию объекта необходимо выполнять условие  $Q_0 \gg Q$ .

При СВЧ диагностике полупроводниковых материалов и структур величина  $(\Delta Q/Q)$  определяется в первую очередь СВЧ потерями на свободных носителях. В общем случае эти потери представляются через тангенс угла потерь ( $\text{tg}\delta$ ) и включают потери на свободных носителях ( $\sigma/\omega\epsilon_0\epsilon$ ) и в кристаллической решетке ( $\text{tg}\delta_{\text{реш}}$ ).

Обычно, за исключением очень высокоомных полупроводников,  $\text{tg}\delta_{\text{реш}} \ll \frac{\sigma}{\omega\epsilon\epsilon_0}$ .

В диэлектриках, наоборот,  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon\epsilon_0} \ll \text{tg}\delta_{\text{реш}}$ . Величина  $(\Delta Q/Q)$  также зависит от диэлектрической проницаемости материала объектов ( $\epsilon_0\epsilon$ ). В то же время,  $(\Delta f/f)$  в основном определяется диэлектрической проницаемостью материала объекта и слабо зависит от  $\text{tg}\delta_{\text{полн}}$ .

Важнейшим обстоятельством для СВЧ диагностики является зависимость  $(\Delta Q/Q)$  и  $(\Delta f/f)$  от степени включения объекта в СВЧ поле РИП [9]. Эта характеристика взаимодействия зависит от геометрии объекта и расстояния между ним и РИП. На этом основан контроль геометрии объекта и распределения значения параметров  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$  по объему, а через эти параметры – контроль распределения определяемых ними свойств.

Поясним последнее замечание вначале на примере биообъектов. Любой биообъект содержит свободную и связанную воду. Поэтому величина эффективных значений его  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$  зависит от содержания и состояния связи воды. Так как  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$  связанной и свободной воды различаются и по-разному зависят от частоты СВЧ поля, то на этом основываются методы СВЧ диагностики состояния биообъектов и его динамики [10].

В случае СВЧ диагностики полупроводников и диэлектриков ее базирование осуществляется на прямой связи  $\text{tg}\delta$  с удельной электропроводностью материала. Следовательно, значение  $\text{tg}\delta$  зависит от степени легирования материала, подвижности носителей в нем, вклада неравновесных носителей и т.д.

По этим причинам фундаментальными в исследовании характеристик РИП являются зависимости  $Q$ ,  $(\Delta Q/Q)$  и  $(\Delta f/f)$  от  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$  объектов. Целью данных исследований является установление взаимосвязи метрологических свойств изучаемого РИП с параметрами его конструктива.

В предыдущих работах [5, 6] показано преобладающее влияние СВЧ излучения через коаксиальную апертуру РИП на объект по сравнению с колебательными потерями от «провисающего» поля рабочего вида колебаний в резонаторе. В этой работе с использованием тех же приемов численных исследований в деталях исследуются в основном зависимость рабочей добротности и чувствительности РИП по фундаментальным СИИ от геометрии апертуры в широком диапазоне  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$  объектов.

### Результаты исследований характеристик РИП и их обсуждение

Как указано выше, оптимальность функционирования РИП в технических средствах СВЧ диагностики определяется значением его рабочей добротности  $Q$ . Конусность коаксиального резонатора является ключевым аспектом конструктива, который обеспечивает требуемое значение рабочей добротности при заданной измерительной апертуре [5]. Размер последней диктуется геометрическими условиями микродиагностики (пространственной разрешающей способностью) и отражается на чувствительности РИП и его рабочей добротности.

На вставке рис. 1 приведено схематическое изображение конусного РИП, характеристики которого исследовались в работе.

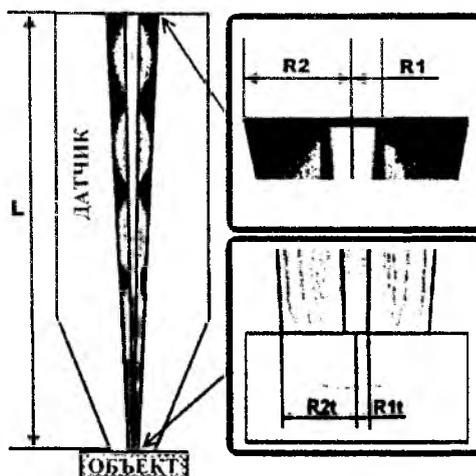


Рис. 1

Длина резонатора на заданной рабочей частоте ( $8 \text{ ГГц}$ ) выбиралась из условия обеспечения соотношения  $Q_0 \gg Q$  в области значений  $\text{tg}\delta > 10^{-2}$  ( $L=102 \text{ мм}$ ). Величины  $R_2=8 \text{ мм}$ ,  $R_1=2 \text{ мм}$  из условия максимума  $Q_0$ . Размер  $R_{1t}$  существенно определяет пространственную разрешающую способность РИП в отличие от слабого влияния величины  $R_{2t}$ .

При численных исследованиях объект представляется полубесконечной средой с однородными значениями  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$ .

Экспериментальные исследования такого РИП, выполненного из латуни, производились с использованием векторного сетевого анализатора №А5230А. Исходная добротность  $Q_0$  оказалась ниже теоретической ( $Q_{0t} = 2,2 \cdot 10^3$ ) в 2,3 раза.

Из приведенных на рис. 2, а зависимостей следует монотонный характер уменьшения рабочей добротности с увеличением  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$  материала объекта при  $\text{tg}\delta < 1$ .

Для СВЧ диагностики полупроводников характерным является диапазон  $\text{tg}\delta \gg 1$ . Из данных рис. 2, б следует, что рабочая добротность конусного РИП в этом диапазоне может снижаться до недопустимо низких значений при  $R_{1t} > 0,01 \text{ мм}$ . Следовательно, его целесообразно рекомендовать для СММ полупроводниковых структур с пространственной разрешающей способностью лучше  $10 \text{ мкм}$ .

Экспериментальные точки получены для кремниевых пластин толщиной 250 мкм, а интервал погрешности указан с учетом сведений об удельном сопротивлении по четырехзондovому методу.

Для сравнения на рисунках представлены зависимости  $Q$  от  $\text{tg}\delta$  цилиндрического коаксиального РИП с  $R_2 = 0,6$  мм и  $R_1 = 0,25$  мм, из которых следует наличие преимуществ конусного РИП, связанных с возможностью выполнения условия  $Q_0 \gg Q$ .

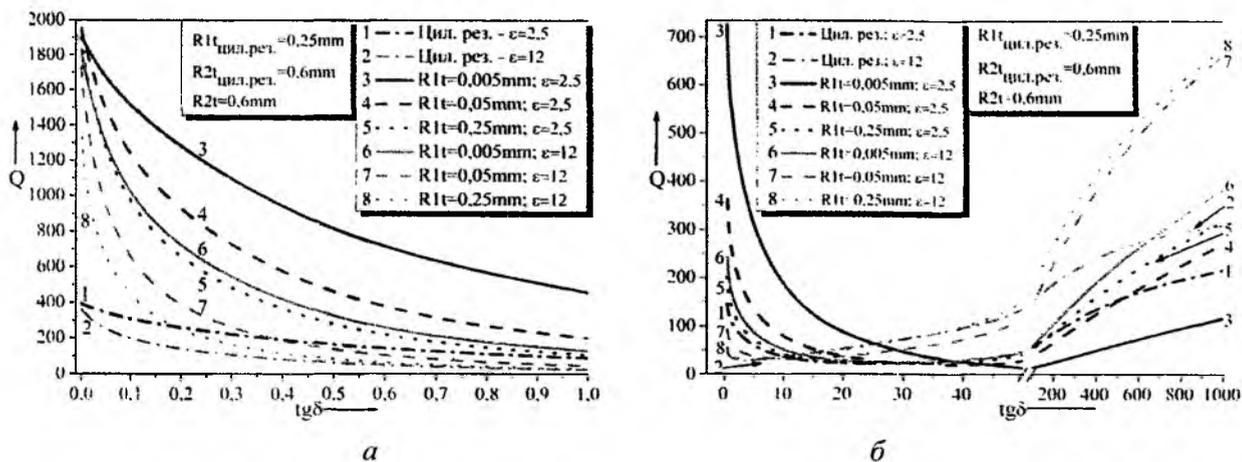


Рис. 2

Установленные зависимости хорошо интерпретируемы обычными физическими представлениями. Основная их информативность связана с количественными соотношениями.

Представляется интересным исследовать как качественно, так и количественно, зависимость чувствительности сигнала  $\Delta Q/Q$  к изменению  $\text{tg}\delta$  от геометрии апертурного узла. На рис. 3 а, б приведены соответствующие данные, полученные из оценок зависимости  $\Delta Q/Q$  при  $\Delta \text{tg}\delta/\text{tg}\delta = 0,25$  от  $\text{tg}\delta$  при различном  $R_{1\text{т}}$ .

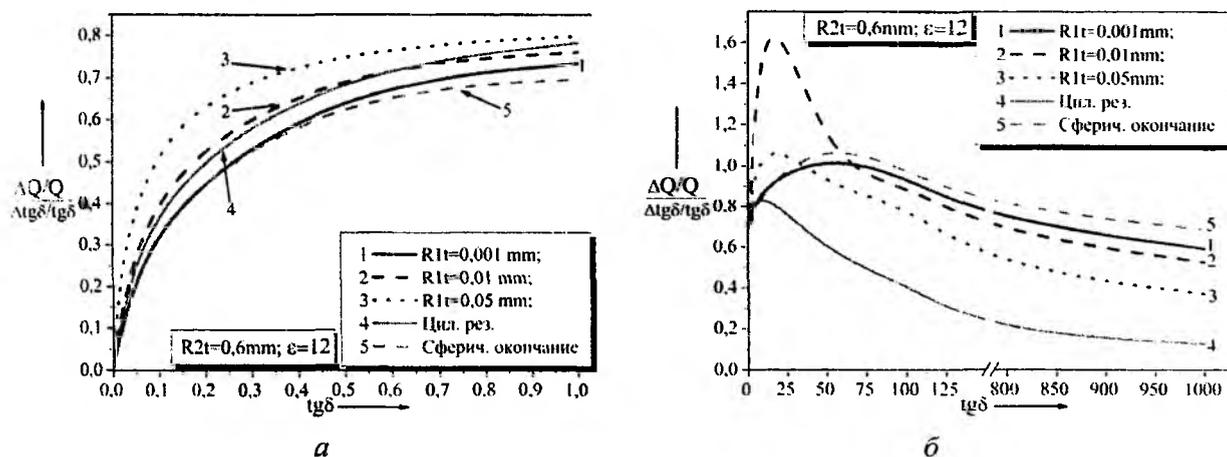


Рис. 3

Отдельно следует указать на сравнение с цилиндрическим коаксиальным РИП, который широко используется в работах [4], и конусным при сферическом острие зонда ( $R_{1\text{тсфер}}$ ).

Совершенно очевидно, что предложенный нами конусный РИП имеет лучшие метрологические показатели по сравнению с цилиндрическим.

Графики для  $R_{1\text{тсфер}}$  показывают, что улучшение пространственной разрешающей способности за счет сферичности (или эллиптичности) острия зонда не сопровождается столь ощутимыми потерями чувствительности, как при его коничности (трапециальности).

Представлялось также целесообразным установить количественные соотношения при изменении внешнего радиуса коаксиальной апертуры  $R_{2t}$ . На рис. 4, а приведены зависимости  $Q$  и  $\Delta Q/Q$  от  $R_{2t}$  при различных  $R_{1t}$ , включая  $R_{1t\text{фер}}$ .

В исследованном диапазоне изменения  $R_{2t}$  такой характер зависимостей  $Q$  и  $\Delta Q/Q$  можно интерпретировать изменением согласования РИП с объектом. Дополнительно следует заметить, что при увеличении  $R_{2t}$  чувствительность к неоднородности распределения  $\text{tg}\delta$  объекта будет ухудшаться из-за проявления СВЧ потерь на неинформативной тангенциальной составляющей СВЧ поля.

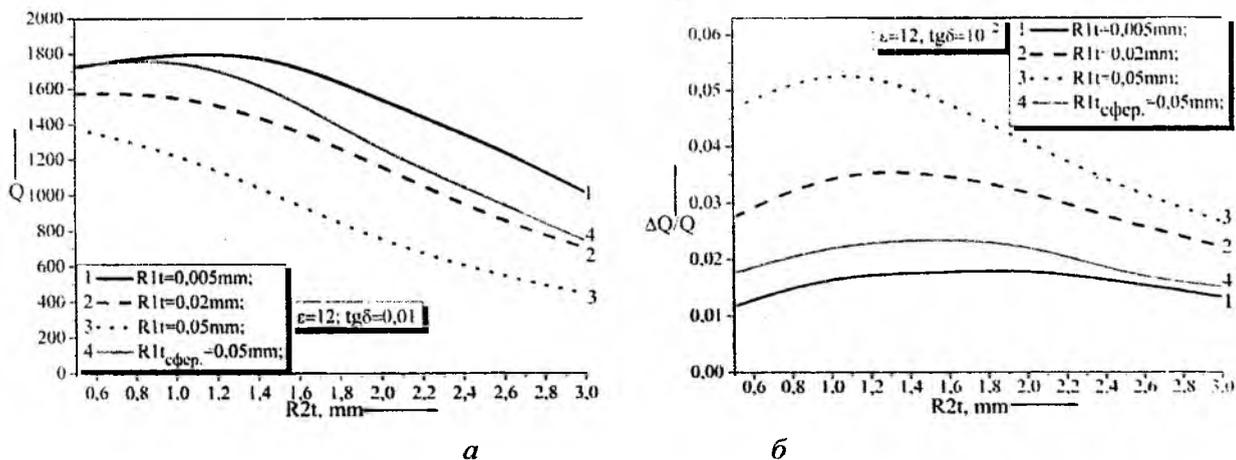


Рис. 4

Из рис. 2, а и рис. 3, а следует, что в наиболее важном при СВЧ контроле диапазоне  $\text{tg}\delta$  от  $10^{-2}$  до  $10^0$  величина рабочей добротности исследуемого РИП и его чувствительность укладываются в приемлемые для проведения измерений значения. При этом увеличение размера апертуры  $R_{2t} > 2$  мм приводит к уменьшению ниже допустимого предела рабочей добротности в области значений  $\text{tg}\delta > 10^0$ .

Сигнал  $\Delta f/f$  должен существенно зависеть от  $\epsilon$  объекта. Зависимость его от  $\text{tg}\delta$  будет весьма слабой при  $\text{tg}\delta < 1$ . Это хорошо иллюстрируют данные рис. 5. Здесь же приведены графики зависимости сигнала  $\Delta f/f$  от электрической длины РИП, выраженной в количестве полуволн  $n$  при различном значении  $R_{1t}$ . Отчетливо видно уменьшение чувствительности при увеличении  $n$  и уменьшении  $R_{1t}$ , что связано с уменьшением степени включения объекта в общее поле РИП. Характер зависимости от  $\epsilon$  физически очевиден.

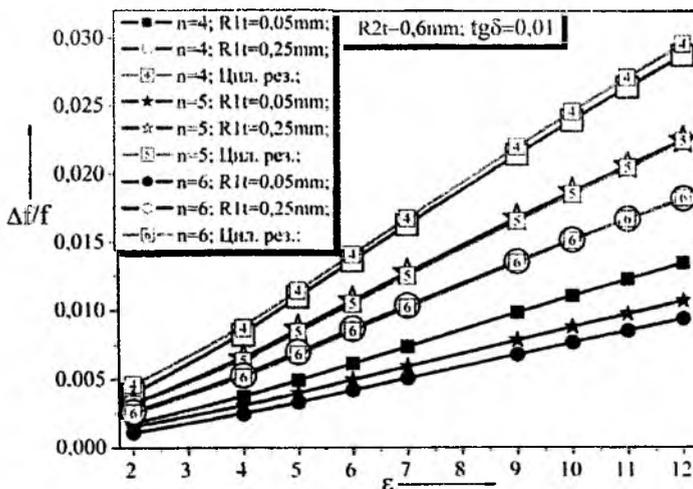


Рис. 5

## Выводы

Представленные результаты достаточно информативно и воспроизводимо характеризуют метрологические возможности конусного коаксиального РИП в СММ и СВЧ диагностике объектов в широком диапазоне значений  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$ . В особенности эти сведения могут быть полезными для оценок взаимосвязи чувствительности и диапазонности с пространственной разрешающей способностью.

Важным также представляются полученные количественные соотношения для основных метрологических показателей коаксиальных РИП различного конструктива (цилиндрический, конусный, со сферической и трапецеидальной формой острия).

Полученные результаты позволяют также определять оптимальные размеры конструктива датчика и решать проблему одновременного достижения высокой чувствительности при заданной разрешающей способности.

**Список литературы:** 1. *Chen L. F., Ong C. K., Neo C. P. and other. Microwave Electronics Measurement and Materials Characterization. Southern Gate: John Wiley & Sons Ltd, 2004. 537 p.* 2. *M. Tabib-Azar, J.L. Katz, S.R. LeClair. Evanescent Microwaves: A Novel Super-Resolution Noncontact Nondestructive Imaging Technique for Biological Applications // IEEE transactions on instrumentation and measurement. 1999. V.48, No. 6. Pp. 1111-1116.* 3. *Гордиенко Ю.Е. Ближнеполевая сканирующая сверхвысокочастотная микродиагностика объектов в технологии электроники // Нові технології. 2002. №1. С.3-6.* 4. *S.M. Anlage, C.P. Vlahacos, S.Dutta, F.C. Wellstood. Scanning Microwave Microscopy of Active Superconducting Microwave Devices// IEEE Trans. Appl. upercond. 1997. V. 7. Pp. 3686-3689.* 5. *Гордиенко Ю. Е., Ларкин С.Ю., Яцкив А.М. Ближнеполевой СВЧ датчик на основе конусного коаксиального резонатора // Радиотехника. 2009. № 159. С. 309-314.* 6. *Гордиенко Ю. Е., Гуд Ю. И., Полетаев Д. А. Вклад колебательных и излучательных потерь в характеристики СВЧ преобразователей с коаксиальной измерительной апертурой // Радиотехника. 2009. № 157. С. 108 – 114.* 7. *Хатьков Н.Д., Шаньгина Л.И., Драцкий С.В. Автодинный СВЧ датчик на диоде Ганна // 1997 IEEE – Russia Conference: MIA – ME'97. P. 33-35.* 8. *Мищенко С. В., Малков Н. А. Проектирование радиоволновых (СВЧ) приборов неразрушающего контроля. Томск: Изд-во Томск. ун-та., 2003. 128 с.* 9. *Гордиенко Ю. Е., Петров В. В., Полетаев Д. А. Свойства четвертьволнового коаксиального СВЧ измерительного преобразователя для диагностики материалов // Радиотехника. 2008. № 154. С. 61 – 66.* 10. *Nelson S. O. Advances in sensing grain moisture content by microwave measurements. // Trans. ASAE. 1998. № 2. P. 483 – 487.*

*Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники*

*Поступила в редколлегию 07.09. 2010*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ ПРИ ОБРАЗОВАНИИ ПЛАЗМЕННОГО ШНУРА

При взаимодействии электромагнитного поля с нестационарной плазмой происходит смещение частоты волны [1]. Взаимодействие электромагнитного поля и движущейся плазмы открывает новые возможности генерации волн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов [2]. Теоретически и экспериментально установлено, что при падении импульса на движущийся ионизационный фронт происходит одновременное смещение несущей частоты и сжатие импульса [3]. Увеличение смещения частоты и усиление первичного сигнала происходит в результате взаимодействия сигнала с движущимся плазменным сгустком в волноводе [4]. Это является следствием механизма двойной дисперсии: дисперсии волн в плазме и в волноводе.

Установление закономерностей эволюции электромагнитных волн в плазме, быстро образующейся в ограниченной области, представляет большой интерес для приложений в области оптоэлектроники, микроволновой техники, диагностики и зондирования атмосферы, ионосферы, плазмы в лабораторных и промышленных установках, установках термоядерного синтеза.

В данной работе теоретически исследуется двумерная задача преобразования электромагнитного поля в результате образования цилиндрического плазменного шнура. Решение задачи получено аналитически путем решения начально-краевой задачи с применением преобразования Лапласа. Обращение во временную область позволило оценить длительность переходного процесса и выявить особенности установившегося режима.

### Постановка задачи

Рассматриваются процессы в электромагнитном поле, вызванные образованием холодной изотропной плазмы в цилиндрической области в нулевой момент времени. Образование плазмы происходит в результате резкой ионизации фоновой среды в плазменном шнуре, т. е. цилиндрической области радиуса  $R$ . Предполагается, что плотность плазмы остается постоянной после ее образования и плазма не обладает магнитными свойствами.

Основные уравнения для электромагнитного поля в холодной изотропной плазме имеют следующий вид [5]:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = \varepsilon_0 \omega_p^2(t) \vec{E}. \quad (3)$$

Здесь  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  - векторы напряженности электрического и магнитного поля, соответственно,  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  электрическая и магнитная постоянные,  $\vec{J}$  - плотность тока электронов в плазме,  $\omega_p$  - плазменная частота. Напряженности электрического и магнитного поля, как следует из [5], удовлетворяют начальным условиям

$$\vec{E}(0^+) = \vec{E}(0^-), \quad \vec{H}(0^+) = \vec{H}(0^-), \quad \vec{J}(0^+) = 0. \quad (4)$$

Для описания полей вводится цилиндрическая система координат  $(\rho, \phi, z)$ . Предполагается, что плазменный цилиндр ориентирован вдоль оси  $Oz$ . Будем рассматривать параллель-

но поляризованные поля ( $E$ -поля), для которых отличными от нуля являются компоненты  $\{E_z, H_\varphi, H_\rho\}$  и перпендикулярно поляризованные ( $H$ -поля), для которых отличны от нуля  $\{H_z, E_\varphi, E_\rho\}$ . Из уравнений (1) – (3) следует волновое уравнение для  $z$ -компоненты электрического  $E$ -поля в однородной плазме,

$$\Delta E(t, \rho, \varphi) - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(t, \rho, \varphi) - \frac{\omega_p^2}{c^2} \cdot E(t, \rho, \varphi) = 0, \quad (5)$$

с начальными условиями

$$E(t = 0^-) = E(t = 0^+), \quad \frac{\partial E}{\partial t}(t = 0^-) = \frac{\partial E}{\partial t}(t = 0^+), \quad (6)$$

и для производной по времени магнитного  $H$ -поля,

$$\Delta \dot{H}(t, \rho, \varphi) - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \dot{H}(t, \rho, \varphi) - \frac{\omega_p^2}{c^2} \cdot \dot{H}(t, \rho, \varphi) = 0, \quad \dot{H} = \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (7)$$

с начальными условиями

$$H(t = 0^-) = H(t = 0^+), \quad \frac{\partial}{\partial t} H(t = 0^-) = \frac{\partial}{\partial t} H(t = 0^+), \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} H(t = 0^-) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} H(t = 0^+). \quad (8)$$

Здесь  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$  - оператор Лапласа.

Основная цель данного исследования состоит в нахождении нестационарного отклика поля на мгновенное образование плазмы.

### Решение начальной задачи

Рассмотрим плоскую волну, которая распространяется в свободном пространстве:

$$\vec{E}_0 = E_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m J_m(k\rho) e^{im\varphi} e^{i\omega t} \cdot \vec{z}, \quad (9)$$

где  $k = \omega/c$ ,  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  - скорость света в вакууме.

Для получения полной картины нестационарных процессов рассмотрим вначале хорошо известную задачу о преобразовании поля в неограниченной среде. Для этого предположим сначала, что в нулевой момент времени холодная изотропная плазма с постоянной плазменной частотой образуется во всем пространстве. Применяем преобразование Лапласа

$L(p) = \int_0^{\infty} W(t) e^{-pt} dt$  к уравнению (5) и используем начальные условия (6). Функция-изображение Лапласа решения уравнения (5) имеет вид

$$L(p, \rho, \varphi) = E_0 \frac{(p + i\omega)}{\omega^2 + p^2 + \omega_p^2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \cdot J_m(k\rho) \cdot e^{im\varphi} \vec{z} \quad (10)$$

Вычисляя вычеты в полюсах, найдем представление искомого поля во времени:

$$\vec{E}(z, t) = \frac{E_0}{2} \left[ \left( 1 + \frac{\omega}{\omega_f} \right) e^{i\omega_f t} + \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_f} \right) e^{-i\omega_f t} \right] \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \cdot J_m(k\rho) \cdot e^{im\varphi} \vec{z}, \quad (11)$$

здесь  $\omega_f^2 = \sqrt{\omega^2 + \omega_p^2}$ .

Для магнитного поля решение может быть построено аналогично исходя из уравнений (7) и (8). В качестве первичного поля рассматривается плоская волна с амплитудой  $H_0$  (заменим в формуле (9)  $E_0$  на  $H_0$ ). Получим функцию-изображение Лапласа в виде

$$\bar{H}(p) = H_0 \frac{p^2 + \omega_p^2 + i\omega p}{p(p^2 + \omega_p^2 + \omega^2)} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \cdot J_m(k\rho) \cdot e^{im\phi} \bar{z}. \quad (12)$$

Обратное преобразование имеет вид

$$\bar{H}(z, t) = \frac{H_0}{\omega_f^2} \left[ \omega_p^2 + \omega \frac{\omega + \omega_f}{2} e^{i\omega_f t} + \omega \frac{\omega - \omega_f}{2} e^{-i\omega_f t} \right] \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \cdot J_m(k\rho) \cdot e^{im\phi} \bar{z}. \quad (13)$$

Решения (11) и (13) совпадают с полученными ранее в [5 - 6]. Анализируя формулы (11) и (13), видим, что в результате резкого образования плазмы первичная плоская волна расщепляется на «прошедшую» и «отраженную» во времени волны, которые обладают смещенной частотой  $\omega_f$  и разными амплитудами. Кроме того, у магнитного поля появляется еще и постоянная составляющая.

### Решение граничной задачи

Построим решение задачи для случая *параллельной поляризации*. В качестве первичного поля рассматривается плоская волна (9), распространяющаяся в вакууме. В нулевой момент времени плазма образуется внутри цилиндра радиуса  $R$ .

Внутри цилиндра поле описывается уравнением (5) с начальными условиями (6), снаружи поле удовлетворяет волновому уравнению в вакууме (может быть получено из (5) при  $\omega_p = 0$ ). В качестве начальных также используются условия (6).

Преобразованное поле должно удовлетворять уравнениям:

$$\Delta E(p) - \frac{1}{c^2} (p^2 E(p) - pE(0^-) - E'(0^-)) - \frac{\omega_p^2 E(p)}{c^2} = 0, \quad \rho < R, \quad (14)$$

$$\Delta E(p) - \frac{1}{c^2} (p^2 E(p) - pE(0^-) - E'(0^-)) = 0, \quad \rho > R \quad (15)$$

Штрих здесь означает производную по времени. Решение задачи в ограниченной нестационарной области представимо в виде суперпозиции решения начальной задачи и решения, явно учитывающего влияние границы. Предположение мгновенного образования плазмы позволяет построить аналитическое решение в виде преобразования Лапласа.

Поле внутри шнура будем искать в виде

$$L(p, \rho, \phi) = \frac{(p + i\omega)E_0}{\omega^2 + p^2 + \omega_p^2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \cdot J_m(k\rho) \cdot e^{im\phi} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \cdot I_m(\varphi\rho) \cdot e^{im\phi}, \quad \rho < R \quad (16)$$

Снаружи поле дается формулой

$$L(p, \rho, \phi) = \frac{E_0}{p - i\omega} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \cdot J_m(k\rho) \cdot e^{im\phi} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m \cdot K_m(\gamma\rho) \cdot e^{im\phi}, \quad \rho > R \quad (17)$$

Здесь  $\varphi = c^{-1} \sqrt{p^2 + \omega_p^2}$ ,  $\gamma = p/c$ ,  $I_m(\cdot)$  и  $K_m(\cdot)$  - модифицированные функции Бесселя.

Коэффициенты  $a_m$  и  $b_m$  находятся из граничных условий, а именно, из требования непрерывности на границе шнура тангенциальных составляющих поля, в данном случае компонент  $E_z$  и  $H_\varphi$ . Компонента  $H_\varphi$  может быть найдена из уравнения (1). В результате преобразований, получим

$$a_m = A(p) \frac{-\gamma \cdot J_m(kR) \cdot K'_m(\gamma R) + k \cdot J'_m(kR) \cdot K_m(\gamma R)}{-\gamma \cdot I_m(\varphi R) \cdot K'_m(\gamma R) + \varphi \cdot I'_m(\varphi R) \cdot K_m(\gamma R)}, \quad (18)$$

$$b_m = A(p) \frac{k \cdot I_m(\varphi R) \cdot J'_m(kR) - \varphi \cdot J_m(kR) \cdot I'_m(\varphi R)}{-\gamma \cdot I_m(\varphi R) \cdot K'_m(\gamma R) + \varphi \cdot I'_m(\varphi R) \cdot K_m(\gamma R)} \quad (19)$$

Здесь  $A(p) = E_0 \frac{\omega_p^2 (-i)^m}{(p^2 + \omega_p^2 + \omega^2)(p - i\omega)}$ .

Решение задачи для случая *перпендикулярной поляризации* строится аналогично.

Преобразованное поле внутри плазменного шнура находим из уравнения (7) с начальными условиями (8):

$$L(p, \rho, \phi) = H_0 \frac{p^2 + \omega_p^2 + i\omega p}{p(p^2 + \omega_p^2 + \omega^2)} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \cdot J_m(k\rho) \cdot e^{im\phi} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \cdot I_m(\varphi\rho) \cdot e^{im\phi}, \quad \rho < R. \quad (20)$$

Снаружи поле является решением волнового уравнения в вакууме:

$$L(p, \rho, \phi) = \frac{H_0}{p - i\omega} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \cdot J_m(k\rho) \cdot e^{im\phi} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \cdot K_m(\gamma\rho) \cdot e^{im\phi} \quad \rho > R \quad (21)$$

Неизвестные коэффициенты  $c_m$  и  $d_m$  находим из граничных условий:

$$c_m = \frac{\gamma J'_m(kR) K_m(\gamma R) + k J_m(kR) K'_m(\gamma R)}{-\gamma I'_m(\varphi R) K_m(\gamma R) + \varphi I_m(\varphi R) K'_m(\gamma R)} \frac{\varphi}{\gamma} B(p),$$

$$d_m = \frac{\varphi J'_m(kR) I_m(\varphi R) + k J_m(kR) I'_m(\varphi R)}{-\gamma I'_m(\varphi R) K_m(\gamma R) + \varphi I_m(\varphi R) K'_m(\gamma R)} B(p).$$

Здесь  $B(p) = H_0 \frac{\omega_p^2 (-i)^{m-1}}{(p - i\omega)(p^2 + \omega_p^2 + \omega^2)}$ .

Обратное преобразование во временную область находим по формуле Меллина

$$W(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} L(p) e^{pt} dp. \quad \text{Выражения (16), (17), (20), (21) имеют простые полюса в точках}$$

$p = \pm i\sqrt{\omega^2 + \omega_p^2}$ ,  $p = i\omega$ , а также в нулях соответствующих знаменателей, то есть функций

$$-\gamma \cdot I_m(\varphi R) \cdot K'_m(\gamma R) + \varphi \cdot I'_m(\varphi R) \cdot K_m(\gamma R)$$

для случая параллельной поляризации или функций

$$-\gamma I'_m(\varphi R) K_m(\gamma R) + \varphi I_m(\varphi R) K'_m(\gamma R)$$

для перпендикулярной поляризации ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ). Нули знаменателей определяют собственные частоты плазменного шнура. Точки  $p = 0$  и  $p = \pm i\omega_p$  являются точками ветвления.

При обращении во временную область необходимо учитывать поведение соответствующих слагаемых в области их аналитичности, что выражается во временном запаздывании. Это осуществляется с помощью использования асимптотических представлений функций Бесселя для больших значений аргумента. Такие представления для случая параллельной поляризации имеют вид

$$pa_m I_m(\varphi\rho) \approx \frac{E_0}{2} \frac{\omega_p^2}{p^2} (-i)^m J_m(kR) \sqrt{\frac{R}{\rho}} e^{\frac{p}{c}(\rho-R)}, \quad pb_m K_m(\gamma\rho) \approx \frac{E_0}{2} \frac{\omega_p^2}{p^2} (-i)^m J_m(kR) \sqrt{\frac{R}{\rho}} e^{\frac{p}{c}(R-\rho)}, \quad (22)$$

а для случая перпендикулярной поляризации -

$$pc_m I_m(\varphi\rho) \approx \frac{H_0}{2} \frac{\omega_p^2}{p^2} (-i)^{m+1} J'_m(kR) \sqrt{\frac{R}{\rho}} e^{\frac{p}{c}(\rho-R)}, \quad pd_m K_m(\gamma\rho) \approx \frac{H_0}{2} \frac{\omega_p^2}{p^2} (-i)^{m+1} J'_m(kR) \sqrt{\frac{R}{\rho}} e^{\frac{p}{c}(R-\rho)} \quad (23)$$

### Особенности переходного процесса

Рассмотрим детали переходного процесса на примере параллельной поляризации. После мгновенного образования плазмы в нестационарной области поле описывается первым слагаемым в (16), при этом преобразуется частота падающей волны при сохранении пространственной структуры поля. Во внешнем пространстве присутствует только первичное поле (первое слагаемое в (17)). Из формулы (22) следует, что после образования плазмы от нестационарной границы отходят две нестационарные цилиндрические волны, распространяющиеся в противоположные стороны от границы со скоростью света. Они описываются вторыми слагаемыми в (16) и (17). После прохождения волновых фронтов от границы, полное поле описывается суммой вычетов во всех особых точках и интегралами вдоль разрезов, которые проходят вдоль отрицательной полуоси  $\text{Re}(p)$  комплексной плоскости и вдоль полуосей  $\pm \text{Im}(p)$ , начиная от точек ветвления  $p = \pm i\omega_p$ . Вычеты в полюсах  $p = \pm i\sqrt{\omega^2 + \omega_p^2}$  для полного поля равны нулю, т.е. в установившемся режиме компоненты с такими частотами отсутствуют, а вычет на частоте источника совпадает с выражениями для поля рассеяния плоской волны на стационарном плазменном цилиндре. Все собственные частоты цилиндра являются комплексными величинами, мнимая часть которых определяет скорость затухания колебаний.

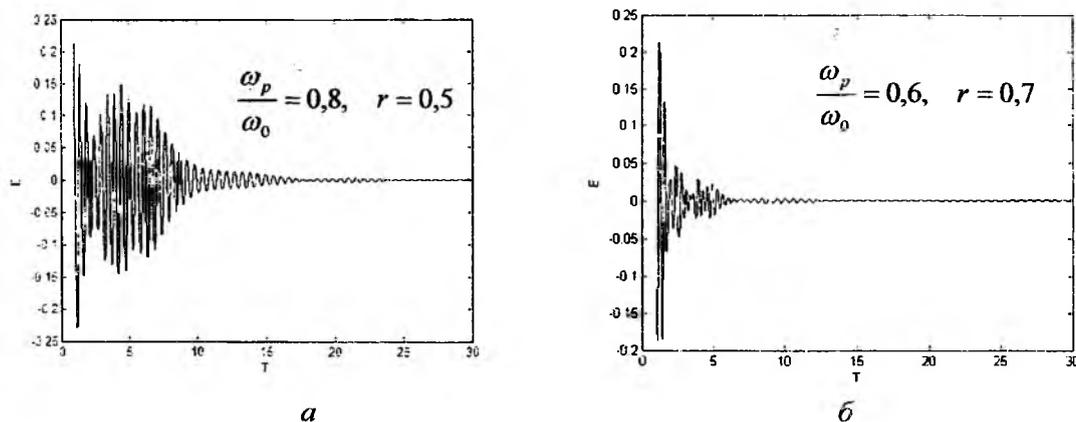


Рис. 1. Зависимость от времени нестационарной составляющей электрического поля

На рис. 1 представлена нестационарная составляющая электрического поля (из полного поля извлекли компоненту, соответствующую вычету на частоте падающей волны) в зависимости от нормированного времени ( $T = tc/R$ ). Точка наблюдения расположена внутри цилиндра на расстоянии  $r = 0,5$  (рис. 1, а) и  $r = 0,7$  (рис. 1, б) от центра,  $\phi = 0$ . Длина волны падающего поля  $\lambda = 0,2\pi R$ .

На рис. 1 представлена нестационарная составляющая электрического поля (из полного поля извлекли компоненту, соответствующую вычету на частоте падающей волны) в зависимости от нормированного времени ( $T = tc/R$ ). Точка наблюдения расположена внутри ци-

линдра на расстоянии  $r = 0,5$  (рис. 1, *а*) и  $r = 0,7$  (рис. 1, *б*) от центра,  $\phi = 0$ . Длина волны падающего поля  $\lambda = 0,2\pi R$ .

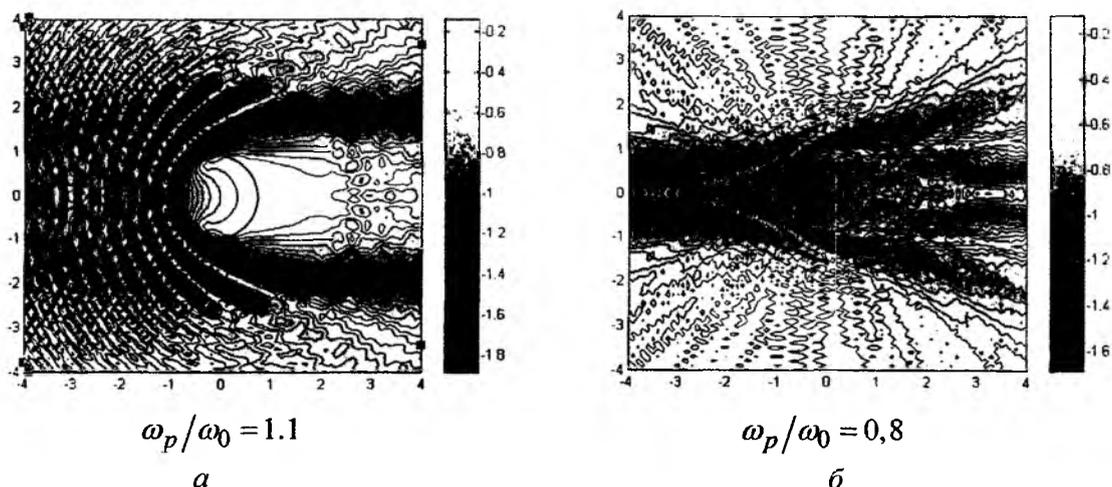


Рис. 2. Пространственное распределение поля для параллельной поляризации в установившемся режиме. Представлена величина  $(-|E_z|)$

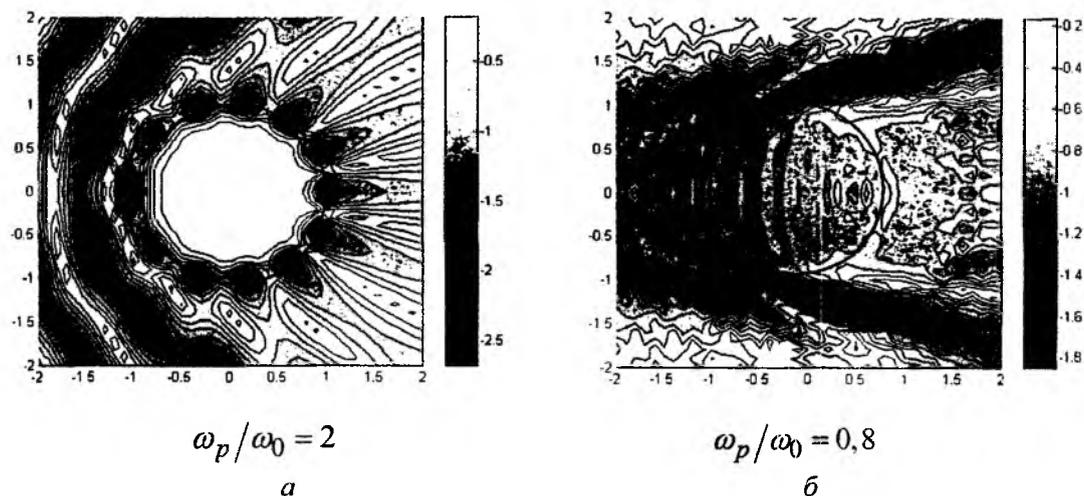


Рис. 3. Пространственное распределение поля для перпендикулярной поляризации в установившемся режиме. Представлена величина  $(-|H_z|)$

### Установившийся режим

В отличие от безграничного случая, когда изменение свойств среды изменяет частоту, но сохраняет пространственную структуру поля, в случае появления нестационарной плазмы в ограниченной области, поле претерпевает и временные, и пространственные изменения. В установившемся режиме поле вблизи цилиндрической неоднородности совпадает с полем рассеяния плоской волны на стационарном плазменном цилиндре (в дальней зоне перестройка поля продолжается бесконечно во времени).

Рис. 2, *а* представляет распределение  $E$ -поля в установившемся режиме для случая  $\omega_p/\omega_0 = 1.1$ . Плазменная частота слегка превышает частоту падающей волны, что ведет к образованию области тени за цилиндром. Если плазменная частота меньше частоты первичного поля, цилиндр является прозрачным для поля, и мы наблюдаем формирование прошедшего поля (рис. 2, *б*). Аналогичный результат наблюдается и для магнитного поля (рис. 3, *б*).

Если плазменная частота вдвое больше частоты первичного поля, наблюдается возбуждение резонансного режима рассеяния – поверхностного плазмона (рис. 3, а).

### **Выводы**

На основе аналитического решения задачи исследована эволюция поля при падении плоской волны на нестационарный круговой цилиндр, в котором в нулевой момент времени образуется плазма. Рассмотрены волны как параллельной, так и перпендикулярной поляризации. Показано, что, в отличие от безграничной нестационарной среды, изменение свойств в ограниченной области приводит к изменению пространственной структуры поля и образованию целого спектра волн, содержащего и волну с частотой источника. Выявлены режимы прохождения волны через плазменную область, образования области тени за объектом, а также возбуждения поверхностного плазмона.

**Список литературы:** 1. *Dawson J. M., and Mori W. B.* Frequency up-conversion of electromagnetic radiation with use of the overdense plasma // *Phys. Rev. Lett.* 1988. V.61, № 3. P.337 – 340. 2. *Bakunov M. I. and Maslov A. V.* Frequency upshifting of electromagnetic radiation via oblique incidence on an ionization front // *IEEE Trans. on Plasma Science.* 999. V. 7, № 3. P.655 – 663. 3. *Lampe M. and Ott E.* Interaction of electromagnetic waves with a moving ionization front // *Phys. Fluids.* 1978. V. 21(1). P. 42 – 54. 4. *Нерух А. Г., Хижняк Н. А.* Энергетические соотношения при взаимодействии электромагнитных волн с движущимся плазменным сгустком в волноводе // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1983. Т. 26, № 12. С. 1601 – 1603. 5. *D. Kalluri.* Electromagnetics of complex media. CRC Press, pp. 291, 1999. 6. *Nerukh A. G., Scherbatko I. V., Marciniak M.* Electromagnetics of modulated media with applications to photonics. Warsaw 2001 265 p.

*Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники*

*Поступила в редколлегию 02.08.2010*

## МЕТАМАТЕРІАЛИ ДЛЯ ТГц ТА ОПТИЧНОГО ДІАПАЗОНІВ. ОГЛЯД СУЧАСНОГО СТАНУ ТА ВИБІР ОБ'ЄКТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

### Вступ

Метаматеріали, або іншими словами, лівосторонні середовища LHM (Left-Handed Materials) являють собою композити з від'ємним показником заломлення, що досягається тільки в випадку коли  $\epsilon < 0$  та  $\mu < 0$ , завдяки чому вони мають ряд специфічних електродинамічних властивостей, зокрема: незвичну реалізацію закону Снеліуса, ефектів Допплера та Черенкова, формул Френеля, принципу Ферма та ін. [1 – 3].

Вперше можливість отримання від'ємного показника заломлення була проаналізована Л.І. Мандельштамом в одній з його лекцій [4]. Наступною публікацією в цьому напрямку, була робота Д.В. Сивухіна [5], в якій аналізувалося розповсюдження електромагнітної хвилі в диспергуючому середовищі та було вказано, що в середовищі з від'ємними значеннями  $\epsilon$

та  $\mu$  фазова та групова швидкості повинні мати протилежні знаки. Аналогічні висновки, для випадку гіротропних середовищ, були зроблені В.Л. Гінзбургом та В.К. Аграновичем [6].

Але все ж, появу терміну “лівосторонні середовища”, пов'язують з опублікованою в 1967 році роботою В.Г. Веселаго в журналі “Успехи физических наук” [1], в якій були вперше теоретично досліджені електродинамічні властивості відсутніх на той час матеріалів з одночасно від'ємними значеннями діелектричної та магнітної проникностей, та вказано на ряд можливих застосувань для таких середовищ, наприклад була запропонована ідея оригінальної лінзи (лінза Веселаго), виготовленої з плоскопаралельного шару матеріалу зі значеннями  $\epsilon = \mu = -1$  (див. рис. 1).

Одновременна зміна знаків проникностей середовища  $\epsilon$  та  $\mu$ , призводить не лише до зміни знаку показника заломлення  $n$ , але і до зміни напрямку хвильового вектору  $\vec{k}$ , який стає протилежно напрямком по відношенню до напрямку переносу енергії, що визначається вектором Пойнтінга  $\vec{S}$ . Іншими словами, групова та фазова швидкість

також являються протилежно напрямленими. Окрім цього, в лівосторонніх матеріалах, на відміну від звичайних середовищ, вектори  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  та  $\vec{k}$  утворюють ліву трійку, як це зображено на рис. 2.

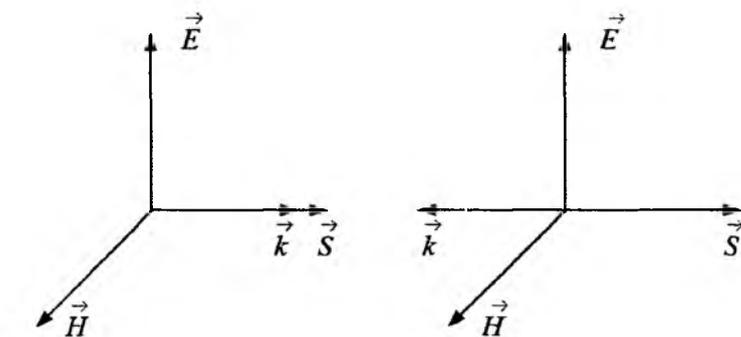


Рис. 1. Принцип роботи лінзи Веселаго

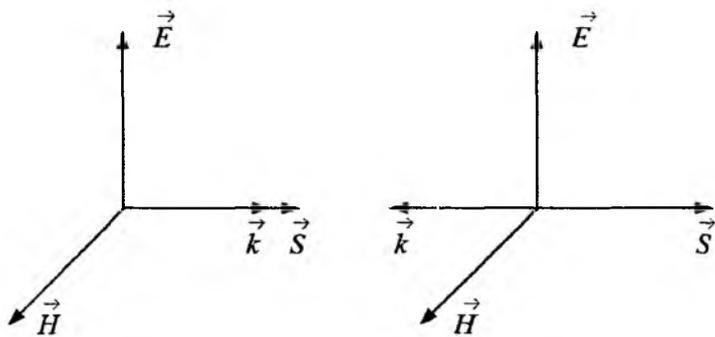


Рис. 2. Вектори  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{S}$  та  $\vec{k}$  в звичайному (зліва) та LHM (справа) середовищах

важливий висновок, зроблений В.Г. Веселаго, містився в тому, що пряма підстановка від'ємного значення  $n$  в деякі загальновідомі формули електродинаміки та оптики часто призводить до грубих помилок [1, 2], через це, при теоретичному моделюванні метаматеріалів, потрібно бути дуже уважним навіть при використанні формул, в які  $n$  безпосередньо не входить.

Окрім проведення теоретичних досліджень, групою на чолі з В.Г. Веселаго було здійснено ряд невдалих спроб з отримання лівосторонніх середовищ. Зокрема можна відзначити спробу отримання екзотичної суміші електричних та магнітних зарядів, властивості якої були розглянуті в роботі [7], та спробу виготовлення матеріалу з від'ємним показником заломлення, на базі магнітного напівпровідника  $\text{CdCr}_2\text{Se}_4$ , але ця спроба була нерезультативною із-за існуючих технологічних труднощів при синтезі вказаного матеріалу. Ці невдачі, а також відсутність лівосторонніх матеріалів природного походження, значною мірою зумовили те, що дана тематика залишилася поза увагою дослідників більше трьох десятиліть.

Інтерес до згаданих структур поновився лише в 90-х роках минулого століття, завдяки появі нового класу штучно створених середовищ з від'ємним показником заломлення, що дістали назву «мета матеріали». Незвичні властивості метаматеріалів зумовлені резонансною взаємодією електромагнітної хвилі, яка розповсюджується в середовищі, заповненому металічними включеннями заданої форми, що забезпечують резонансне збудження токів у включеннях. Резонансна взаємодія випромінювання з середовищем приводить до ряду нових ефектів, зокрема протилежно напрямленим фазовій та груповій швидкостям.

Поштовхом до поновлення досліджень в даному напрямку стали роботи англійського вченого Дж. Пендрі (John Pendry) [8, 9], де були розвинуті та удосконалені положення запропоновані В.Г. Веселаго. В 1999 році Дж. Пендрі та його колеги запропонували декілька різновидів середовищ, що можуть використовуватися в якості метаматеріалів, та провели їх теоретичний аналіз [8]. Такі структури включали періодичний масив тонких стрижнів чи кільцевих резонаторів з розривом SRRs (split-ring resonators) виготовлених з провідників. Теоретичний аналіз композитів, утворених періодично розташованими стрижнями, демонстрував наявність частотного діапазону, в якому досягалося від'ємне значення діелектричної проникності, а структури з періодично розташованими кільцевими резонаторами демонстрували наявність спектрального діапазону з від'ємним значенням магнітної проникності. Невдовзі з'явилися і експериментальні роботи, які підтвердили отримані теоретичні результати [10] – [11].

Вперше в лабораторних умовах метаматеріали були отримані для мікрохвильового діапазону в 2000 році дослідницькою групою на чолі з Девідом Смітом та Річардом Шелбі з університету Сан-Дієго (США) [10]. Новостворені середовища являли собою композити, з одночасно від'ємними значеннями  $\mu_{\text{eff}}(\omega)$  та  $\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)$ , та були утворені періодичним масивом мікроскопічних мідних стрижнів та SRRs, розташованих в діелектричній основі. Структури такого типу можна розглядати як суцільні та однорідні, для випромінювання з довжиною хвилі, що значно перевищує розміри базових елементів композитного матеріалу та відстані між ними.

Експериментальні вимірювання були проведені в сантиметровому діапазоні довжин хвиль, а розміри самих елементів та відстані між ними склали близько 7 – 10 мм [11]. При проведенні експериментальних досліджень були підтверджені базові властивості метаматеріалів вказані в роботах В.Г. Веселаго та Дж. Пендрі, зокрема незвична реалізація закону Снелліуса та ін. [11, 12].

Як впливає з результатів теоретичного моделювання [8] та експериментальних досліджень [11, 12], на відміну від традиційних матеріалів, для яких електромагнітні властивості визначаються їх матеріальними параметрами, електромагнітні властивості метаматеріалів значною мірою залежать від властивостей резонансних елементів, що входять до їх складу [13]. Через це значний інтерес становить саме вивчення взаємодії електромагнітного випромінювання з такими комплексними структурами та відповідний вибір параметрів, їх складових частин.

Як вказано в роботі [14], для того щоб штучна структура відносилась до класу “метаматеріалів”, вона повинна задовольняти наступним умовам:

- електродинамічні властивості структури мають бути описані набором ефективних параметрів;

- електромагнітні параметри визначаються колективним відгуком провідних резонаторів міліметрових, мікрометрових чи нанометрових розмірів;
- резонатори утворюють періодичну структуру;
- відношення робочої довжини хвилі до періоду структури має бути  $\geq 10$ .

Ці умови введені для того, щоб вирізнити метаматеріали серед інших штучних середовищ, що виготовлені для управління випромінюванням, таких як фотонні кристали [15], частотно-вибіркові поверхні [16] чи масиви отворів в металі [17].

Протягом останніх десяти років були запропоновані та досліджені різноманітні типи резонаторів з розмірами, значно меншими за довжину хвилі випромінювання, які є “будівельним блоком” для метаматеріалів, серед них: тонкі стрижні [18], [19]; об’єкти типу “швейцарський рулет” [8]; кільцеві резонатори з розривом (SRRs) [8]; електричні SRRs (eSRRs) [19]; пари стрижнів [20], [21]; пари схрещених стрижнів [22]; об’єкти типу “риболовецька сітка” (“fishnet”) [23], [24]; спіральні елементи [25] та інші.

Частина з них сконструйована для отримання в деякому частотному діапазоні від’ємного значення лише діелектричної чи магнітної проникностей, інші ж дозволяють отримувати для деякого спектрального діапазону (зазвичай цей діапазон доволі вузький) від’ємний показник заломлення, та часто носять назву NIM (negative-index materials).

До особливого класу метаматеріалів можна віднести так звані мета плівки, в яких резонансні включення, що мають пласку форму, наносяться на діелектричні шари [26].

Альтернативним способом отримання від’ємного показника заломлення є використання штучного середовища, в якому можливе отримання від’ємного значення групової швидкості, зокрема металічних плазмонних хвилеводів [27] чи фотонних кристалів (ФК) [28].

Як відомо, фотонні кристали характеризуються значною просторовою дисперсією в оптичному діапазоні [28], завдяки чому може бути досягнутий ефект від’ємної рефракції на межі розділу вільного простору та ФК, на частотах близьких до меж фотонних заборонених зон, як це вказано в роботі [29].

В свою чергу, плазмонні хвилеводи можуть підтримувати поверхневі плазмон-поляритони, тобто поверхневі електромагнітні хвилі з високою ступінню локалізації поблизу межі розділу, при одночасному існуванні зворотніх хвиль в об’ємі матеріалу. Прикладом плазмонного хвилеводу може слугувати планарна структура метал–діелектрик–метал (MIM – metal–insulator–metal) [30]. Одномірним аналогом планарного MIM хвилеводу є коаксіальний плазмонний хвилевод [31], дисперсійні характеристики якого можуть бути отримані аналітично [32]. В роботі [33] запропоновано в якості метаматеріалу використовувати щільно запакований масив таких коаксіальних плазмонних хвилеводів, в результаті чого було отримано від’ємний показник заломлення, в напрямку розповсюдження хвилі, який не залежить від поляризації падаючого випромінювання.

### Метаматеріали ТГц діапазону

Дамо коротку характеристику деяким з наведених типів резонансних структур, які можуть бути використані в ТГц діапазоні.

*Масив тонких стрижнів.* Загальновідомо, що відгук матеріалів на зовнішній електромагнітний вплив визначається двома параметрами діелектричною та магнітною проникностями. Електричний відгук матеріалів з природною провідністю має місце на високих частотах, наприклад для металів – це видимий та ультрафіолетовий спектральні діапазони. Це стає очевидно, якщо прийняти до уваги плазмову частоту  $\omega_{ep}$ , яка вводиться до розгляду наступним чином [18]:

$$\omega_{ep}^2 = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m_{eff}}, \quad (1)$$

де  $n$  – концентрація електронів;  $e$  – заряд електрона;  $\epsilon_0$  – діелектрична проникність вакууму;  $m_{eff}$  – ефективна маса електрона

Як впливає з (1), щоб отримати електричний відгук матеріалу на більш низьких частотах, наприклад в мікрохвильовому діапазоні, потрібно деяким чином зменшити значення  $\omega_{ep}$ , що досягається,



Рис. 3. Массив тонких металічних стрижнів

наприклад, зменшенням концентрації електронів в одиниці об'єму матеріалу. Як показано в роботі [18], одним із рішень даної проблеми є використання метаматеріалу, який виготовлено з масиву тонких стрижнів радіусом близько 1 мкм (див. рис.3). В таких структурах концентрація електронів в одиниці об'єму зменшується завдяки зменшенню концентрації металу в одиничній комірці.

Аналіз, проведений в роботах [18, 19], для випадку мета матеріалу, зображеного на рис. 3, дає наступний модифікований вираз для  $\omega_{ep}$ , в термінах швидкості світла в вакуумі  $c_0$ , радіусу стрижнів  $r$ , та періоду структури  $a$ :

$$\omega_{ep}^2 = \frac{2\pi c_0^2}{a^2 \ln(a/r)} \quad (2)$$

Аналізуючи вираз (2), можна зробити висновок, що плазмова частота для таких структур може бути змінена шляхом відповідного вибору радіусу стрижнів та періоду структури, сформованої з цих стрижнів.

В випадку нескінченної довжини стрижнів для визначення ефективної діелектричної проникності такої комплексної структури можна використовувати класичну модель Друде:

$$\epsilon_{eff}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{ep}^2}{\omega(\omega + j\gamma)}, \quad (3)$$

де  $\omega$  – робоча частота;  $\gamma$  – відповідає за загасання енергії в системі.

Таким чином, в випадку, коли  $\omega < \omega_{ep}$ , діелектрична проникність може приймати від'ємне значення

В остаточному вигляді вираз (3) може бути записаний наступним чином [18]:

$$\epsilon_{eff}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{ep}^2}{\omega \left( \omega + \frac{i\epsilon_0 a^2}{\pi r^2 \sigma} \right)}, \quad (4)$$

де  $\sigma$  – провідність металу.

**Массив SRRs.** На відміну від отримання від'ємного значення діелектричної проникності, для чого потрібна лише присутність в середовищі металічних включень заданої форми, отримати від'ємне значення  $\mu$  значно важче, так як в цьому випадку потрібно забезпечити магнітно-індукційний резонанс, який вимагає наявності кругових контурів для токів.

Одним із методів отримання в немагнітному матеріалі значення  $\mu_{eff} < 0$  є періодичне розміщення SRRs, які фактично являють собою петлі з провідника. Розглянемо структуру, зображену на рис. 4, що була запропонована в роботі Дж. Пендрі [8]. Одинична комірka такої структури являє собою резонансне LC-коло та складається з двох концентричних металічних окружностей, які з протилежних сторін мають розриви. Магнітний відгук такої структури досягається саме в околиці LC-резонансу.

Як впливає з результатів роботи [8], метаматеріал, отриманий шляхом періодичного розміщення SRRs, при наявності магнітного збудження може бути описаний ефективною магнітною проникністю з використанням Лоренцівської моделі:

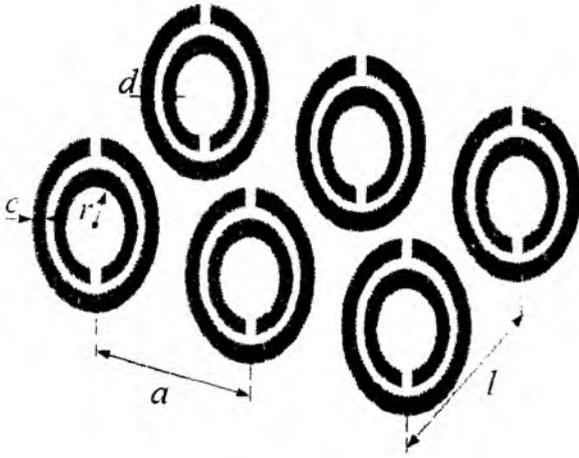


Рис. 4. Массив подвійних SRRs

$$\mu_{\text{eff}}(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_{m0}^2 + j\gamma\omega}, \quad (5)$$

де  $\omega_{m0}$  – частота магнітного резонансу;  $\gamma$  – відповідає за дисипацію енергії в системі;  $F$  – фактор заповнення в одиничному SRR.

Частота магнітного резонансу структури утвореної періодично розташованими SRRs, залежить від їх геометричних параметрів і може бути визначена наступним чином [8]:

$$\omega_{m0}^2 = \frac{3lc_0^2}{\pi \ln(2c/d)r^3}, \quad (6)$$

де  $r$  – радіус внутрішнього кільця;  $l$  – період структури;  $a$  – відстань між центрами сусідніх резонаторів;  $c$  – ширина кілець;  $d$  – відстань між внутрішнім та зовнішнім кільцями.

Слід зазначити, що резонанс виникає лише при жорстко визначених співвідношеннях між геометричними розмірами одиничного резонатора та довжиною хвилі збуджуючого випромінювання.

Магнітна плазмова частота – частота, на якій значення магнітної проникності проходить через нуль, дається наступним виразом [8]:

$$\omega_{mp}^2 = \frac{\omega_{m0}^2}{1 - F}. \quad (7)$$

В залежності від значення робочої частоти структура, зображена на рис. 2, може мати або додатну, або від’ємну ефективну магнітну проникність, а саме [5]:

$$\text{Re}(\mu_{\text{eff}}) \begin{cases} > 0, & \omega < \omega_{m0}, \\ < 0, & \omega_{m0} < \omega < \omega_{mp}. \end{cases} \quad (8)$$

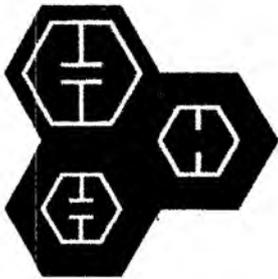
*Комбінація SRRs та стрижнів.* Як вказано вище, одним із можливих шляхів отримання штучного середовища з від’ємним показником заломлення являється використання в якості одиничної комірки структури, комбінації стрижнів та SRRs. Така структура для міліметрового діапазону довжин хвиль була вперше отримана та проаналізована в роботі [10].

Підсумовуючи сказане, можна зробити висновок, що суттєву роль в отриманні від’ємного значення  $n$  відіграє як вибір геометричних параметрів окремих резонаторів, так і їх розташування в просторі. Резонансна взаємодія електромагнітної хвилі з середовищем, заповненим металічними включеннями заданої форми, є визначальною для отримання від’ємного показника заломлення в деякому діапазоні, зазвичай доволі вузькому, в околиці плазмового резонансу.

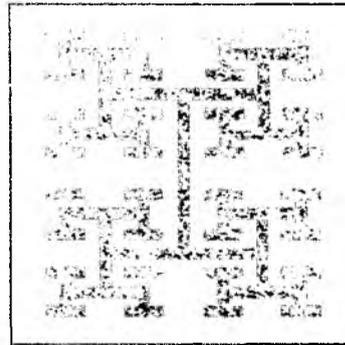
Через це важливою та актуальною проблемою є дослідження методів та засобів, направлених на створення штучних структур, які мають від’ємне значення  $n$ , в якомога широкому діапазоні довжин електромагнітних хвиль. Слід зазначити, що розширення спектрального діапазону з від’ємним  $n$ , може бути досягнуто наступними методами:

- використанням в одиничній комірці декількох резонансних структур (так званих багаторезонансних структур), налаштованих на різні довжини хвиль [34, 35], як це зображено на рис. 5. а;
- використанням пасивних [36, 37] чи активних [38] структур, що переналаштовуються;
- використанням резонаторів зі складною геометрією, наприклад фракталів [39] (див. рис. 5. б).

### Метаматеріали оптичного діапазону



а



б

Рис. 5. Багаторезонансні метаматеріали:

а - структура з декількома резонаторами в одній комірці [35];

б - H-тип фрактального метаматеріалу [39]

Сучасна тенденція в дослідженні метаматеріалів характеризується переходом до оптичного діапазону довжин хвиль, більш точно до проектування та дослідження метаматеріалів, які дозволяють керувати випромінюванням видимого та ближнього інфрачервоного діапазонів.

Теоретично такі структури можна отримати шляхом масштабування розмірів одиничних елементів в відповідності з довжиною хвилі випромінювання. Хоча тут існують і деякі нюанси. Як відомо, в НВЧ та ПЧ діапазо-

нах метали можна розглядати як ідеальні провідники, оскільки товщина скін шару (~1 – 10 мкм [40]) набагато менша за характерні розміри металічних включень в метаматеріалі. Отримання метаматеріалів для видимого та інфрачервоного спектральних діапазонів являється більш складною задачею, що пов'язано зі специфічною поведінкою нанорозмірних металічних включень, наприклад виникнення плазмонного резонансу, коли їх товщина стає меншою за товщину скін шару.

Вперше для оптичного діапазону штучні матеріали з від'ємним показником заломлення були отримані в 2005 р. [41 – 42] та являли собою структури, сформовані з тонких стрижнів.

Результуючий показник заломлення таких матеріалів  $n$  являє собою комплексну величину:

$$n = n' + in'' = [(\epsilon' + i\epsilon'') \cdot (\mu' + i\mu'')]^{1/2}. \quad (9)$$

Приймаючи до уваги вираз (9), можна зробити висновок, що значення  $n$  залежить не тільки від значень діелектричної та магнітної проникностей структури, але також і від співвідношення між їх дійсною та уявною частинами. Необхідна умова для отримання результуючого від'ємного показника заломлення випливає з (9), та може бути сформульована наступним чином [43]:

$$\epsilon'\mu'' + \mu'\epsilon'' < 0. \quad (10)$$

Важливим наслідком (10) є те, що від'ємний показник заломлення може бути отриманий не тільки на довжинах хвиль, де одночасно від'ємні  $\epsilon$  та  $\mu$ , але і на тих довжинах хвиль, для яких умова (10) задовольняється. Це принципово для штучних матеріалів, в яких  $\epsilon$  та  $\mu$  мають від'ємне значення на різних довжинах хвиль.

Також слід звернути увагу на той момент, що потенційні області застосування метаматеріалів, наприклад лінза В.Г. Веселаго, вимагають, щоб втрати в середовищі були мінімальні, тобто модуль реальної частини показника заломлення  $\text{Re}(n) < 0$ , був значно більший за його уявну частину  $\text{Im}(n)$ . Іншими словами, показник якості (FOM – the Figure Of Merit) [41]:

$$FOM = -\operatorname{Re}(n)/\operatorname{Im}(n), \quad (3)$$

повинен бути якомога більшим.

Так, наприклад, для структури сформованої на базі пар тонких стрижнів, отримано величину  $FOM \approx 0,1$ , для  $\operatorname{Re}(n) \approx -0,2$  в околиці довжини хвилі 1550 нм [42]. В свою чергу, в теоретичній роботі [43], вказується на можливість отримання метаматеріалів, котрі представляють собою структуру типу “риболовецька сітка”, зі значенням  $FOM = 6$ , експериментальне дослідження такої структури [42] дало значення  $FOM = 3$  при  $\operatorname{Re}(n) \approx -1$ , для телекомунікаційного діапазону довжин хвиль.

Один з можливих типів структури, з від’ємним показником заломлення в ближньому інфрачервоному діапазоні, було запропоновано та теоретично і експериментально досліджено в роботі [44]. Метаматеріал являв собою періодичну структуру одинична комірка якої включала в себе металічний (MgO) стрижень з двома розривами та безперервний металічний стрижень. Результати роботи демонструють, що наведений тип метаматеріалу, може використовуватися в оптичному діапазоні, зокрема, було отримано наступну величину показника заломлення  $n = -0,5 + 1,9i$  на довжині хвилі 2,1 мкм, при значенні  $FOM \approx 0,26$ . В даному випадку при  $\lambda = 2,1$  мкм, структура характеризується від’ємною діелектричною проникністю та додатною магнітною проникністю, але результуючий показник заломлення від’ємний, завдяки тому що умова (10) задовольняється.

Ще один напрямок в створенні метаматеріалів, що дають змогу керувати випромінюванням оптичного діапазону, полягає в використанні анізотропних [45] та біанізотропних [46] середовищ.

В роботі [46] вказується, що окрім експериментально реалізованих метаматеріалів, для оптичного діапазону, на базі анізотропних та біанізотропних середовищ, перспективним напрямком являється використання так званих киральних середовищ. Хоча на сьогодні і відсутня експериментальна реалізація метаматеріалів на базі киральних середовищ, теоретичні роботи присвячені розробці таких матеріалів вже опубліковані, зокрема можна відзначити роботу [47]. Слід зазначити, що суттєвим недоліком всіх киральних матеріалів являється те, що вони характеризуються значною анізотропією.

Таким чином, ще однією важливою задачею, що потребує вирішення є всебічне дослідження та практична реалізація ізотропних киральних штучних середовищ, видимого та ближнього інфрачервоного спектральних діапазонів. Для таких структур від’ємна рефракція була теоретично прогнозована в роботі [48].

Також в роботі [46], запропоновано використовувати оптично активні середовища (наприклад, середовища в яких спостерігається ефект Фарадея) для побудови метаматеріалів і подальшого їх використання в якості компактних ізоляторів.

## Висновки

Проведений огляд літературних джерел свідчить про значний інтерес який викликають композитні середовища з від’ємним показником заломлення, завдяки їх специфічним електродинамічним властивостям, та можливим областям застосування. Незважаючи на суттєвий прогрес, що був досягнутий в даній області за останні 10 років, залишається низка невирішених, або вирішених частково проблем, зокрема, серед них можна виділити наступні:

- потреба в більш детальному теоретичному дослідженні та експериментальній реалізації багаторезонансних (активних і пасивних) структур та штучних фрактальних середовищ. Рішення даної проблеми дозволить отримати структури, з від’ємним значенням показника заломлення в якомога широкому спектральному діапазоні, що зокрема актуально для отримання так званого ефекту невидимості;

- потреба в підсиленні потужності випромінювання при його розповсюдженні в об’ємі метаматеріалів;

- більш детальне теоретичне та експериментальне дослідження властивостей метаматеріалів, що базуються на (бі)анізотропних та киральних середовищах, а також середовищах з оптичною активністю;

- дослідження одно та двовимірних фотонних кристалів з метою визначення їх оптимальної геометрії, для отримання від'ємного показника заломлення;

- дослідження електромагнітних характеристик отриманих композитів з метою найбільш ефективного їх застосування в прикладних задачах.

Таким чином, підсумовуючи все вищесказане можна зробити висновок, що метаматеріали мають значний потенціал і потребують подальшого інтенсивного та всебічного дослідження.

**Список літератури:** 1. *Веселаго В.Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$ . // УФН. Т. 92. №7. С. 517 – 526. 1967. 2. *Веселаго В.Г.* Электродинамика материалов с отрицательным коэффициентом преломления // УФН. 2003. Т. 173. №7. С. 790 – 794. 3. *Pendry J. B.* Negative Refraction // Contemporary Physics, vol. 45, no 3, pp. 191 – 202, 2004. 4. *Мандельштам Л.И.* Лекции, прочитанные 26 февраля 1940 г. и 5 мая 1944 г. Полн. собр. тр. Т. 5. М.: Изд-во АН СССР, 1950. 5. *Сивухин Д. В.* Об энергии электромагнитного поля в диспергирующих средах // Оптика и спектроскопия. 1957. Т. 3. С. 308-312. 6. *Агранович В. К, Гинзбург В.Л.* Кристаллооптика с учётом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1965. 7. *Веселаго В.Г.* Электродинамические свойства смеси из электрических и магнитных зарядов // ЖЭТФ, т.52, с.1025. 1967. 8. *Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J. & Stewart, W. J.* IEEE Trans. Microwave Theory Tech. vol.47. pp. 2075 – 2084, 1999. 9. *J.B.Pendry.* Negative Refraction Makes a Perfect Lens. Physical Review Letters. 2000 - Volume 85, Issue 18, pp. 3966 – 3969. 10. *D.R. Smith, W.J., Padilla, D.C. Vier, S.C. Nemat-Nasser. S. Schultz,* Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity, Physical Review Letters vol.84 pp. 4184, 2000. 11. *Shelby, R. A., Smith, D. R. & Schultz, S.* Science vol. 292, pp. 77 – 79, 2001. 12. *Smith, D. R., Schurig, D., Pendry, J. B.* Some of the waves emitted or reflected, Appl. Phys.Lett. vol.81, pp. 2713 – 2715, 2002. 13. *J. B. Pendry,* Metamaterials in the sunshine, Nat. Mater., vol. 5, no. 8, pp. 599–600, 2006. 14. *D. R. Smith and J. B. Pendry,* Homogenization of metamaterials by field averaging, J. Opt. Soc. Amer. B, Opt. Phys., vol. 23, no. 3, pp. 391–403, 2006. 15. *J. Joannopoulos, R. Meade, and J. Winn,* Photonic Crystals. Molding the Flow of Light. Princeton University Press, 1995. 16. *R. Mittra, C. H. Chan, and T. Cwik,* Techniques for analyzing frequency selective surfacesVA review, Proc. IEEE, vol. 76, no. 12, pp. 1593–1615, 1988. 17. *C. Genet and T. W. Ebbesen,* Light in tiny holes, Nature, vol. 445, no. 7123, pp. 39–46, 2007. 18. *J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs,* Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures, Phys. Rev. Lett., vol. 76, no. 25, pp. 4773–4776, 1996. 19. *J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart,* Low frequency plasmons in thin-wire structures, J. Phys., Condens. Matter, vol. 10, no. 22, pp. 4785–4809, 1998. 20. *D. A. Powell, I. V. Shadrivov, and Y. S. Kivshar,* Cut-wire-pair structures as two-dimensional magnetic metamaterials, Opt. Lett., vol. 16, no. 19, pp. 15185–15190, 2008. 21. *G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener, J. F. Zhou, C. M. Soukoulis, and S. Linden,* Cut-wire pairs and plate pairs as magnetic atoms for optical metamaterials, Opt. Lett., vol. 30, no. 23, pp. 3198–3200, 2005. 22. *C. Imhof and R. Zengerle,* Pairs of metallic crosses as a left-handed metamaterial with improved polarization properties, Opt. Express, vol. 14, no. 18, pp. 8257–8262, 2006. 23. *G. Dolling, M. Wegener, C. M. Soukoulis, and S. Linden,* Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength, Opt. Lett., vol. 32, no. 1, pp. 53–55, 2007. 24. *S. Zhang, W. Fan, N. C. Panoiu, K. J. Malloy, R. M. Osgood, and S. R. J. Brueck,* Experimental demonstration of near-infrared negative-index metamaterials, Phys. Rev. Lett., vol. 95, no. 13, pp. 137404-1–137404-4, 2005. 25. *E V Naumova, V Ya Prinz, S V Golod, V A Seleznev, R A Soots and V V Kubarev,* Manufacturing chiral electromagnetic metamaterials by directional rolling of strained heterofilms, J. Opt. A: Pure Appl. Opt. vol. 11, no.7, pp. 074010 (5pp), 2009. 26. *E V Naumova, V. Ya Prinz, S V Golod, V A Seleznev, R A Soots, V V Kubarev,* Manufacturing chiral electromagnetic metamaterials by directional rolling of strained heterofilms (принято в печать Journal of Optics A: Pure and Applied Optics). 27. *G. Shvets,* Phys. Rev. B vol. 67. pp. 035109, 2003). 28. *Sakoda K.* Optical Properties of Photonic Crystals. Berlin: Springer-Verlag, 2001. 29. *Notomi M.,* Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals: refraction-like behavior in the vicinity of the photonic band gap, Phys. Rev. B, vol. 62. no.16, pp. 10696-10705, 2000. 30. *A. Alù and N. Engheta.* J. Opt. Soc. Am. B, vol. 23, p.571, 2006. 31. *P. B. Catrysse and S. Fan,* Appl. Phys. Lett. vol. 94, pp. 231111. 2009. 31. *J. Takahara, S. Yamagishi, H. Taki, A. Morimoto, and T. Kobayashi,* Opt. Lett. vol.22, pp.475. 1997.

32. *F. J. Rodríguez-Fortuño, C. García-Meca, R. Ortuño, J. Martí, And A. Martínez* Coaxial Plasmonic Waveguide Array as a Negative-Index Metamaterial, *Opt. Lett.* vol. 34, no. 21, pp. 3325 – 3327, 2009.
33. *Y. Yuan, C. Bingham, T. Tyler, S. Palit, T. H. Hand, W. J. Padilla, D. R. Smith, N. M. Jokerst, and S. A. Cummer*, Dualband planar electric metamaterial in the terahertz regime, *Opt. Express*, vol. 16, no. 13, pp. 9746–9752, 2008.
34. *C. M. Bingham, H. Tao, X. Liu, R. D. Averitt, X. Zhang, and W. J. Padilla*, Planar wallpaper group metamaterials for novel terahertz applications, *Opt. Express*, vol. 16, no. 23, pp. 18 565–18 575, 2008.
35. *K. Aydin and E. Ozbay*, Capacitor-loaded split ring resonators as tunable metamaterial components, *J. Appl. Phys.*, vol. 101, no. 2, pp. 024911-1–024911-5, 2007.
36. *Y. Sun, X. Xia, H. Feng, H. Yang, C. Gu, and L. Wang*, Modulated terahertz responses of split ring resonators by nanometer thick liquid layers, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 92, no. 22, pp. 221 101-1–221 101-3, 2008.
37. *I. Gil, J. García-García, J. Bonache, F. Martín, M. Sorolla, and R. Marques*, Varactor-loaded split ring resonators for tunable notch filters at microwave frequencies, *Electron. Lett.*, vol. 40, no. 21, pp. 1347–1348, 2004.
38. *F. Miyamaru, Y. Saito, M. W. Takeda, B. Hou, L. Liu, W. Wen, and P. Sheng*, Terahertz electric response of fractal metamaterial structures, *Phys. Rev. B, Condens. Matter*, vol. 77, no. 4, pp. 045124-1–045124-6, 2008.
39. *Физическая энциклопедия // Гл. ред. А. М. Прохоров. Ред. кол. Д.М. Алексеев, А.М. Балдин, А.М. Бойч-Бруевич, А.С. Вороник-Романов и др. М.: Большая Российская энциклопедия. 1994. Т.4. 704 с.*
40. *S. Zhang, W. Fan, N. C. Panoiu, K. J. Malloy, R. M. Osgood, and S. R. J. Brueck*, *Phys. Rev. Lett.* vol.95, pp. 137404, 2005.
41. *V. M. Shalaev, W. Cai, U. K. Chettiar, H. Yuan, A. K. Sarychev, V. P. Drachev, and A. V. Kildishev*, *Opt. Lett.* vol.30, p.3356, 2005.
42. *S. Zhang, W. Fan, K. J. Malloy, S. R. J. Brueck, N. C. Panoiu, and R. M. Osgood*, *Opt. Express*, vol.13, pp.4922, 2005.
43. *Gunnar Dolling, Christian Enkrich, Martin Wegener, Costas M. Soukoulis, Stefan Linden* Low-loss negative-index metamaterial at telecommunication wavelengths, *Opt. Lett.* vol. 31, no. 12, 2006.
44. *E. Pshenay-Severin, U. Hübner, C. Menzel, C. Helgert, A. Chipouline, C. Rockstuhl, A. Tünnermann, F. Lederer, T. Pertsch* Double-element metamaterial with negative index at near-infrared wavelengths, *Opt. Lett.* vol. 34, no.11, pp. 1678 – 1680, 2009.
45. *J. Hao, Y. Yuan, L. Ran, T. Jiang, J. A. Kong, C. T. Chan, , and L. Zhou*, Manipulating electromagnetic wave polarizations by anisotropic metamaterials, *Phys. Rev. Lett.* vol.99, pp. 063908, 2007.
46. *C. E. Kriegler, M. S. Rill, S. Linden, and M. Wegener* Bianisotropic photonic metamaterials *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 999, no. 99, april 2010.
47. *M. Decker, M.W. Klein, M. Wegener, and S. Linden*, Circular dichroism of planar chiral magnetic metamaterials, *Opt. Lett.*, vol. 32, no. 7, pp. 856–858, 2007.
48. *C. Zhang and T. J. Cui*, Negative reflections of electromagnetic waves in a strong chiral medium, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 91, p.194101, 2007.

## ОЦЕНКА ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРОБОЯ В ВОЗДУШНОЙ СРЕДЕ

## Постановка задачи

К основным макроскопическим параметрам предварительно созданной слабоионизованной плазмы относятся: проводимость, подвижность электронов, коэффициент диффузии, температура, диффузионное сечение, рекомбинация. Указанные параметры могут быть получены на основе метода кинетического уравнения путем определения функции распределения электронов.

В работе [1] для разработки защитных устройств предложено использовать в волноводе радиоактивное вещество, создающее слабоионизованную плазму. Для этого необходимо знать величину активности радиоизотопного включения и значение напряженности электромагнитного излучения, предназначенного для вывода из строя элементов приемного тракта. Эти параметры позволяют определить макроскопические характеристики ионизированной среды в волноводном тракте.

Одним из макроскопических показателей является электронная температура, позволяющая определить условия возникновения пробоя в ионизированной воздушной среде. Однако в научных работах [2 – 7] отсутствует выражение для электронной температуры пробоя в воздухе.

Цель статьи - получение выражения для оценки электронной температуры пробоя в воздушной среде.

## Изложение основного материала

Известно, что частота упругого столкновения  $\nu_y$  электрона с частицами газа больше частот неупругих столкновений  $\nu_n$ . Это, как и в случае постоянного поля, приводит к тому, что функция распределения электронов по скоростям близка к сферически симметричной, а следовательно, ее можно представить в виде [8]:

$$f(V, t) = f_0(V, t) + V_x f_1(V, t),$$

где ось  $x$  направлена вдоль поля,  $f(V, t)$  – максвелловская функция распределения,  $V_x$  – скорость вдоль оси  $x$ .

Рассмотрим случай, когда напряженность электрического поля меняется по гармоническому закону. Тогда кинетическое уравнение для функции распределения электронов по скоростям примет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{eE}{m_e} \cos \omega t \frac{\partial f}{\partial V_x} = I_{cm}(f), \quad (1)$$

где  $\omega$  – частота изменения электрического поля  $E$ ,  $I_{cm}(f_0)$  – интеграл столкновений,  $e$ ,  $m_e$  – заряд и масса электрона соответственно.

Система уравнений для  $f_0$  и  $f_1$  с учетом большой величины  $\nu_y$  будет иметь вид

$$\begin{cases} \frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{eE}{3m_e} \cos \omega t \frac{\partial V_e^3 f_1}{V_e^2 \partial V_e} = I_{cm}(f_0) \\ \frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{eE}{m_e V_e} \cos \omega t \frac{\partial f_0}{\partial V_e} = -\nu_y f_1. \end{cases} \quad (2)$$

Решение этой системы уравнений при произвольном соотношении между входящими в нее параметрами затруднительно. Поэтому рассмотрим два предельных случая в зависимости от соотношения между частотой электромагнитного поля и частотой изменения энергии электрона

$$\frac{1}{\tau} \left( I_{cm}(f_0) \sim \frac{f_0}{\tau} \right),$$

где  $1/\tau$  – частота обмена энергией между электроном и атомом.

Если частота электромагнитного поля мала ( $\omega\tau \ll 1$ ), то членами  $\partial f_0/\partial t$ ,  $\partial f_1/\partial t$  в системе уравнений (2) можно пренебречь по сравнению с членами  $I_{cm}(f_0)$  и  $v_y f_1$  соответственно. При этих условиях система уравнений для  $f_0$  и  $f_1$  имеет тот же вид, что и в стационарном случае. Практический интерес представляет другой предельный случай, когда  $\omega\tau \gg 1$ . В этом случае энергия, передаваемая от электронов к атомам за один период, составляет малую долю энергии электронов. Поэтому энергия электронов в течение периода колебаний изменяется только за счет взаимодействия с электромагнитным полем. Так как эта энергия вкладывается и забирается у электронов, соответствующих несимметричной части функции распределения  $f_1$ , то сферически симметричная часть функции распределения  $f_0$  не зависит от времени.

Используем приведенные соображения для решения системы уравнений (1) при  $\omega\tau \gg 1$ . Разложим функцию распределения электронов в ряд Фурье:

$$f_0(V, t) = \sum_n f_{0,n}(V) e^{i\omega n t},$$

$$f_1(V, t) = \sum_n f_{1,n}(V) e^{i\omega n t}.$$

При этом система уравнений (1) примет вид

$$i\omega n f_{0,n} + \frac{eE}{6m} \frac{dV^3 (f_{1,n+1} + f_{1,n-1})}{V^2 dV} = I_{cm}(f_{0,n}),$$

$$i\omega n f_{1,n} + \frac{eE}{2m} \frac{d(f_{0,n-1} + f_{0,n+1})}{V dV} = v_y f_{1,n}.$$

В соответствии с проведенным анализом, в этой системе уравнений можно ограничиться элементом  $f_{0,0}$  для сферически симметричной части функции распределения и элементами  $f_{1,1}$ ,  $f_{1,-1}$  для несимметричной части. Остальные члены разложения по порядку величины будут связаны с этими членами соотношениями:

$$f_{0,\pm(2k+1)} \sim \frac{f_{0,0}}{(\omega\tau)^k} \frac{(\omega^2 + v_y^2)^{(k-1)/2}}{(2k)! \prod_{m_e=1}^k [(2m_e + 1)^2 \omega^2 + v_y^2]^{1/2}},$$

$$f_{0,\pm(2k+1)} \sim \frac{f_{1,\pm 1}}{(\omega\tau)^k} \frac{(\omega^2 + v_y^2)^k}{(2k)! \prod_{m_e=1}^k [(2m_e + 1)^2 \omega^2 - v_y^2]^{1/2}}.$$

Ограничившись членами разложения  $f_{0,0} \equiv f_0$ , ... функции распределения, приведем систему уравнений (2) к виду

$$\begin{cases} \frac{eE}{6m_e V_e^2} \frac{dV_e^2 (f_{1,1} - F_{1,-1})}{dV_e} + I_{cm}(f_0) = 0; \\ (i\omega + v_y) f_{1,1} - \frac{eE}{2m_e V_e} \frac{df_0}{dV_e} = 0; \\ (-i\omega + v_y) f_{1,1} + \frac{eE}{2m_e V_e} \frac{df_0}{dV_e} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

что дает уравнение для  $f_0$ :

$$\frac{1}{6} \left( \frac{eE}{m_e} \right)^2 \frac{d}{V_e^2 dV_e} \left[ \frac{V_e^2 v_y}{(\omega^2 + v_y^2)} \frac{df_0}{dV_e} \right] = I_{cm}(f_0).$$

Решение этого уравнения в частном случае, когда  $I_{cm}(f_0)$  определяется упругим соударением электрона с атомами газа, имеет вид

$$f_0(V) = C_n \exp \left\{ - \int_0^V \left[ T + \frac{e^2 E^2 M_a}{6m_e^2 (\omega^2 + \lambda_y^2)} \right]^{-1} m_e V_e dV_e \right\}, \quad (4)$$

где  $C_n$  – константа нормировки,  $M_a$  – масса атома.

Несимметричная часть функции распределения в этом частном случае имеет вид

$$f_1(V, t) = - \frac{eE}{m_e (\omega^2 + v_y^2) V_e} (v_y \cos \omega t + \sin \omega t) \frac{df_0}{dV_e}. \quad (5)$$

Определим теперь температуру электронов для слабоионизованной плазмы, находящейся в поле сверхвысокой частоты. Плотность электронов велика, так что обмен энергией между электронами происходит гораздо интенсивнее, чем между электронами и атомами, частота электромагнитного поля  $\omega$  велика по сравнению с частотой обмена энергией между отдельным электроном и атомами.

Чтобы учесть столкновения между электронами, необходимо ввести в первое уравнение из системы уравнений (3) интеграл электрон-электронных столкновений. При этом два других уравнения системы (3) остаются без изменений. Так как изменение энергии электрона в результате столкновения с электронами происходит интенсивнее, чем при соударении с атомами, то первое из уравнений системы уравнений (3) дает, что интеграл электрон-электронных столкновений равен нулю. Это приводит к максвелловской функции распределения электронов по энергиям.

Второе и третье уравнение системы (3) сохраняются, а значит остается в силе и выражение (5). Оно дает возможность определить дрейфовую скорость электронов  $u$ :

$$u(t) = \frac{eE}{3T_e} \left\langle V_e^2 \frac{(v_y \cos \omega t)}{\omega^2 + v_y^2} \right\rangle.$$

Здесь  $T_e$  – температура электронов, а усреднение по скоростям, которое обозначено  $\langle \rangle$ , проводится с максвелловской функцией распределения электронов.

Запишем уравнение баланса энергии для отдельного электрона. Кинетическое уравнение для электрона имеет вид [8]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{eE}{m_e} \cos \omega t \frac{\partial f}{\partial V_x} = I_{ee} + I_{ea}, \quad (6)$$

где  $I_{ee}$  и  $I_{ea}$  – интегралы электрон-электронных и электрон-атомных столкновений соответственно.

Умножая выражение (6) на кинетическую энергию электрона  $mV_e^2/2$ , проинтегрируем по скоростям электронов и усредним по времени.

Так как

$$\int I_{ee} \frac{m_e V_e^2}{2} dV_e = 0, \quad (7)$$

то получим

$$\overline{\frac{\partial}{\partial t} \left\langle \frac{m_e V_e^2}{2} \right\rangle} + \overline{eEU \cos \omega t} = \int \frac{m_e V_e^2}{2} I_{ea} dV_e, \quad (8)$$

где черта сверху означает усреднение по времени. Первый член в левой части соотношения (8), являющийся средним изменением средней энергии электрона в единицу времени, по определению этой величины равен нулю. Используя выражение для дрейфовой скорости электрона и значение средних величин  $\overline{\cos^2 \omega t} = \frac{1}{2}$ ,  $\overline{\cos \omega t \sin \omega t} = 0$ , найдем выражение для второго слагаемого (8), которое характеризует собой среднюю энергию, получаемую от поля отдельным электроном в единицу времени:

$$\overline{eEU \cos \omega t} = \frac{(eE)^2}{6T_e} \left\langle \frac{v_y V_e^2}{\omega^2 + v_y^2} \right\rangle.$$

Вычислим величину в правой части уравнения баланса энергии (8), которая представляет собой энергию, отдаваемую отдельным электроном газу в результате упругих соударений этого электрона с атомами газа. С этой целью определим дрейфовую скорость и среднюю энергию электронов при упругом столкновении электронов с атомами газа, если время передачи энергии при столкновении двух электронов меньше, чем при столкновении электронов с атомами газа. Рассмотрим случай когда  $v_y = C_n V$ , т.е.  $v_y = C_n V = const$ . Тогда система уравнений для  $f_0$  и  $f_1$  примет вид

$$\begin{cases} \frac{eE}{3m_e} \frac{df_1 V_e^3}{V_e^2 dV_e} = I_{ae} + I_{ee}; \\ \frac{eE}{m_e} \frac{df_0}{dV_e} = -v_y V_e f_1. \end{cases} \quad (9)$$

В рассматриваемом случае  $v_{ee} \sim I_{ee} \gg I_{ae} \sim \frac{m_e}{M_a} v_{ea}$ . Умножим первое уравнение системы (9) на  $mV_e^2/2$  и проинтегрируем по скоростям электронов, учитывая выражение (7). В результате получим  $eEu = \int \frac{m_e V_e^2}{2} I_{ea} dV_e$ .

Как видно из последнего выражения, член в правой части первого уравнения (9) порядка  $I_{ae}$ , т.е. значительно меньше  $I_{ee}$ , поэтому в нулевом приближении из этого уравнения получаем  $I_{ee} = 0$ . Решением этого уравнения является максвелловская функция распределения:

$$f_0 = \left( \frac{m}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mV^2}{2T_e}\right).$$

Из этого уравнения следует

$$f_1 = \frac{eEf_0}{v_y T}.$$

Следовательно,

$$u = \frac{eE}{T_e} \left\langle \frac{V_e^2}{3v_y} \right\rangle.$$

В рассматриваемом случае, когда

$$v_y = v_T \left( \frac{m_e V_e^2}{2T_e} \right)^{n/2},$$

имеем

$$u = \frac{2eE}{3m_e v_T} \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \cdot x^{4-n} dx = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \frac{eE}{m_e v_T} \Gamma\left(\frac{5-n}{2}\right),$$

где  $v_T$  – частота теплового столкновения,  $x = \sqrt{m_e V_e^2 / 2T_e}$ . Далее

$$\begin{aligned} -\left\langle \frac{m_e V_e^2}{2} I_{ea} \right\rangle &= -T_e \int x dx \frac{m_e}{M_a} T V^3 v_y \left( \frac{f_0}{T} + \frac{\partial f_0}{m_e V_e \partial V_e} \right) = 2T_e T \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_e} \right) \frac{m_e}{M_a} \langle x^2 v_y \rangle = \\ &= \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{m_e}{M_a} (T_e - T) v_y \Gamma\left(\frac{5+n}{2}\right). \end{aligned}$$

Так как

$$eEu = -\left\langle \frac{m_e V_e^2}{2} I_{ea} \right\rangle,$$

то

$$T_e - T = M_a \frac{e^2 E^2}{3m_e^2 v_T^2} \frac{\Gamma((5-n)/2)}{\Gamma((5+n)/2)}. \quad (10)$$

При  $n = 0$

$$T_e - T = M \frac{e^2 E^2}{3m_e^2 v_T^2}, \quad (11)$$

при  $n = 1$

$$T_e - T = M \frac{e^2 E^2}{6m_e^2 v_T^2}. \quad (12)$$

Получим зависимости для больших напряженностей поля из простых оценок. Изменение скорости электрона за время между двумя соударениями с атомом  $\Delta V_c \sim eE/m_e v_T$ . Функция распределения электронов по скоростям сферически симметрична, так что среднее изменение энергии электрона между двумя соударениями за счет внешнего поля оказывается порядка  $m_e \Delta V_c^2 \sim m_e (eE/m_e v_T)^2$ . Эта энергия передается атомам газа, причем за каждое соударение атому остается энергия электрона порядка  $m_e \bar{\epsilon} / M_a$ , где  $\bar{\epsilon}$  – средняя энергия электро-

на. Отсюда находим, что средняя энергия электрона порядка  $\bar{\epsilon} \sim M_a (eE/m_e V_e)^2$ , причем это выполняется при больших напряженностях электрического поля, когда средняя энергия электронов значительно превышает тепловую энергию частиц газа.

Если воспользоваться полученным выше значением энергии, отдаваемой отдельным электроном газу, то получим выражение для разности электронной ( $T_e$ ) и атомной ( $T$ ) температур:

$$T_e - T = \frac{M_a}{6} \left( \frac{eE}{m_e} \right)^2 \frac{\left\langle \frac{v_y V^2}{\omega^2 + v_y^2} \right\rangle}{\left\langle v_y V_e^2 \right\rangle}. \quad (13)$$

В случае малых частот электромагнитного поля ( $\omega/v_y \ll 1$ ) формула (13) совпадает с формулой (10), если в полученных выражениях (10) – (12) напряженность электрического поля  $E$  заменить ее эффективным значением  $E/\sqrt{2}$ . При больших частотах электромагнитного поля ( $\omega/v_y \gg 1$ ) разность между электронной и атомной температурами не зависит от частоты соударений электрона с атомами:

$$T_e - T = \frac{M_a}{6} \left( \frac{eE}{m_e \omega} \right)^2. \quad (14)$$

## Выводы

Таким образом, получены выражения для оценки электронной температуры пробоя в воздушной среде. Показано, что при условии  $\omega t \gg 1$  энергия электронов в течение периода колебаний изменяется только за счет взаимодействия с электромагнитным полем. При больших напряженностях электромагнитного поля средняя энергия электрона значительно превышает тепловую энергию частиц газа, а разность между электронной и атомной температурами не зависит от частоты соударений электрона с атомами, а зависит от частоты электромагнитного поля.

**Список литературы:** 1. Антоненко Н.С., Сачук І.І. Методи і пристрої захисту радіотехнічних систем від потужних електромагнітних імпульсів // Системи обробки інформації. Зб. наук. праць. Харків: ХУПС, 2008. Вип. 7(74). С. 131-133. 2. Алыбич В.Г. Проблемы создания СВЧ защитных устройств для радиолокации и связи. 12<sup>th</sup> Int. Crimean Conference "Microwave Telecommunication Technology", 2002.-9-13 September. P.15-21. 3. Силкин А.И., Бренер А.Б., Дробышевский А.В. Универсальные беспилотники // Независимое военное обозрение. 2003. №4. С.4. 4. Таран Е.П., Старостенко В.В. Динамика деградационных процессов в интегральных микросхемах // Материалы Крым. микроволновой конференции, 1996. С.437-440. 5. Gadetski N.P., Kravtsov K.A., Magda I.I., et al. Studies on Electromagnetic Radiation of Ultrashort Duration Pulse Interference on UHF Electronic Devices. AMEREM'96, Abstracts, Albuquerque, New Mexico, 1996. P.79. 6. Магда И.И., Шаповал Р.В. Воздействие импульсивных сигналов на автоколебательные системы // Системи обробки інформації. Зб. наук. праць. Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2003. Вип. 1(23). С.120-126. 7. Лебедев И.В., Семенча М.В. Квазиактивный защитный ограничитель СВЧ мощности // Радиотехника. 2001. №2. С. 17-21. 8. Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука. 1972. 416с.

А.Ю. ПАНЧЕНКО, д-р физ.-мат. наук, Н.И. СЛИПЧЕНКО, д-р физ.-мат. наук,  
Н.Н. ЧЕРНЫШОВ, канд. техн. наук

## ОЦЕНКА ИНФОРМАЦИОННЫХ СПОСОБНОСТЕЙ ФАЗОВЫХ ДЕТЕКТОРОВ И ПУТЕЙ ИХ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ НА ОСНОВЕ СОВРЕМЕННОЙ КОМПОНЕНТНОЙ БАЗЫ

### Введение

В современных радиоэлектронных устройствах используются все более сложные алгоритмы обработки и выделения информации [1]. Однако для их реализации до настоящего времени преобладает или интуитивный выбор схемных решений [2], или несколько устаревшие и чрезвычайно громоздкие методы анализа [3, 4]. Интегральная компонентная база позволяет сосредоточить внимание на конечном результате и использовать более эффективные методы разработки РЭА. Поскольку РЭА предназначена в основном для обработки информационных потоков, то информационные критерии должны доминировать при оценке качества электронных устройств.

В основе ряда методов выделения и передачи информации лежит измерение разности фаз двух сигналов. Поэтому фазовые преобразователи являются одними из широко распространенных устройств, используемых в трактах измерительных приборов, приемников и формирователей сигналов. Обычно фазовые соотношения используются в трактах узкополосных сигналов. Поэтому диапазон частот сигналов на входе лежит существенно выше диапазона частот, несущих полезную информацию, и для прохождения даже небольших объемов информации необходимы компоненты, имеющие высокие значения предельных рабочих частот.

### Информационная оценка фазовых детекторов

В настоящее время используются два основных метода преобразования разности фаз. Первый – преобразование величины фазового сдвига в постоянное напряжение, без ограничения сигнала. Это преобразование может использоваться в формирователях сигналов, в приемопередающих трактах, в излучателях с электрически управляемыми параметрами. При таком преобразовании исходный сигнал может быть полностью восстановлен. Второй – преобразование в цифровой код с использованием ограничения сигнала. В этом случае, без специальных мер, информация об амплитуде сигнала теряется. Этот метод обычно используется в устройствах, которыми оканчивается тракт обработки аналоговых сигналов и далее информация содержится в цифровом коде.

Фазовые преобразователи относятся к классу информационных преобразователей, критерием качества которых является количество передаваемой информации  $I$  [5]. Как известно, при равновероятных сообщениях величина  $I$  в одном сообщении определяется как логарифм отношения диапазона изменения сигнала  $\Delta u$  к погрешности преобразователя  $\delta u$ :

$$I = \ln(\Delta u / \delta u). \quad (1)$$

В цифровых устройствах это эквивалентно числу разрядов преобразователя.

Поток информации  $I_f$  пропорционален скорости прохождения сообщений, и максимальное его значение ограничивается верхней рабочей частотой  $f_{\max}$ . Специфика фазовых измерений состоит в том, что информация содержится во временных параметрах сигналов и ими же определяется скорость передачи сообщений. Если электронный прибор или устройство имеет минимальное время преобразования сигнала  $\tau_{\min}$  или временную погрешность  $\delta\tau$ , то построенный на его основе фазовый детектор при рабочей частоте  $f_p$  ограничит информационный поток величиной

$$I_f = -f_p \ln(\delta\tau f_p). \quad (2)$$

Выражение (2) имеет экстремум, определяющий рабочую частоту, при которой поток информации максимальный:  $f_m = (a \delta \tau)^{-1}$ , где  $a$  – основание логарифма. Для бинарных сообщений  $a = 2$ , поэтому максимальный поток информации обеспечивает фазовая манипуляция, период которой должен не менее, чем в два раза превышать период  $f_p$ . Однако существенная часть энергии такого фазоманипулированного сигнала содержится в гармониках с частотами,  $(2...3)f_p$ , которые тоже должны быть пропущены трактом. Совокупность этих критериев определяет информационные возможности приемопередающих трактов, работающих с фазомодулированными сигналами.

К фазовым детекторам измерительных трактов предъявляются более жесткие требования, поскольку они должны обеспечить передачу информации о непрерывном изменении входной величины.

### Сравнение методов выделения разности фаз

В аналоговых преобразователях фазы используются нелинейность вольтамперных характеристик (ВАХ) электронных приборов [6]. В выходном сигнале нелинейного преобразователя (НП) содержатся все возможные комбинации частот входных сигналов, но только НЧ составляющая, определяемая второй смешанной производной по обоим входным сигналам, содержит полезную информацию. Остальные четные производные приводят к формированию сигнала помехи, которая лежит в диапазоне полезного сигнала и является неустранимой частью погрешности. Нечетные производные формируют спектр высших гармоник, которые ослабляются НЧ фильтром на выходе НП. Таким образом, качество НП зависит от отношения

$$\frac{u_n}{u} = \sum_n \frac{\partial^{2n} u}{\partial u_1^{2n-m} \partial u_2^m} / \frac{\partial^2 u}{\partial u_1 \partial u_2}, \quad (3)$$

где  $u$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  – соответственно выходной и входные сигналы,  $u_n$  – уровень помех.

Для обеспечения минимального отношения (3) современные НП выполняют по схеме перемножителя [6] и выпускают в виде серийных полупроводниковых интегральных микросхем (ИМС), содержащих устройства стабилизации режимов и буферные преобразователи на входах и выходе. К таким ИМС относятся, например, 525ПС2, 525ПС3 и их зарубежные аналоги MC1595, AD530, AD534 [7]. Схемотехническими методами, тщательной отработкой технологии и подгонкой обеспечивают подавление внеполосных сигналов и синфазной помехи. Их значения указывают в паспортных данных изделия. Однако для использования перемножителей в качестве НП аналоговых фазовых компараторов необходимо знать коэффициент прямого детектирования по каждому входному сигналу, который является существенной составляющей погрешности выходного сигнала. Этот параметр не всегда дается в паспорте. Схема определения коэффициента прямого детектирования изображена на рис. 1.

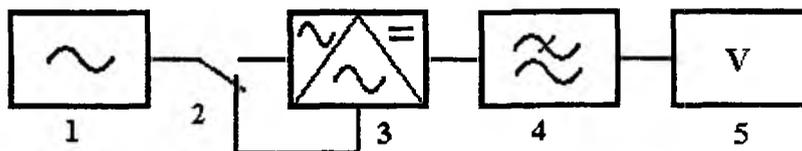


Рис. 1. Схема измерения коэффициента прямого детектирования:

1 – генератор, 2 – переключатель входов ИМС НП, 3 – исследуемая ИМС, 4 – фильтр НЧ, 5 – вольтметр постоянного тока

Временные характеристики фазовых детекторов более жестко ограничивают объем информационного потока. Данная выше оценка (2) относится и к аналоговым фазометрам.

В паспортных данных ИМС указывается верхняя граничная частота  $f_{zр}$  или постоянная времени распространения сигнала  $\tau_p$ . Для оценки погрешности можно считать, что этот фактор обусловлен включением в идеальное устройство RC-цепочки с  $\tau_{RC} = \tau_p$ . Тогда неконтролируемый сдвиг фазы, обуславливающий погрешность НП :

$$\Delta\varphi_n = 2\pi\tau_p f_p = 2\pi f_p / f_{zр} , \quad (4)$$

Требуемая величина погрешности определяет рабочую частоту сигнала для данного типа ИМС.

С другой стороны, величину  $f_p$  ограничивает информационный участок спектра. НЧ-фильтр на выходе НП должен пропустить весь спектр информационного сигнала, но в достаточной степени подавить  $f_p$ . Если используется простейший RC-фильтр, то для отношения напряжения пульсаций  $\Delta u_{вых}$  к выходному напряжению  $u_{вых}$  имеем следующее:

$$\Delta u_{вых} / u_{вых} = (f_p \tau_\phi)^{-1} . \quad (5)$$

Информация об изменении фазового сдвига сигнала  $\varphi_c$  содержится в полосе

$$\Delta f_c = \frac{\partial \varphi_c}{\partial t} . \quad (6)$$

Очевидно, что скорость поступления сообщений ограничивается частотным диапазоном сигналов (6). При этом в каждом сообщении количество информации определяется согласно (4) и (5).

При удовлетворении критериям, которые в первом приближении представлены последовательностью выражений (3) - (6), можно снизить потери информации. Например, оптимизировать параметры тракта обработки фазомодулированных сигналов можно подбором значения  $f_p$ . В ряде случаев для этого нужен перенос исходной частоты сигнала, что может потребовать предварительной обработки информационного и опорного сигналов. При этом технология изготовления РЕА должна обеспечить высокую идентичность временных параметров трактов преобразования обоих сигналов. Неидентичность окажет влияние, аналогичное влиянию времени распространения сигнала  $\tau_p$ .

В фазовых детекторах мгновенные значения сигналов являются промежуточным носителем информации, необходимым для соответствия физической природе электронных устройств. В аналоговых устройствах, проводящих обработку фазы и амплитуды сигнала, существует принципиальная возможность компенсации ограничения (2) перераспределением информационных потоков между этими параметрами. При цифровой обработке сигналов предварительно ограничивают их амплитуду. Потери информации при первичных амплитудно-временных преобразованиях обусловлены скоростью нарастания сигнала на выходе предшествующего преобразователя  $u'_{вых}$ , погрешностью порога переключения  $\Delta u_n$  и временем распространения сигнала. Неконтролируемое время переключения можно оценить как

$$\tau_n = \frac{\Delta u_n}{u'_{вых}} + \tau_p . \quad (7)$$

При одинаковом технологическом уровне изготовления ИМС  $\tau_p$  здесь выше, чем у аналогового НП.

Далее может производиться преобразование информационного сигнала либо в цифровую последовательность, либо в постоянное напряжение. Однако здесь величина пульсаций

выходного напряжения существенно больше, чем при аналоговом преобразовании, поскольку отсутствует подавление сигнала прямого детектирования и нечетных гармоник. Использование таких устройств возможно только при больших отношениях  $f_c \gg \Delta f_c$ .

При прямом преобразовании фазового сдвига в последовательность импульсов их минимальный период можно оценить как

$$T_{\min} = (2...3)\tau_p . \quad (8)$$

Тогда максимальная скорость изменения фазы, которую идентифицирует данный преобразователь, может быть не более чем

$$\frac{\partial \varphi_c}{\partial t} \max < \frac{2\pi}{T_{\min}} . \quad (9)$$

Здесь также необходимо обеспечить идентичность каналов преобразования опорного и информационного сигналов. Частично компенсировать «гонки» сигналов можно при индивидуальном подборе идентичных по временным параметрам ИМС или созданием специализированных ИМС, имеющих два канала с согласованными параметрами.

### Выводы

В работе предложено использовать информационные критерии оценки качества фазовых детекторов. Это обобщенный подход, который наиболее полно учитывает возможности тех или иных схемных реализаций, конструкционных и технологических исполнений. В работе показаны исходные соотношения для основных видов фазоизмерительных устройств. Развитие данного подхода позволит оптимизировать выбор конструкций с позиций минимизации потерь полезной информации.

**Список литературы:** 1. *Лидовский В.В.* Теория информации. М.: Компания Спутник+, 2004. 111 с. 2. *Хоровиц П., Хилл У.* Искусство схемотехники. Т.1: Пер. с англ. М. Гальперин. М.: Мир, 1983. 598 с. 3. *Степаненко И.П.* Основы теории транзисторов и транзисторных схем. М.: Энергия, 1973. 608 с. 4. *Ногин В.Н.* Аналоговые интегральные микросхемы. М.: Радио и связь, 1992. 400 с. 5. *Новицкий П.В.* Основы информационной теории измерительных устройств. Л.: Энергия, 1968. 248 с. 6. *Алексенко А.Г.* Основы микросхемотехники. М.: Юнимедиа-стайл, 2002. 448 с. 7. *Нефедов А.В., Савченко А.М., Феоктистов Ю.Ф.* Зарубежные интегральные микросхемы / Под ред. Ю.Ф.Широкова. М.: КУБКа, 1995. 288 с.

*Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники*

*Поступила в редколлегию 20.09.2010*

С. П. ГУЛИН, канд. техн. наук, А. С. ГУЛИН

## РАСЧЕТ ЧИСЛА КОМПОНЕНТ СПЕКТРА УСТАНОВИВШЕГОСЯ ОТКЛИКА НЕЛИНЕЙНОЙ ИНЕРЦИОННОЙ ЦЕПИ НА МНОГОЧАСТОТНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ, СОДЕРЖАЩЕЕ ПОСТОЯННУЮ СОСТАВЛЯЮЩУЮ

### Постановка задачи

В процессе разработки микроэлектронных систем часто возникает необходимость исследовать установившийся отклик отдельных их компонентов и устройств на многочастотные воздействия в таких режимах, в которых наиболее полно проявляются их возможности и свойства. Процессы преобразования сигналов в подобных объектах исследования (усилителях, умножителях, делителях и преобразователях частоты, детекторах и др.) сопровождаются возникновением многочисленных комбинационных колебаний (КК), к которым также относятся гармониковые колебания и изменения величины постоянной составляющей, обусловленные эффектами детектирования различных порядков.

Для анализа режимов нелинейных инерционных цепей (НИЦ), соответствующих подобным устройствам, применяются методы, основанные на использовании принципа гармонического баланса и математического аппарата функциональных рядов в частотной и временной области: [1 – 6]. Вопрос единственности установившегося многочастотного режима НИЦ гарантируется выполнением условий конвергентности, что, в свою очередь, удовлетворяется выполнением условий асимптотической устойчивости в целом [7 – 9].

В качестве модели НИЦ, соответствующей широкому классу микроэлектронных устройств и удовлетворяющей указанным условиям, может служить линейный инерционный  $2n$  – полюсник с несколькими входами, на выходных зажимах которого расположены (в общем случае инерционные) нелинейные элементы (НЭ) (рис. 1). Эта модель может быть использована для анализа нелинейных явлений в радиотехнических, телекоммуникационных (и других) системах в условиях действия многочастотных информационных сигналов и помех.

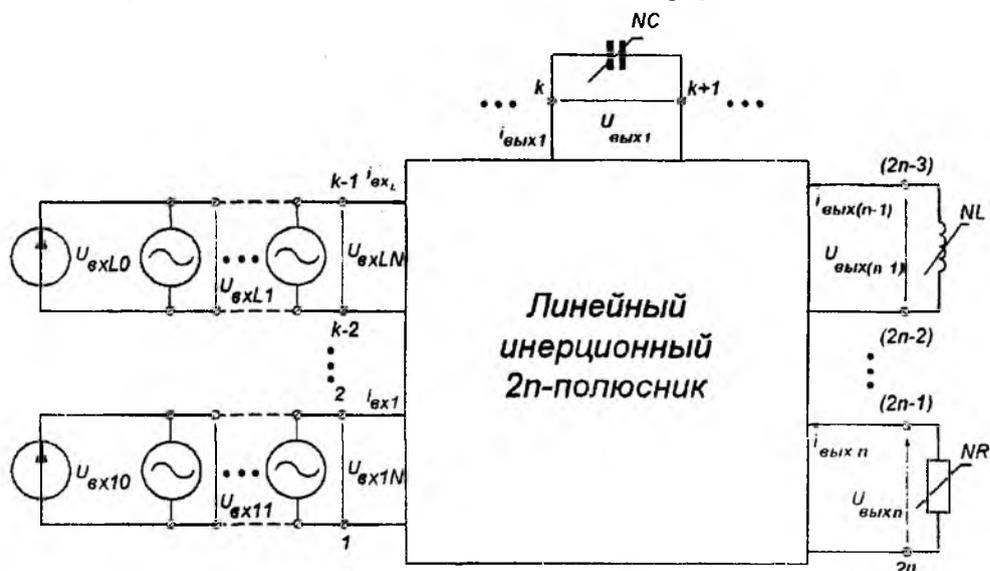


Рис. 1. Исследуемая конвергентная НИЦ.  $U_i, I_i; U_{\text{вых}j}, I_{\text{вых}j}$  – амплитуды напряжения и тока  $i$  – компоненты воздействия и отклика на  $j$  – выходе,  $j = \overline{1, (n-1)}$ .

В известных работах, посвященных анализу слабонелинейных режимов НИЦ в условиях многочастотного воздействия (например, [1 – 4]) в большинстве случаев исследовалось по-

ведение КК, которые определяют известные критерии нелинейных искажений (КНИ) и совершенно не рассматривались КК, дающие дополнительные вклады в величину постоянных составляющих, обусловленных детектирующими свойствами НЭ НИЦ –  $DC$  – компоненты. Подобная постановка и решение задачи анализа нелинейных свойств НИЦ правомерны лишь в тех случаях, когда детектирующими свойствами НЭ можно пренебречь [4].

Однако при увеличении нормы многочастотного воздействия и переходе от слабонелинейного режима функционирования НИЦ к режиму средней или существенной нелинейности пренебрежение детектирующими свойствами НЭ недопустимо. Учет такого рода КК становится особенно важным для тех случаев, когда воздействие содержит постоянную составляющую.

Вывод конечной формулы для установившегося отклика НИЦ на многочастотное воздействие, основанное на математическом аппарате традиционных функциональных рядов Вольтерры (ФРВ), осуществлялся начиная с С. Нарайяна [1], Дж. Бусганга [2], Д. Вейнера [3], при условии, что воздействие не содержит постоянной составляющей. Такое допущение упрощает вывод, поскольку не учитывает интермодуляционных составляющих, обусловленных взаимодействием на НЭ постоянной и синусоидальных компонент воздействия, о чем указывалось в ряде работ, например [10, 11].

Для преодоления указанного недостатка одним из авторов статьи на основе принципа управляемого динамического насыщения и математического аппарата функциональных рядов Вольтерры – Гаусса (ФРВГ) был разработан новый подход к характеристике соотношений «вход-выход» НЭ и анализу многочастотных режимов НИЦ [13, 15 – 18]. Этот подход развивает одно из направлений, которое сформировалось в последние годы при характеристике НЭ и функциональных модулей (ФМ) в связи с применением новых видов «гладких» функций аппроксимации: полиэкспоненциальных [12] и функций динамического насыщения (ФДН) [13 – 16]. Результаты использования ФДН для решения задач аппроксимации характеристик ФМ и НЭ различной физической природы показали высокую их эффективность [14 – 16].

На основе принципа управляемого динамического насыщения одним из авторов был разработан метод анализа установившегося отклика безынерционной нелинейности на многочастотное полиамплитудное воздействие, содержащее постоянную составляющую, в котором описание соотношений «вход-выход» НЭ осуществлялось с помощью ФДН [15]. В дальнейшем предложенный в [15] алгоритм характеристики резистивных НЭ на основе ФРВГ, был распространен на реактивные НЭ и нелинейные управляемые источники [17, 18].

Использование метода ФРВГ для анализа установившегося режима конвергентной НИЦ общего вида при многочастотном воздействии, *содержащем постоянную составляющую*, в частотной области имеет свои особенности при формировании системы описывающих уравнений и требует точного определения числа КК различного вида, которые входят в состав отклика.

Правильное решение этой задачи, которая составляет содержание данной работы, создаст естественные условия для корректного формирования полной системы матричных уравнений, описывающих установившийся режим НИЦ при воздействии с произвольным спектром.

### Решение

Решение поставленной задачи можно рассмотреть на примере анализа спектра установившегося отклика обобщенной нелинейной ветви, представленной на рис. 2, на воздействие вида

$$X_{ex}(t) = X_0 + \sum_{\bar{n}} X_{\bar{n}} \cdot \cos(\omega_{\bar{n}} \cdot t + \varphi_{\bar{n}}), \quad (1)$$

где  $X_0 = const.$ ;  $\bar{n} = \overline{n_1, n_N} = (n_1, n_2, \dots, n_N)$ ,  $n_i \in [-M_i; M_i]$ ,  $i = \overline{1, N}$ ;  $N$  – количество гармонических компонент входного воздействия;  $X_{\bar{n}}, \omega_{\bar{n}}, \varphi_{\bar{n}}$  – амплитуда, круговая частота и

начальная фаза  $\bar{n}$ -й компоненты воздействия;  $\omega_{\bar{n}} = \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot n_i, \varphi_{\bar{n}} = \sum_{i=1}^N \varphi_i \cdot n_i$ . Предполагается, что частоты  $\omega_i$  несоизмеримы между собой и образуют монотонно-возрастающий лексикографический ряд  $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_N$  [15]. В дальнейшем для НЭ, управляемых напряжением, в соотношениях (2) – (4) "X" заменяется "U", а для НЭ, управляемых током, "X" заменяется "I".

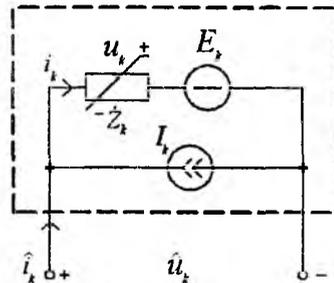


Рис. 2. Обобщенная  $k$ -ветвь графа НИЦ, содержащая независимый источник напряжения  $E_k$ , независимый источник тока  $I_k$  и нелинейное (нулю) сопротивление (проводимость) с двумя выводами (или управляемый напряжением источник тока –  $i_k(u_k)$ )

В качестве нелинейного сопротивления  $Z_k$  обобщенной ветви могут служить резистивные НЭ, соотношение «вход-выход» которых имеет вид  $i_{Nw} = i_{Nw}(u_w)$ . Согласно [17], в частотной области  $Y$ -базиса изображение отклика такого НЭ на воздействие (1) принимает вид

$$i_{NG}(f) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^{\infty} A_{G;k,n,\beta} \cdot z_{U;\beta} \cdot \delta \left( f \pm \sum_{i=1}^N n_i \omega_{p_i} \right), \quad (2)$$

где  $A_{G;k,n,\beta} = A_{G;k,n} \cdot [(n - p_G \cdot k)/2]_{\beta} \cdot [(n - p_G \cdot k + 1)/2]_{\beta}$ ;  $A_{G;k,n} = A_G \cdot (\gamma_G)_k \cdot (-p_G \cdot k)_n \cdot (-1)^k / (k! \cdot a_{0G}^k \cdot 2^n)$ ;  $a_{0G} = U_0 / B_G$ ;  $z_{U;\beta} = \sum_{g_1=0}^{\beta} \sum_{g_2=0}^{\beta} \dots \sum_{g_N=0}^{\beta} \prod_{i=1}^N \frac{\dot{U}_i^{g_i} \cdot \ddot{U}_i^{g_i + |n_i|}}{g_i! \cdot |n_i|! \cdot (|n_i| + 1)_{g_i}}$  – амплитуды

напряжений КК;  $A_G, p_G, B_G, S_G$  – параметры трансцендентной ФДН [17]. Отметим, что для НЭ других типов ( $R, C, L$ ) параметры трансцендентной ФДН [17] будут иметь нижние индексы  $R, C, L$  соответственно.

Если обозначить через  $\{q_i\}$  и  $\{r_i\}$  ( $i = \overline{1, N}$ ) – множества всевозможных разбиений целых чисел  $s$  и  $(h - s)$  на  $N$  неотрицательных целых чисел и нулей, и определить  $g_i$  как меньшее из чисел  $q_i$  и  $r_i$ , то большее из них определится суммой  $g_i + |n_i|$ , где  $n_i = q_i - r_i$ .

Для положительной частотной полуоси введем переменные:  $n = \sum_{i=1}^N |n_i|, \beta = \sum_{i=1}^N g_i$ , где неравенства  $n_i \geq 0$  соответствуют частотам компонент с амплитудами  $\dot{U}_i$ , а неравенства  $n_i < 0$  – частотам компонент с амплитудами  $\ddot{U}_i$ .

Согласно [15] образование КК с положительно определенными частотами в НИЦ возможно лишь тогда, когда величины  $k, h, n, \beta$  одновременно являются либо четными либо нечетными числами. В этом случае используя равенство  $h = n + 2\beta$  вместе с известными факториальными соотношениями [15], получаем

$$(g_i + |n_i|)! = |n_i|! \cdot (n_i + 1)_{g_i}, \quad (3)$$

$$p_N \cdot k \cdot \dots \cdot (p_N \cdot k - n - 2 \cdot \beta + 1) = \frac{(-p_N \cdot k)_n}{(-1)^{-n} \cdot 2^{-2\beta}} \cdot \left[ \frac{(n - p_N \cdot k)}{2} \right]_{\beta} \cdot \left[ \frac{(n - p_N \cdot k + 1)}{2} \right]_{\beta}, \quad (4)$$

где  $(p_N \cdot k)_m = p_N \cdot k \cdot \dots \cdot (p_N \cdot k + m - 1)$  – символ Похгаммера, а  $(p_N \cdot k)_m = 1$  при  $m \leq 0$ .

Индекс «N» в зависимости от типа НЭ принимает значения  $G, R, C, L$ .

В качестве нелинейного сопротивления  $Z_k$  в обобщенной ветви (рис. 2) может фигурировать нелинейная емкость, управляемая напряжением,  $-C_N(U_{\Sigma})$ , где суммарное напряжение  $U_{\Sigma}$  определяется (1) либо нелинейная индуктивность управляемая током  $L_N(I_{\Sigma})$ .

В частотной области  $Y$  – базиса изображение отклика нелинейной емкости, управляемой напряжением, на воздействие (1), согласно [18], имеет вид

$$\dot{i}_{NC}(f) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\beta=0}^{\infty} j \cdot \left( \sum_{i=1}^N \omega_{p_i} \right) \cdot A_{C;k,n,\beta} \cdot z_{U;\beta} \cdot \delta \left( f \pm \sum_{i=1}^N n_i \cdot \omega_i \right), \quad (5)$$

где

$$A_{C;k,n,\beta} = A_{C;k,n} \cdot \left[ \frac{(n - p_C \cdot k)}{2} \right]_{\beta} \cdot \left[ \frac{(n - p_C \cdot k + 1)}{2} \right]_{\beta}, \quad A_{C;k,n} = A_C \cdot (\gamma_C)_k \cdot (-p_C \cdot k)_n \cdot (-1)^k / (k! \cdot a_{0C}^k \cdot 2^n).$$

Согласно [18] аналогичные соотношения «вход-выход» могут быть получены с помощью ФДН и для нелинейных емкостей, управляемых зарядом.

В частотной области  $Y$  – базиса изображение отклика нелинейной индуктивности на воздействие (1), согласно [18], имеет вид

$$\dot{i}_{NL}(f) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\beta=0}^{\infty} \dot{A}_{L;k,n,\beta} \cdot z_{UL;\beta} \cdot \delta \left( f \pm \sum_{i=1}^N n_i \cdot \omega_i \right). \quad (6)$$

Величины  $A_{G;k,n,\beta}$ ,  $j \cdot \left( \sum_{i=1}^N \omega_i \right) \cdot A_{C;k,n,\beta}$  и  $\dot{A}_{L;k,n,\beta}$  являются членами  $Y$  – матрицы ассо-

цированного линейного инерционного  $2n$  – полюсника (рис. 1), которая рассчитывается при определении нелинейных передаточных функций (НПФ) на частотах КК методом нелинейных токов [2 – 4]. Аналогичными формулами определяются соотношения «вход-выход» нелинейных управляемых источников.

Отличительной особенностью предлагаемого подхода является то, что если активный и реактивный НЭ образуют параллельные ветви графа НИЦ, то комплексная амплитуда тока, образованного комплексным НЭ, для любой частоты КК определится суммой выражений (2) и (5) или (2) и (6) соответственно.

В том случае, когда ветвь графа схемы НИЦ образована последовательным соединением активного и реактивного НЭ, их соотношения «вход-выход» описываются с помощью обратных ФДН, которые допускают подобные преобразования [15 – 16].

Выражения (2) – (6) позволяют формировать инкрементальные матрицы проводимостей  $[Y(\cdot)]$  на частотах КК  $\omega_{\bar{n}}$  и представить отклик  $j$  – го выхода НИЦ (рис. 1) на воздействие (1) в терминах ФРВГ во временной и частотной областях выражениями

$$U_{jN}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{2^k} \sum_{\beta=0}^{\infty} \left\{ z_{UL;\beta} \cdot \left[ \dot{H}_{k,\beta}(n_{1,N}; g_{1,N}; f_{1,k}) \cdot e^{j \left( \sum_{i=1}^N n_i \cdot \omega_i \right) t} + \ddot{H}_{k,\beta}(\bar{n}_{1,N}; g_{1,N}; f_{1,k}) \cdot e^{j \left( \sum_{i=1}^N n_i \cdot \omega_i \right) t} \right] \right\}, (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{jN}(f) = & \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{2^k} \sum_{\beta=0}^{\infty} \left\{ z_{UL;\beta} \cdot \left[ \dot{H}_{k,\beta}(n_{1,N}; g_{1,N}; f_{1,k}) \cdot \delta\left(f - \sum_{i=1}^N n_i \cdot \omega_i\right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \ddot{H}_{k,\beta}(\bar{n}_{1,N}; g_{1,N}; f_{1,k}) \cdot \delta\left(f + \sum_{i=1}^N n_i \cdot \omega_i\right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\dot{H}_{k,\beta}(n_{1,N}; g_{1,N}; f_{1,k})$  и  $\ddot{H}_{k,\beta}(\bar{n}_{1,N}; g_{1,N}; f_{1,k})$  – комплексные и комплексно-сопряженные НПФ  $k$ -го порядка переменных  $f_{1,k}$ , определяемые равенствами соответственно:

$$\dot{H}_{k,\beta}(n_{1,N}; g_{1,N}; f_{1,k}) = \dot{H}_{k,\beta}(n_1, n_2, \dots, n_N; g_1, g_2, \dots, g_N; f_1, f_2, \dots, f_N); \quad (9)$$

$$\ddot{H}_{k,\beta}(\bar{n}_{1,N}; g_{1,N}; f_{1,k}) = \ddot{H}_{k,\beta}(-n_1, -n_2, \dots, -n_N; g_1, g_2, \dots, g_N; f_1, f_2, \dots, f_N); \quad (10)$$

$n_{1,N} = (n_1, n_2, \dots, n_N)$ ,  $\bar{n}_{1,N} = (-n_1, -n_2, \dots, -n_N)$  – исходный и инверсный наборы коэффициентов КК, в НПФ и фазовых экспоненциальных множителях которых положительная круговая частота  $\omega_i$  повторяется  $(|n_i| + g_i)$  раз, если  $n_i > 0$ , или  $g_i$  раз в остальных случаях; отрицательная круговая частота  $-\omega_i$  повторяется  $g_i$  раз, если  $n_i > 0$ , или  $(|n_i| + g_i)$  раз в остальных случаях. Таким образом, частота выходного КК с частотой  $\omega_{\text{КК}}$  определяется вектором-строкой коэффициентов  $n_{1,N}$ , а частота выходного КК с частотой  $-\omega_{\text{КК}}$  – инверсным вектором-строкой коэффициентов  $\bar{n}_{1,N}$ .

Число инкрементальных матриц проводимостей  $[Y(\cdot)]$ , которые необходимо рассчитывать в процессе анализа НИЦ на частотах составляющих спектра отклика, определяется общим числом КК, образующих два взаимосвязанных между собой множества:

- множество, характеризующее  $DC$  – компоненты отклика;
- множество, характеризующее всевозможные комбинационные и гармониковые колебания, для которых члены матрицы  $[Y(\cdot)]$  являются комплексными числами.

Для расчета числа всевозможных видов КК на соответствующем выходе НИЦ при подаче входного сигнала вида (1) достаточно рассмотреть результат возведения выражения (1) в степень  $M$ , равную порядку усеченного ФРВГ, описывающего отклик. Как следует из (2), (5) – (8), соотношение «вход-выход» НЭ в  $Y$  – координатном базисе с использованием ФДН представляет собой ФРВГ, который может быть записан в следующем виде

$$i_{NE}(t) = F[U(t)] = \sum_{i=0}^M \dot{Y}_{iN}(\cdot) \left[ U_0 + \sum_{\bar{n}} U_{\bar{n}} \cdot \cos(\omega_{\bar{n}} \cdot t + \varphi_{\bar{n}}) \right]^i, \quad (11)$$

где коэффициенты  $\dot{Y}_{iN}(\cdot)$  являются комплексными частотно-зависимыми величинами, зависящими от топологии НИЦ, ее режима, количества и типов НЭ.

Отклик НЭ, соотношение «вход-выход» которого характеризуется выражением (11), будет содержать КК, частоты  $\omega_{\Sigma}$  которых будут удовлетворять выражениям

$$\omega_{+\Sigma} = \sum_{i=0}^N n_i \cdot \omega_i \geq 0, \quad (12 \text{ а})$$

либо

$$\omega_{-\Sigma} = \sum_{i=0}^N n_i \cdot \omega_i < 0, \quad (12 \text{ б})$$

где  $n_i$  – целочисленные коэффициенты, которые могут принимать нулевые, положительные или отрицательные значения. Учитывая симметрию спектра Фурье установившегося отклика, в дальнейшем нас будет интересовать только условия образования КК (12 а).

Из (7), (8) с учетом (2), (5), (6) следует, что спектр установившегося отклика НЭ на воздействие вида (1) образует множество КК, характеризуемое наборами коэффициентов  $\{n_{\overline{1,N}}\} = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ , порядка  $n \leq M$ . При этом амплитуды КК не зависят от знаков входящих в них коэффициентов  $n_i, i = \overline{0, N}$ , так как в их формулы (2), (5) – (8) входят только их модули. Задача определения размерности системы описывающих уравнений при анализе установившегося отклика конвергентной НИЦ на воздействие (1) на основе ФРВГ в частотной области, таким образом, сводится к определению числа КК, включая слагаемые постоянной составляющей, которые обусловлены детектирующими эффектами различных порядков.

Получение решений, характеризующих все составляющие спектра установившегося отклика

НИЦ на воздействие (1), из единственного матричного нелинейного дифференциального уравнения в частотной области не представляется возможным, поскольку изображения питающих ЭДС и постоянной составляющей воздействия (1) содержит дельта-функцию  $\delta(f)$ , в то время как изображения КК с частотами  $\omega_{+\Sigma}$  будут иметь множитель вида  $\delta(f - \sum_{i=1}^N n_i \cdot \omega_i)$ . Одновременное присутствие дельта-функций с разными аргументами в одном уравнении недопустимо, поскольку это нарушает принцип гармонического баланса, лежащий в основе методов анализа НИЦ на основе функциональных рядов.

Поэтому необходимо точно определить число КК, для которых  $\omega_{+\Sigma} > 0$ , и число постоянных составляющих (DC-компонент) отклика, для которых справедливо равенство в (12 а).

Сначала определим общее число КК порядка  $n \leq M$ , для которых коэффициенты  $n_i \geq 0, i = \overline{1, N}$ . Число таких КК равно, согласно [19, 20], числу возможных разбиений величины, равной порядку КК, на  $N + 1$  целых неотрицательных чисел-частей:

$$N_n = C_{n+N}^N = (n+N)! / (n! N!). \quad (13)$$

В найденном множестве КК, как уже отмечалось, нас будут интересовать два подмножества, которым соответствуют два различных матричных уравнения, образующих полную систему уравнений, описывающих установившийся многочастотный режим НИЦ:

- первое объединяет КК, представляющие различные составляющие постоянной компоненты отклика, для которых справедливо равенство в соотношении (12 а);
- второе включает КК, для которых  $\omega_{\Sigma} > 0$ . При этом коэффициенты  $n_i$ , кроме одного, могут принимать нулевые значения.

Число КК порядка  $n$ , входящих во второе подмножество и характеризуемых наборами коэффициентов  $n_i \geq 1, i = \overline{1, N}$ , т.е. не имеющих нулей среди коэффициентов  $n_i$ , кроме  $n_0[00]$ :

$$N_0 = \begin{cases} C_{n-1}^N \cdot C_N^1 = \frac{(n-1)!}{(n-N-1)!(N-1)!} & n \geq N; \\ 0 & n < N. \end{cases} \quad (14)$$

Согласно [19] число КК порядка  $n$ , входящих во второе подмножество и характеризующихся наборами коэффициентов  $\{n_{1,N}\}$ , у которых только один  $n_i$  (кроме  $n_0$ ) равен нулю, определяется выражением

$$N_1 = \begin{cases} C_{n-1}^{N-1} \cdot C_N^2 = \frac{(n-1)!N}{(n-N)!2!(N-2)!} & n \geq N-1; \\ 0 & n < N-1. \end{cases} \quad (15)$$

Следуя [19] по индукции число КК порядка  $n$ , входящих во второе подмножество и характеризующихся наборами коэффициентов  $\{n_{1,N}\}$ , у которых  $k$  коэффициентов (кроме  $n_0$ ) равны нулю, определится соотношением

$$N_k = \begin{cases} C_{n-1}^{N-k} \cdot C_N^k = \frac{(n-1)!N!}{(n-N+k-1)!(N-k)!k!(N-k)!} & n \geq N-1; \\ 0 & n < N-1. \end{cases} \quad (16)$$

С учетом (13) – (16) получаем

$$N_{n_i > 0} = \sum_{k=0}^N N_k = \sum_{k=0}^N C_{n-1}^{N-k} \cdot C_N^k. \quad (17)$$

Поскольку каждому КК из числа  $N_k$  соответствует набор  $\{n_{1,N}\}$ , у которого коэффициенты  $n_i$  могут принимать положительные или отрицательные значения, то полное число КК, порождаемое на основе данного КК с учетом знаков коэффициентов, будет определяться, согласно [19], общим соотношением вида

$$N_{(2\beta+n)} = \sum_{k=0}^N N_k = \sum_{k=0}^{N-1} C_{n-1}^{N-k} \cdot C_N^k \cdot 2^{N-k} = \begin{cases} \sum_{k=0}^N C_{n-1}^{N-k} \cdot C_N^k \cdot 2^{N-k} & n \geq N; \\ \sum_{k=N-n}^N C_{n-1}^{N-k} \cdot C_N^k \cdot 2^{N-k} & n < N. \end{cases} \quad (18)$$

Выражения (14) – (18) определяют количество различных решений, необходимых для расчета составляющих отклика НИЦ, которые описываются функционалами Вольтерры – Гаусса четных и нечетных порядков и обусловлены присутствием комбинационных и гармонических колебаний. Эти результаты анализа могут быть получены при  $N_{(2\beta+n)}$ -кратном решении одного матричного уравнения на соответствующих частотах, которое не может учесть возможность подключения питающих ЭДС и присутствия постоянной составляющей воздействия (1).

Расчет DC – компонент установившегося отклика НИЦ должен быть осуществлен в процессе решения дополнительного матричного уравнения, которое должно учитывать присутствие постоянных источников питающих ЭДС. Количество различных решений этого уравнения определяется количеством DC-компонент, содержащихся в установившемся отклике исследуемой НИЦ на воздействие (1). При этом DC-компоненты в зависимости от механизма их образования можно условно разделить на две группы. Компоненты первой группы образуются в результате взаимодействия постоянной и гармонических составляющих (1) в инкрементальных НЭ нечетного порядка, а компоненты второй группы – за счет взаимо-

действия самих гармонических составляющих (1) в инкрементальных НЭ четного порядка [17, 18].

На основе теории разбиений [20] для определения числа DC-компонент первой группы получено соотношение

$$N_{[M_i/2]} = \frac{([M_i/2] + N_i - 2)!}{([M_i/2])! \cdot (N_i - 2)!}, \quad (19)$$

где  $M_i$  – порядок функционала ФРВГ, описывающего соотношение «вход-выход» инкрементального НЭ;  $[\cdot]$  – целая часть числа;  $N_i$  – число компонент воздействия (1), включая постоянную составляющую.

Для определения числа DC-компонент второй группы, содержащихся в отклике инкрементального НЭ четного порядка при воздействии (1), получено соотношение

$$N_{[M_i/2]} = \frac{(M_i/2 + N_i - 1)!}{(M_i/2)! \cdot (N_i - 1)!}. \quad (20)$$

Наборы частот КК, дающих вклад в постоянную составляющую отклика при различных начальных условиях, приведены в табл. 1 – 3.

Таблица 1. Наборы частот КК, образующих DC-компоненты отклика при  $n = 7, N = 4, M_1 = 5$

$-n_3 \cdot \omega_3$	$-n_2 \cdot \omega_2$	$-n_1 \cdot \omega_1$	$\omega_0 = 0$	$n_1 \cdot \omega_1$	$n_2 \cdot \omega_2$	$n_3 \cdot \omega_3$
$-2 \cdot \omega_3$	0	0	0	0	0	$2 \cdot \omega_3$
0	$-2 \cdot \omega_2$	0	0	0	$2 \cdot \omega_2$	0
0	0	$-2 \cdot \omega_1$	0	$2 \cdot \omega_1$	0	0
0	$-\omega_2$	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	$\omega_2$	0
$-\omega_3$	0	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	0	$\omega_3$
$-\omega_3$	$-\omega_2$	0	0	0	$\omega_2$	$\omega_3$

Таблица 2. Наборы частот КК, образующих DC-компоненты отклика при  $n = 7, N = 4, M_2 = 7$

$-n_3 \cdot \omega_3$	$-n_2 \cdot \omega_2$	$-n_1 \cdot \omega_1$	$\omega_0 = 0$	$n_1 \cdot \omega_1$	$n_2 \cdot \omega_2$	$n_3 \cdot \omega_3$
$-3 \cdot \omega_3$	0	0	0	0	0	$3 \cdot \omega_3$
0	$-3 \cdot \omega_2$	0	0	0	$3 \cdot \omega_2$	0
0	0	$-3 \cdot \omega_1$	0	$3 \cdot \omega_1$	0	0
0	$-2 \cdot \omega_2$	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	$2 \cdot \omega_2$	0
$-2 \cdot \omega_3$	0	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	0	$2 \cdot \omega_3$
$-2 \cdot \omega_3$	$-\omega_2$	0	0	0	$\omega_2$	$2 \cdot \omega_3$
$-\omega_3$	$-2 \cdot \omega_2$	0	0	0	$2 \cdot \omega_2$	$\omega_3$
$-\omega_3$	0	$-2 \cdot \omega_1$	0	$2 \cdot \omega_1$	0	$\omega_3$
0	$-\omega_2$	$-2 \cdot \omega_1$	0	$2 \cdot \omega_1$	$\omega_1$	0
$-\omega_3$	$-\omega_2$	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$

Таблица 3. Наборы частот КК, образующих DC – компоненты отклика при  $n = 9, N = 5, M_2 = 7$

$-n_4 \cdot \omega_4$	$-n_3 \cdot \omega_3$	$-n_2 \cdot \omega_2$	$-n_1 \cdot \omega_1$	$\omega_0 = 0$	$n_1 \cdot \omega_1$	$n_2 \cdot \omega_2$	$n_3 \cdot \omega_3$	$n_4 \cdot \omega_4$
$-3 \cdot \omega_4$	0	0	0	0	0	0	0	$3 \cdot \omega_4$
0	$-3 \cdot \omega_3$	0	0	0	0	0	$3 \cdot \omega_3$	0
0	0	$-3 \cdot \omega_2$	0	0	0	$3 \cdot \omega_2$	0	0
0	0	0	$-3 \cdot \omega_1$	0	$3 \cdot \omega_1$	0	0	0
$-\omega_4$	$-\omega_3$	$-\omega_2$	0	0	0	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
$-\omega_4$	$-\omega_3$	0	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	0	$\omega_3$	$\omega_4$
$-\omega_4$	0	$-\omega_2$	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	$\omega_2$	0	$\omega_4$
0	$-\omega_3$	$-\omega_2$	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	0
$-2 \cdot \omega_4$	0	0	0	0	0	0	$\omega_3$	$2 \cdot \omega_4$
$-2 \cdot \omega_4$	0	$-\omega_2$	0	0	0	$\omega_2$	0	$2 \cdot \omega_4$
$-2 \cdot \omega_4$	0	0	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	0	0	$2 \cdot \omega_4$
0	$-2 \cdot \omega_3$	0	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	0	$2 \cdot \omega_3$	0
0	$-2 \cdot \omega_3$	$-\omega_2$	0	0	0	$\omega_2$	$2 \cdot \omega_3$	0
$-n_4 \cdot \omega_4$	$-n_3 \cdot \omega_3$	$-n_2 \cdot \omega_2$	$-n_1 \cdot \omega_1$	$\omega_0$	$n_1 \cdot \omega_1$	$n_2 \cdot \omega_2$	$n_3 \cdot \omega_3$	$n_4 \cdot \omega_4$
0	0	$-2 \cdot \omega_2$	$-\omega_1$	0	$\omega_1$	$2 \cdot \omega_2$	0	0
0	0	$-\omega_2$	$-2 \cdot \omega_1$	0	$2 \cdot \omega_1$	$\omega_2$	0	0
0	$-\omega_3$	0	$-2 \cdot \omega_1$	0	$2 \cdot \omega_1$	0	$\omega_3$	0
$-\omega_4$	0	0	$-2 \cdot \omega_1$	0	$2 \cdot \omega_1$	0	0	$\omega_4$
0	$-\omega_3$	$-2 \cdot \omega_2$	0	0	0	$2 \cdot \omega_2$	$\omega_3$	0
$-\omega_4$	0	$-2 \cdot \omega_2$	0	0	0	$2 \cdot \omega_2$	0	$\omega_4$
$-\omega_4$	$-2 \cdot \omega_3$	0	0	0	0	0	$2 \cdot \omega_3$	$\omega_4$

С учетом исходных данных табл. 1 – 3 в соответствии с (19) число DC -компонент первой группы в установившемся отклике НЭ:

$$N_{[M_1/2]} = \frac{((5/2) + 4 - 2)!}{2! \cdot 2!} = 6; N_{[M_2/2]} = \frac{((7/2) + 4 - 2)!}{3! \cdot 2!} = 10; N_{M_2/2} = \frac{((7/2) + 5 - 2)!}{3! \cdot 3!} = 20.$$

Сравнение данных таблиц и соответствующих результатов расчета подтверждает правильность выражения (19). Аналогично проверяется правильность соотношения (20).

Таким образом, общее число DC -компонент в установившемся отклике НЭ, соотношение «вход-выход» которого описывается усеченным ФРВГ порядка  $M$ , будет определяться в соответствии с (19) и (20) суммой количеств DC -компонент обеих групп, обусловленных функционалами от нулевого до  $[M/2]$ -го порядка, т. е.

$$N_{\Sigma DC} = 1 + \sum_{i=1}^{[M/2]} \left\{ \frac{([M_i/2] + N - 2)!}{([M_i/2])! \cdot (N - 2)!} + \frac{(M_i/2 + N - 1)!}{(M_i/2)! \cdot (N - 1)!} \right\}, \quad (21)$$

где  $M_i \in [1; M]$  – текущий порядок функционала, а единица в правой части учитывает составляющую, которая определяет рабочую точку НЭ при  $t = 0$ .

Отличительные особенности предлагаемой методики:

– учет  $DC$ -компонент в установившемся отклике каждого НЭ НИЦ на многочастотное воздействие (1) требует пересчета величин напряжения и тока, соответствующих новой рабочей точке по постоянному току, и расчета коэффициентов разложения функции аппроксимации соотношений «вход-выход» НЭ относительно этой точки. После чего, в обязательном порядке, требуется проверка условия сходимости функционального ряда, описывающего соотношение «вход-выход» каждого НЭ для заданного воздействия (1);

– объективный подход к проблеме определения размерности системы уравнений, описывающих исследуемую НИЦ.

## Выводы

1. Предложена методика расчета числа компонент установившегося отклика конвергентной НИЦ на многочастотное воздействие, содержащее постоянную составляющую, при анализе режима на основе КУДН и ФРВГ в частотной области. Методика позволяет также рассчитать количество  $DC$ -компонент отклика, обусловленных эффектами взаимодействия постоянной и гармонических составляющих воздействия в инкрементальных НЭ нечетных порядков и детектирующими свойствами НИЦ в инкрементальных НЭ четных порядков.

2. Методика позволяет определить конечное множество решений, необходимое для полного анализа спектра установившегося режима НИЦ в условиях воздействия с произвольным спектром и учесть их при формировании системы уравнений математической модели НИЦ в обобщенной матричной форме.

3. Предложенная методика позволяет реализовать достоинства метода анализа установившегося режима НИЦ в условиях воздействия с произвольным спектром на основе КУДН и ФРВГ, которых лишены существующие методы анализа установившихся режимов НИЦ на основе традиционного ФРВ [1 – 6], и уравнивать его возможности с возможностями метода анализа подобного режима НИЦ на основе обобщенных степенных рядов [11].

**Список литературы:** 1. *Narayanan S.* Transistor distortion analysis using Volterra series representation [Текст] / Bell System Tech. J., 1967, May – June, vol. 46, No 3. pp. 991 – 1024. 2. *Bussgang J. J.* Analysis of Nonlinear Systems with Multiple Inputs [Текст] / J. J. Bussgang, L. Erman, and J. W. Graham // Proc. IEEE. 1974, vol. 62, No. 8. pp. 19088 – 1119. 3. *Weiner D. D.* Sinusoidal Analysis and Modeling of Weakly Nonlinear Circuits [Текст] / D. D. Weiner, J. F. Spina. Toronto: Van Nostrand Reinhold Company, 1980. 290с. 4. *Богданович Б. М.* Методы нелинейных функционалов в теории электрической связи [Текст] / Б. М. Богданович, Л. А. Черкас, Е. В. Задедюрин, Ю. М. Вувуникян. М.: Радио и связь, 1990. 280с. 5. *Данилов Л. В.* Ряды Вольтерра-Пикара в теории нелинейных электрических цепей [Текст] / Л. В. Данилов. М.: Радио и связь, 1987. 224с. 6. *Moore Chika.* Picard iterations for solution of nonlinear equations in normed linear spaces [Текст] / Chika Moore. Miramare Trieste, 2000. 80с. 7. *Волков Е. А.* Нелинейные характеристики электрических устройств: Методы расчета [Текст] / Е. А. Волков. М.: УМК МПС России, 2000. 237с. 8. *Волков Е. А.* Алгоритм анализа стационарного режима электрической цепи с комплексными нелинейностями при полигармоническом воздействии [Текст] / Е. А. Волков, Д. Н. Говорухин, Л. В. Ковальская, В. В. Яковленко. Львов. Теоретическая электротехника, 1986. Вып. 40. С.126 – 134. 9. *Гаврилов Л. П.* Нелинейные цепи в программах схемотехнического моделирования [Текст] / Л. П. Гаврилов. М.: СОЛОН-Р, 2002. 367с. 10. *Sea R. G.* Response of non-linear systems to inputs with any number of frequency components [Текст] / R. G. Sea, A. G. Vacroux. Int. J. Control, 1972, vol. 13, №4. p. 679 – 690. 11. *Стир М.* Связь ряда Вольтерры с обобщенным степенным рядом [Текст] / М. Стир, П. Дж. Хан, Р. С. Такер. – ТИИЭР, т. 71, №12, декабрь, 1983. С. 152 – 153. 12. *Мошнина Е. Н.* [Текст] // Е. Н. Мошнина, В. В. Ромашов, Е. А. Шуненкова (Е. А. Жиганова), О. В. Перцева. Методы аппроксимации нелинейных характеристик радиоустройств [Текст] // Радиотехника, телевидение и связь. Межвуз. сб. науч. трудов, посвященный 110-летию В.К. Зворыкина. Муром: МИВлГУ, 1999. С.77 – 80. 13. *Гулин С. П.* Анализ спектра отклика нелинейности, представленной аналитической трансцендентной функцией, на многочастотное воздействие большой нормы [Текст] / С. П. Гулин. Радиотехника. Информатика. Управління. Запоріжжя, ЗНТУ, 2004, № 1(9). С. 60 – 65. 14. *Шустов М.А.* Приборы, методы и среды регистрации и обработки информации на основе бистабильных и промежуточных состояний [Электронные ресурсы]: дис. доктора техн. наук: 01.04.01. Защищена 14.06.07: утв. 18.01.08 / Шустов Михаил Анатольевич. М.: РГБ. 2007. 286с.:

<http://diss.rsi.ru/07/0806/070806026.pdf>. 15. Гулин С. П. Анализ спектра отклика нелинейности, представленной функцией динамического насыщения, при многочастотном воздействии [Текст] / С. П. Гулин. *Радиоелектроніка. Інформатика. Управління*. Запоріжжя, ЗНТУ. Наук. журнал. 2008. № 1. С. 31 – 37. 16. Гулин С. П. Расчет спектра отклика нелинейности, представленной логарифмической функцией динамического насыщения, при многочастотном воздействии [Текст] / С. П. Гулин, А. С. Гулин // *Радиотехника*. 2009. № 159. С. 373 – 376. 17. Гулин С. П. Характеризация резистивных нелинейных элементов на основе концепции управляемого динамического насыщения [Текст] / С. П. Гулин, А. С. Гулин // *Радиоелектроніка. Інформатика. Управління*. Запоріжжя, ЗНТУ. 2010. № 1. С. 31 – 37. 18. Гулин С. П. Характеризация реактивных нелинейных элементов на основе концепции управляемого динамического насыщения [Текст] / С. П. Гулин // *Радиотехника*. 2010. № 161. С. 131 – 142. 19. Сверкунов Ю. Д. Идентификация и контроль качества нелинейных элементов радиоэлектронных систем [Текст] / Ю. Д. Сверкунов. М.: Энергия, 1975. 97 с. 20. Эндрюс Г. Теория разбиений [Текст] / Г. Эндрюс. Пер. с англ. М.: Наука, 1982. 256с.

*Запорожский национальный  
технический университет*

*Поступила в редколлегию 13.09.2010*

**ОЦЕНКА КООРДИНАТ АСТЕРОИДА НА ДИСКРЕТНОМ ИЗОБРАЖЕНИИ****Введение**

В связи с проблемами астероидной опасности интерес к астероидам в настоящее время достаточно велик [1]. Изучение астероидов, в том числе сближающихся с Землей в основном проводится с помощью оптических средств наблюдения, оснащенных ПЗС-матрицами. В настоящее время выдвигаются высокие требования к точности измерений положения астероидов – ошибка экваториальных координат не должна превышать угловой секунды [2]. Это связано с малостью длин мерных дуг, на которых можно наблюдать астероид на протяжении одной ночи, и с требуемой точностью прогнозирования положения объектов на достаточно большие временные интервалы.

При этом условия наблюдения астероидов можно считать сложными, характеризующимися, например, слабым уровнем сигналов от астероидов; возможной большой разницей яркостей изображения одного и того же астероида даже на одной серии кадров; отсутствием отличий между изображением астероида и изображением звезд, находящихся на данном участке неба, на отдельном кадре; наличием на кадрах неравномерно распределенного фона, форма распределения которого может меняться на одной серии кадров; «размытием» сигнала от астероида из-за турбулентности атмосферы; искажением сигнала от астероида вследствие аббераций оптической системы.

Используемые методы оценки координат астероида на дискретном изображении, наряду с качеством исходного изображения, являются определяющими для точности определения его координат, что делает задачу разработки данных методов актуальной.

**Анализ литературы**

Можно выделить две основные группы методов оценки параметров местоположения астероида на ПЗС-кадре. К первой группе относятся метод принятия в качестве координат астероида координат локального максимума изображения в области ПЗС-кадра, где предполагается наличие сигнала от астероида [3] и метод определения координат центра звезды как координат середины пятна, засвеченного объектом на ПЗС-матрице [4]. Неиспользование информации о закономерностях распределения сигнальных фотонов по изображению небесного объекта не позволяет добиться предельно допустимой точности оценки его положения на небесной сфере при использовании методов первой группы.

Вторая группа методов использует указанную информацию и основана на «аппроксимации сигналов от небесных объектов функцией рассеяния точки» (PSF-fitting) [3, 5]. Методы данной группы оценки положения небесного объекта используют различные модели распределения фотонов от небесного объекта на изображении объекта, что позволяет добиться большей точности оценки. К сожалению, в методах второй группы в большинстве случаев учет шумовых фотонов не уделяется особого внимания. Связано это с предположением о том, что учет шумовой составляющей и ее компенсация производится на этапе, предшествующем оценке положения небесного объекта [3]. В других методах [6] учет шумовой составляющей производится отделением шумовых фотонов в соответствии с принятой моделью сигналов и помех. Например, это может быть сумма функции рассеяния точки и постоянной или наклонной плоской шумовой подложки, высота и наклон которой являются дополнительными параметрами, подлежащими оценке [5]. Так как оценка шумовой составляющей сигнала по любой модели имеет какую-то ошибку, то некоторое количество шумовых фотонов остаются в составе сигнала даже после отделения. Однако данный факт не учитывается в большинстве описанных методов. В работе [6] учет шумовых и сигнальных фотонов ведется на основе группированных выборок, аппарат которых позволяет учесть факт

дискретизации сигналов от небесных объектов и невозможность определить внутрипиксельные координаты падения сигнальных фотонов [7]. Однако при этом в работе предполагается, что шумовые фотоны распределены равномерно по изображению небесного объекта, что не всегда верно

Таким образом, существующие методы либо не учитывают некоторых особенностей формирования дискретных изображений небесных объектов, связанных с использованием для этого ПЗС-матриц, либо не учитывают закономерностей, присущих распределению фоновых фотонов на изображении объекта и в его окрестности.

**Цель статьи** – разработка метода оценки положения астероида на дискретном изображении, учитывающего факт оценки непрерывных параметров (координат астероидов) на дискретном изображении (совокупность потенциалов пикселей ПЗС-матрицы) и то, что остаточные шумовые фотоны могут быть распределены по изображению объекта неравномерно.

### Постановка задачи

Одиночный астероид (его изображение не пересекается с изображением какого-либо другого объекта) наблюдается в режиме часового ведения. Его изображение находится в строке внутрикадровой обработки (СВКО), размер  $N_{СВКО}$  в пикселях которого существенно превышает размер изображения астероида (десятки пикселей). Малое время экспозиции позволяет пренебречь перемещением астероида за ее время. Координаты падения сигнальных фотонов астероида на ПЗС-матрицу имеют круговое нормальное распределение с математическими ожиданиями  $x_t, y_t$  и СКО  $\sigma_\phi$  (1). Шумовые фотоны вызваны шумами считывания

изображения с ПЗС-матрицы, «темновыми токами», неравномерностью чувствительности пикселей ПЗС-матрицы, а также фоновым излучением неба [3]. Шумовые фотоны в СВКО образуют плоскую шумовую «подложку» (рис. 1). Местоположение изображения астероида на кадре точно неизвестно. При оценке параметров плоской шумовой подложки (параметров шума) известна предварительная оценка местоположения астероида на кадре с точностью, достаточной для выделения группы пикселей, соответствующих сигналу, внутри СВКО. Данная предварительная оценка основана на том, что группы сигнальных пикселей находятся в окрестности одного из локальных максимумов изображения по яркости. Каждый локальный максимум становится также и центром соответствующего СВКО.



Рис. 1

Наблюдению, регистрации доступны напряжения на выходе  $N_{ПЗС}$  пикселей ПЗС-матрицы, которые легко можно привести к опытным относительным частотам попадания фотонов в  $ik$ -й пиксель ПЗС-матрицы в  $t$ -м кадре  $v_{ikt}^*$ :

$$v_{ikt}^* = A_{ikt} / \sum_{i,k}^{N_{СВКО}} A_{ikt}, \quad (1)$$

где  $A_{ikt}$  – амплитуда  $ik$ -го пикселя ПЗС-матрицы, принадлежащего исследуемому СВКО.

Результатом наблюдений является совокупность относительных частот  $\vec{U} = (v_{11t}^*, \dots, v_{ikt}^*, \dots, v_{N_{СВКО}t}^*)$ . Напряжения на выходе пикселей ПЗС-матрицы независимы.

Теоретическим аналогом опытных относительных частот являются вероятности  $v_{ik}(\Theta)$  попадания фотонов в  $ik$ -й пиксель ПЗС-матрицы с границами  $x_m, x_{ki}$  по координате  $x$  и  $y_{ik}, y_{kk}$  – по координате  $y$  на  $t$ -м кадре за время  $t$ -й экспозиции. Размеры области  $\Delta_x$  и

$\Delta_y$  ответственности пикселей ПЗС-матрицы по координатам  $x$  и  $y$  одинаковы.

Необходимо на основе совокупности значений  $v_{ik}^*$  и информации об изображении астероида на ПЗС-матрице синтезировать процедуру максимально правдоподобной оценки местоположения астероида на  $t$ -м кадре. Считается, что используемая при решении поставленной задачи функция правдоподобия дифференцируема в окрестности своего глобального максимума, начальное приближение находится в этой окрестности. Совокупность оцениваемых параметров  $\Theta$  включает в себя параметры местоположения астероида  $x_t, y_t$  на момент привязки кадра  $\tau_t$ , СКО координат падения фотонов  $\sigma_\phi$ , а также параметры плоской шумовой подложки.

### Функция правдоподобия кадра ОЭС с ПЗС-матрицей

Для максимизации точности оценки местоположения астероида необходимо учесть факт дискретизации пространства наблюдения (оцениваются непрерывные величины – координаты астероидов, по дискретным – амплитудам напряжений на выходах элементов ПЗС-матрицы), при этом выборка координат падения фотонов является группированной [6]. Общий вид уравнений, входящих в систему уравнений максимального правдоподобия оценки местоположения астероида на дискретном изображении можно представить выражением

$$\sum_{i,k}^{N_{CBKO}} \frac{v_{ikt}^*}{v_{ikt}(\Theta)} \frac{\partial v_{ikt}(\Theta)}{\partial \theta_m} = 0, \quad (2)$$

где  $\Theta$  – совокупность параметров астероида.

Выражение для вероятности  $v_{ikt}(\Theta)$  попадания фотонов в  $ik$ -й пиксель ПЗС-матрицы имеет вид

$$v_{ikt}(\Theta) = \int_{x_{ik}}^{x_{ki}} \int_{y_{ik}}^{y_{kk}} f(x, y) dx dy. \quad (3)$$

При этом, в соответствии с постановкой задачи, закон распределения координат падения фотонов на ПЗС-матрицу за время экспозиции  $t$ -го кадра можно представить смесью вероятностных распределений:

$$f(x, y) = A_u x + B_u y + C_u + \frac{p_1}{2\pi\sigma_\phi^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\phi^2}[(x-x_t)^2 + (y-y_t)^2]\right\}, \quad (4)$$

где  $p_1 = 1 - p_0$  – относительный вес сигнальных фотонов;  $A_u, B_u, C_u$  – параметры плоской шумовой подложки;

$p_0 = \int_{x_{ik}}^{x_{ki}} \int_{y_{ik}}^{y_{kk}} (A_u x + B_u y + C_u) dx dy$  – относительный вес шумовых фотонов

ПЗС-матрицы;  $\sigma_\phi$  – СКО координат падения сигнальных фотонов;  $x_t, y_t$  – координаты небесного объекта на  $t$ -м кадре.

С учетом сказанного вероятность (3) попадания фотонов в пиксели ПЗС-матрицы может быть представлена в виде

$$v_{ikt}(\Theta) = I_{iknu} + I_{iktc}, \quad (5)$$

где

$$I_{iknu} = \Delta_{ПЗС}^2 (A_u x_{ikt} + B_u y_{ikt} + C_u), I_{iktc} = p_1 F_{xi}(x_t; \sigma_\phi^2) F_{yk}(y_t; \sigma_\phi^2) \quad (6)$$

– вероятности падения в  $ik$ -й пиксель ПЗС-матрицы шумовых и сигнальных фотонов;

$\Delta_{ПЗС} = \Delta_x = \Delta_y$  – размеры области ответственности  $ik$ -го пикселя ПЗС-матрицы по координатам  $x$  и  $y$  соответственно;

$$x_{ikt} = \frac{x_{ki} + x_{it}}{2}, \quad y_{ikt} = \frac{y_{kk} + y_{kk}}{2} \quad (7)$$

– средние значения координат  $ik$ -го пикселя ПЗС-матрицы;

$$F_{zi}(m_z; \sigma^2) = \int_{z_{ki}}^{z_{ii}} N_z(m_z; \sigma^2) dx; \quad (8)$$

$$N_z(m_z; \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(z - m_z)^2\right). \quad (9)$$

### Система уравнений максимального правдоподобия

Производные от вероятности (6) попадания фотонов в пиксели ПЗС-матрицы по параметрам сигнала не зависят от вероятности  $I_{ikna}$ . Поэтому при определении выражений для указанных производных используется только последнее слагаемое выражения (5):

$$\frac{d\nu_{ikt}(\Theta)}{dx_i} = \frac{P_1 F_{yk}(y_i; \sigma_\phi^2) F_{xi}(x_i; \sigma_\phi^2)}{\sigma_\phi} (m_{x_i}^{лок} - x_i), \quad (10)$$

где  $m_{x_i}^{лок} = m_x + \frac{\sigma^2}{F_{xi}(m_x; \sigma^2)} (N_{x_{ki}}(m_x; \sigma^2) - N_{x_{it}}(m_x; \sigma^2))$  – локальное математическое ожидание случайной величины на интервале  $[x_{ii}, x_{ki}]$  [6].

Аналогичное выражение имеет производная по положению объекта по координате  $y$ .

Если оценивается только положение астероида, то система уравнений максимального правдоподобия для пикселей исследуемого СВКО, в которых предполагается наличие сигнала, примет вид

$$\begin{cases} \hat{x}_t = \frac{\sum_{i,k}^{N_{СВКО\phi}} \nu_{ikt}^* \lambda_{ikt} m_{x_i}^{лок}}{\sum_{i,k}^{N_{СВКО\phi}} \nu_{ikt}^* \lambda_{ikt}}; \\ \hat{y}_t = \frac{\sum_{i,k}^{N_{СВКО\phi}} \nu_{ikt}^* \lambda_{ikt} m_{y_k}^{лок}}{\sum_{i,k}^{N_{СВКО\phi}} \nu_{ikt}^* \lambda_{ikt}}; \end{cases} \quad (11)$$

где  $N_{СВКО\phi}$  – количество пикселей в исследуемом СВКО, в которых предполагается наличие сигнала;  $\hat{x}_t$  – оценка координаты  $x$  астероида,

$$\lambda_{ikt} = \frac{P_1 F_{yk}(y_i; \sigma_\phi^2) F_{xi}(x_i; \sigma_\phi^2)}{\nu_{ikt}(\Theta)}. \quad (12)$$

При необходимости, для оценки СКО координат падения фотонов от астероида может быть использовано следующее приближенное уравнение максимального правдоподобия, основанное на формуле прямоугольников численного интегрирования:

$$\hat{\sigma}_\phi^2 \approx \frac{\sum_{i,k}^{N_{СВКО\phi}} \nu_{ikt}^* \lambda_{ikt} \left( (m_{x_i}^{лок} - \hat{x}_t)^2 + (m_{y_k}^{лок} - \hat{y}_t)^2 \right)}{2 \sum_{i,k}^{N_{СВКО\phi}} \nu_{ikt}^* \lambda_{ikt}}. \quad (13)$$

Возможность разделения СВКО на область шума (пиксели, на которые попали только фотоны плоской шумовой подложки) и область сигнала (пиксели, на которые попали, в том числе, и сигнальные фотоны) приводит к возможности более простой (по отношению к оценке в общей системе уравнений максимального правдоподобия) оценки параметров плоской шумовой подложки – независимой МНК-оценки, которая будет рассмотрена ниже.

Учет плоской шумовой подложки не может полностью исключить шумовую составляющую. Для оценки относительного веса сигнальных фотонов используется стандартная оценка весов дискретной смеси вероятностных распределений [8]:

$$\hat{p}_1 = \frac{1}{N_{СВКОс}} \sum_{i,k}^{N_{СВКОс}} \lambda_{ikt};$$

$$\hat{p}_0 = 1 - \hat{p}_1,$$
(14)

где  $N_{СВКОс}$  – количество пикселей с предполагаемым наличием сигнала в СВКО.

Так как локальное математическое ожидание является функцией от соответствующей искомой координаты, то система уравнений (11) является системой трансцендентных уравнений, которые могут быть решены методом последовательных приближений [9].

### Сущностное описание процедуры оценки координат астероида на дискретном изображении

Для оценки координат астероида поочередно производятся две операции. Первая – расщепление статистик пикселей ПЗС-матрицы, входящих в исследуемый СВКО на статистики сигнала и статистики остаточного шума. Данная операция производится не для всех пикселей, входящих в исследуемый СВКО, а только для тех, которые входят в область предполагаемого наличия сигнала. В ходе данной операции, в соответствии со значением параметров  $\Theta$ , полученным на предыдущей итерации (на первой итерации – начальные приближения) фотоны, попавшие в пиксель ПЗС-матрицы, распределяются на принадлежащие сигналу от астероида, которые посылаются на процедуру оценки координат астероида, и принадлежащие остаточному шуму. В качестве начального приближения, исходя из постановки задачи, используются координаты локального максимума изображения, вокруг которого сформирован исследуемый СВКО. Результатом первой операции является совокупность коэффициентов расщепления  $\lambda_{ikt}$ .

Операция, следующая за расщеплением, – оценка координат астероида проводится со статистиками, полученными в операции расщепления. При этом используется процедура оценки, на которую поступает результат расщепления статистик пикселей ПЗС-матрицы, входящих в исследуемую область, полученный на данной итерации. Процедура оценки по детерминированному правилу (11) – (14) формирует оценку координат местоположения астероида  $t$ -м кадре.

Сформированная таким образом оценка положения астероида  $\hat{\Theta}_n$  поступает в качестве начального приближения на операцию расщепления следующей итерации и т.д. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока либо все коэффициенты расщепления  $\lambda_{ikt}$  на  $n$ -м и  $(n - 1)$ -м шаге не станут практически попарно равны, либо оценки  $\hat{\Theta}_{n-1}$  и  $\hat{\Theta}_n$  практически не совпадут.

### Определение параметров плоской шумовой подложки

Из поставленной задачи следует возможность разделения пикселей СВКО на пиксели, содержащие и не содержащие изображение сигнала. Количество последних равно  $N_{СВКОш}$ . Интегральные параметры плоской шумовой подложки  $A_{ш}^{int}$ ,  $B_{ш}^{int}$ ,  $C_{ш}^{int}$  можно определить с использованием процедуры МНК-оценки. Так как плоскостному характеру распределения координат падения шумовых фотонов соответствует плоскостной характер распределения напряжения на выходе ПЗС-матрицы, то опытные частоты плоской шумовой подложки представляются выражением

$$v_{икш}^*(\theta_{ш}) = A_{ш}^{int} x_{ик} + B_{ш}^{int} y_{ик} + C_{ш}^{int},$$
(15)

где  $v_{икш}^*$  – опытная частота попадания шумовых фотонов в  $ik$ -й пиксель ПЗС-матрицы;

$A_{uu}^{int} = \Delta_{ПЗС}^2 A_u$ ,  $B_{uu}^{int} = \Delta_{ПЗС}^2 B_u$ ,  $C_{uu}^{int} = \Delta_{ПЗС}^2 C_u$ ,  $\theta_u^T = (A_{uu}^{int}, B_{uu}^{int}, C_{uu}^{int})$  – интегральные параметры плоской шумовой подложки и их вектор;  $x_{ik}, y_{ik}$  – средние значения координат  $ik$ -го пикселя ПЗС-матрицы в пределах СВКО.

Для оценки параметров шума из совокупности пикселей СВКО можно предварительно исключить пиксели, в которых предполагается наличие сигнала от астероида. При этом

В рамках поставленной задачи МНК-оценкой параметров плоской шумовой подложки является вектор [10]:

$$\hat{\theta}_u = (F^T F)^{-1} F^T \tilde{U}_u. \quad (16)$$

где

$$F^T = \begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_i & \dots & x_{N_{СВКОu}} \\ y_1 & \dots & y_i & \dots & y_{N_{СВКОu}} \\ 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Для исключения влияния мешающих выбросов, имеющих отдельную физическую природу, на данную оценку параметров шумовой подложки используется процедура двухпроходового МНК. При этом используются только пиксели СВКО, не принадлежащие областям предполагаемого наличия сигналов от небесных объектов ( $N_{СВКОu} \leq (N_{СВКО} - N_{СВКО})$ ). На следующий проход МНК оценки (16), (17) отправляются только пиксели, для которых значение опытной частоты  $\nu_{ik\theta}^*$  удовлетворяет условию

$$|\nu_{ik\theta}^* - \hat{\nu}_{ik\theta}^*| \leq k_\theta \sqrt{\left( \sum_{i,k} (\nu_{ik\theta}^* - \hat{\nu}_{ik\theta}^*)^2 / N_{СВКОu} \right)}, \quad (18)$$

где  $k_\theta$  – пороговый коэффициент отбрасывания;  $\sqrt{\left( \sum_{i,k} (\nu_{ik\theta}^* - \hat{\nu}_{ik\theta}^*)^2 / N_{СВКОu} \right)}$  – СКО оценки плоской шумовой подложки;  $\hat{\nu}_{ik\theta}^* = \hat{A}_u^{int} x_{ik} + \hat{B}_u^{int} y_{ik} + \hat{C}_u^{int}$  – сглаженная оценка опытной частоты  $ik$ -го пикселя, входящего в  $N_{СВКОu}$  используемых пикселей СВКО.

При этом количество пикселей  $N_{СВКОu}$ , формирующих совокупность  $\tilde{U}_u$ , уменьшается на число пикселей, для которых условие (18) не выполняется. Процесс повторяется до тех пор, пока модуль разности двух последовательно полученных значений СКО не станет меньше наперед заданной величины.

Полученные значения коэффициентов используются для вычитания шумовой подложки из сигнала от астероида в данном СВКО:

$$\nu_{ikc}^* = \nu_{ikc}^* - (\hat{A}_\theta^{int} x_{ikc} + \hat{B}_\theta^{int} y_{ikc} + \hat{C}_\theta^{int}), \quad (19)$$

где  $\nu_{ikc}^*$  – опытная частота попадания фотонов в  $ik$ -й пиксель ПЗС-матрицы, принадлежащий области предполагаемого наличия сигнала от небесного объекта;  $x_{ikc}, y_{ikc}$  – прямоугольные координаты привязки  $ik$ -го пикселя ПЗС-матрицы, принадлежащего области предполагаемого наличия сигнала от небесного объекта.

### Алгоритм оценки положения астероида на дискретном изображении

1. С центром в локальном максимуме изображения формируется исследуемый квадратный строб внутрикадровой обработки (СВКО) со стороной  $\ell$  пикселей ( $N_{СВКО} = \ell^2$ ). С центрами в каждом локальных максимуме СВКО формируются квадратные области предполагаемого наличия сигналов от небесных объектов со стороной  $s$  ( $s \ll \ell$ ) пикселей ( $N_{СВКОc} = s^2$ ).

2. Согласно (16), (17) производится двухпроходовая МНК-оценка параметров плоской шумовой подложки. При этом на следующий проход МНК оценки отправляются только пиксели, для которых значение опытной частоты  $\nu_{икт}^*$  удовлетворяет условию (18). Процесс повторяется до тех пор, пока модуль разности двух последовательно полученных значений СКО не станет меньше наперед заданной величины.

3. По формуле (19), согласно значениям МНК-оценок параметров плоской шумовой подложки, производится исключение шумовых фотонов из потенциалов пикселей области предполагаемого наличия сигнала.

4. Оцениваются координаты положения астероида на дискретном изображении, очищенном, в соответствии с (19), от шумовых фотонов. Начальное приближение оценки координат положения считается равным координатам центрального локального максимума изображения СВКО (центра СВКО).

4.1. По формуле (12) вычисляются коэффициенты расщепления  $\lambda_{икт}$ .

4.2. Согласно (11) рассчитываются оценки координат положения астероида на ПЗС-изображении. По формуле (13) получается оценка СКО попадания фотонов от астероида. По формуле (14) определяются оценки весов дискретной смеси вероятностных распределений координат падения сигнальных и остаточных шумовых фотонов.

4.3. Полученное значение оценки координат положения сравнивают с предыдущим. Если разница между ними больше заданного значения, то полученные оценки поступают как оценки предыдущего шага в п. 4.1. В противном случае полученная оценка поступает на выход алгоритма в качестве результата его работы.

### Результаты проведения эксперимента

Эксперимент проводился на телескопе Андрушевской астрономической обсерватории с диаметром зеркала 600 мм, оснащенный ПЗС-камерой FLI PL09000 (размер ПЗС-матрицы – 3056x3056 пикселей, размер пикселя – 12 мкм). Наблюдения велись с экспозицией 30 с и бинокрированием. Для обработки полученных кадров использовалась программа CLT, созданная авторами для обнаружения астероидов и других небесных объектов с ненулевым видимым движением и слабым блеском и использующая данную процедуру на этапе первичной (внутрикадровой) обработки.

На достаточно больших объемах наблюдений были получены следующие результаты относительно точности (СКО и средний модуль невязки между значениями координаты звезды в каталоге и ее оценки) оценок экваториальных координат звезд в зависимости от их блеска (рис. 2). Для разработанного в статье метода (кривая 3) оценки координат астероидов среднее значение СКО невязок определения координат опорных звезд по сравнению с их каталожными координатами (в качестве опорного звездного каталога использовался каталог USNO B1.0. [11]) составило 0,41 угловой секунды. Для метода (кривая 1) оценки координат астероидов как аргументов локальных максимумов их изображения данное СКО составило 0,77 угловой секунды. А для метода (кривая 2) оценки координат астероидов, аналогичного разработанному, но без учета плоской шумовой подложки, СКО составило 0,63 угловой секунды. При этом соответствующие средние значения невязок составили 0,003, -0,013, и -0,012 угловых секунд соответственно.

Кроме проверки на непротиворечивость оценок внешним данным была проведена проверка на внутреннюю сходимость оценок путем оценки остаточного СКО прямоугольных координат сигналов, находящихся на разных кадрах, но принадлежащих одному и тому же отождествленному небесному объекту. Для перечисленных методов оценки координат астероидов (по локальным максимумам изображения разработан метод с учетом плоской шумовой подложки и без данного учета) среднее суммарное остаточное СКО по обеим координатам составило 0,53; 0,41 и 0,47 пикселя соответственно.

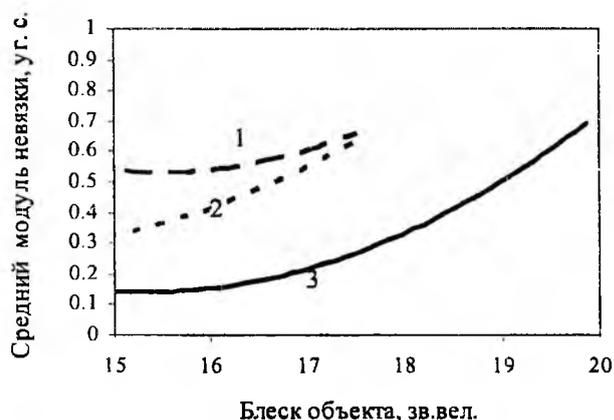


Рис. 2

Расширение диапазона оцениваемых координат звезд при использовании разработанного метода (кривая 3) объясняется тем, что согласно натурным экспериментам, при превышении величиной среднего модуля невязки значения 0,6 угловых секунд надежное отождествление объектов, выделенных на кадре и содержащихся в каталоге, становится невозможным. В случае применения разработанного метода данное пороговое значение средней невязки достигается при более слабых значениях блеска небесных объектов, энергия сигнала от которых близка к энергии шума, что еще раз показывает важность качественного учета шумовой составляющей изображения астероида.

### Выводы

В статье разработан итерационный метод оценки координат астероида на дискретном изображении. Метод основан на учете факта оценки непрерывных параметров по дискретному пространству наблюдений (оценивается континуальное положение объекта по значениям совокупности потенциалов пикселей ПЗС-матрицы). Данный учет стал возможен благодаря использованию математического аппарата группированных выборок для описания потенциалов пикселей, соответствующих координатам падения сигнальных и шумовых фотонов. Метод впервые, в рамках технологии группированных выборок, расширяет модель координат падения шумовых фотонов до плоской шумовой подложки с параметрами, постоянными в пределах исследуемого строка. Путем экспериментальных исследований на натуральных данных подтверждена работоспособность метода, определены его предварительные точностные характеристики. Показана важность повышения точности оценки координат положения объекта для отождествления звезд с блеском, соответствующим энергии сигналов, близкой к энергии шума. Практическая значимость метода заключается в возможности его использования в системах оперативного автоматического обнаружения новых и сопровождения известных астероидов, а также возможность, с его использованием, более глубокого отождествления небесных объектов в автоматическом режиме. Дальнейшие исследования целесообразно сконцентрировать на разработке вычислительных методов обнаружения оптических сигналов от астероидов и оценки положения нескольких близко расположенных объектов.

**Список литературы:** 1. *Ericson J.* Asteroids, comets, and meteorites. Cosmic Invaders of the Earth. New York: Fact on File. 2003. 2. *IAU Minor Planet Center.* Guide to Minor Body Astrometry. <http://www.cfa.harvard.edu/iau/info/Astrometry.html>. 3. *Harris W.E.* A comment on image detection and the definition of limiting magnitude. Publications of the Astronomical Society of the Pacific 102, 949-953, August 1990. 4. *Губанов В.С., Куликова И.И., Малахов Е.И.* Оценка точности позиционных наблюдений с использованием ПЗС-матриц // Кинематика и физика небесных тел. 1990. Т. 6. № 2. С. 83 – 90. 5. *Koupryanov V.* "Distinguishing features of CCD astrometry of faint GEO objects" // Advances in Space Research. Vol. 41, Issue 7, 2008, pp. 1029-1038, <http://lfvn.astronomer.ru/report/0000021/p000021.htm>.

6. *Саваневич В.Е.* Определение координат статистически зависимых объектов на дискретном изображении // *Радиоэлектроника и информатика*. 1999. № 1. С. 4 – 8. 7. *Бодин Н.А.* Оценка параметров распределения по группированным выборкам // *Тр. Ин-та им. Стеклова. Теоретические задачи математической статистики*. 1970. № 3. С. 110 – 150. 8. *Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д.* Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. М.: Финансы и статистика, 1989. 607 с. 9. *Зализняк В.Е.* Основы научных вычислений. Введение в численные методы для физиков. М. Едиториал УРСС, 2002. 296 с. 10. *Ермаков С.М., Жиглявский А.А.* Математическая теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1987. 320 с. 11. *Zacharias, N.; Gaume, R.; Dorland, B.; and Urban, S.E.* "Catalog Information and Recommendations," U.S. Naval Observatory, [http://web.archive.org/web/20080202144018/http://ad.usno.navy.mil/star/star\\_cats\\_rec.shtml](http://web.archive.org/web/20080202144018/http://ad.usno.navy.mil/star/star_cats_rec.shtml) .

*Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники*

*Поступила в редколлегию 20.05.2010*

*И. С. ПЕРЕКРЕСТОВ, П. В. ИВАЩЕНКО, канд. техн. наук*  
**АНАЛИЗ УХУДШЕНИЯ ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ/ШУМ  
 ПРИ СИНХРОННОМ ДЕТЕКТИРОВАНИИ  
 С ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ КОМПЕНСАЦИЕЙ ФАЗОВОГО СДВИГА**

**Введение**

Для систем связи всегда была актуальной проблема повышения точности оценки параметров демодулируемого сигнала, поскольку от этого напрямую зависит достоверность доставляемой получателю информации. Как в эпоху аналоговых систем, так и при переходе к цифровой обработке наиболее часто передаваемую информацию закладывают в амплитуду переносчика. В то же время наиболее эффективным является когерентное детектирование. При создании системы связи всегда является актуальной задача поиска эффективной системы синхронизации опорного колебания, которая, обеспечив максимально точную оценку фазы, должна в то же время быть устойчивой и приемлемо инерционной [1].

На сегодняшний день все большее применение находят разомкнутые системы синхронизации, которые лишены ряда недостатков, присущих замкнутым системам на базе фазовой автоподстройки частоты [2]. В работах [3, 4] предложены варианты таких схем для аналоговых систем с амплитудной модуляцией и цифровых, использующих двух- и четырехуровневую фазовую модуляцию. Также были проведены исследования, показывающие, что в отсутствие шумов, при использовании фильтров Бесселя третьего порядка и более, ошибка, вносимая при предварительной компенсации фазового сдвига, является пренебрежимо малой.

Цель работы - анализ влияния шумов в схеме с предварительной компенсацией фазового сдвига на отношение сигнал/шум на выходе синхронного детектора.

**Прохождение сигнала и шума через синхронный детектор с предварительной компенсацией фазового сдвига**

Пусть процесс, поступающий на вход устройства, приведенного на рис. 1 является суммой амплитудно-модулированного (АМ) сигнала и аддитивного белого гауссовского шума

$$z(t) = s(t) + n(t) = A(t)\sqrt{2} \cos(2\pi f_0 t + \theta(t)) + N_c(t) \cos(2\pi f_0 t) + N_s(t) \sin(2\pi f_0 t), \quad (1)$$

где  $s(t) = A(t)\sqrt{2} \cos(2\pi f_0 t + \theta(t))$  – АМ сигнал амплитудой  $A(t) = A_0(1 + m_{AM}b(t))$  и случайной начальной фазой  $\theta(t)$ , причем  $m_{AM} < 1$ ,  $\max(|b(t)|) = 1$ ,  $\theta(t)$  – медленно меняющаяся функция относительно  $\cos(\omega_0 t)$ ;  $N_c(t) \cos(2\pi f_0 t)$  и  $N_s(t) \sin(2\pi f_0 t)$  – квадратурные составляющие полосового шума  $n(t)$ .

Поскольку величина доплеровского сдвига частоты, устранение которого является основной задачей фазокомпенсатора, не превышает сотен герц, то полоса пропускания фильтров нижних частот ФНЧ1 и ФНЧ2 значительно меньше ширины спектра модулирующего сигнала. Полоса пропускания ФНЧ3 выбирается такой, чтобы обеспечить неискаженную передачу демодулируемого сигнала.

Опишем процессы во всех точках анализируемой схемы (рис. 1). Если принять, что процесс  $z(t)$  является узкополосным, то на выходе преобразователя Гильберта (ПГ) будет иметь место

$$\tilde{z}(t) = A(t)\sqrt{2} \sin(2\pi f_0 t + \theta(t)) + N_c(t) \sin(2\pi f_0 t) - N_s(t) \cos(2\pi f_0 t). \quad (2)$$

Колебание опорного генератора задано выражением

$$u_{on}(t) = \sqrt{2} \cos(2\pi f_0 t). \quad (3)$$

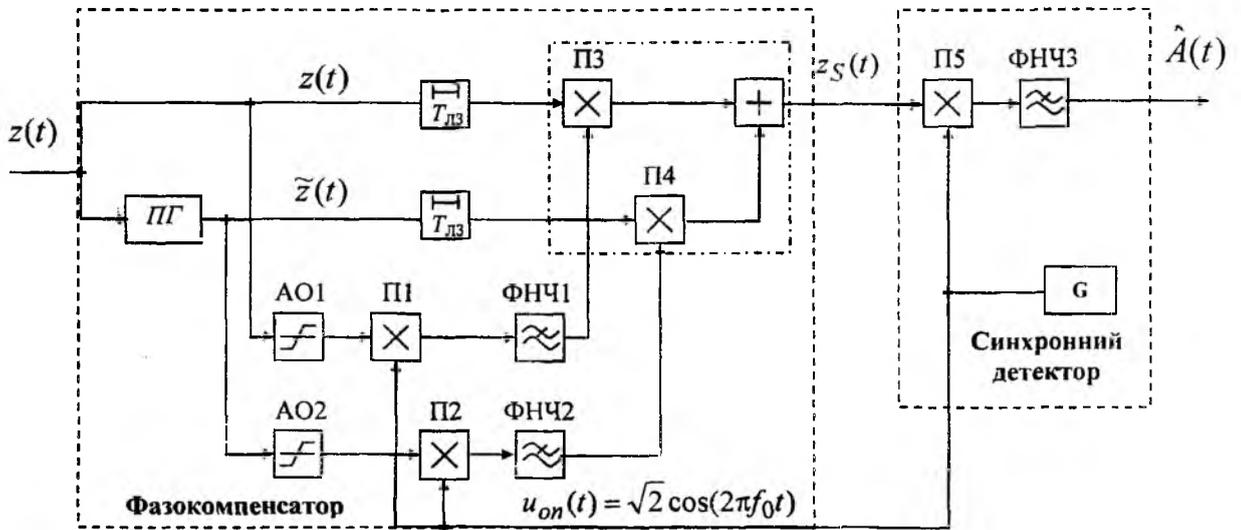


Рис. 1

Поскольку в выражении (3) начальная фаза колебания равна нулю, то, соответственно, разность фаз  $s(t)$  и  $u_{on}(t)$  равна  $\theta(t)$ .

При большом отношении сигнал/шум на входе амплитудного ограничителя (АО) и при условии, что порог ограничения  $A_{AO}$  не превышает значения  $A_0(1 - m_{AM})$ , ограничителем подавляется синфазная составляющая шума [5], а действие квадратурной составляющей отражается в дополнительном случайном слагаемом фазы, т.о. на выходах АО1 и АО2 будут иметь место:

$$z_{AO1}(t) = A_{AO} \sqrt{2} \cos(2\pi f_0 t + \theta(t) + \varphi_{AO1}(t)), \quad (4)$$

$$z_{AO2}(t) = A_{AO} \sqrt{2} \sin(2\pi f_0 t + \theta(t) + \varphi_{AO2}(t)), \quad (5)$$

где

$$\varphi_{AO1}(t) = \arctg\left(\frac{N_s(t)}{N_c(t) + A(t)}\right), \quad (6)$$

$$\varphi_{AO2}(t) = \arctg\left(\frac{N_c(t)}{N_s(t) + A(t)}\right). \quad (7)$$

Так как отношение сигнал/шум велико, то выражения (6) и (7) можно переписать

$$\varphi_{AO1}(t) = \arctg\left(\frac{N_s(t)}{A(t)}\right), \quad (8)$$

$$\varphi_{AO2}(t) = \arctg\left(\frac{N_c(t)}{A(t)}\right). \quad (9)$$

Для анализа прохождения сигналов через множители П1 и П2 и ФНЧ1 и ФНЧ2 представим результаты преобразования АО1 и АО2 колебаниями с практически постоянной амплитудой  $A_{AO}$  и аддитивными квадратурными составляющими шума

$$z_{AO1}(t) = A_{AO} \sqrt{2} \cos(2\pi f_0 t + \theta(t)) + N_{c AO}(t) \cos(2\pi f_0 t) + N_{s AO}(t) \sin(2\pi f_0 t), \quad (10)$$

$$z_{AO2}(t) = A_{AO} \sqrt{2} \sin(2\pi f_0 t + \theta(t)) + N_{c AO}(t) \sin(2\pi f_0 t) - N_{s AO}(t) \cos(2\pi f_0 t). \quad (11)$$

Заметим, что необходимости применения полосовых фильтров в схемах АО нет, поскольку П1 и ФНЧ1 (П2 и ФНЧ2) образуют узкополосный фильтр со средней частотой полосы пропускания  $f_0$ .

С учетом выражений (3), (10) и (11) на выходах фильтров получим:

$$z_{\Phi H \Psi 1}(t) = A_{AO} \cos(\theta(t)) + \frac{\sqrt{2}}{2} N_c \Phi H \Psi(t), \quad (12)$$

$$z_{\Phi H \Psi 2}(t) = A_{AO} \sin(\theta(t)) - \frac{\sqrt{2}}{2} N_s \Phi H \Psi(t), \quad (13)$$

где  $N_c \Phi H \Psi(t)$  и  $N_s \Phi H \Psi(t)$  – синфазная и квадратурные составляющие шума, прошедшие через соответствующие АО и ФНЧ.

Найдем выражение, описывающее выход фазокомпенсатора:

$$\begin{aligned} z_s(t) &= z(t)z_{\Phi H \Psi 1}(t) + \bar{z}(t)z_{\Phi H \Psi 2}(t) = \\ &= A(t)A_{AO}\sqrt{2} \cos(2\pi f_0 t) + N_c(t)A_{AO} \cos(2\pi f_0 t - \theta(t)) + N_s(t)A_{AO} \sin(2\pi f_0 t - \theta(t)) + \\ &\quad + A(t)N_c \Phi H \Psi(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta(t)) - A(t)N_s \Phi H \Psi(t) \sin(2\pi f_0 t + \theta(t)) + \\ &\quad + \frac{\sqrt{2}}{2} (N_c(t)N_c \Phi H \Psi(t) + N_s(t)N_s \Phi H \Psi(t)) \cos(2\pi f_0 t) + \\ &\quad + \frac{\sqrt{2}}{2} (N_s(t)N_c \Phi H \Psi(t) - N_c(t)N_s \Phi H \Psi(t)) \sin(2\pi f_0 t) \end{aligned} \quad (14)$$

В выражении (14) последними двумя слагаемыми можно пренебречь, т.к. результат произведения низкочастотных эквивалентов полосового шума и результатов их узкополосной фильтрации в условиях больших отношений сигнал/шум будет давать незначительный вклад в дисперсию оценки  $\hat{A}(t)$  на выходе синхронного детектора (СД). В итоге получим

$$z_S(t) = A(t)A_{AO}\sqrt{2} \cos(2\pi f_0 t) + N_c(t)A_{AO} \cos(2\pi f_0 t - \theta(t)) + N_s(t)A_{AO} \sin(2\pi f_0 t - \theta(t)) + \\ + A(t)N_c \Phi H \Psi(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta(t)) - A(t)N_s \Phi H \Psi(t) \sin(2\pi f_0 t + \theta(t)) \quad (15)$$

В результате на выходе синхронного детектора будем иметь

$$\begin{aligned} \hat{A}(t) &= A(t) + N_c(t) \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\theta(t)) - N_s(t) \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\theta(t)) + \\ &\quad + \frac{A(t)N_c \Phi H \Psi(t) \sqrt{2}}{A_{AO}} \cos(\theta(t)) - \frac{A(t)N_s \Phi H \Psi(t) \sqrt{2}}{A_{AO}} \sin(\theta(t)) \end{aligned} \quad (16)$$

### Отношение сигнал/шум на выходе синхронного детектора

В выражении (16) первое слагаемое является сигнальной составляющей, все остальные – шумовыми. Определим их мощность и запишем отношение сигнал/шум на выходе СД считая, что функция  $\theta(t)$  равномерно распределена на интервале  $(-\pi, \pi)$ :

$$P_{\text{вых}} = \frac{P_{c \text{ вых}}}{P_{ш \text{ вых}}} = \frac{\overline{A^2(t)}}{\frac{1}{4} \overline{N_c^2(t)} + \frac{1}{4} \overline{N_s^2(t)} + \frac{1}{4} \frac{\overline{A^2(t) N_c^2 \Phi H \Psi(t)}}{A_{AO}^2} + \frac{1}{4} \frac{\overline{A^2(t) N_s^2 \Phi H \Psi(t)}}{A_{AO}^2}}. \quad (17)$$

Найдем связь между отношением сигнал/шум на выходе СД и входе фазокомпенсатора. В первую очередь необходимо учесть влияние АО. Пусть отношение сигнал/шум на входе фазокомпенсатора будет представлено следующим образом:

$$\rho_{вх} = \frac{P_{с вх}}{P_{ш вх}} = \frac{\overline{A^2(t)}}{\overline{n^2(t)}} = \frac{\overline{A^2(t)}}{\frac{1}{2}\overline{N_c^2(t)} + \frac{1}{2}\overline{N_s^2(t)}}. \quad (18)$$

Как было сказано в первой части этой работы, при больших значениях отношения сигнал/шум на входе АО на его выходе наблюдается подавление синфазной составляющей шума на его выходе и, соответственно, наблюдается двукратное увеличение отношения сигнал/шум относительно входного

$$\rho_{вых АО} = 2\rho_{вх}. \quad (19)$$

Согласно выражениям (10) и (11) по аналогии с выражениями (17) и (18)  $\rho_{вых АО}$  можно записать следующим образом:

$$\rho_{вых АО} = \frac{P_{с вых}}{P_{ш вых}} = \frac{A_{АО}^2}{\frac{1}{2}\overline{N_{с АО}^2(t)} + \frac{1}{2}\overline{N_{s АО}^2(t)}} = \frac{A_{АО}^2}{\frac{1}{2}(\overline{N_{с АО}^2(t)} + \overline{N_{s АО}^2(t)})} \quad (20а)$$

или

$$\rho_{вых АО} = \frac{P_{с вых}}{P_{ш вых}} = \frac{A_{АО}^2}{\overline{N_{с АО}^2(t)}} = \frac{A_{АО}^2}{\overline{N_{s АО}^2(t)}}. \quad (20б)$$

После умножения сигналов с выходов АО1 и АО2 на опорное колебание на выходах П1 и П2 имеют место низкочастотные сигнальные  $A_{АО} \cos(\theta(t))$  и  $A_{АО} \sin(\theta(t))$ , а также шумовые  $\frac{\sqrt{2}}{2}N_{с АО}(t)$  и  $\frac{\sqrt{2}}{2}N_{s АО}(t)$  компоненты. Мощность сигнальных компонент будет равна  $\frac{1}{2}A_{АО}^2$ , шумовых  $\frac{1}{2}\overline{N_{с АО}^2(t)}$  и  $\frac{1}{2}\overline{N_{s АО}^2(t)}$  соответственно. С учетом выражения (19) отношение сигнал/шум на входах ФНЧ1 и ФНЧ2 будут следующими:

$$\frac{A_{АО}^2}{\overline{N_{с АО}^2(t)}} = \frac{A_{АО}^2}{\overline{N_{s АО}^2(t)}} = 2\rho_{вх},$$

откуда

$$\overline{N_{с АО}^2(t)} = \overline{N_{s АО}^2(t)} = \frac{A_{АО}^2}{2\rho_{вх}}. \quad (21)$$

После узкополосной фильтрации мощность шумовых компонент будет следующей:

$$\overline{N_{с ФНЧ}^2(t)} = \overline{N_{s ФНЧ}^2(t)} = r\overline{N_{с АО}^2(t)} = r\overline{N_{s АО}^2(t)} = \frac{rA_{АО}^2}{2\rho_{вх}}, \quad (22)$$

где  $r = F_{ш}/F_{\max}$  – коэффициент, учитывающий уменьшение мощности шума на выходе ФНЧ1 и ФНЧ2 относительно процесса на входе фазокомпенсатора,  $F_{ш}$  – шумовая полоса фильтров,  $F_{\max}$  – ширина спектра  $b(t)$ .

Теперь, при известных  $\overline{N_c^2 \Phi_{НЧ}(t)}$  и  $\overline{N_s^2 \Phi_{НЧ}(t)}$ , выразим через  $\rho_{вх}$  третье и четвертое слагаемые в знаменателе выражения (17)

$$\frac{1}{4} \frac{\overline{A_c^2(t)}}{A_{AO}^2} \frac{r A_{AO}^2}{2\rho_{вх}} = \frac{1}{8} \frac{P_{с вх} r}{\rho_{вх}}$$

С учетом сделанных выкладок отношение сигнал/шум на выходе СД при предварительной компенсации фазового сдвига, можно записать следующим образом

$$\rho_{вых} = \frac{P_{с вх}}{\frac{1}{2} \frac{P_{с вх}}{\rho_{вх}} + \frac{1}{4} \frac{P_{с вх} r}{\rho_{вх}}} = \frac{1}{1 + \frac{r}{2}} 2\rho_{вх} = 2d\rho_{вх}, \quad (23)$$

где множитель  $d = 1/(1 + (r/2))$  определяет меру ухудшения отношения сигнал/шум относительно максимального  $\rho_{вых макс} = 2\rho_{вх}$ .

На рис. 2 представлена зависимость  $d(r)$  и результаты моделирования, проведенного при разных отношениях сигнал/шум (в полосе модулированного сигнала).

В практических применениях отношение полосы пропускания ФНЧ фазокомпенсатора, определяемого в основном доплеровским сдвигом частоты, к ширине спектра модулирующего сигнала, может составлять от  $1/10 \div 1/10^2$  в звуковых вещательных системах до  $1/10^3 \div 1/10^2$  в телевизионных.

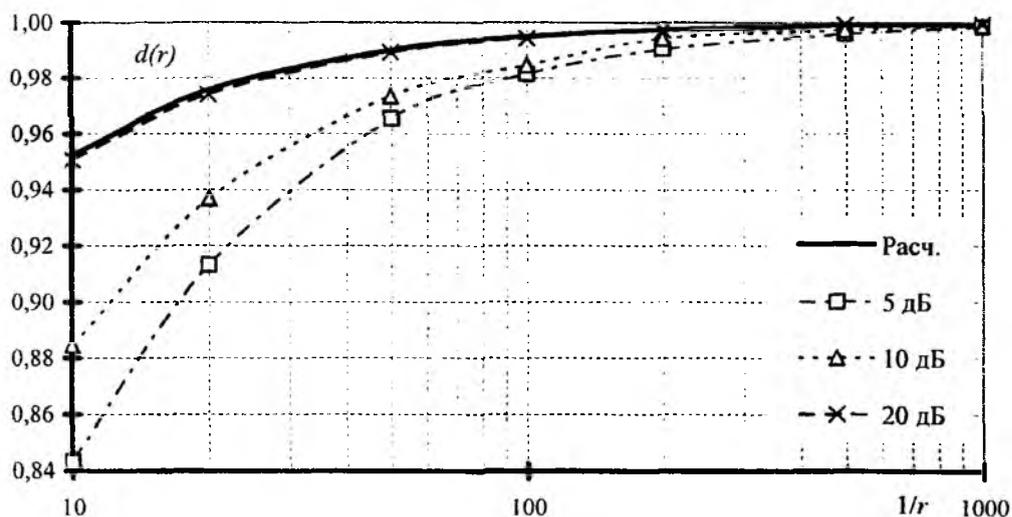


Рис. 2

Из рис. 2 видим, что даже для  $r = 1/10$  при  $\rho_{вх} = 20$  дБ ухудшение происходит менее чем на 5%, а для  $r = 1/10^2$  и менее даже при  $\rho_{вх} = 5$  дБ не превышает 2%. Отсюда можно сделать вывод о том, что для тех значений  $r$ , которые имеют место в реальных системах, использование предварительной компенсации фазового сдвига не приведет к существенному ухудшению отношения сигнал/шум на выходе синхронного детектора.

### Выводы

Из выполненной работы следует: использование в качестве системы синхронизации предварительной компенсации фазового сдвига не приводит к существенному ухудшению отношения сигнал/шум на выходе синхронного детектора.

**Список литературы:** 1. Витерби Э.Д. Принципы когерентной связи / Витерби Э.Д.; под ред. Левина Б.Р.; [пер. с англ.] М.: Сов. радио, 1970. 392 с. 2. Иващенко П.В. Оптимальная оценка фазы несущей при демодуляции сигналов цифровой модуляции / Иващенко П.В., Перекрестов И.С. // Цифрові технології. 2009. №6. С. 40-47. 3. Коханов А.Б. Оптимальное синхронное детектирование РАМ сигналов с компенсацией фазового сдвига / А. Б. Коханов, Н. В. Захарченко, И. С. Перекрестов // Наукові праці ОНАЗ ім. А. С. Попова. 2006. № 1. С. 18-22. 4. Перекрестов І.С. Применение метода компенсации фазового сдвига при синхронном детектировании сигналов цифровых видов модуляции / Перекрестов І.С., Иващенко П.В. // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. 2009. № 2. С. 54–61. 5. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / Тихонов В.И. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.

*Одесская национальная академия связи  
им. А.С. Попова*

*Поступила в редколлегию 05.09.2010*

Г.В. МАЙСТРЕНКО, А.М. РЫБАЛКО, канд. физ.-мат. наук

## МЕТОД ПОДАВЛЕНИЯ ПРЕДНАМЕРЕННЫХ ПОМЕХ В ЗАДАЧАХ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ

Интерес к адаптивной пространственной фильтрации сигналов с помощью адаптивных антенных решеток остается актуальным и в настоящее время. Это обусловлено, прежде всего, возможностью повышения помехозащищенности радиотехнического устройства за счет пространственной селекции полезного сигнала и пространственной резекции помех, которая осуществляется для любой сигнально-помеховой обстановки путем оптимальных управляющих воздействий на диаграммообразующую схему антенной решетки (АР) [1, 2].

Существующие адаптивные методы пространственной фильтрации, формирующие глубокие нули или зоны провалов диаграммы направленности (ДН) решетки в направлении прихода помехи [3 – 5], становятся малоэффективными, а чаще всего и бесполезными, в случае, когда направление прихода помехи становится случайной величиной. Такая ситуация может возникнуть в случае преднамеренных помех с целью обеспечения эффективного зашумления источника сигнала или, когда в силу тех или иных причин происходит случайное изменение направления помехового сигнала. Поэтому представляет интерес построение эффективного метода борьбы адаптивной антенной решеткой (ААР) с помехами, формирующими случайное распределение направления прихода помехового сигнала в заданных зонах.

Цель работы – разработка метода оптимальной пространственной фильтрации сигнала адаптивной АР по критерию максимума отношения мощности сигнала к мощности шума в условиях наличия помех, приходящих со случайных направлений.

### Постановка и решение задачи

В работе рассмотрен случай, когда на вход ААР, состоящей из невзаимодействующих идентичных элементов, поступает сигнальный вектор  $\vec{X}(t)$ , представляющий аддитивную смесь составляющих полезного  $\vec{X}_c(t)$ , помехового  $\vec{X}_n(t)$  и шумового  $\vec{X}_u(t)$  сигналов:

$$\vec{X}(t) = \vec{X}_c(t) + \vec{X}_n(t) + \vec{X}_u(t).$$

В выбранной прямоугольной декартовой системе координат в узкополосном режиме полезный и помеховый вектора (соответственно с индексами «с» и «п»), считая, что пространственная и временная структуры сигналов разделяются, имеют вид:

$$\vec{X}_{c(n)}(t) = A_{c(n)}(t) \cdot f(\vec{u}_{c(n)}) \cdot \vec{V}_{c(n)},$$

где  $A_{c(n)}(t)$  – комплексная огибающая сигнала;  $f(\vec{u})$  – ДН элемента решетки;  $\vec{V}_{c(n)} = (\exp(ik\vec{r}_1 \cdot \vec{u}_{c(n)}), \exp(ik\vec{r}_2 \cdot \vec{u}_{c(n)}), \dots, \exp(ik\vec{r}_N \cdot \vec{u}_{c(n)}))$  – вектор фазового набег входных сигналов, обусловленного пространственным разнесением элементов;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $\vec{r}_m (m = \overline{1, N})$  – радиус-вектор положения  $m$ -го элемента в выбранной системе координат;  $\vec{u}_{c(n)} = (\cos\varphi_{c(n)} \cdot \sin\theta_{c(n)}, \sin\varphi_{c(n)} \cdot \sin\theta_{c(n)}, \cos\theta_{c(n)})$  – единичный вектор направления прихода сигнала;  $\varphi_{c(n)}, \theta_{c(n)}$  – соответственно азимутальный угол и угол места, отсчитываемый от оси OZ;  $N$  – число элементов АР.

Будем в дальнейшем считать шум изотропным, некоррелированным с полезным и помеховым сигналами, а также некоррелированным поканально:

$$M(X_u^{(i)} \cdot X_u^{(j)}) = \delta_{ij} \cdot \sigma_{ij}$$

Здесь  $X_{ii}^{(i)} (i = \overline{1, N})$  – составляющие шумового вектора;  $M$  – знак математического ожидания;  $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j; \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$  – символ Кронекера;  $\sigma_{ii}$  – мощность шума  $i$ -го канала.

За критерий оптимальной обработки сигналов адаптивной АР примем максимум отношения мощности полезного сигнала к суммарной мощности помехи и шума (кратко – максимум отношения сигнал/шум (С/Ш)) на выходе антенны.

При линейной обработке входных сигналов, поступающих на антенну, выходной сигнал решетки  $y(t)$  можно представить в виде скалярного произведения двух векторов  $N$ -мерного комплексного пространства – вектора входных сигналов  $\bar{X}(t)$  и вектора весовых коэффициентов (ВВК)  $\bar{W} = (W_1, W_2, \dots, W_N)$  [6]:

$$y(t) = (\bar{X}(t), \bar{W}) = \sum_{m=1}^N X_m(t) \cdot W_m^*.$$

В последнем соотношении  $*$  – знак комплексного сопряжения.

Будем теперь полагать наличие  $M$  ( $1 \leq M < N$ ) зон прихода помехи, в каждой из которых направление прихода помехи является двумерной случайной величиной со своим законом распределения.

При наличии априорной информации о направлении прихода помехи, накапливаемой, например, с помощью дополнительного канала (каналов) антенной решетки, можно при достаточной статистике с высокой степенью точности определить в каждой зоне законы распределения двумерной случайной величины  $(\phi, \theta)$ :  $\phi$  – азимута и  $\theta$  – угла места направления прихода помехи. Поэтому при постановке задачи будем считать, что законы распределения углов прихода помехи в каждой из зон известны и заданы в виде плотности распределения  $g_j(\phi, \theta)$  ( $j = \overline{1, M}$ ).

С целью построения детерминированного функционала отношения сигнал/шум усредним значения мощностей на входе АР полезного, помехового и шумового сигналов:

$$P_C = \overline{|\bar{X}_c(t), \bar{W}|^2}, \quad (1)$$

$$P_{II} = M \overline{|\bar{X}_n(t), \bar{W}|^2}, \quad (2)$$

$$P_{Ш} = \sigma_{ш}^2 \cdot (\bar{W}, \bar{W}). \quad (3)$$

Здесь черта означает усреднение, а  $\sigma_{ш}^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_{ii}$  – суммарная мощность шума АР.

Из представлений (1) и (2) мощностей полезного и помехового сигналов путем простых преобразований имеем:

$$P_C = \bar{P}_C \cdot |f(\bar{u}_c)|^2 \cdot |(\bar{V}_c, \bar{W})|^2, \quad (4)$$

$$P_{II} = \bar{P}_{II} \cdot (A \cdot \bar{W}, \bar{W}), \quad (5)$$

где  $\bar{P}_C$  ( $\bar{P}_{II}$ ) – среднее значение мощности за период полезного (помехового) сигнала;

$A = \|a_{mn}\|_{m,n=1}^N$  – эрмитова положительная матрица с элементами:

$$a_{mn} = \sum_{j=1}^M \int_{\Omega_j} |f(\vec{u})|^2 \cdot \exp\{i \cdot k \cdot (\vec{r}_n - \vec{r}_m) \cdot \vec{u}\} \cdot g_j(\varphi, \theta) \cdot d\Omega ;$$

$d\Omega$  – элемент телесного угла;  $\Omega_j$  – зоны (телесные углы) прихода помехи.

С учетом соотношений (1) – (5) функционал отношения сигнал/шум  $\Phi(\vec{W})$  принимает вид

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{W}) &= \frac{P_C}{P_{\Pi} + P_{\text{ш}}} = \frac{\bar{P}_C}{\bar{P}_{\Pi}} |f(\vec{u}_c)|^2 \cdot \frac{|\langle \vec{V}_c, \vec{W} \rangle|^2}{(A \cdot \vec{W}, \vec{W}) + \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{\bar{P}_{\Pi}} \cdot (\vec{W}, \vec{W})} = \\ &= |f(\vec{u}_c)|^2 \cdot \frac{\bar{P}_C}{\bar{P}_{\Pi}} \cdot \frac{|\langle \vec{V}_c, \vec{W} \rangle|^2}{((A + (\sigma_{\text{ш}}^2 / \bar{P}_{\Pi}) \cdot E) \cdot \vec{W}, \vec{W})}. \end{aligned} \quad (6)$$

В приведенном соотношении  $E$  – единичная матрица.

Теперь задача максимизации отношения сигнал/шум свелась к максимизации нелинейного функционала  $\Phi(\vec{W})$ , представленного в виде рэлеевского отношения.

Из представления (6) функционала  $\Phi(\vec{W})$  видно, что оптимальный ВВК  $\vec{W}_{opt}$  определяется с точностью до постоянного множителя и может быть найден приравниванием нулю градиента функционала  $\Phi(\vec{W})$ :

$$\vec{\nabla} \Phi(\vec{W}) = 0 \Rightarrow \vec{W}_{opt} = (A + (\sigma_{\text{ш}}^2 / \bar{P}_{\Pi}) \cdot E)^{-1} \cdot \vec{V}_c = A_n^{-1} \cdot \vec{V}_c.$$

Покажем, что на векторе весовых коэффициентов  $\vec{W}_{opt}$  достигается максимум отношения сигнал/шум. С этой целью представим произвольный весовой вектор  $\vec{W}$  адаптивной антенной решетки в виде

$$\vec{W} = A_n^{-1} \cdot \vec{V}_c + \vec{C}, \quad (7)$$

где произвольный вектор  $\vec{C}$  ортогонален сигнальному вектору  $\vec{V}_c$ :  $(\vec{V}_c, \vec{C}) = 0$ . Пользуясь представлением ВВК (7) и свойством ортогональности векторов  $\vec{C}$  и  $\vec{V}_c$ , после преобразований получаем:

$$\Phi(\vec{W}) = |f(\vec{u}_c)|^2 \frac{\bar{P}_C}{\bar{P}_{\Pi}} \frac{(A_n^{-1} \cdot \vec{V}_c, \vec{V}_c)^2}{(A_n^{-1} \cdot \vec{V}_c, \vec{V}_c) + (A_n \cdot \vec{C}, \vec{C})}. \quad (8)$$

Линейный оператор  $A_n$  положительно определен [6], следовательно, максимум отношения сигнал/шум достигается лишь тогда, когда знаменатель правой части равенства (8) принимает минимальное значение, т.е. когда  $(A_n \cdot \vec{C}, \vec{C}) = 0$ . Следовательно, оптимальный ВВК

$$\vec{W}_{opt} = A_n^{-1} \vec{V}_c$$

и

$$\max_{\vec{W}} \Phi(\vec{W}) = \Phi(\vec{W}_{opt}) = |f(\vec{u}_c)|^2 \frac{\bar{P}_C}{\bar{P}_{\Pi}} (A_n^{-1} \cdot \vec{V}_c, \vec{V}_c).$$

## Численные исследования

Исследования возможностей предложенного метода проведем на линейной эквидистантной антенной решетке, состоящей из  $N$  идентичных и изотропных элементов, расположенных вдоль оси  $Z$  прямоугольной системы координат (см. рис. 1).

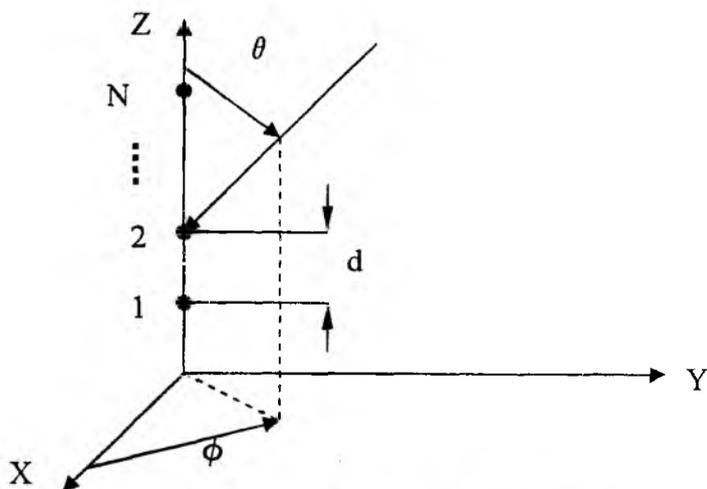


Рис. 1. Геометрия линейной антенны

При проведении расчетов рассмотрим одну зону прихода помехи. Будем считать, что полезный сигнал приходит с направления, определяемого углами  $\forall \varphi_c \in [0, 2\pi]$ ,  $\theta_c = \frac{\pi}{4}$ , а угол места помехи  $\theta_n$  распределен по равномерному закону в интервале  $\theta_n \in (\theta_0 - \delta, \theta_0 + \delta)$  ( $\forall \theta_n \in [0, 2\pi]$ ), где  $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$  и  $\delta = \frac{\pi}{60}$ . В этом случае плотность распределения углов прихода помехи имеет вид

$$g(\varphi, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\delta}, & \varphi \in [0, 2\pi] \text{ и } \theta \in [\theta_0 - \delta, \theta_0 + \delta]; \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases}$$

Пусть шаг решетки  $d/\lambda = 0,7$ , а отношение суммарной мощности шума антенны к средней мощности помехового сигнала равно  $\sigma_{ш}^2 / \bar{P}_{П} = 10^{-3}$ .

На основе проведенных расчетов построим в полярной системе координат графики диаграммы направленности  $F(\theta)$  антенной решетки с оптимальными весовыми коэффициентами для различного количества элементов  $N$ . Для наглядности для каждого числа элементов АР на соответствующий график наложим ДН, оптимальную по критерию максимума отношения сигнал/шум при условии отсутствия помехового вектора. Будем называть такую диаграмму квазиоптимальной.

Из графиков рис. 2 видно, что с увеличением количества элементов решетки направление максимума квазиоптимальной ДН приближается к направлению оптимальной диаграммы, но наиболее глубокий минимум диаграммы в направлении максимально ожидаемого прихода помехового сигнала создаёт только оптимальная ААР.



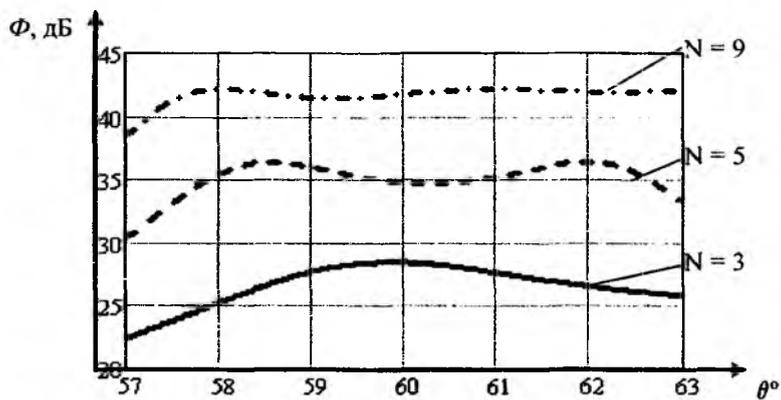


Рис. 3. Графики зависимости величины С/Ш от угла прихода помехи

Из представленных на графиках рис. 3 зависимостей отношения сигнал/шум от возможного угла прихода помехи можно сделать вывод, что с увеличением количества элементов АР уменьшается неравномерность отношения сигнал/шум в угле  $\theta \in (57^{\circ}, 63^{\circ})$  и тем самым увеличивается помехозащищённость ААР при любом направлении прихода помехи из сектора ее источника.

На основе полученных расчетов построим график зависимости разности максимального и минимально значений отношения сигнал/шум в логарифмическом масштабе  $(\Delta = 10\lg(\max \Phi(\vec{W}_{opt}; \theta)) - 10\lg(\min \Phi(\vec{W}_{opt}; \theta)))$  от количества элементов решетки.

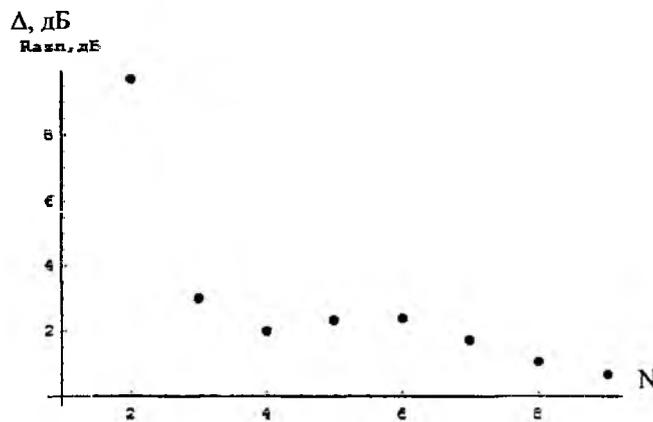


Рис. 4. График зависимости разности максимального и минимального значений С/Ш от количества элементов АР

График рис. 4 показывает, что с увеличением количества элементов решетки  $N$  разность максимального и минимального значений отношения сигнал/шум стремится к нулю, что соответствует выбранной модели двумерной случайной величины – равномерного распределения углов прихода помехи. Это значит, что в отличие от случая малоэлементной решетки, где максимальное значение отношения сигнал/шум достигается наиболее вероятно в направлении математического ожидания прихода помехи, в многоэлементных решетках можно считать, что максимальное значение  $\Phi(\vec{W}_{opt}; \theta)$  достигается равновероятно во всех возможных направлениях прихода помехи.

Ниже приведены исследования зависимости оптимального значения отношения сигнал/шум от количества элементов АР, когда помеха сильно превалирует по отношению к собственным шумам антенны. Это можно рассматривать также как случай отсутствия собст-

венных шумов в каналах антенны. Для этого положим  $\sigma_{ш}^2 / \bar{P}_{П} = 10^{-10}$ , оставив прежними значения остальных параметров антенны. На рис. 5 представлена эта зависимость.

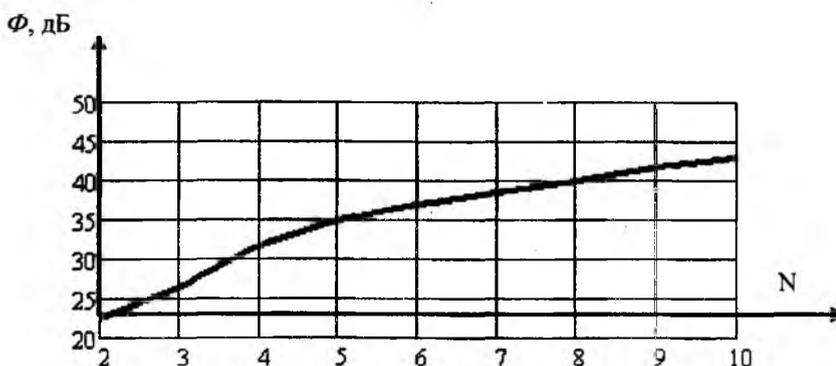


Рис. 5. График зависимости максимального значения С/Ш от количества элементов АР

Представленный график показывает значительный рост пространственной избирательности адаптивной АР с увеличением количества ее элементов. Однако с увеличением отношения мощности собственных шумов к мощности помехи, что эквивалентно «зашумлению» антенны собственными шумами, это свойство резко замедляется. Графики рис.6 показывают влияние этого «зашумления» на максимальное значение отношения сигнал/шум для различного количества элементов АР.

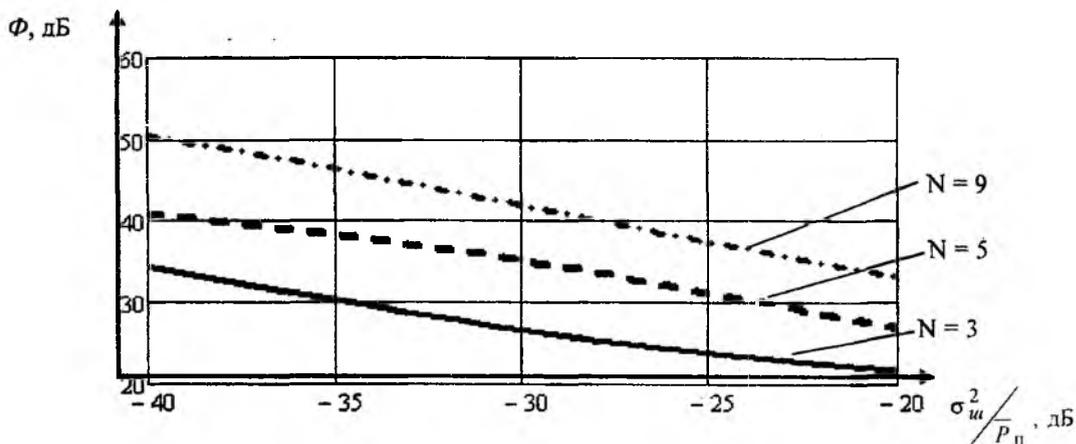


Рис. 6. График зависимости максимального значения С/Ш от величины суммарной мощности шума антенны

Влияние на рост величины максимального отношения сигнал/шум шага решетки представлено на рис. 7 ( $\sigma_{ш}^2 / \bar{P}_{П} = 10^{-3}$ ). Как видно из графиков рисунка, направленные свойства ААР в направлении прихода полезного сигнала увеличиваются практически линейно с увеличением шага решетки, что, естественно, влечет за собой соответственно увеличение физических размеров антенны.

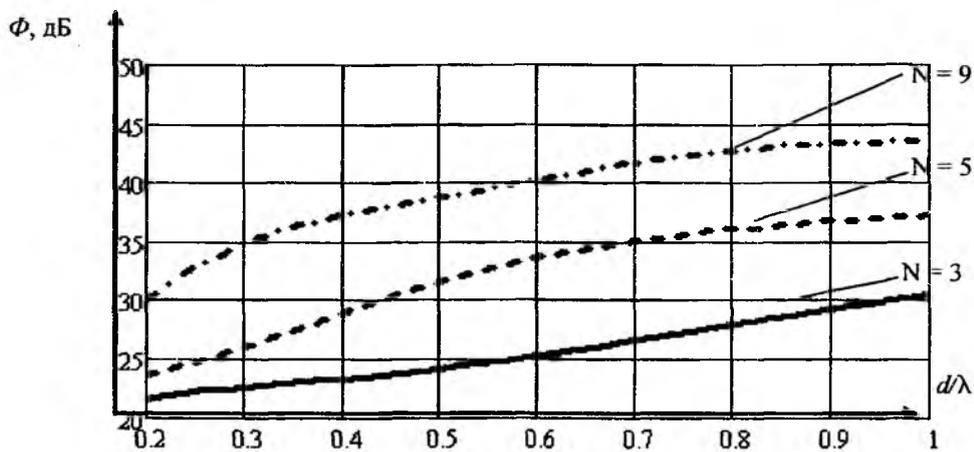


Рис. 7. График зависимости максимального значения С/Ш от шага решетки

Проведенные исследования возможного эффективного использования предложенного метода и границы его применимости в различных сигнально-помеховых ситуациях представлены на рис. 8 в виде графиков зависимости максимального значения отношения сигнал/шум от величины пространственного разнесения направлений прихода помехового и полезного сигналов (рис. 8, а)), а также расширения зоны прихода помехи (рис. 8, б)).

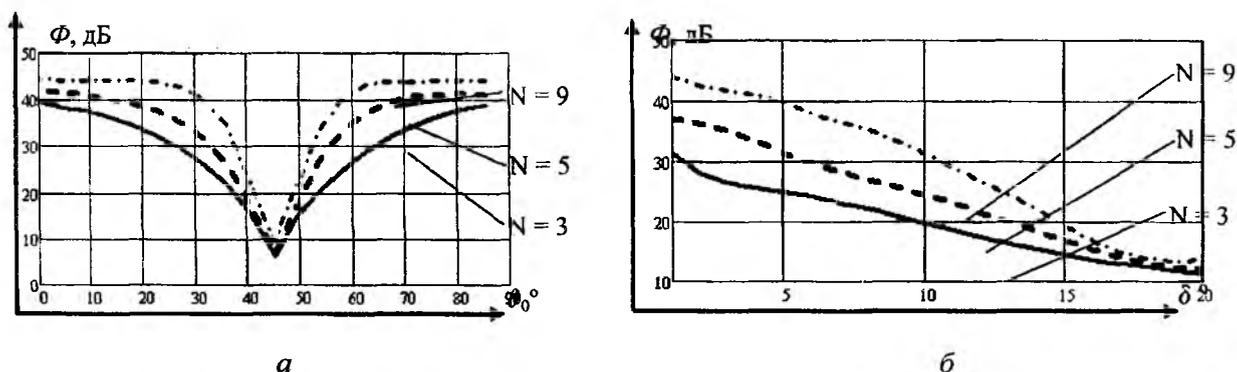


Рис. 8. График зависимости максимального значения С/Ш:

а - от пространственного разнесения направлений прихода помехового и полезного сигналов

( $\theta_c = \frac{\pi}{4}, \delta = \frac{\pi}{60}$ ); б - от расширения зоны прихода помехи ( $\theta_c = \frac{7\pi}{36}, \theta_0 = \frac{7\pi}{18}$ ).

## Выводы

В работе при наличии априорной информации о секторах прихода случайных помех в виде законов распределения предложен метод подавления этих помех ААР. Эффективность метода была продемонстрирована на примере исследования линейной эквидистантой решетки с одной зоной прихода помехи и случайным равномерно распределенным направлением. Близкие к полученным результатам были получены также при исследовании эквидистантой кольцевой решетки.

**Список литературы:** 1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. М.: Радио и связь, 1986. 442 с. 2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1989. 440 с. 3. Титаренко Л.А. Адаптивная пространственная обработка сигналов в условиях априорной неопределенности. Х.: ХНУРЭ;

Коллегиум, 2004. 216с. 4. Павлюк В.А., Рыбалко А.М. Синтез антенных решеток с пассивными элементами и заданным уровнем бокового излучения // Радиотехника и электроника. 1981. Т.26. №4. С.738-742. 5. Guisto R., De Vincent P. Phase-only optimization for the generation of wide deterministic nulls in the radiation pattern of phased arrays // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1983. Vol.31, №5. P. 814-817. 6. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989. 624 с.

*Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники*

*Поступила в редколлегию 12.09.2010*

## ДВОЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МОСТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

### Введение

Двойной электрический мост используют в условиях постоянных и переменных токов. Он более известен как шестиплечевой, или чаще коротко – мост Томсона. Наиболее распространена структура двойного моста в виде RC – цепочек, предназначенная для реализации режекторного фильтра [1, 2]. Глубоких исследований двойных мостов нами не обнаружено. Возможно, их и не было, если не считать попыток учета параметров источника и нагрузки при исследованиях двойного моста как четырёхполюсника [3]. В процессе ознакомления с практикой использования этого типа мостов мы пришли к ряду выводов. Во-первых, мост в зависимости от местоположения источника (в ветви звезды или в ветви многоугольника) способен демонстрировать дуальную смену структуры: двойной Т-образный или двойной П-образный мост. Любопытство требует выяснения – куда это свойство ведёт и чего стоит. Во-вторых, в условиях переменных токов принято и на нагрузку и сопротивление источника считать чисто активными. Перенос источника в этом случае приведёт к необходимости конкретных изменений в структурах Т- и П-образных звеньев. Эти два момента являются основными мотивами для проведения дополнительных исследований.

### Двойные мосты при постоянных токах

Рассмотрим электрический мост при следующих параметрах: сопротивления многоугольника каждое по 2 Ом, следовательно, сопротивления звезды каждое по 0,5 Ом. Схемы для исследования представлены на рис. 1. Ниже в табл. 1 приведены основные расчетные данные моста СД4\_М\_Е1. При этом  $E_1 = 24$  В (левый граф структуры моста).

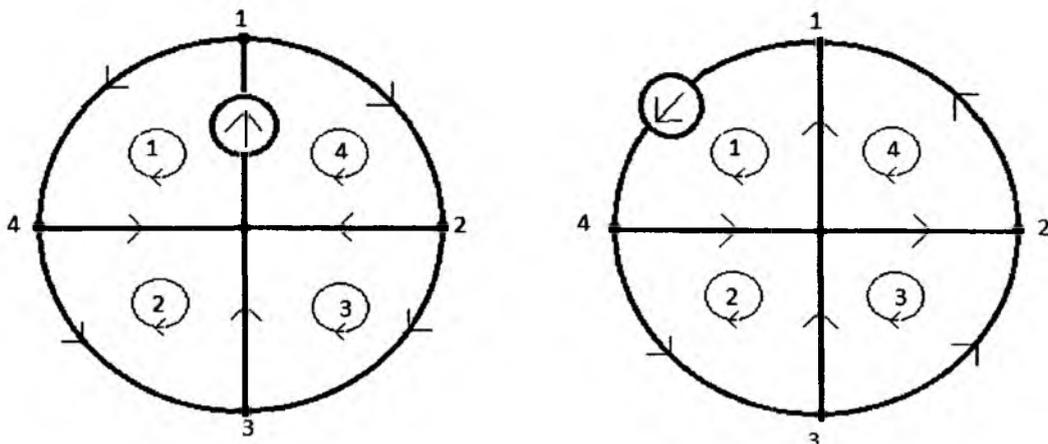


Рис. 1

Таблица 1

$E_1 = 24$ В		$R_{bx} = 0,5 + 1.214 = 1,714$ Ом			
$U_1 = 17$	$U_{14} = 14$	$I_1 = 14$	$I_{14} = 7$	$P_1 = 98$	$P_{14} = 98$
$U_2 = 3$	$U_{43} = 2$	$I_2 = 6$	$I_{43} = 1$	$P_2 = 18$	$P_{43} = 2$
$U_3 = 1$	$U_{23} = 2$	$I_3 = 2$	$I_{23} = 1$	$P_3 = 2$	$P_{23} = 2$
$U_4 = 3$	$U_{12} = 14$	$I_4 = 6$	$I_{12} = 7$	$P_4 = 18$	$P_{12} = 98$
$P_{\Sigma} = 336$ Вт				$P_{\Sigma} = 136$	$P_{\Sigma} = 200$

Краткий анализ этой структуры моста при напряжении в ветви звезды 24 В показывает, что все без исключения токи, напряжения и мощности выражены в целых числах. Обнаружена пара узлов 2 и 4, между которыми напряжение равно нулю. Нет ни одной ветви с током, равным нулю. Т. о. первая схема является мостом по напряжению. Кстати, если в этой схеме назначить сопротивления многоугольника по 200 Ом каждое (вместо двух), то сопротивления звезды будут по 50 Ом каждое. Не приводя полного анализа схемы при  $E_1 = 120$  В и изменении любого из сопротивлений возле источника с 200 Ом до 199, получим напряжение  $U_{24} = 58.6$  мВ. Это хорошая чувствительность для тензометрии.

Вернёмся к анализу исходной схемы. Переставим источник в ветвь, например 1-4, назначив  $E_{14} = 48$  В. В табл. 2 приведены данные расчета структуры СД4\_М\_Е14. Сопротивления те же, но структура распределения токов другая в соответствии местоположением источника и структурами соединения элементов цепи. Все расчетные данные сведены в табл. 2.

Таблица 2

E14 = 48 В		Rbx = 2 + 0,823 = 2,823 Ом			
$U_1 = 7$	$U_{41} = 14$	$I_1 = 14$	$I_{14} = 17$	$P_1 = 98$	$P_{14} = 578$
$U_2 = 1$	$U_{43} = 6$	$I_2 = 2$	$I_{43} = 3$	$P_2 = 2$	$P_{43} = 18$
$U_3 = 1$	$U_{32} = 2$	$I_3 = 2$	$I_{32} = 1$	$P_3 = 2$	$P_{32} = 2$
$U_4 = 7$	$U_{21} = 6$	$I_4 = 14$	$I_{21} = 3$	$P_4 = 98$	$P_{21} = 18$
$P_M = 816$ Вт				$P_M = 200$	$P_M = 616$

Анализ данных показывает что, значения напряжений узлов стали значениями токов многоугольника. А значения напряжений многоугольника перешли в значения токов звезды в новых условиях электроснабжения схемы. И наоборот, токи звезды стали напряжениями многоугольника. А токи многоугольника стали значениями узловых напряжений. Единственный параметр, в котором нет числового соответствия, это мощности в ветвях источников энергии, если не учитывать расхождения значений ЭДС. Мощности многоугольника в полном составе перешли в звезду, а мощности звезды (кроме ветви источника) перешли в состав многоугольника. Мощность источника стала существенно больше.

И главный признак схемы, по которому она признана мостом, оказался скрытым в значениях токов. Если внимательнее посмотреть на структуру цепи и учесть значения токов звезды, то обнаружим две пары одинаково ориентированных и равных по величине токов. Сечение узла между этими парами даёт ток равный нулю. И, следовательно, схема является мостом по току. При малых значениях сопротивлений, оказывается, выгодно использовать именно это свойство моста. Ниже рассмотрены четыре варианта двойного моста при гармонических токах и напряжениях.

### Двойные мосты при гармонических воздействиях

Интересно заметить, что если в рассмотренных мостах при постоянных токах и напряжениях изменить условия, например, источник напряжения гармонический, но с действующим значением таким же, как при постоянных ЭДС.

Что касается нагрузок, то к ним предъявим два требования. Они должны быть однотипными и по модулю равными тем, которые рассмотрены при постоянных воздействиях на цепи. В этом случае приборы, измеряющие напряжения не заметят разницы от вида нагрузки: резистивная она, или индуктивная, емкостная или активно емкостная и т.д. Этот случай предлагаем заинтересованному читателю рассмотреть самостоятельно и здесь не рассматриваем, а только фиксируем замеченную закономерность. Ниже рассмотрены другие варианты двойных мостов при гармонических воздействиях.

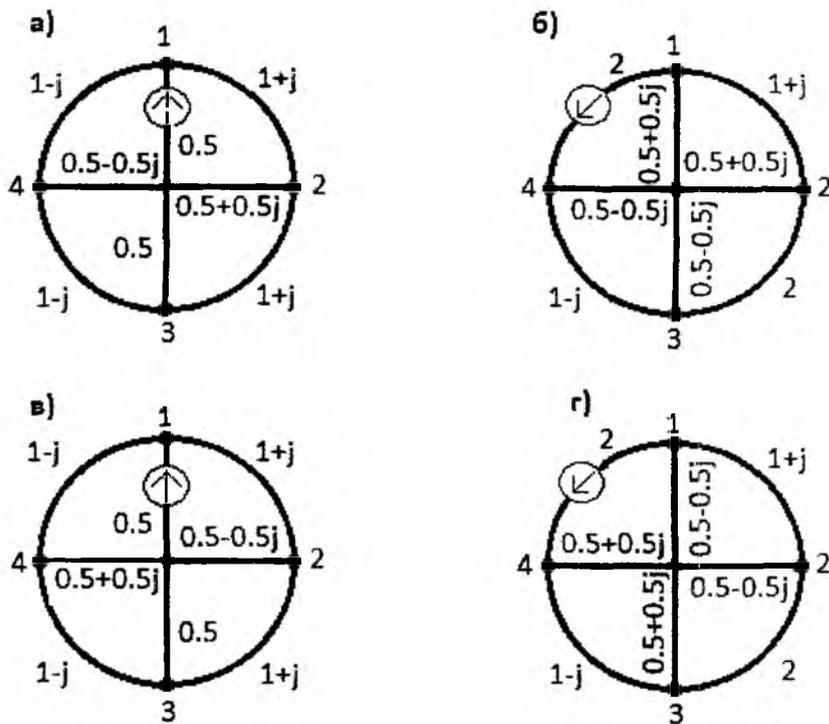


Рис. 2

На рис. 2 представлены графы рассматриваемых схем, с указанием на них параметров используемых элементов. Специалисту понятно содержание элементов схем по их написанию. Мы только подчеркнём, что вариант выбора цепочек RL и RC с добротностью  $Q = 1$  выбран не случайно. Этот вариант литературой проигнорирован, но он даёт интересные результаты и позволяет делать прогнозы на увеличение добротности. В качестве источников энергии выбраны источники напряжения с размещением в звезде  $E_1 = 15 \text{ В}$  для схемы а и  $E_1 = 6 \text{ В}$  для схемы в. В многоугольнике  $E_{14} = 30 \text{ В}$  для схемы б и  $E_{14} = 12 \text{ В}$  для схемы г. Причина такого разнообразия раскроется после просмотра данных анализа. Каждая из представленных схем имеет свои особенности и по структуре и по размещению в них элементов. Однако, схемы а и б нами трактуются как мосты. А схемы в и г как фильтры. Тем не менее, есть тонкости, о которых ниже.

В табл. 3 сведены данные анализа схемы а. При ЭДС 15 В все напряжения, а также составляющие комплексных токов и мощностей выражены в целых числах. Это и послужило причиной выбора величин ЭДС источников.

Таблица 3

$E_1 = 15 \text{ В}$		$Rbx = 0.5 + 1.375 = 1,875 \text{ Ом}$			
$U_1 = 11$	$U_{14} = 8$	$I_1 = 8$	$I_{14} = 4 + j4$	$P_1 = 32$	$P_{14} = 32 - j32$
$U_2 = 3$	$U_{34} = 2$	$I_2 = 3 - j3$	$I_{34} = 1 + j$	$S_2 = 9 + j9$	$S_{34} = 2 - j2$
$U_3 = 1$	$U_{23} = 2$	$I_3 = 2$	$I_{23} = 1 - j$	$P_3 = 2$	$P_{23} = 2 - j2$
$U_4 = 3$	$U_{12} = 8$	$I_4 = 3 + j3$	$I_{12} = 4 - j4$	$S_4 = 9 - j9$	$S_{12} = 32 - j32$
$P_{\Sigma} = 120 \text{ Вт}$				$P_{\Sigma} = 52$	$P_{\Sigma} = 68$

Нет ни одной ветви с нулевым значением тока. Напряжение между узлами 2 – 4 равно нулю независимо от частоты. Цепь является частотно независимым мостом по напряжению. Последний факт многократно проверен и здесь читателю придётся или поверить авторам работы или провести собственный анализ цепи. В табл. 4 сведены данные расчета цепи рис. 2, б. ЭДС со значением 30 В здесь обеспечивает реакцию цепи также оригинально, как и в пред-

шествующем варианте. Сравнивая данные последних двух таблиц, видим, что те значения напряжений, которые были в схеме *a* стали значениями токов в схеме *b*. Мощности звезды и многоугольника тоже поэлементно поменялись местами с изменением знака у мнимой части. И только заметна существенная разница мощностей, зарегистрированных в ветвях с источниками. Этот факт обусловлен и величинами ЭДС и сопротивлений этих ветвей. Однако, несмотря на разницу входных сопротивлений структур, относительно ветвей с источниками это сходство значений по всем элементам цепей восхищает. Присмотревшись к значениям токов звезды в схеме *b*, вновь находим сечение с нулевым током, как в мосту постоянного тока. Т. о. структура *b* может быть отнесена к категории *частотно независимых* мостов по току. Кстати все токи представлены целыми числами и по значению равны напряжениям в предшествующем случае.

Таблица 4

$E_{14} = 30 B$		$R_{bx} = 2 + 0.727 = 2,727 \text{ Ом}$			
$U_1 = 4 + j4$	$U_{41} = 8$	$I_1 = 8$	$I_{14} = 11$	$P_1 = 32 + j32$	$P_{14} = 242$
$U_2 = 1 + j$	$U_{43} = 3 - j3$	$I_2 = 2$	$I_{43} = 3$	$P_2 = 2 + j2$	$P_{43} = 9 - j9$
$U_3 = 1 - j$	$U_{32} = 2$	$I_3 = 2$	$I_{32} = 1$	$P_3 = 2 - j2$	$P_{32} = 2$
$U_4 = 4 - j4$	$U_{21} = 3 + j3$	$I_4 = 8$	$I_{21} = 3$	$P_4 = 32 - j32$	$P_{21} = 9 - j9$
$P = 330 \text{ Вт}$				$P_{\Sigma} = 68$	$P_{\text{мн}} = 262$

Следующая пара мостов, зафиксированная на графах как *b* и *г* отнесена нами к фильтрам режекторного типа. Но с другой стороны, если на фиксированной частоте, например в схеме *b*  $U_3 = 0$  и  $I_3 = 0$ , то очевидно, что это тоже мосты, кстати, и по току и по напряжению. Это редкое явление для мостов с четным числом узлов. Расчетные данные этих двух схем нами объединены в одну таблицу (табл. 5). В первой из них оказались чисто вещественными и целыми только токи звезды, во второй напряжения многоугольника (внешние напряжения).

Таблица 5

$E_1 = 6 B$		$R_{bx} = 0.5 + 1 = 1.5 \text{ Ом}$			
$U_1 = 4$	$U_{14} = 3 - j$	$I_1 = 4$	$I_{14} = 2 + j$	$P_1 = 8$	$S_{14} = 5 - 5j$
$U_2 = 1 - j$	$U_{43} = 1 + j$	$I_2 = 2$	$I_{43} = j$	$S_2 = 2 - 2$	$S_{43} = 1 - j$
$U_3 = 0$	$U_{23} = 1 - j$	$I_3 = 0$	$I_{23} = -j$	$P_3 = 0$	$S_{23} = 1 + j$
$U_4 = 1 + j$	$U_{12} = 3 + j$	$I_4 = 2$	$I_{12} = 2 - j$	$S_4 = 2 + 2j$	$S_{12} = 5 - 5j$
$P = 24 \text{ Вт}$				$P_{\Sigma} = 12$	$P_{\text{мн}} = 12$
$E_{14} = 12 B$		$R_{bx} = 2 + 1 = 3 \text{ Ом}$			
$U_1 = -2 + j$	$U_{14} = 4$	$I_1 = 3 + j$	$I_{14} = 4$	$S_1 = 5 - 5j$	$P_{41} = 32$
$U_2 = j$	$U_{43} = 2$	$I_2 = 1 - j$	$I_{43} = 1 + j$	$S_2 = 1 - j$	$S_{43} = 2 - 2$
$U_3 = j$	$U_{32} = 0$	$I_3 = 1 + j$	$I_{32} = 0$	$S_3 = 1 + j$	$P_{32} = 0$
$U_4 = 2 + j$	$U_{21} = 2$	$I_4 = 3 - j$	$I_{21} = 1 - j$	$S_4 = 5 - 5j$	$S_{21} = 2 - 2j$
$P = 48 \text{ Вт}$				$P_{\Sigma} = 12$	$P_{\text{мн}} = 36$

Заметим, что схема *b* является кроме того фильтром составляющих комплексных токов  $I_{14} = I_2 + I_{43}$ ,  $I_{12} = I_2 + I_{23}$ , а схема *г* - фильтром составляющих комплексного напряжения  $U_4 = U_{43} + U_3$ . Несмотря на сходство цифрового материала для токов и напряжений в разных структурах, попытка представить их в виде векторных диаграмм кажется не удачной. Там сходства нет, так как токи складываются, а напряжения вычитаются.

Частотные исследования схемы «в» (двойной Т-образный мост с RLC параметрами) даёт интересные результаты. Напряжение узла 3 при ЭДС  $E_1 = 3 В$  является частотно зависимым и в этом смысле полностью соответствуют категории РФ-фильтра. Например, напряжение в зависимости от «р» может быть представлено отношением полиномов:

$$u_3(p) = \frac{p^6 + 4p^5 + 7p^4 + 8p^3 + 7p^2 + 4p + 1}{p^6 + 10p^5 + 31p^4 + 44p^3 + 31p^2 + 10p + 1}. \quad (1)$$

Величина ЭДС  $3 В$  выбрана из тех соображений, что в этом случае напряжение между узлами 2 и 4 получает значение мнимой единицы и соответствует вполне совершенному фазовращению. Напряжение  $u_{24}(p)$  представлено выражением (2). Оба отношения отличаются только полиномами числителя. У фазовращателя кроме того отсутствует составляющая  $p^3$ .

$$u_{24}(p) = \frac{p^6 + 8p^5 + 13p^4 - 13p^2 - 8p - 1}{p^6 + 10p^5 + 31p^4 + 44p^3 + 31p^2 + 10p + 1}. \quad (2)$$

На рис. 3 представлена зависимость напряжения  $u_3(\omega)$ .  $\omega$  – относительная частота.

Более подробная информация представлена по зависимости  $u_{24}(\omega)$  на рис. 4. На графике АЧХ фазового контура четко показаны возможные отклонения от единицы. По содержанию она ни чем не отличается от АЧХ идеального фазового контура, опубликованного в [4. 5], если не считать разницы в значениях ЭДС. Элементы фазовращения зафиксированы в зависимости от напряжения  $u_1(\omega)$ . Однако это явление возможно только в полосе относительных частот  $0.5 \leq \omega \leq 2$ , при этом фаза изменяется от  $7^\circ \geq 0 \geq -7^\circ$

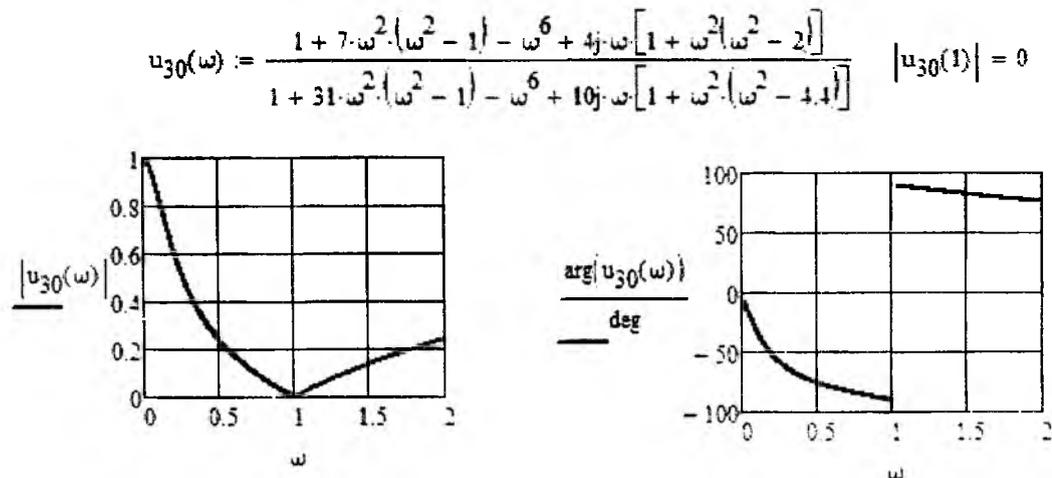
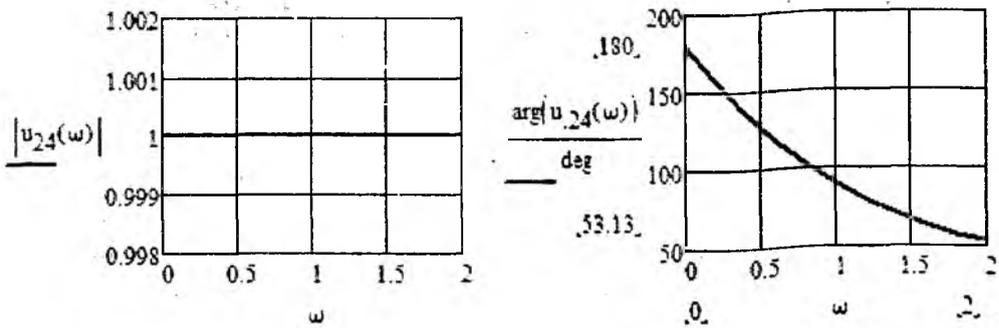


Рис. 3

$$u_{24}(\omega) := \frac{[13 \cdot \omega^2 \cdot (1 - \omega^2) - \omega^6 - 1] - 8j \cdot \omega \cdot (1 - \omega^4)}{1 - \omega^2(31 - 31 \cdot \omega^2) - \omega^6 + 10j \cdot \omega \cdot (1 - 4.4\omega^2 + \omega^4)} \quad |u_{24}(1)| = 1$$



$\omega$	$u_{24}(\omega)$	$ u_{24}(\omega) $	$\arg u_{24}(\omega) $ (deg)
0	0	1	180
1	-0.923+0.385i	1	157.38
2	-0.724+0.69i	1	136.397
3	-0.471+0.882i	1	118.072
4	-0.22+0.976i	1	102.68
5	1i	1	90
6	0.18+0.984i	1	79.611
7	0.324+0.946i	1	71.075
8	0.438+0.899i	1	64.011
9	0.528+0.849i	1	58.109
10	0.6+0.8i	1	53.13

Рис. 4

### Выводы

Двойной мост в условиях постоянных токов имеет две категории в зависимости от места положения источника энергии: либо это мост по напряжению, либо мост по току.

В условиях гармонических воздействий происходит расширение возможностей использования одной и той же структуры до четырёх вариантов, в т. ч. и за счет перестановки параметров в структуре (см. рис. 2).

В схеме в источник напряжения с ЭДС равной 6 В обеспечено равное распределение энергии по звезде и многоугольнику. В каждом из них рассеивается мощность по 12 Вт. Кроме того, она разлагает токи на комплексные составляющие. Схема «г» это делает с напряжениями.

**Список литературы:** 1. Баскаков С.И. Лекции по теории цепей. М.: Изд-во МЭИ, 1991. 224 с. 2. Новиков Ю. Н. Электротехника и электроника. Теория цепей и сигналов, методы анализа: Учеб. пособие. СПб.: Питер, 2005. 384 с. 3. Андреев Ю.А., Кобак В.О. Свойства двойного Т-образного моста с учетом влияния параметров генератора и нагрузки // Электросвязь. 1961. №3 7, июль. 4. Фазовый контур первого порядка / Лебедев П. Ф., Пономаренко С.Н. // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. Сб. 2007. Вып. 150. С. 88 – 93. 5. Лебедев П. Ф., Донець О. В., Пономаренко С. М. Патент України на фазообертач мостовий № 83519, зареєстровано 25.07.2008 р., бюл. №14. Заявка № а 2006 06841 від 19.06.2006 р.

Харьковский государственный  
технический университет  
строительства и архитектуры

Поступила в редколлегию 25.09.2010

## НОРМАЛИЗОВАННЫЕ СОСТОЯНИЯ И ДЕСКРИПТОРНЫЕ НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ - II

### 1. Введение

Данная статья является продолжением части I, представленной в выпуске «Радиотехника» № 157. Рассматривается общий метод исследования нелинейных цепей с любым числом емкостей, индуктивностей, в том числе взаимных многополюсных, нелинейных сопротивлений и нелинейных проводимостей. В части I показано, что переходные процессы для токов и напряжений в цепи описываются полулинейными дифференциально-алгебраическими уравнениями. В векторной форме этих уравнений

$$A \frac{dx}{dt} + Bx(t) = f(t) + \psi(x) \quad (1)$$

квадратные матрицы  $A, B$  порождают регулярный характеристический пучок  $\lambda A + B$ , а матрица  $A$  в общем случае является необратимой ( $\det A = 0$ ). Системы такого типа называются *дескрипторными* [1] и в линейном случае обладают резонансными свойствами вблизи бесконечной частоты. В отличие от явных динамических систем фазовое многообразие всех возможных траекторий дескрипторной системы в переходных и установившихся режимах имеет нетривиальный дефект в пространстве состояний в каждый момент времени  $t$ , включая начальный  $t = 0$  [2,3] (подробнее см. часть I, разд. 3). Различные достаточные условия однозначной разрешимости начальной задачи Коши для нелинейных дескрипторных уравнений вида (1) содержатся в [4 - 9]. Для модельной цепи на рис. 1 было показано, что в уравнении (1) относительно вектор-функции состояний

$$x(t) = (I_1(t), I_2(t), U_{C_1}(t), U_{C_2}(t))^T \quad (2)$$

матрицы  $A, B$  и вектор-функции  $f, \psi$  имеют вид

$$A = \begin{bmatrix} L_1 & L_{12} & 0 & 0 \\ L_{12} & L_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 & C_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \psi(x) = \begin{bmatrix} -\varphi_1(x_1) \\ -\varphi_2(x_2) \\ 0 \\ -g_1(x_3) - g_2(x_4) \end{bmatrix}, \quad f(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

В разд. 4 части I система (1) приводилась к нормальной форме путем линейной замены переменных  $x(t) = Wy(t)$  с постоянной обратимой матрицей  $W$ . Существование постоянной преобразующей матрицы  $W$  было доказано К. Вейерштрассом для линейных систем в процессе приведения характеристического матричного пучка  $\lambda A + B$  к канонической форме [3, гл XII, § 2].

В части II мы переходим к разностному аналогу системы (1), который также оказывается дескрипторной разностной (дискретной) системой. По нормализованной дискретной системе строится нейросетевая модель, которая используется при анализе траекторий и фазовых многообразий системы в переходных режимах.

## 2. Разностное дескрипторное уравнение состояний и его нормализация

Если ищется численное решение уравнения (1) или когда известны только дискретные данные внешних источников (то есть значения функции  $f(t_k)$ ), тогда рассматривается разностный аналог уравнения (1) – дискретная система векторных уравнений в пространстве  $\mathbf{R}^n$ :

$$Ax(k+1) + B(h)x(k) = hf(k) + h\psi(x_k), k = 0, 1, \dots \quad (3)$$

Система (3) получается квантованием времени с шагом  $h$  и переходом в уравнении (1) от производной к конечным разностям в моментах квантования  $t_k$ , где  $t_0 = 0$  – начальный момент. Здесь использованы обозначения

$$B(h) = hB - A, \quad x(k) = x(t_k), \quad f(k) = f(t_k). \quad (4)$$

По известным дискретным данным  $f(k)$  будем искать последовательность векторов  $\{x(k)\}_{k=1}^{\infty}$  в  $\mathbf{R}^n$  как решение дискретной системы (3) при заданном начальном векторе

$$x(0) = x_0 \quad (5)$$

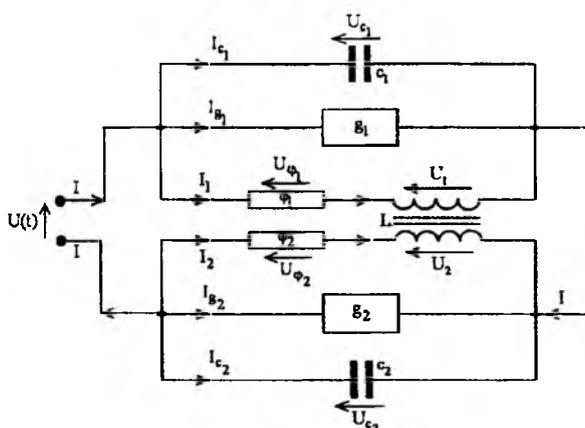


Рис.1. Двухполюсник с нелинейными сопротивлениями  $\varphi_k$  и проводимостями  $g_k, k = 1, 2$

Для конкретной цепи на рис.1 речь идет о поиске последовательности  $\{x(k) = (I_1(t_k), I_2(t_k), U_{C_1}(t_k), U_{C_2}(t_k))^{tr}\}_{k=1}^{\infty}$  по заданным значениям источника  $U(0), U(t_1), U(t_2), \dots$  и начальному вектору  $x(0) = (I_1(0), I_2(0), U_{C_1}(0), U_{C_2}(0))^{tr}$ . Как и в части I, приведем характеристический пучок  $\lambda A + B(h)$  к канонической форме Вейерштрасса с помощью обратимых матриц  $P(h), Q(h)$ :

$$P(h)[\lambda A + B(h)]W(h) = \lambda A_0(h) + B_0(h) \quad (6)$$

После замены

$$x(k, h) = W(h)y(k, h), k = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

преобразуем уравнение (3) к следующей нормальной форме:

$$A_0(h) \cdot y(k+1, h) + B_0(h) \cdot y(k, h) = v(k, h) + \Pi_h(W(h) \cdot y(k, h)), \quad (8)$$

где  $v(k, h) = hP(h)f(k)$ ,  $\Pi_h(x) = hP(h)\psi(x)$ .

Можно показать, что при соответствующем выборе приводящих матриц  $P(h), W(h)$  каноническая матрица  $A_0(h)$  не зависит от  $h$  и совпадает с матрицей  $A_0$  в (15), (17) из части I

до дискретизации, а в матрице  $B_0(h)$  клетки, отвечающие бесконечной резонансной частоте, также не зависят от  $h$  и совпадают с соответствующими клетками матрицы  $B_0$  из (15), (17), часть I.

Цепь на рис. 1 имеет только одну конечную резонансную частоту, которая является нулевой. Благодаря этому вся матрица  $B_0(h)$  оказывается не зависящей от  $h$ . Приводящие матрицы в (6) имеют следующий вид:

$$P(h) = \frac{1}{h\Delta} \begin{bmatrix} -h & h & -h & 0 \\ \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)(L_{12} - L_2) & \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)(L_{12} - L_1) & L_1 - L_{12} + \frac{C_2}{C_1}(L_{12} - L_2) & \frac{h\Delta}{C_1} \\ \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)(L_{12} - L_2) & \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)(L_{12} - L_1) & L_1 - L_{12} + \frac{C_2}{C_1}(L_{12} - L_2) & 0 \\ \frac{C_2}{C_1}(L_2 - L_{12}) & \frac{C_2}{C_1}(L_1 - L_{12}) & -\Delta + \frac{C_2}{C_1}(L_2 - L_{12}) & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$W(h) = \begin{bmatrix} -1 & \frac{h^{-1}C_1L_2}{L_2 - L_{12}} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{h^{-1}C_1L_1}{L_1 - L_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{C_2}{C_1} & -\frac{C_2}{C_1} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Канонические матрицы  $A_0(h) = A_0$ ,  $B_0(h) = B_0$

$$: A_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Фиксируем шаг квантования  $h$  и в нормализованной системе дискретных уравнений (8) опустим указание абстрактной зависимости от  $h$  в векторах  $y, v, \Pi$ . Тогда для компонент  $v_i(k), \Pi_i(x)$  получаем значения

$$\left. \begin{aligned} v_1(k) &= -h\Delta^{-1}U(t_k), v_2(k) = v_3(k) = \Delta^{-1}(\alpha + L_1 - L_{12})U(t_k), \\ v_4(k) &= -(1 + \alpha\Delta^{-1})U(t_k); \Pi_1(x) = h\Delta^{-1}[\varphi_1(x_1) - \varphi_2(x_2)], \\ \Pi_2(x) &= \Delta^{-1} \left( 1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \varphi(x_1, x_2) - \frac{h}{C_1} [g_1(x_3) + g_2(x_4)]; \\ \Pi_3(x) &= \Delta^{-1} \left( 1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \varphi(x_1, x_2); \Pi_4(x) = -\frac{C_2}{C_1\Delta} \varphi(x_1, x_2). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Здесь функция  $\varphi(x_1, x_2)$  есть

$$\varphi(x_1, x_2) = (L_2 - L_{12})\varphi_1(x_1) + (L_1 - L_{12})\varphi_2(x_2), \quad (11)$$

постоянная  $\alpha = \frac{C_2}{C_1}(L_{12} - L_2)$ . Компоненты исходной переменной  $x = x(k)$  и нормализованной  $y = y(k)$  связаны соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{h^{-1}C_1L_2}{L_2 - L_{12}} y_2 - y_1; x_2 = y_1 + \frac{h^{-1}C_1L_1}{L_1 - L_{12}} y_2 \\ x_3 &= \left(1 - \frac{C_2}{C_1}\right) y_3 - \frac{C_2}{C_1} y_4; x_4 = y_3 + y_4. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

При каждом  $k = 0, 1, 2, \dots$  нормализованное векторное дискретное уравнение (8) эквивалентно следующей системе четырех скалярных уравнений, где формы скалярных функций  $\Pi_i(Wy)$  от компонент вектора  $y$  получаются путем подстановки в  $\Pi_i(x)$  (10) выражений  $x_j(y)$  из (12):

$$y_1(k+1) - y_1(k) = v_1(k) + \Pi_1(Wy(k)), \quad (13)$$

$$y_3(k+1) + y_2(k) = v_2(k) + \Pi_2(Wy(k)), \quad (14)$$

$$y_3(k) = v_3(k) + \Pi_3(Wy(k)), \quad (15)$$

$$y_4(k) = v_4(k) + \Pi_4(Wy(k)). \quad (16)$$

### 3. Применение нейросетевой модели

Для качественного анализа нелинейных нормализованных уравнений (23) из части I и разностных уравнений (13) – (16) удобно использовать *дескрипторные нейронные сети* [10, 11]. Сеть, моделирующая систему (13) – (16), изображена на рис. 2. Для  $k$ -го такта работы сети *входными сигналами* являются нормализованные переменные  $y_i(k), i = 1, 2, 3, 4$ , *выходными* – переменные  $y_1(k+1)$ ,  $y_3(k+1)$  и неизвестные величины  $y_2(k+1)$ ,  $y_4(k+1)$ , которые следует найти из уравнений (13) – (16). В структуре сети точно отражены нулевые значения *синаптических коэффициентов*  $w_{ij}$  – элементов преобразующей матрицы  $W$  (9). Только одна *активационная функция*  $\Pi_2$  получает информацию от всех четырех исходных переменных  $x_i(k)$  и соответственно – от всех четырех нормализованных входов  $y_i(k)$ . Остальные активационные функции  $\Pi_1, \Pi_3, \Pi_4$  зависят только от двух исходных переменных  $x_1(k), x_2(k)$  и соответственно – от двух нормализованных входов  $y_1(k), y_2(k)$ . Наоборот, нормализованные входы  $y_1(k), y_2(k)$  полностью определяют исходные переменные  $x_1(k), x_2(k)$  без учета  $y_3(k), y_4(k)$ .

В сети существуют два замкнутых цикла на  $k$ -м такте без выхода в  $(k+1)$ -й такт, которые содержат активационные блоки  $\Pi_3, \Pi_4$  и реализуют алгебраические уравнения (15), (16) без разностей. Только два нормализованных выхода  $y_1(k+1), y_3(k+1)$  определяются *явным* динамическим (*рекуррентным*) переходом на  $k$ -м такте через входы  $y_i(k)$ , то есть фактически через значения  $x_i(k)$ . Остальные выходы  $y_2(k+1), y_4(k+1)$  можно искать из «*упреждающих*» связей на  $(k+1)$ -м такте между переменными  $y_i(k+1)$  в циклах с блоками  $\Pi_3, \Pi_4$  с учетом, что  $y_1(k+1), y_3(k+1)$  уже найдены на  $k$ -м такте.

Указанные наблюдения о структуре сети индуцируют следующий шаг анализа переходных режимов: записать упреждающие связи в виде уравнений (15), (16) для  $(k+1)$ -го такта,



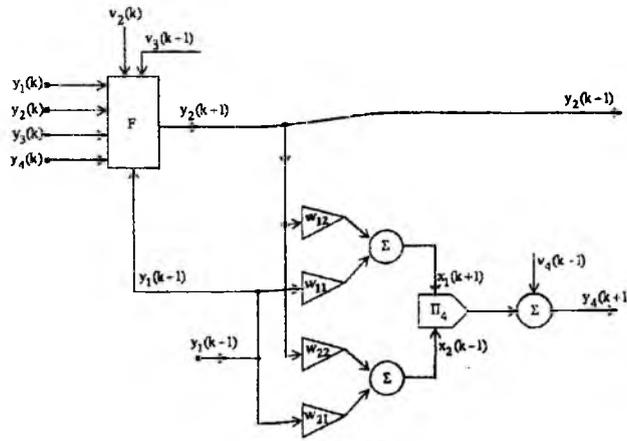


Рис. 3. Схема вычисления входов  $y_2(k+1), y_4(k+1)$  для  $(k+1)$ -го такта

Наконец, коль скоро будут найдены  $y_i(k+1)$  для всех  $i = \overline{1,4}$ , то нормализующая линейная замена (7) позволяет определить для  $k$ -го такта выход  $x(k+1)$  в исходных переменных переходного режима нелинейной цепи на рис. 1. Таким образом, проблема сводится к получению «хороших» достаточных условий существования единственного явного глобального решения  $w = f_0(z)$  уравнения  $G_3(z, w) = \rho$  при  $\forall \rho \in \mathbf{R}$ , или, что равносильно, уравнения

$$\varphi_1(aw - z) - \gamma\varphi_2(bw + z) = c \quad ; \quad 0 < \gamma \neq 1, b = -\gamma a \quad (20)$$

при  $\forall c \in \mathbf{R}$ . Действительно, соотношение  $G_3 = \rho$  (17) переходит в (20), если воспользоваться определением  $\Pi_4$  в (10), формулами (11), (12), обозначениями

$$a = \frac{h^{-1}C_1L_2}{L_2 - L_{12}}, b = \frac{h^{-1}C_1L_1}{L_1 - L_{12}}, \gamma = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

и предположениями на параметры цепи

$$C_j > 0, L_j > 0, L_{12} > 0, L_{12}^2 = L_1L_2, L_1 \neq L_2. \quad (21)$$

Напомним, что  $\varphi_1(I), \varphi_2(I)$  – функции нелинейных сопротивлений в цепи на рис. 1.

#### 4. Допустимые многообразия состояний, эволюционные формулы

Вследствие уравнений (15), (16), отвечающих двум циклам в нейросети на рис. 2, нормированное входное состояние  $y(k)$  не может быть произвольным вектором из  $\mathbf{R}^4$ . Это состояние должно принадлежать двумерному многообразию  $Z_k$ , векторы которого  $y = (y_1, \dots, y_4)^T$  удовлетворяют двум связям между компонентами ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ):

$$Z_k = \{y \in \mathbf{R}^4 : y_3 = \Pi_3(Wy) + v_3(k); y_4 = \Pi_4(Wy) + v_4(k)\} \quad (22)$$

Соответственно исходные входные состояния  $x(k)$  на  $k$ -м такте должны принадлежать допустимому двумерному многообразию

$$\Lambda_k = W(Z_k), k = 0, 1, 2, \dots \quad (23)$$

Предположим, для нормализованных состояний на каждом такте существует рекурсивное отображение

$$S_k : Z_k \rightarrow Z_{k+1}, S_k(y(k)) = y(k+1), k = 0, 1, 2, \dots \quad (24)$$

Тогда их суперпозиция определяет эволюционное отображение  $y(k) = \Phi_k(y(0)), k = 1, 2, \dots$ :

$$\Phi_k : Z_0 \rightarrow Z_k, \Phi_k = S_{k-1} \circ S_{k-2} \circ \dots \circ S_1 \circ S_0. \quad (25)$$

Отображения  $S_k$  однозначно определяют рекурсивное отображение

$$\hat{S}_k : \Lambda_k \rightarrow \Lambda_{k+1}, \hat{S}_k(x(k)) = x(k+1)$$

между входом и выходом в исходных переменных:

$$x(k+1) = \hat{S}_k(x(k)) = WS_k(W^{-1}x(k)), x(k) \in \Lambda_k. \quad (26)$$

Соответственно конструируется эволюционное отображение  $\hat{\Phi}_k$  между допустимыми начальными векторами  $x_0$  (5),  $x_0 \in \Lambda_0$ , и векторами электрических состояний  $x(k) \in \Lambda_k$  в момент времени  $t_k$ :

$$x(k) = \hat{\Phi}_k(x_0) = W\Phi_k(W^{-1}x_0), x_0 \in \Lambda_0, k = 1, 2, \dots \quad (27)$$

Построения разд. 2 – 4 резюмируются следующей теоремой.

**Теорема 1.** Пусть выполнены условия (21) на параметры цепи, функции  $\varphi_j(\zeta), g_j(\zeta)$  непрерывно дифференцируемы при  $\zeta \in \mathbf{R}$  и нелинейные сопротивления  $\varphi_j(\zeta)$  таковы, что уравнение (20) имеет единственное вещественное решение  $w = f_0(z)$  при любой вещественной постоянной  $c$ . Тогда для любого начального вектора  $x_0$  из двумерного многообразия  $\Lambda_0$  (23), (22) в пространстве  $\mathbf{R}^4$  существует единственное решение дескрипторной разностной системы (3) – последовательность  $\{x(k)\}_{k=0}^{\infty}$  с начальным значением (5), где при  $k \geq 1$  состояния  $x(k)$  в моменты времени  $t_k$  определяются с помощью эволюционного отображения  $\hat{\Phi}_k$  (27) и принадлежат многообразиям  $\Lambda_k$  (23), (22),  $\dim \Lambda_k = 2$ .

**Замечание.** Кубические функции сопротивлений  $\varphi_j(I) = \alpha_j I^3, \alpha_j > 0$ , удовлетворяют условиям теоремы 1.

Действительно, записав уравнение (20) в виде соответствующего кубического уравнения относительно  $w$  с коэффициентами, зависящими от  $z$ , мы можем воспользоваться теорией алгебраических уравнений третьей степени и формулами Кардано для его корней [12, § 64]. Переходя к «неполному» кубическому уравнению без квадрата и записывая его дискриминант  $D$ , обнаруживаем, что  $D < 0$  при любом  $z$  коль скоро в (20) знаки коэффициентов  $a$  и  $b$  противоположны. Следовательно, кубическое уравнение (20) имеет в точности один вещественный корень  $w = f_0(z)$ .

Имеет ли физический смысл принадлежность состояния  $x(k)$  многообразию  $\Lambda_k$  (23)? Используя вид функций  $\Pi_3, \Pi_4$  (10), функции  $\varphi$  (11), матрицы  $W$  (9) и переходя в (22) к исходным переменным  $x_i(k)$ , получаем два уравнения, задающие многообразие  $\Lambda_k = \{x(k)\}$ :

$$x_3(k) = \frac{L_1}{L_1 - L_{12}} U(t_k) + \frac{L_2}{L_2 - L_{12}} \varphi_1(x_1(k)) + \frac{L_1}{L_1 - L_{12}} \varphi_2(x_2(k)) \quad (28)$$

$$x_4(k) = \frac{L_{12}}{L_1 - L_{12}} U(t_k) + \frac{L_2}{L_2 - L_{12}} \varphi_1(x_1(k)) + \frac{L_1}{L_1 - L_{12}} \varphi_2(x_2(k)) \quad (29)$$

Вернемся к электрическим интерпретациям компонент вектора состояний  $x(t_k) = x(k)$  (2) и перейдем к разности и сумме уравнений (28), (29):

$$U_{C_1}(t) - U_{C_2}(t) = U(t), \quad t = t_0, t_1, \dots; \quad (30)$$

$$U_{C_1}(t) + U_{C_2}(t) = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} U(t) - \frac{2}{\gamma-1} \varphi_1(I_1(t)) + \frac{2\gamma}{\gamma-1} \varphi_2(I_2(t)) \quad (31)$$

Здесь обозначено  $\gamma = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} > 0, \gamma \neq 1$ . Таким образом, многообразие  $\Lambda_t = \{x(t)\}$  допустимых значений состояний в момент  $t$  определяется уравнениями (30), (31) алгебраических связей между компонентами вектора (2). При этом (30) есть линейное уравнение Кирхгофа для напряжений на емкостях и входе двухполюсника. Однако нелинейное уравнение (31) не имеет столь наглядной физической интерпретации, оно связывает все четыре электрические переменные состояния (2) и обнаружено в ходе нормализующего преобразования исходного уравнения состояний (1) и дискретной системы (3).

## 5. Заключение

Переход к нормальной форме в дескрипторных уравнениях нелинейной цепи и анализ модельной нейронной сети помогают описать зависящее от времени фазовое многообразие траекторий переходных режимов и его дефект. Для дескрипторной дискретной системы строятся рекурсивное и эволюционное отображения, действующие на фазовом многообразии. Эти отображения однозначно определяют траекторию решения в переходном режиме после выбора допустимого начального вектора.

В следующей работе будут построены численные методы, реализующие изложенный подход для получения состояний нелинейной цепи в переходном режиме.

**Список литературы:** 1. *Bender D.I., Laub A.* The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1987. V. AC-32, № 6. P. 2062-2077. 2. *Руткас А.Г.* Задача Коши для уравнения  $Ax'(t) + Bx(t) = f(t)$  // Диф. уравнения. 1975. Т. 11, № 11. С. 1996-2010. 3. *Гантмахер Ф.П.* Теория матриц. М.: Наука, 1966. 576 с. 4. *Власенко Л. А.* Эволюционные модели с неявными и вырожденными дифференциальными уравнениями. Днепропетровск: Системные технологии, 2006. 272 с. 5. *Rutkas A.* The solvability of a nonlinear differential equation in a Banach space // Spectral and evolutionary problems. Proceedings of Sixth Crimean Fall Mathematical School-Symposium (Simferopol). 1996. V. 6. P. 317-320. 6. *Kunkel P., Mehrmann V.* Differential-Algebraic Equations. Analysis and Numerical Solution. Zürich: European Mathematical Society Publishing House, 2006. 377 p. 7. *Favini A., Rutkas A.* Existence and uniqueness of solutions of some degenerate nonlinear equations // Differential and Integral Equations. 1999. V. 12, № 3. P. 373-394. 8. *Rutkas A.G., Vlasenko L.A.* Existence of solutions of degenerate non-linear differential operator equations // Nonlinear Oscillations. 2001. V. 4, № 2. P. 252-263. 9. *Руткас А.Г., Худошин И.Г.* Глобальная разрешимость одного вырожденного дифференциально-операторного уравнения // Нелінійні коливання. 2004. Т.7, № 3. С. 414-429. 10. *Руткас А.А.* Нейромоделирование одного класса динамических систем // Радиоэлектроника и информатика. 2008. № 2. С. 11-16. 11. *Руткас А.А.* О свойствах дескрипторных нейронных сетей // Радиоэлектроника и информатика. 2008. № 3. С. 22-27. 12. *Ван дер Варден Б.Л.* Алгебра. М.: Наука, 1976. 648 с.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники  
Харьковский национальный университет  
им. В.Н. Каразина

Поступила в редколлегию 01.04.2010

**ОБЗОР ПРОГРАММ АНАЛИЗА И МОНИТОРИНГА СЕТЕВОГО ТРАФИКА****Введение**

Мониторинг трафика жизненно важен для эффективного управления сетью. Он является источником информации о функционировании корпоративных приложений, которая учитывается при распределении средств, планировании вычислительных мощностей, определении и локализации отказов, решении вопросов безопасности.

В недалеком прошлом мониторинг трафика был относительно простой задачей. Как правило, компьютеры объединялись в сеть на основе шинной топологии, т. е. имели разделяемую среду передачи. Это позволяло подсоединить к сети единственное устройство, с помощью которого можно было следить за всем трафиком. Однако требования к повышению пропускной способности сети и развитие технологий коммутации пакетов, вызвавшие падение цен на коммутаторы и маршрутизаторы, обусловили быстрый переход от разделяемой среды передачи к высокосегментированным топологиям. Общий трафик уже нельзя увидеть из одной точки. Для получения полной картины требуется выполнять мониторинг каждого порта. Использование соединений типа «точка-точка» делает неудобным подключение приборов, да и понадобилось бы слишком большое их число для прослушивания всех портов, что превращается в чересчур дорогостоящую задачу. Вдобавок, сами коммутаторы и маршрутизаторы имеют сложную архитектуру, и скорость обработки и передачи пакетов становится важным фактором, определяющим производительность сети.

Одной из актуальных научных задач является анализ (и дальнейшее прогнозирование) самоподобной структуры трафика в современных мультисервисных сетях. Для решения этой задачи необходим сбор и последующий анализ разнообразной статистики (скорость, объемы переданных данных и т.д.) в действующих сетях. Сбор такой статистики в том или ином виде возможен различными программными средствами. Однако существует набор дополнительных параметров и настроек, которые оказываются важными при практическом использовании различных средств.

В этой статье авторы попытались провести сравнительный анализ различных средств анализа и мониторинга сетевого трафика, полезный для выбора наиболее подходящего под нужды пользователя программного продукта.

В настоящее время можно насчитать не один десяток программных продуктов, предназначенных для анализа и мониторинга сетевого трафика, каждый из которых обладает своими достоинствами и недостатками.

Исследователи используют различные программы для мониторинга сетевого трафика. Например, в [1, 2] исследователи использовали программу – анализатор (сниффер) сетевого трафика Ethreal (Wireshark).

Обзору подверглись бесплатные версии программ, которые доступны на [3 – 5].

**1. Обзор программ мониторинга сетевого трафика**

Были рассмотрены около десяти программ-анализаторов трафика (снифферы) и более десятка программ для мониторинга сетевого трафика, из которых мы отобрали по четыре самых интересных, на наш взгляд, и предлагаем вам обзор их основных возможностей.

**1) VMExtreme (рис.1).**

Это новое название хорошо известной многим программы Bandwidth Monitor. Ранее программа распространялась бесплатно, теперь же она имеет три версии, и бесплатной является только базовая. В этой версии не предусмотрено никаких возможностей, кроме, собственно, мониторинга трафика, поэтому вряд ли можно считать ее конкурентом других про-

грамм. По умолчанию BMExtreme следит как за Интернет-трафиком, так и за трафиком в локальной сети, однако мониторинг в LAN при желании можно отключить.

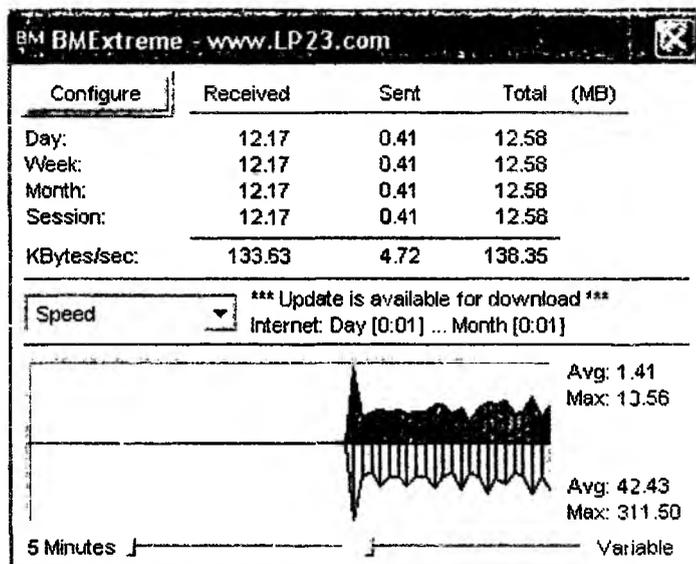


Рис. 1

## 2) BWMeter (рис.2).

Эта программа имеет не одно, а два окна слежения за трафиком: в одном отображается активность в Интернете, а в другом – в локальной сети.

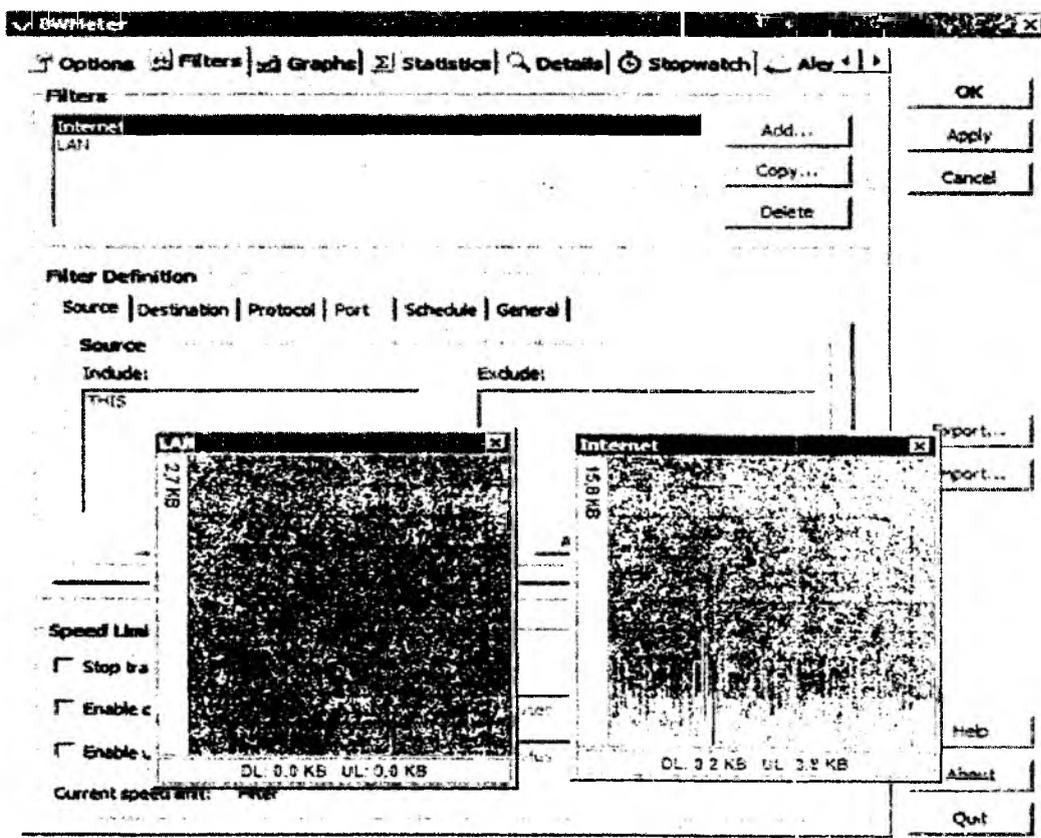


Рис. 2

Программа имеет гибкие настройки для мониторинга трафика. С ее помощью можно определить, нужно ли следить за приемом и передачей данных в Интернет только с этого ком-

пьютера или со всех компьютеров, подключенных к локальной сети, установить диапазон IP-адресов, порты и протоколы, для которых будет или не будет производиться мониторинг. Кроме этого, можно отключить слежение за трафиком в определенные часы или дни. Системные администраторы наверняка оценят возможность распределения трафика между компьютерами в локальной сети. Так, для каждого ПК можно задать максимальную скорость приема и передачи данных, а также одним щелчком мыши запретить сетевую активность.

При миниатюрном размере программа обладает огромным множеством возможностей, часть из которых можно представить так:

- мониторинг любых сетевых интерфейсов и любого сетевого трафика;
- мощная система фильтров, позволяющая оценить объем любой части трафика – вплоть до конкретного сайта в указанном направлении или трафика с каждой машины в локальной сети в указанное время суток;
- неограниченное количество настраиваемых графиков активности сетевых соединений на основе выбранных фильтров;
- управление (ограничение, приостановка) потоком трафика на любом из фильтров;
- удобная система статистики (от часа до года) с функцией экспорта;
- возможность просмотра статистики удаленных компьютеров с BWMeter;
- гибкая система оповещений и уведомлений по достижении определенного события;
- максимальные возможности по настройке, в т.ч. внешнего вида;
- возможность запуска как сервиса.

### 3) Bandwidth Monitor Pro (рис.3).

Её разработчики очень много внимания уделили настройке окна мониторинга трафика. Во-первых, можно определить, какую именно информацию программа будет постоянно показывать на экране. Это может быть количество полученных и переданных данных (как отдельно, так и в сумме) за сегодня и за любой указанный промежуток времени, среднюю, текущую и максимальную скорость соединения. Если у вас установлено несколько сетевых адаптеров, вы можете следить за статистикой для каждого из них отдельно. При этом, нужная информация для каждой сетевой карты также может отображаться в окне мониторинга.

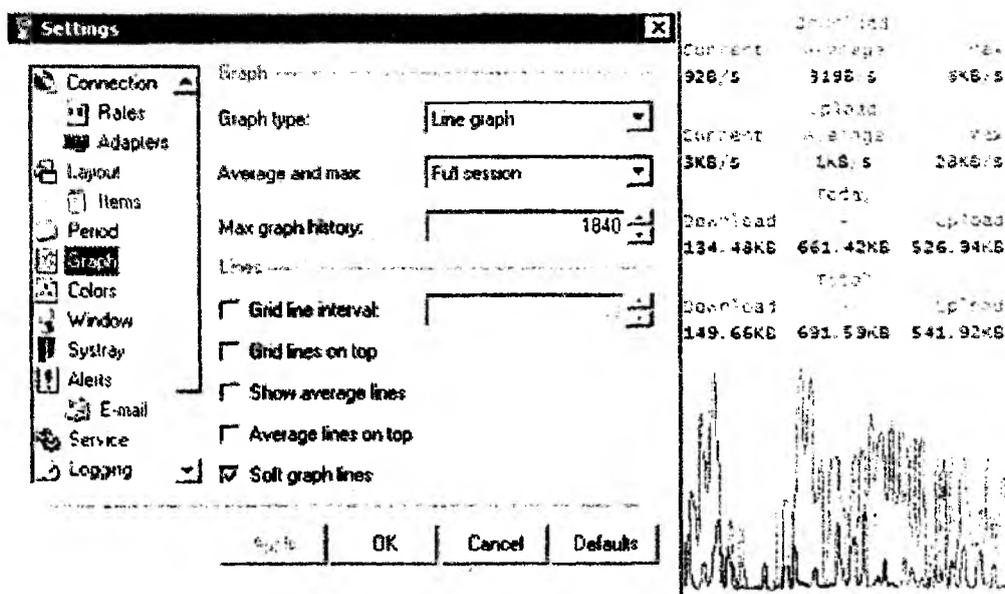


Рис. 3

Отдельно стоит сказать о системе оповещений, которая реализована тут очень удачно. Можно задавать поведение программы при выполнении заданных условий, которыми могут быть передача определенного количества данных за указанный период времени, достижение максимальной скорости загрузки, изменение скорости соединения и пр. Если на компьютере

работает несколько пользователей и необходимо следить за общим трафиком, программу можно запускать как службу. В этом случае Bandwidth Monitor Pro будет собирать статистику всех пользователей, которые заходят в систему под своими логинами.

#### 4) DUTraffic (рис.4).

От всех программ обзора DUTraffic отличает бесплатный статус.

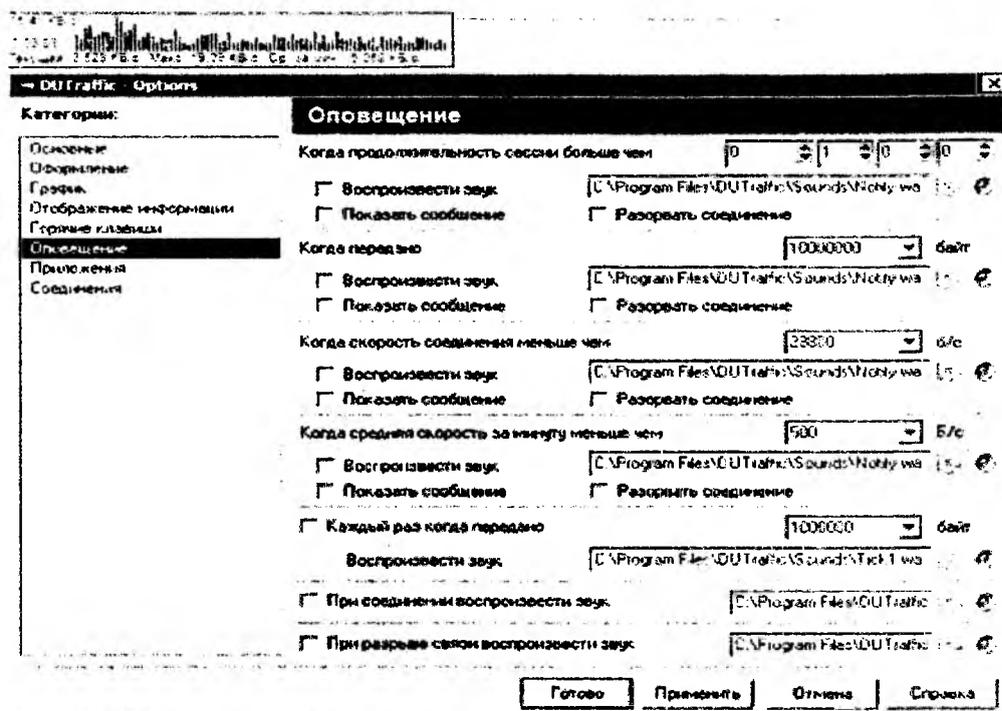


Рис. 4

Как и коммерческие аналоги, DUTraffic может выполнять разнообразные действия при выполнении тех или иных условий. Так, например, он может проигрывать аудиофайл, показывать сообщение или же разрывать соединение с Интернетом, когда средняя или текущая скорость загрузки меньше заданного значения, когда продолжительность Интернет-сессии превышает указанное количество часов, когда передано определенное количество данных. Кроме этого, различные действия могут выполняться циклически, например каждый раз, когда программа фиксирует передачу заданного объема информации. Статистика в DUTraffic ведется отдельно для каждого пользователя и для каждого соединения с Интернетом. Программа показывает как общую статистику за выбранный промежуток времени, так и информацию о скорости, количестве переданных и принятых данных и финансовых затратах за каждую сессию.

#### 5) Система мониторинга Cacti (рис.5).

Cacti это open-source веб-приложение (соответственно отсутствует установочный файл). Cacti собирает статистические данные за определённые временные интервалы и позволяет отобразить их в графическом виде. Система позволяет строить графики при помощи RRDtool. Преимущественно используются стандартные шаблоны для отображения статистики по загрузке процессора, выделению оперативной памяти, количеству запущенных процессов, использованию входящего/исходящего трафика.

Интерфейс отображения статистики, собранной с сетевых устройств, представлен в виде дерева, структура которого задается самим пользователем. Как правило, графики группируют по определенным критериям, причем один и тот же график может присутствовать в разных ветвях дерева (например, трафик через сетевой интерфейс сервера – в той, которая посвящена общей картине интернет-трафика компании, и в ветви с параметрами данного устройства). Есть вариант просмотра заранее составленного набора графиков, и есть режим предпросмот-

ра. Каждый из графиков можно рассмотреть отдельно, при этом он будет представлен за последние день, неделю, месяц и год. Есть возможность самостоятельного выбора временного промежутка, за который будет сгенерирован график, причем сделать это можно, как указав календарные параметры, так и просто выделив мышкой определенный участок на нем.

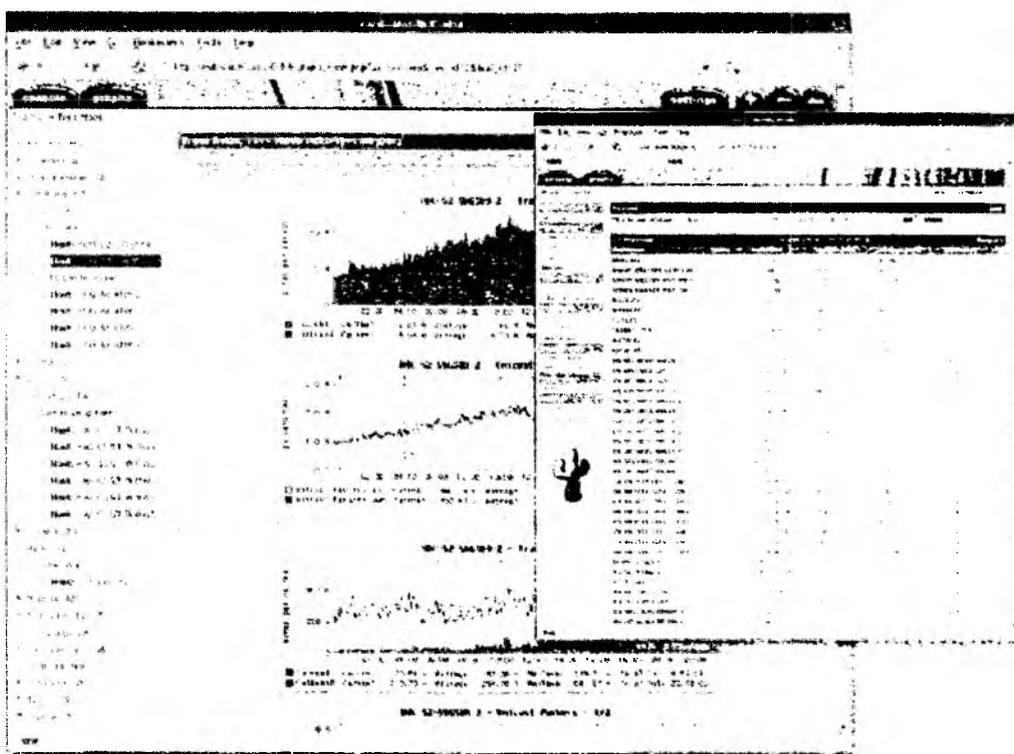


Рис. 5

Далее представлена сравнительная таблица основных характеристик представленных программ для мониторинга сетевого трафика (табл.1).

Таблица 1

Параметры / Программы	VMExtreme	BWMeter	Bandwidth Monitor Pro	DUTraffic	Cacti
Размер установочного файла	473 Кб	1,91 Мб	1,05 Мб	1,4 Мб	–
Язык интерфейса	русский	русский	английский	русский	английский
График скорости	+	–	+	+	–
График трафика	–	+	+	–	+
Экспорт/импорт (формат файла экспорта)	–/–	+/+ (*.csv)	–/–	–/–	+/+ (*.xls)
Запуск мониторинга по требованию	–	+	–	–	+
Min-й временной шаг между отчётам данных	5 мин	1 с	1 мин	1 с	1 с
Возможность изменения min-го шага между отчётами данных	+	+	+	–	–

## 2. Обзор программ-анализаторов (снифферов) сетевого трафика

Анализатор трафика, или сниффер – сетевой анализатор трафика, программа или программно-аппаратное устройство, предназначенное для перехвата и последующего анализа, либо только анализа сетевого трафика, предназначенного для других узлов.

Анализ прошедшего через сниффер трафика позволяет:

- обнаружить паразитный, вирусный и закольцованный трафик, наличие которого увеличивает загрузку сетевого оборудования и каналов связи (снифферы здесь малоэффективны; как правило, для этих целей используют сбор разнообразной статистики серверами и активным сетевым оборудованием и её последующий анализ);
- перехватить любой незашифрованный (а порой и зашифрованный) пользовательский трафик с целью получения паролей и другой информации;
- локализовать неисправность сети или ошибку конфигурации сетевых агентов (для этой цели снифферы часто применяются системными администраторами).

Поскольку в «классическом» сниффере анализ трафика происходит вручную, с применением лишь простейших средств автоматизации (анализ протоколов, восстановление ТСР-потока), то он подходит для анализа лишь небольших его объёмов.

### 1) Wireshark (ранее – Ethereal).

Программа-анализатор трафика для компьютерных сетей Ethernet и некоторых других. Имеет графический пользовательский интерфейс. Wireshark – это приложение, которое «знает» структуру самых различных сетевых протоколов, и поэтому позволяет разобрать сетевой пакет, отображая значение каждого поля протокола любого уровня. Поскольку для захвата пакетов используется pcap, существует возможность захвата данных только из тех сетей, которые поддерживаются этой библиотекой. Тем не менее, Wireshark умеет работать с множеством форматов входных данных, соответственно, можно открывать файлы данных, захваченных другими программами, что расширяет возможности захвата.

### 2) Iris Network Traffic Analyzer.

Помимо стандартных функций сбора, фильтрации и поиска пакетов, а также построения отчетов, программа предлагает уникальные возможности для реконструирования данных. Iris The Network Traffic Analyzer помогает детально воспроизвести сеансы работы пользователей с различными web-ресурсами и даже позволяет имитировать отправку паролей для доступа к защищенным web-серверам с помощью cookies. Уникальная технология реконструирования данных, реализованная в модуле дешифрования (decode module), преобразует сотни собранных двоичных сетевых пакетов в привычные глазу электронные письма, web-страницы, сообщения ICQ и др. eEye Iris позволяет просматривать незашифрованные сообщения web-почты и программ мгновенного обмена сообщениями, расширяя возможности имеющихся средств мониторинга и аудита.

Анализатор пакетов eEye Iris позволяет зафиксировать различные детали атаки, такие как дата и время, IP-адреса и DNS-имена компьютеров хакера и жертвы, а также использованные порты.

### 3) Ethernet Internet traffic Statistic.

Ethernet Internet traffic Statistic показывает количество полученных и принятых данных (в байтах – всего и за последнюю сессию), а также скорость подключения. Для наглядности собираемые данные отображаются в режиме реального времени на графике. Работает без инсталляции, интерфейс – русский и английский.

Утилита для контроля за степенью сетевой активности – показывает количество полученных и принятых данных, ведет статистику за сессию, день, неделю и месяц.

### 4) CommTraffic.

Это сетевая утилита для сбора, обработки и отображения статистики интернет-трафика через модемное (dial-up) или выделенное соединение. При мониторинге сегмента локальной сети, CommTraffic показывает интернет-трафик для каждого компьютера в сегменте.

CommTraffic включает в себя легко настраиваемый, понятный пользователю интерфейс, показывающий статистику работы сети в виде графиков и цифр.

Далее представлена сравнительная таблица характеристик рассмотренных программ-анализаторов сетевого трафика (табл.2).

Таблица 2

Параметры/Программы	Wireshark	Iris The Network Traffic Analyzer	Ethernet Internet traffic Statistic	CommTraffic
Размер установочного файла	17,4 Мб	5,04 Мб	651 Кб	7,2 Мб
Язык интерфейса	английский	русский	английский/русский	русский
График скорости	+	+	-	-
График трафика	-	-	+	+
Экспорт/Импорт (формат файла экспорта)	+/- (* .txt, *.px, *.csv, *.psml, *.pdml, *.c)	-/-	-/-	-/-
Запуск мониторинга по требованию	-	-	-	-
Min-й временной шаг между отчётами данных	0,001 с	1 с	1 с	1 с
Возможность изменения min-го шага между отчётами данных	+	+	-	-

### Заключение

В целом можно сказать, что большинству домашних пользователей будет достаточно возможностей, которые предоставляет Bandwidth Monitor Pro. Если же говорить о самой функциональной программе для мониторинга сетевого трафика, это, безусловно, BWMeter.

Из числа рассмотренных программ-анализаторов сетевого трафика хотелось бы выделить Wireshark, которая имеет большее количество функциональных возможностей.

Система мониторинга Cacti максимально отвечает повышенным требованиям, которые предъявляются в случае проведения исследования сетевого трафика в научных целях. В дальнейшем авторы статьи планируют именно эту систему использовать для сбора и предварительного анализа трафика в корпоративной мультисервисной сети кафедры "Сети связи" Харьковского национального университета радиоэлектроники.

**Список литературы:** 1. Платов В.В., Петров В.В. Исследование самоподобной структуры телетрафика беспроводной сети // Радиотехнические тетради. М.: ОКБ МЭИ. 2004. №3. С. 58 – 62. 2. Петров В.В. Структура телетрафика и алгоритм обеспечения качества обслуживания при влиянии эффекта самоподобия: Дис. ... канд. техн. наук, 05.12.13. Москва, 2004, 199 с. 3. [www.softportal.com](http://www.softportal.com). 4. [www.oszone.net](http://www.oszone.net). 50. [www.ko.com.ua](http://www.ko.com.ua).

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 28.09.2010

*А.В. КАРПУХИН, канд. техн. наук, Л.О. КИРИЧЕНКО, канд. техн. наук,  
Т.А. РАДИВИЛОВА, канд. техн. наук*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ПРОТОКОЛОВ СЕМЕЙСТВА TCP ПРИ КРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЕТИ**

### **Введение**

Протокол TCP – это протокол обеспечения надежности прямых соединений, созданный для многоуровневой иерархии протоколов, поддерживающих межсетевые приложения. Протокол TCP обеспечивает надежность коммуникаций между парами процессов на хост-компьютерах, включенных в различные компьютерные коммуникационные сети, которые объединены в единую систему.

Многочисленные исследования процессов в сети Интернет показали, что статистические характеристики трафика обладают свойством временной масштабной инвариантности – самоподобием. Причина такого эффекта заключается в особенностях распределения файлов по серверам, их размерах, а также в типичном поведении пользователей. Оказалось, что изначально не проявляющие свойств самоподобия потоки данных, пройдя обработку на узловых серверах и активных сетевых элементах, начинают подавать ярко выраженные признаки самоподобия. Из-за этого возможно быстрое переполнение буферов устройств даже при небольших коэффициентах использования. Если не принять мер по ограничению поступающего трафика, очереди на наиболее нагруженных линиях будут неограниченно расти и, в конце концов, превысят размеры буферов в соответствующих узлах. Таким образом, пакеты, вновь поступающие на узлы, в которых нет свободного места в буфере, будут отброшены и должны будут передаваться повторно, что приводит к нерациональной трате ресурсов сети [1 – 3].

Регулирование трафика в протоколе TCP подразумевает существование двух независимых процессов: контроль доставки, управляемый получателем с помощью параметра Window, и контроль перегрузки, управляемый отправителем с помощью окна перегрузки (CWND – congestion window) и процедуры медленного старта (slow start). Первый процесс отслеживает заполнение входного буфера получателя, второй – регистрирует перегрузку канала, а также связанные с этим потери, и понижает уровень трафика. Окно перегрузки CWND и процедура медленного старта позволяют согласовать полную загрузку виртуального соединения и текущие возможности канала, минимизируя потери пакетов при перегрузке.

Потребности в быстрой передаче больших объемов данных постоянно растут. Однако основной транспортный протокол сетей TCP уже перестает удовлетворять потребностям. Долгое время ответа TCP в высокоскоростных сетях приводит к тому, что ощутимая часть пропускной способности такой сети остается неиспользованной.

Цель данной работы – выделение наиболее критичных параметров протоколов семейства TCP и определение степени их влияния на производительность TCP, выявление недостатков и преимуществ каждого алгоритма при различных сценариях работы в сети. Углубленное понимание работы механизмов протокола TCP и вопросов его производительности является важным условием успешного внедрения сетевых проектов.

### **Протоколы семейства TCP**

Рассмотрим наиболее часто используемые в сетях связи современных информационных систем разновидности протоколов семейства TCP: Reno, HSTCP, Vegas, BIC, CUBIC [4 – 11].

Алгоритм TCP Reno является одним из наиболее старых. Реализация данного алгоритма добавила множество новых алгоритмов и усовершенствований к более ранним реализациям. Новые алгоритмы включают: медленный старт, предотвращение перегрузки (congestion avoidance) и быструю повторную передачу (fast retransmit). Усовершенствования состоят в модификации оценки времени прохождения пакетов по каналу связи до адресата и обратно

для установки значения времени ожидания повторной передачи. Смысл алгоритма предотвращения перегрузки заключается в удержании значения  $CWND$  в области максимально возможных значений. По существу эта оптимизация осуществляется с помощью потери пакетов.

Для соединений, в которых используются окна большого размера, применяется алгоритм временных меток (TCP Timestamps). Временные метки помогают проводить точное измерение времени обращения RTT для последующей корректировки значения таймера повторной передачи.

В работе особое внимание уделено алгоритму быстрой повторной передачи, так как он модифицируется в последующих версиях TCP. При работе алгоритма быстрой повторной передачи после получения малого числа двойных подтверждений для одного пакета TCP (ACK) источник данных заключает, что пакет был потерян и повторно передает пакет и все посланные после него пакеты без ожидания истечения таймера повторной передачи. Это ведет к уменьшению пропускной способности и увеличению и без того высокой загрузки канала. Алгоритм быстрой повторной передачи предотвращает канал от нахождения в пустом состоянии после быстрой повторной передачи и не переключается в режим медленного старта для наполнения канала после единственной потери пакета. Быстрое восстановление предполагает, что каждый полученный двойной ACK представляет один пакет, покинувший канал. Таким образом, в течение быстрого восстановления отправитель TCP способен подсчитать количество отправленных данных.

В TCP-Reno при нормальной ситуации размер окна меняется циклически. Размер окна увеличивается до тех пор, пока не произойдет потеря сегмента. TCP-Reno имеет две фазы изменения размера окна: фаза медленного старта и фаза избегания перегрузки.

Получение двойного ACK не является надежным сигналом потери пакета. Двойные ACK возникают и при смене маршрута обмена. По этой причине сигналом потери считается получение трех ACK пакетов подряд.

Если буфер переполнен, какое-то число сегментов будет потеряно. При этом может быть запущено несколько сценариев. Основной вариант – медленный старт, который запускается в рамках классического алгоритма TCP-Reno при потере сегмента и сопряженным с ним таймаутом (RTO) у отправителя, так как отправитель не получит сигнала подтверждения ACK для потерянного сегмента. Медленный старт предполагает установку окна перегрузки равным 1, а значение порога медленного старта равным половине значения  $CWND$ , при котором произошел таймаут. Сокращение  $CWND$  до единицы происходит потому, что отправитель не имеет никакой информации о состоянии сети. Далее, после каждого  $i$ -го подтверждения  $CWND_{i+1} = CWND_i + 1$ . Эта формула работает до тех пор, пока  $CWND$  не станет равным размеру окна window в режиме медленного старта. После этого рост  $CWND$  становится линейным. Если потери пакетов не происходит, значение  $CWND$  достигает значения window по умолчанию, задаваемого при конфигурации TCP-драйвера.

Реализация протокола TCP Vegas хорошо подходит для работы в сетях, когда необходимо определить доступную пропускную способность и динамически подстроить оптимальные параметры. Алгоритм Vegas оценивает буферизацию, происходящую в сети, и соответствующим образом управляет скоростью потока. Алгоритм в состоянии просчитать и уменьшить скорость потока прежде, чем произойдет потеря пакетов. Он контролирует размер окна путем мониторинга отправителем значения RTT (времени прохождения пакетов по каналу связи до адресата и обратно) для пакетов, посланных ранее. Если обнаруживается увеличение RTT, система узнает, что сеть приближается к перегрузке и сокращает ширину окна. Если RTT уменьшается, отправитель определит, что сеть преодолела перегрузку, и увеличит размер окна. Следовательно, размер окна в идеальной ситуации будет стремиться к требуемому значению. Эта модификация TCP требует высокого разрешения таймера отправителя.

HighSpeed TCP (HSTCP) является модификацией механизма управления перегрузкой в TCP, улучшает рабочие характеристики TCP в быстродействующих сетях с большой задерж-

кой. Когда величина CWND большая (больше чем 38 пакетов, что эквивалентно коэффициенту потерь 0,1%), данная версия TCP использует предварительно вычисленную таблицу для определения того, насколько должно быть увеличено окно перегрузки, когда получен ACK.

Медленная реакция TCP в быстродействующих сетях большой длины (fast long-distance networks) приводит к тому, что остается большой объем неиспользованной пропускной способности. **BIC TCP** [6] и **CUBIC TCP** [7,10 – 12] – это протоколы управления перегрузкой, разработанные для устранения этой проблемы. **BIC TCP** реализован и используется в ядре Linux версии 2.6.8 и выше. По умолчанию модель реализации протокола была заменена на **CUBIC TCP** в версии 2.6.19.

Главной особенностью **BIC** является уникальная функция роста окон (window growth function). На рис. 1, а изображен рост CWND для протокола **BIC**. Когда приходит информация о потере пакета, **BIC** уменьшает окно за счет мультипликативного фактора (или фактора роста). Размер окна непосредственно перед уменьшением устанавливается в качестве максимума, размер окна сразу после уменьшения устанавливается в качестве минимума. Затем **BIC TCP** выполняет двоичный поиск, используя эти два параметра и переходя к "середине" между максимумом ( $W_{max}$ ) и минимумом ( $W_{min}$ ). Так как потери пакетов происходят при размере окна, равном  $W_{max}$ , то размер окна, при котором в сети пакеты будут проходить без потерь, должен находиться где-то между этими двумя значениями.

Однако переход к середине может быть слишком большим увеличением в пределах одного RTT. Так, если расстояние между серединой и текущим минимумом является большим, чем фиксированная постоянная (названная  $S_{max}$ ), **BIC TCP** увеличивает текущий размер окна на  $S_{max}$  (линейное увеличение). Если **BIC** не получает уведомлений о потерях пакетов при измененном размере окна, то этот размер окна становится новым минимумом. Если происходят потери пакетов, то этот размер окна становится новым максимумом. Этот процесс продолжается, пока изменение окна меньше некоторой малой константы  $S_{min}$ , при достижении которой размер окна становится текущим максимумом. Поэтому растущая функция после уменьшения окна будет похожа на линейную, переходящую в логарифмическую.

Если окно увеличивается сверх максимума, среднее значение размера окна должно быть больше текущего максимума, а новый максимум должен быть установлен. **BIC** вводит новую фазу, именуемую "поиском максимума" ("max probing"). Рост функции во время поиска максимума противоположен росту во время двоичного поиска и пошагового прироста. Она растет экспоненциально (т.е. в начале – медленно), а затем – линейно. Поиск максимума использует функцию прироста окна симметрично используемой при двоичном увеличении (пошаговый прирост и двоичный поиск), только в другом порядке: он использует инверсию двоичного поиска (который логарифмичен; противоположностью ему является экспонента), а затем пошаговый прирост. Рис. 1, а демонстрирует рост функции при поиске максимума. Во время поиска максимума окно в начале возрастает медленно при поиске ближайшего максимума, а затем, после некоторого периода медленного роста, если новый максимум не найдется, т.е. будут наблюдаться потери пакетов, тогда принимается, что новый максимум находится гораздо дальше и происходит более быстрый рост при переходе на пошаговый прирост, где размер окна изменяется на большую фиксированную величину.

**CUBIC TCP** представляет собой реализацию протокола TCP с оптимизацией алгоритма управления перегрузкой для быстродействующих сетей с большими задержками. Версия **CUBIC** является менее агрессивной и более системной, чем **BIC TCP**, в которой значение ширины окна является кубической функцией времени с точкой перегиба, привязанной к окну, а не к событию как раньше. Рис. 1, б демонстрирует кубическую функцию, чей график похож на кривую окна **BIC**. Функция растет гораздо медленнее. Устанавливается начальное значение  $W_{max}$ . После уменьшения окна оно растет очень быстро, но по мере приближения к  $W_{max}$ , окно замедляет свой рост. При достижении  $W_{max}$  прирост становится нулевым. Затем, окно начинает медленно расти, ускоряя рост по мере удаления от  $W_{max}$ . На графике наблюдается такое же "плато" как и на кривой окна **BIC**, но уровень роста ускоряется намного

медленнее, чем у BIC. Такой медленный прирост свидетельствует об улучшенной совместимости протокола с TCP. Далее функция максимально упрощается в контроле окна, так как там используется уже только одна функция и по этой причине нет различных фаз.

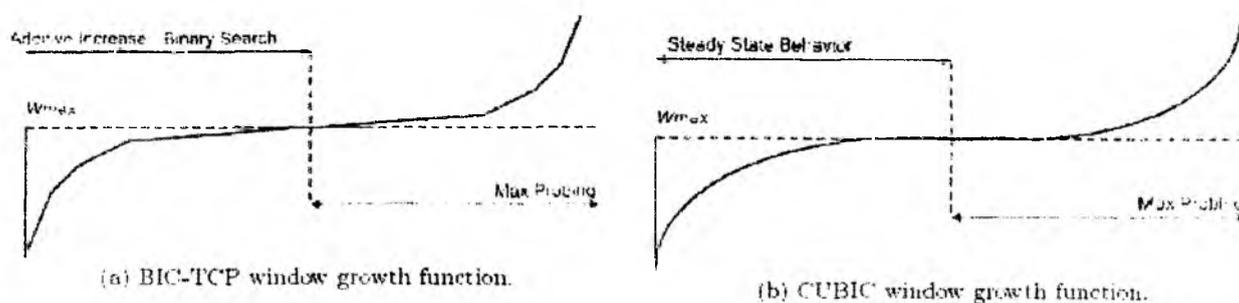


Рис. 1. Функция роста окна для BIC-TCP и CUBIC

Многообразие расширений протокола TCP позволяет администратору сети творчески подойти к построению и оптимизации своей сети. В системном реестре хранится большое количество параметров, которые позволяют усовершенствовать сеть. Одни расширения имеют два состояния – включено по умолчанию или выключено, для других предусмотрено несколько настраиваемых значений.

### Сравнение работы алгоритмов при перегрузке сети

Одним из наиболее используемых симуляторов является ns2, который позволяет оценить производительность проектируемой или существующей сети, предоставляет данные, помогающие выработать рекомендации для повышения эффективности работы сети, выявить узкие места и спрогнозировать ее дальнейшее развитие. Доступность и гибкость позволяют успешно использовать ns2 для изучения механизма работы сетевых протоколов, протоколов маршрутизации и дисциплин обслуживания очередей, знакомства с основами моделирования вычислительных сетей, исследования и сравнения различных сетевых топологий. Была построена модельная сеть, состоящая из нескольких отправителей, получателя и установленных между ними маршрутизаторов (рис. 2). Узким местом в моделируемой сети являлся канал между маршрутизаторами. В ходе проведения численного эксперимента изменялись алгоритмы работы протокола TCP, размеры буфера маршрутизаторов, пропускная полоса на выходе маршрутизаторов. Трафик в рассматриваемой сети представляет собой самоподобный случайный процесс с задаваемыми пользователем параметрами, одним из которых является показатель Херста, который характеризует долгосрочную зависимость процесса.

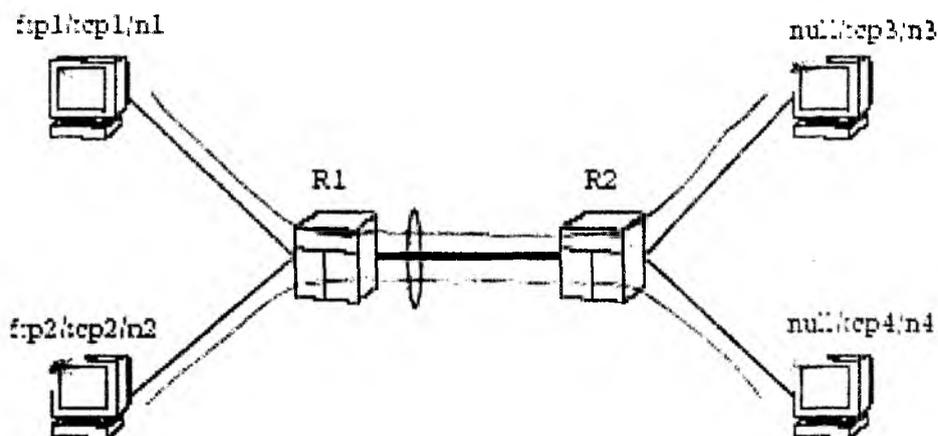


Рис. 2. Модельная сеть

Имитационное моделирование работы сети в симуляторе ns2 при использовании алгоритма Reno с опцией быстрого восстановления показало, что данный алгоритм оптимален лишь в случаях единичных потерь пакетов, т.е. когда отправитель Reno передает не более одного пакета за время прохождения одного пакета по каналу связи до адресата и обратно. Результаты исследования работы TCP-Reno показывают, что каждое соединение обычно теряет около двух пакетов в каждом эпизоде перегрузки. Потери случаются, когда буфер полон и одно соединение увеличивает размер окна на единицу. Когда ячейки из этого нового пакета приходят в буфер (например, в случае использования технологии ATM), они обычно вызывают потерю ячеек, принадлежащих двум пакетам (конец пакета, пришедшего из другого соединения, и начало следующего). Следовательно, в среднем следует ожидать потерю трех пакетов на один эпизод перегрузки.

В TCP-Vegas подтверждение ACK объединяется с пакетом данных (который называется *piggybacking*) вместо независимой передачи, как в других алгоритмах. Это экономит пятьдесят процентов времени, в отличие от нормального выполнения передачи TCP подтверждения ACK, и не тратит дополнительного времени. Поэтому TCP-Vegas может передавать большее количество данных.

Недостатком модификации HSTCP является то, что при нескольких потоках с разными RTT они некорректно распределяют полосу. В этих условиях заметные трудности создает синхронизация потерь для конкурирующих потоков.

### Исследование изменения CWND.

Вовлеченные соединения оказываются в определенной мере синхронизованными. Это связано с тем, что когда происходит любое столкновение пакетов в канале, сопряженное с увеличением ширины окна, когда буфер полон, все приходящие ячейки, принадлежащие пакетам, отбрасываются. В предположении о постоянной готовности отправителя к передаче и о том, что временной разброс ячеек не превосходит времени пересылки пакета во входном канале, все соединения будут передавать ячейки в течение времени транспортировки пакетов, вовлеченных в столкновение. Следовательно, все соединения теряют пакеты и сокращают вдвое ширину окна в пределах RTT.

На рис. 3 показано изменение количества отосланных и принятых сегментов и соответствующее изменение размера окна. Приведенная зависимость типична для всех протоколов семейства TCP. Из графика видно, что количество отосланных сегментов растет линейно, в соответствии с увеличением размера окна. Однако количество потерянных данных в момент уменьшения размера окна значительно больше допустимых потерь, определяемых QoS (качество обслуживания сети).

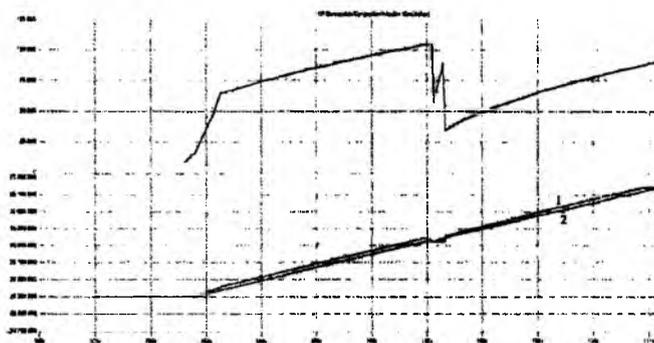


Рис. 3. Изменение CWND (вверху) и количества отосланных сегментов (линия 1) и принятых (линия 2) с течением времени (внизу)

TCP-Reno при обнаружении потери сокращает окно вдвое. Основной проблемой с TCP-Reno является то, что могут быть множественные ограничения на окно, связанные с одним эпизодом перегрузки, и что множественные потери могут приводить к таймауту (который на

практике вызывает значительное снижение пропускной способности, если используется таймеры с низким разрешением).

Протокол TCP-Vegas пытается реализовать ряд усовершенствований, таких, как более изощренная обработка и оценка RTT. Изменение значения RTT происходит по многим причинам. Для того чтобы существенно улучшить существующие версии TCP, необходимо избегать резких сокращений размеров окна (например, в TCP-Vegas при оценке RTT).

При анализе протоколов BIC-TCP и CUBIC следует обратить внимание на два момента: RTT-доступность и внутрипротокольная доступность. Стратегия в контроле этих свойств заключается в том, чтобы позволить окну расти на уровне, зависящем от прошедшего времени после последней потери пакета. Окно размером  $W$  определяется следующей функцией:

$$W = C(T - K)^3 + W_{\max},$$

где  $W_{\max}$  – это размер окна непосредственно перед предыдущим уменьшением,  $T$  – прошедшее время после уменьшения окна,  $K$  – растущий коэффициент уменьшения после потери пакета,  $C$  – константа, зависящая от выбора операционной системы.

Такая функция обеспечивает внутрипротокольную доступность для соревнующихся потоков одного протокола. Два потока разделят между собой всю доступную им пропускную способность, так как у них одинаковый растущий коэффициент, поэтому поток с большим  $W_{\max}$  значительно уменьшится, т.е.  $K$  больше, если  $W_{\max}$  больше.

Функция также обеспечивает лучшее значение RTT доступности в силу того, что уровень роста окна определяется временем  $T$ . Это гарантирует линейную RTT доступность за счет того, что любые соревнующиеся потоки с различным RTT будут иметь одинаковое время  $T$  после синхронизации потери пакета (TCP и BIC предлагают квадратную величину RTT доступности в переводе на коэффициент пропускной способности).

BIC увеличивает окно пошагово, когда разница окна при RTT становится больше некоторой величины. Напротив, CUBIC увеличивает окно в зависимости от текущего момента; при коротких RTT линейное увеличение RTT меньше, хотя и остается постоянным в реальном времени.

Увеличение окна в реальном времени чрезвычайно способствует улучшению совместимости CUBIC с другими протоколами TCP. Функция роста окна другого протокола, зависящего от RTT, растет пропорционально быстрее в реальном времени в сетях с коротким RTT, тогда как CUBIC будет расти независимо от RTT.

Также нужно отметить, что полная функция роста окна описывается лишь одной функцией: в CUBIC не требуются различные фазы контроля окна (как, например, пошаговое увеличение, двоичный поиск и поиск максимума в BIC). Это упрощает анализ CUBIC.

Хорошая производительность протокола BIC: достигается за счет медленного увеличения  $W_{\max}$  и линейный рост во время пошагового прироста и поиска максимума; дает совместимость с алгоритмами TCP. Функция изменения окна: дает время для конкурирующих TCP-потоков увеличить их окна; улучшает стабильность протокола и сети; при приближении окна к максимуму, при достижении максимума продолжает удерживать окно длительное время, в результате этого уменьшаются колебания окна. BIC стремится нагрузить сеть более плавно, чем другие протоколы. Это делается с целью снизить «ударную» нагрузку для остальных конкурирующих потоков. Линейное увеличение при пошаговом приросте и поиске максимума также способствует улучшению пропускной способности протокола. Помимо этого, также достигается предельная пропускная доступность, разделяемая между конкурирующими BIC-потоками с совпадающим временем RTT.

Большинство высокоскоростных вариантов протокола TCP имеют тот или иной вид "режима TCP", при котором протокол ведет себя так же, как TCP. HSTCP и Vegas переходят в свои режимы TCP, когда размер окна меньше некоторой небольшой константы (обычно, это где-то около 30 пакетов).

Фактически условия, в которых TCP работает успешно, зависят от продолжительности периода загрузки, т.е. периода между двумя последовательными потерями. Например, если RTT равен 1 мс, то TCP может увеличивать свое окно по 1000 пакетов в секунду (при отложенном подтверждении – по 500), а такая скорость должна быть достаточно быстрой для полного использования емкости в большинстве широкополосных сетей (если там достаточно места в буфере в "узком" соединении). С другой стороны, если RTT равно 200 мс, то TCP может увеличивать окно на 5 пакетов в секунду. Контроль режима TCP при помощи лишь размера окна может оказаться подходящим далеко не для всех ситуаций.

### Выводы

Таким образом, в ходе проведенных экспериментов и анализа результатов выявлены следующие преимущества и недостатки работы алгоритмов TCP:

- TCP Reno является оптимальным только в случае одиночных потерь пакетов, т.е. когда отправитель передает не более одного пакета за время прохождения его по каналу связи до получателя и назад. Поэтому его используют в локальных незагруженных сетях;

- HSTCP является оптимальным для высокоскоростных сетевых соединений, так как он оптимизирует производительности системы контроля насыщения TCP. Этот механизм использует переключатель режима для изменения параметров стека TCP Reno на основе существующих в сети условий с учетом интересов других потоков данных Reno и HSTCP;

- TCP Vegas целесообразно использовать для сетей с перегруженными каналами передачи, так как он предотвращает перегрузку за счет оценки полосы пропускания. TCP Vegas изменяет скорость передачи данных за счет управления размером окна насыщения TCP. При использовании алгоритма TCP Vegas следует ожидать снижения числа теряемых пакетов. но этот механизм обеспечивает менее агрессивный контроль насыщения, нежели TCP Reno;

- BIC-TCP является оптимальным для скоростных сетей при работе нескольких протоколов TCP. Он обеспечивает хорошую масштабируемость для скоростных сетей, эквивалентность для конкурирующих потоков и стабильность с низким уровнем осцилляций размера окна. Однако функция роста окна BIC-TCP может быть слишком агрессивной для различных алгоритмов TCP, особенно при малых значениях RTT или для низкоскоростных сетей. Более того, несколько фаз управления окном добавляет излишнюю сложность в реализацию протокола и анализ его рабочих характеристик;

- CUBIC TCP предназначен для использования в современных операционных системах. Он обеспечивает хорошее масштабирование для скоростных сетей, хотя и не отличается беспристрастностью и лишен многих недостатков BIC TCP, однако также обладает некоторыми недостатками и несовместимостью с классическими TCP протоколами. Именно поэтому исследование и усовершенствование протокола TCP не прекращается до сих пор.

**Список литературы:** 1. *Leland W.E., M.S. Taqqu, Willinger W., and Wilson D.V.* "On the self-similarity of ethernet traffic", *IEEE/ACM Transactions of Networking*, vol. 2(1), 1994 pp., 1-15. 2. *Столлингс В.* Современные компьютерные сети. СПб.: Питер, 2003, с.783. 3. *Kirichenko L., Radivilova T., Karpukhin, O.* "Improvement quality of network service under selfsimilar loading // Стратегия качества в промышленности и образовании : 4-я междунар. конф.: материалы конф., Варна, 2008. С. 612–615. 4. *Floyd S. and Jacobson V.* Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance // *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 1(4), August 1993, pp. 397-413. 5. *Fall K. and Floyd S.* "Simulation-based comparison of Tahoe, Reno, and Sack TCP // *Computer Communication Review*, vol. 26, 2002, pp. 5-21. 6. *Harfoush L. Xu, K., and Rhee I.* Binary increase congestion Control (BIC) for Fast Long-Distance Networks. *Proceedings of IEEE INFOCOM 2004, Hong Kong, March 2004.* 7. *Ha S., Rhee I. and Xu L.*, CUBIC: A New TCP-Friendly High-Speed TCP Variant // *ACM SIGOPS Operating System Review*, Volume 42, Issue 5, July 2008, Page(s):64-74, 2008. 8. *Ha S., Le L., Rhee I., and Xu L.* Impact of background traffic on performance of high-speed TCP variant protocols // *Computer Networks*. 2007, p.142. 9. *Cai H., Eun D., Ha S., Rhee I., and Xu L.* Stochastic Ordering for Internet Congestion Control and its Applications // *IEEE INFOCOM*. 2007, p.145-168. 9. *Lachlan Andrew, Cesar Marcondes, Sally Floyd, Law-*

*rence Dunn, Romaric Guillier, Wang Gang, Lars Eggert, Sangtae Ha and Injong Rhee. Towards a Common TCP Evaluation Suite // PFLDnet, Manchester, UK, 2008, p.436. 10. Rhee I. , and Xu L. CUBIC: A New TCP-Friendly High-Speed TCP Variants // PFLDnet, Lyon, France, 2005, p.38-87.11. Карпухин А.В. Особенности реализации протокола TCP в современных компьютерных сетях // Системы обработки информации. Х.: ХУПС, 2009. №6(80). С.49-53. 12. Семенов Ю.А. Модели реализации протокола TCP и его перспективы [Электронный ресурс].Режим доступа:<http://book.itcp.ru/4/44/tcp.htm>.*

*Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники*

*Поступила в редколлегию 17.05.2010*

*М.И.ДЗЮБЕНКО, д-р. физ.-мат. наук, С.Н.КОЛПАКОВ,  
В.П.ПЕЛИПЕНКО, канд. физ.-мат. наук, В.В.ШЕВЧЕНКО, д-р. физ.-мат. наук*

## **ПЕРЕСТРАИВАЕМЫЕ ИМПУЛЬСНО-ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ЛАЗЕРЫ НА КРАСИТЕЛЯХ С ЛАМПОВОЙ НАКАЧКОЙ ВИДИМОГО И УФ ДИАПАЗОНОВ**

### **Введение**

В настоящее время для решения ряда задач в различных областях науки, техники и медицины широко применяется спектрально-селективное взаимодействие оптического излучения с веществом. В частности, большой интерес представляют медико-биологические исследования, направленные на поиск новых методов лечения и диагностики ряда заболеваний, а также дистанционное зондирование атмосферы, моря и поверхности суши [1, 2]. Для этого необходимы источники мощного перестраиваемого излучения, работающие в импульсно-периодическом режиме. В видимом участке спектра приведенным требованиям наиболее полно удовлетворяют лазеры на красителях с немонахроматической накачкой, генерирующие импульсы с энергией от нескольких долей до нескольких десятков джоулей. Однако излучение этих лазеров имеет ряд особенностей: для него характерны микросекундные длительности импульсов и заметная эволюция пространственно-угловых и спектральных характеристик, которая обусловлена нестационарным характером импульсных разрядов и наведенными термооптическими искажениями жидкой активной среды. Последние определяют сложный характер пространственно-углового распределения излучения [3] и заметно влияют на эффективность и стабильность характеристик известных спектральных селекторов лазерного излучения.

Цель настоящей работы – разработка и создание эффективного плавно-перестраиваемого импульсно-периодического лазера на красителях, генерирующего когерентное излучение микросекундной длительности в видимом и ближнем УФ участках спектра. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: создать эффективный источник микросекундной длительности с узкой линией излучения, плавной перестройкой ее в видимом диапазоне спектра и обладающий узкой диаграммой направленности; найти оптимальные условия преобразования частоты излучения лазеров на красителях с ламповой накачкой в излучение УФ диапазона; обеспечить максимальное перекрытие видимого и ближнего УФ диапазонов спектра мощным лазерным излучением.

### **Описание лазера и методов измерения**

Основу установки, используемой нами для проведения исследований, составлял импульсно-периодический (И-П) лазер на красителях (ЛК) с ламповой накачкой (ЛН) [4]. В его состав входили: квантрон, система прокачки активной жидкости, система охлаждения активной жидкости и элементов резонатора, высоковольтный источник питания, источник питания дежурной дуги, блок поджига и управления.

Излучатель лазера был рассчитан для работы лазера в середине видимого участка спектра ( $\lambda_r \sim 550$  нм). Его основу составлял одноламповый осветитель эллиптического профиля, изготовленный из алюминиевого сплава и имеющего полированную отражающую поверхность. Геометрические размеры импульсной лампы, давление ксенона в ней и параметры разрядного контура были выбраны из условия электрического и спектрального согласования [5, 6]. Разрядный контур включал в себя конденсатор типа К-75-48, емкостью 1,0 мкФ, импульсную лампу типа ИНП-5/300 и управляемый азотный разрядник типа РУ-65, адаптированный для работы в диапазоне напряжений 5 – 20 кВ.

Система прокачки активного раствора содержала резервуар вместимостью 3 л, насос типа ЭЦН-109А и теплообменник активной среды лазера. Система охлаждения двухконтурная. Первый контур содержал резервуар для охлаждающей жидкости, насос типа ЭЦН-109А и

систему трубопроводов, которая обеспечивала охлаждение активной среды лазера в теплообменнике активной жидкости, а также охлаждение импульсной лампы накачки. Во втором контуре системы охлаждения циркулировала водопроводная вода для стабилизации температуры охлаждающей жидкости первого контура. Описанные системы прокачки и охлаждения обеспечивали квазинепрерывную работу лазера с частотой следования импульсов до  $10 \text{ Гц}$  при электрической энергии разряда до  $200 \text{ Дж}$ .

Источник питания дежурной дуги обеспечивал поддержание вспомогательного разряда в импульсной лампе с силой тока  $\sim 2,0 \text{ А}$ . Применение вспомогательного разряда в данном лазере позволило не только увеличить срок службы лампы-вспышки в импульсно-периодическом режиме, но и значительно повысить энергию генерации в импульсе, среднюю мощность излучения и КПД лазера. В качестве высоковольтного источника питания применялся стандартный источник типа ИПИ-1.

Для измерения центральной длины волны лазерного излучения применялся спектрограф, собранный на базе камеры УФ-90 и дифракционной решетки, имеющей  $1200 \text{ штрих/мм}$ . Спектральная ширина линии лазерного излучения определялась с помощью измерительного интерферометра Фабри – Перо типа ИТ-28-30. Энергия лазерного излучения измерялась калориметром типа ИКТ-1Н.

Пространственно-угловые характеристики лазера измерялись путем регистрации излучения в фокальной плоскости длиннофокусной линзы. В фокальной плоскости линзы размещался входной торец измерительного моноволоконного световода, который можно было плавно перемещать как в вертикальной, так и горизонтальной плоскостях. Регистрация сигнала, поступающего от световода, осуществлялась фотоэлектрическим измерителем типа ФОГ. Второй метод измерения расходимости заключался в регистрации пятна лазерного излучения на матовом экране, расположенном в фокальной плоскости линзы, с помощью цифрового фотоаппарата и последующей обработке изображения на ПК.

### **Спектрально-энергетические характеристики лазеров с неселективным резонатором**

Требования к спектрально-энергетическим характеристикам (СЭХ) импульсно-периодических лазеров в первую очередь определяются их назначением и предполагаемой областью применения. Для решения некоторых задач необходимо мощное излучение, но требования к его спектральной ширине не очень жесткие. К ним, в частности, относятся внутрирезонаторная спектроскопия, спектрально-селективная диагностика, фотодинамическая терапия и некоторые другие задачи современной спектроскопии, биологии и медицины.

Исследование основных характеристик лазера проводилось в импульсном и импульсно-периодическом режимах с красителями, генерирующими во всех участках видимого диапазона спектра. Широкополосный резонатор был образован двумя плоскими зеркалами, одно из которых имело  $R \sim 99\%$ , а второе –  $R \sim (8 - 60) \%$ , в зависимости от режима работы и типа красителя. Типичные результаты, полученные с растворами некоторых красителей, приведены в таблице. Здесь указаны длина волны максимума полосы поглощения –  $\lambda_n$ ; средняя длина волны полосы генерации –  $\lambda_g$ ; концентрация красителя –  $C$ ; ширина полосы генерации –  $\Delta\lambda_g$ ; энергия генерации в импульсном режиме –  $W_g$ ; средняя мощность излучения при работе лазера в импульсно-периодическом (И-П) режиме –  $P_r$ . Электрическая энергия накачки лазера в импульсном режиме составляла  $162 \text{ Дж}$ , а в импульсно-периодическом –  $128 \text{ Дж}$  при частоте следования импульсов  $10 \text{ Гц}$ .

Видно, что данный лазер обеспечивает эффективную генерацию в широком диапазоне спектра – от  $435$  до  $713 \text{ нм}$ , а не только в зеленой области спектра, для которой он был рассчитан. В режиме одиночных импульсов энергия излучения лазера составляла величину порядка  $1 \text{ Дж}$  при КПД более  $0,5 \%$ . В импульсно-периодическом режиме при номинальной энергии накачки этот лазер обеспечивает среднюю мощность порядка нескольких Ватт, а в

форсированном режиме (при энергии накачки  $W_n \approx 200$  Дж и частоте следования импульсов  $10$  Гц) – более  $10$  Вт.

### Спектрально-энергетические характеристики перестраиваемого лазера

Исследования спектральных и энергетических характеристик были выполнены на описанном выше лазере на красителях с ламповой накачкой. Для плавной перестройки длины волны излучения в резонаторе лазера была предусмотрена возможность установки спектральных селекторов на основе интерференционно-поляризационных фильтров (ИПФ)[7,8]: ИПФ №1, изготовленного из кристаллического кварца, и ИПФ №2, изготовленного из исландского шпата. Каждый фильтр содержал 8 одинаковых пластин, установленных параллельно друг другу под углом  $57^\circ$  к его оси, и был первоначально рассчитан для работы в желтой области спектра ( $\lambda_r = 500 - 600$  нм). Полоса пропускания ИПФ №1, измеренная по уровню 0,5 от максимума  $\Delta\lambda_{0,5}$ , и область дисперсии  $\Delta\lambda_d$  составляли 2,0 и 20,0 нм соответственно. Для ИПФ №2 эти величины соответственно равны 0,1 и 1,8 нм.

Активная среда	Режим работы							
	импульсный				И-П режим			
Краситель	$\lambda_n, \text{нм}$	$\lambda_r, \text{нм}$	$C \times 10^4, \text{моль/л}$	$\Delta\lambda_r, \text{нм}$	$W_r, \text{мДж}$	КПД, %	$P_r, \text{Вт}$	КПД, %
Кумарин-120	356	435	3,4	3,3	312	0,19	2,3	0,12
4МУ	360	455	5,6	3,7	820	0,50	3,0	0,24
Кумарин-1	365	460	3,7	3,7	420	0,26	1,8	0,19
Кумарин-102	420	485	1,8	3,9	1100	0,68	5,3	0,41
Кумарин-314	442	505	1,0	4,3	940	0,57	4,7	0,36
G-283	470	530	1,0	4,6	1300	0,80	5,5	0,43
Родамин 6Ж	530	590	1,0	5,1	1200	0,74	5,6	0,44
Оксазин-17	555	665	1,0	3,3	720	0,44	3,4	0,26
ЛК-678	609	676	3,5	8,0	212	0,13	0,9	0,10
ЛК-747	640	713	3,0	10,0	250	0,15	0,7	0,08

Поскольку любые оптические элементы, которые устанавливаются в резонаторе лазера, вносят свои потери в резонатор, нами было изучено влияние составляющих интерферометров на энергию и полуширину спектральной линии лазера, работающего в импульсном режиме. Эти исследования проводились, как правило, при оптимальных для пространственно-углового распределения излучения концентрациях активных молекул, соответствующих  $k \approx 5 \text{ см}^{-1}$  и больших длинах резонатора ( $L \approx 600 - 1700$  мм).

Исследования зависимости выходной энергии лазера  $W_r$  и ширины спектральной линии излучения  $\Delta\lambda_r$  от числа кварцевых пластин  $N$  набора ИПФ №1, были выполнены в лазере на спиртовом растворе родамина 6Ж с концентрацией  $5 \cdot 10^{-5}$  моль/л при номинальной энергии накачки 128 Дж [7]. Установлено, что с увеличением числа пластин от 3 до 8 наблюдается монотонное уменьшение  $\Delta\lambda_r$  от 0,35 до 0,18 нм, которое, однако, сопровождается таким же монотонным снижением  $W_r$ , так что спектральная яркость при этом практически не изменяется. При одновременной установке в резонатор полного набора ИПФ №1 и №2 полуширина спектральной линии генерации уменьшалась с 0,18 до 0,1 нм, а энергия импульса уменьшалась еще на 20 %. При синхронном вращении обоих селекторов вокруг нормали можно получить плавную перестройку длины волны генерации в пределах области дисперсии ИПФ №1. В результате проведенных исследований разработан и создан базовый перестраиваемый импульсно-периодический лазер на красителях с ламповой накачкой, предназначенный для широкого круга применений. Диапазон перестройки лазера достаточно просто можно было изменять путем замены активной среды, так как оба установленных селекторы типа ИПФ

(№1 и №2) достаточно хорошо работают во всем исследованном диапазоне 435 – 720 нм. Плавная непрерывная перестройка длины волны генерации в пределах области дисперсии ИПФ№1 была получена при синхронном вращении обоих селекторов (№1 и №2) вокруг их нормали.

На рис. 2 приведены СЭХ лазера, работающего с селектором ИПФ №1 в импульсно-периодическом режиме на растворах некоторых наиболее эффективных красителей: 1 – кумарин-1,  $k=5,2 \text{ см}^{-1}$ ; 2 – кумарин-4,  $k=5,7 \text{ см}^{-1}$ ; 3 – кумарин-120,  $k=13,7 \text{ см}^{-1}$ ; 4 – кумарин-314,  $k=5,7 \text{ см}^{-1}$ ; 5 – G-283,  $k=5,3 \text{ см}^{-1}$ ; 6 – родамин 6G,  $k=5,1 \text{ см}^{-1}$ ; 7 – LD-1 [121],  $k=5,2 \text{ см}^{-1}$ ; 8 – смеси LD-1 и оксазин 17 (максимум); 9 – оксазин 17,  $k=5,5 \text{ см}^{-1}$ ; 10 – ЛК-678,  $k=5,0 \text{ см}^{-1}$ ; 11 – ЛК-747,  $k=6,54 \text{ см}^{-1}$ . Результаты для средней мощности излучения  $P_{\text{ср}}$  получены при номинальной энергии накачки 128 Дж (кривые 1-6 и 9) и 85 Дж (кривые 7 и 8) и частоте повторения 5 Гц.

Видно, что описанный лазер для каждого из использованных красителей обеспечивает непрерывную перестройку длины волны в пределах области свободной дисперсии и среднюю мощность излучения около 2 Вт при номинальных режимах накачки. В форсированном режиме средняя мощность перестраиваемого узкополосного излучения достигала 5 Вт и более.

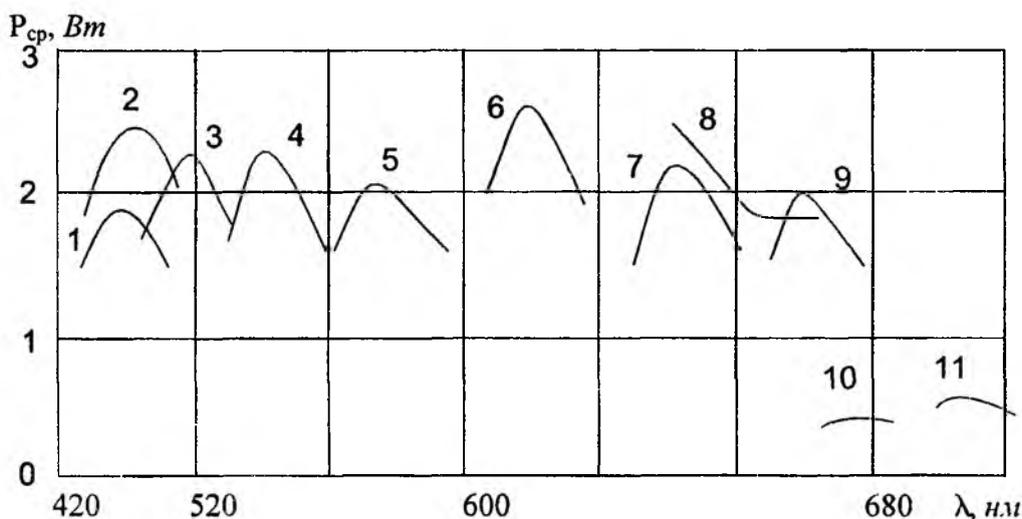


Рис. 1

Отметим, что для красителей ЛК-678 и ЛК-747 спектральная полоса усиления оказалась заметно шире области свободной дисперсии используемого спектрального селектора. Поэтому в пределах диапазона перестройки, который составлял 662 – 668 нм и 698 – 724 нм соответственно для красителей ЛК-678 и ЛК-747 и находился в окрестностях максимума их полосы усиления, мощность излучения лазера изменялась незначительно.

### Генерация второй гармоники излучения лазеров на красителях с ламповой накачкой

Мощные источники когерентного излучения с плавной перестройкой частоты в ультрафиолетовой (УФ) области спектра, необходимые для решения задач дистанционного зондирования, лазерной фотохимии, разделения изотопов, атомно-флуоресцентной и атомно-ионизационной спектроскопии [9, 10], могут быть реализованы путем преобразования частоты излучения перестраиваемых лазеров на красителях. Однако излучение этих лазеров, как упоминалось выше, имеет ряд особенностей, а именно – для него характерны микросекундные длительности импульсов и заметная эволюция пространственно-угловых и спектральных характеристик. Эти факторы в значительной степени определяют эффективность преобразования излучения во вторую гармонику. Поэтому вопросы оптимизации генерации второй гармоники (ГВГ) излучения И-П ЛК являются важной задачей. При разработке нелинейно-

оптического преобразователя частоты на базе ЛК с ЛН, как обычно, необходимо решить три основные задачи: выбрать тип и длину нелинейного кристалла и определить степень фокусировки основного излучения.

Выбор типа кристалла для ГВГ излучения лазеров на красителях ограничен, т.к. этот кристалл должен одновременно удовлетворять следующим требованиям: высокое оптическое качество в образцах больших размеров; достаточно высокая квадратичная восприимчивость; высокая прозрачность в видимой и УФ областях спектра; возможность фазового синхронизма в широкой области спектра; низкая стоимость. В видимом диапазоне, ограниченном коротковолновой границей  $\sim 520$  нм, наиболее полно этим требованиям удовлетворяют кристаллы группы дигидрофосфата калия (KDP), что и определило их выбор.

Как известно [11], эффективность преобразования частоты во вторую гармонику пропорциональна плотности мощности излучения на основной частоте, поэтому его обычно сфокусируют в кристалл. Однако при этом нельзя превышать предельно допустимую плотность мощности, которая приводит к повреждению нелинейно-оптического элемента. Предельно допустимая плотность энергии излучения лазера на красителях при микросекундных длительностях для кристаллов KDP, как следует из наших исследований [12], не должна превышать  $15 - 20$  Дж/см<sup>2</sup>, что соответствует плотности мощности  $10 - 20$  МВт/см<sup>2</sup>.

Оценка эффективности генерации второй гармоники излучения лазера на красителях с ламповой накачкой, выполненная согласно методике [11, 13], показала, что для допустимой плотности мощности  $10 - 20$  МВт/см<sup>2</sup> «нелинейная» длина кристалла должна быть  $L_{нл} \sim 3 - 4$  см. В то же время на практике для эффективного преобразования частоты излучения, как известно [13], необходимо обеспечить условие  $l_{кр} \geq 5L_{нл}$ . Отсюда следует, что получить высокий КПД преобразования во вторую гармонику сложно, так как требуемая длина кристалла оказалась сравнимой с его предельно достижимыми размерами. Кроме того, следует учесть, что в реальных системах эффективность генерации второй гармоники излучения лазеров на красителях с ламповой накачкой будет меньше теоретической из-за ряда неучтенных факторов, таких как диафрагменный апертурный эффект, нелинейность преобразования, нестационарность диаграммы направленности в течение импульса генерации, отличие импульса от прямоугольной, и др.

Угловая ( $2\Delta\theta$ ) и спектральная ( $2\Delta\lambda$ ) ширины синхронизма, которые обеспечивают эффективное преобразование частоты излучения, при *ооо*-взаимодействии определяются формулами [11, 13]:

$$2\Delta\theta = \frac{5,56}{\pi \cdot \ell} \cdot \frac{n_{2o} n_{2e}}{n_{1o}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(n_{1o}^2 - n_{2e}^2)} \sqrt{(n_{2o}^2 - n_{1o}^2)}};$$

$$2\Delta\lambda = 2\Delta\theta \cdot \left( \frac{\partial \theta_c}{\partial \lambda} \right),$$

где  $n_{1o}$ ,  $n_{2o}$ ,  $n_{2e}$  – главные показатели преломления кристалла на основной частоте и частоте второй гармоники, соответственно индексы “1” и “2”, для обыкновенного и необыкновенного лучей, соответственно индексы “о” и “е”;  $\theta_c$  – угол синхронизма.

Для генерации перестраиваемого излучения второй гармоники на практике чаще всего применяется метод критического фазового синхронизма, при этом сам кристалл необходимо поворачивать синхронно с изменением длины волны. Как показали наши расчеты  $\Delta\theta$  и  $\Delta\lambda$  с помощью известных уравнений для дисперсии показателей преломления кристаллов KDP [14], требования, которые предъявляются и к расходимости, и к спектральной ширине линии излучения, заметно изменяются в пределах типичной полосы перестройки излучения лазера на красителе.

В видимой области спектра для эффективного преобразования излучения ширина спектральной линии  $\Delta\lambda$  в пределах диапазона перестройки известного красителя родамина 6Ж (центральная длина волны около 585 нм) не должна превышать 0,2 нм, а его расходимость  $\Delta\theta$  – величину порядка 0,65 мрад. Необходимую спектральную ширину линии излучения лазера,

как было показано выше, могут обеспечить интерференционно-поляризационные фильтры соответствующей конструкции [7].

Требованиям, предъявляемым к расходимости излучения, сложно удовлетворить без использования специальных селекторов. Однако их применение обычно усложняет оптическую схему резонатора, требует дополнительной настройки в процессе перестройки длины волны излучения и сопровождается снижением энергетических характеристик лазера. Исходя из этих соображений, для уменьшения величины  $\Delta\theta$  мы ограничились лишь увеличением длины резонатора с 700 до 1600 мм, и применяли невысокие концентрации красителей, обеспечивающие поглощение в максимуме  $k \approx 5,0 \text{ см}^{-1}$ .

Эксперименты обычно проводились с резонатором, образованным плоскими зеркалами. Пропускание выходного зеркала варьировалось в пределах 40 – 60 % в зависимости от условий накачки, длины резонатора и параметров активной среды.

Для получения мощного когерентного излучения в УФ области применялась стандартная схема ГВГ: кристалл KDP размещался вне резонатора, а излучение основной частоты фокусировалось цилиндрической или сферической линзами. Однако, как было установлено, в случае применения цилиндрической линзы оптическая схема была более критичной к настройке. Поэтому во всех последующих экспериментах мы использовали сферическую фокусирующую оптику.

Большинство экспериментальных исследований по ГВГ были выполнены с лазером на этанольном растворе родамина БЖ. Диапазон длин волн, в котором была получена плавная перестройка в УФ диапазоне для данного красителя, оказался равным примерно 16 нм, а максимум основного излучения соответствовал длине волны 290 нм. Падение выходной энергии на краях диапазона при этом составило ~40 %. Наименьший порог и наибольший КПД преобразования во вторую гармонику (около 5 %) получен для резонатора, который обеспечивал ширину спектра излучения на основной частоте менее 0,1 нм.

Зависимость энергии второй гармоники от энергии основной частоты излучения лазера на красителе оказалась практически линейной, а не квадратичной, как это должно быть при идеальном гауссовом пучке с малой расходимостью излучения. Мы считаем, что это связано с тем, что расходимость лазеров данного типа при увеличении энергии накачки не остается постоянной, а монотонно возрастает [3]. Исследования показали также, что расходимость излучения более заметно влияет на эффективность преобразования частоты в лазере, имеющим более широкую спектральную линию излучения.

Зависимость энергии УФ излучения от фокусного расстояния линзы  $F$  ( $F$  изменялось в пределах от 130 мм до 350 мм) для кристаллов разной длины  $l$  ( $l=20, 40$  и  $80$  мм) имеет ряд особенностей [15]. Так, изменение фокусного расстояния линзы проявляется более заметно в случае коротких кристаллов. Для более длинных кристаллов эта зависимость становится менее ярко выраженной. В частности, энергия УФ излучения, полученная для кристалла длиной 80 мм при  $F < 260$ , совпадает с энергией для этого же кристалла при  $F = 260$  мм. Следует также отметить, что предельные достигнутые нами эффективности преобразования, полученные с кристаллами длиной 40 и 80 мм, оказались практически одинаковыми, что качественно согласуется с результатами расчета [15].

Исследования влияния расходимости и спектральной ширины линии излучения ЛК с ЛН, работающего в разных участках спектрального диапазона, на эффективность генерации второй гармоники были проведены на этанольных растворах ряда красителей: G-283 [17], родамин БЖ, Оксазин-1, ЛК-678 [18], ЛК-747 [18]. Эти красители позволяли осуществлять плавную перестройку излучения в разных участках спектра, соответственно в окрестностях центральной длины волны 525, 590, 655, 676 и 713 нм. Для исследования ГВГ в трех первых участках спектра были рассчитаны и изготовлены кристаллы KDP, вырезанные соответственно под углом  $90^\circ$ ,  $64^\circ$  и  $54^\circ$  к оптической оси (первый соответствует условию “критического” синхронизма). Исследования же преобразования частоты излучения лазеров на красителях

ЛК-678 и ЛК-747 проводилось с нелинейно-оптическим кристаллом, рассчитанным на работу с центральной длиной волны 694,3 нм.

Результаты, полученные в разных участках спектра, качественно согласуются с результатами, полученными для родамина 6Ж. В частности, эффективность ГВГ и для “критического”, и для “некритического” синхронизма слабо зависит как от длины кристалла KDP, так и от фокусного расстояния согласующей линзы. В то же время в условиях “критического” синхронизма эта величина была в 1,5 – 2,0 раза больше, а порог разрушения кристаллов – примерно в 1,5 – 2,0 раза ниже, чем в других случаях. Первое согласуется с теоретическими оценками [11], согласно которым влияние расходимости лазерного излучения здесь меньше, а второе, по-видимому, связано с более высокими коэффициентами поглощения и рассеяния излучения кристаллом в зеленой области спектра, что сопровождается увеличением поглощаемой в кристалле энергии.

Величины угловой  $\Delta\theta$  и волновой  $\Delta\lambda$  расстройки (параметры, определяющие критичность настройки системы [19]), как показали исследования, слабо зависели от длины кристалла. Однако они заметно зависели от параметров фокусирующей оптической системы, расходимости излучения ЛК и спектральной области. Наиболее критичной к настройке является система, в которой применяется цилиндрическая линза, для которой  $\Delta\theta_{0,5}$  оказалось меньше расходимости исходного излучения лазера на красителе. Для сферических линз требования к точности настройки монотонно возрастают при увеличении фокусного расстояния, однако, даже для наиболее длиннофокусной сферической линзы ( $F = 265$  мм), величина  $\Delta\theta_{0,5}$  была в несколько раз больше, чем расходимость исходного излучения ЛК. В случае “некритического” синхронизма волновая и угловая расстройки оказались в несколько раз больше, чем допускается в кристаллах KDP для ГВГ. При “критическом” же синхронизме ширина угловой расстройки оказалась примерно в два раза больше, чем в других областях спектра, а ширина волновой расстройки при этом не превышает 0,1 нм.

Результаты проведенных исследований позволили получить когерентное плавно-перестраиваемое лазерное излучение в УФ области спектра, спектрально-энергетические характеристики которого приведены на рис. 2.

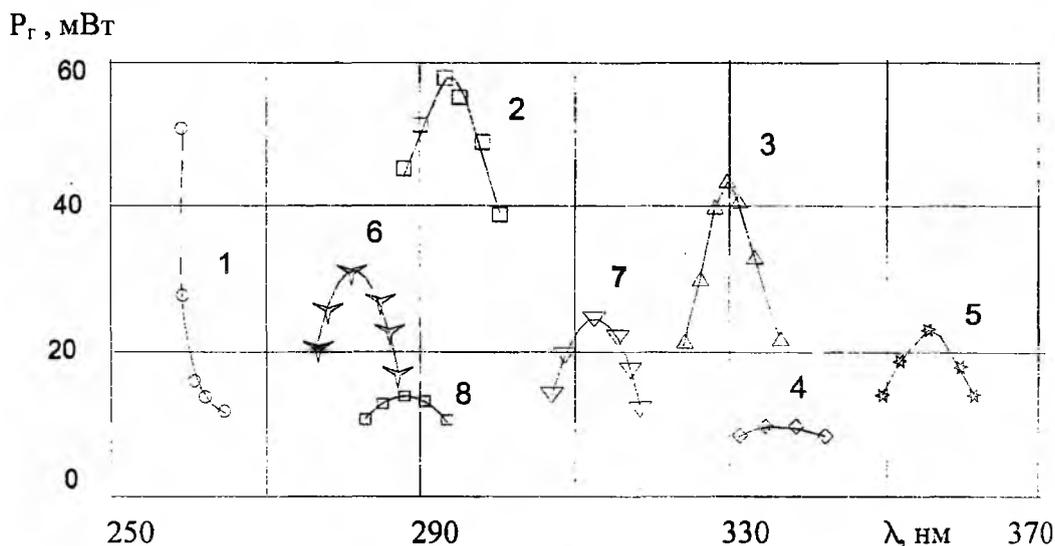


Рис. 2

На этом рисунке представлены перестроечные кривые второй гармоники излучения импульсно-периодического лазера на красителях с ламповой накачкой на этанольных растворах следующих красителей: 1 – G-283; 2 – родамин 6Ж; 3 – Оксанин-17; 4 – ЛК-678; 5 – ЛК-747; 6 – родамин незамещенный; 7 – родамин С; 8 – родамин 6Ж + кумарин 7. Эти результаты получены при частоте следования импульсов 10 Гц и с применением согласующей сферической

линзы  $F=260$  мм. Для каждого красителя использовался свой кристалл, который был рассчитан и изготовлен для работы в соответствующем участке спектра. Видно, что перестроечная кривая 1 на рис. 2 имеет явно выраженную асимметрию, что определяется условиями ГВГ, близкими “критическому” синхронизму. Вдали от “критического” синхронизма перестроечные кривые имеют практически симметричный вид. Диапазон перестройки лежит в пределах 260 – 360 нм, средняя мощность составляет десятки милливатт, а пиковая мощность – несколько киловатт.

### Выводы

Проведена оптимизация параметров активной среды, системы накачки и резонатора, что позволило получить мощное перестраиваемое лазерное излучение, практически, во всем видимом диапазоне спектра.

Экспериментально исследована генерация второй гармоники излучения перестраиваемых лазеров на красителях с ламповой накачкой. Найдены оптимальные условия, которые обеспечивают непрерывную перестройку длины волны излучения в спектральном диапазоне, ограниченном спектральной полосой усиления красителя.

Показано, что путем генерации второй гармоники в кристаллах KDP от излучения импульсно-периодических лазеров на красителях с ламповой накачкой можно получить плавно перестраиваемое излучение в диапазоне 260 – 360 нм.

Разработан и создан ряд перестраиваемых импульсно-периодических лазеров на красителях с ламповой накачкой серии «Промінь». Эти источники генерируют когерентное излучение в диапазоне 440 – 720 нм и обеспечивают спектральную ширину линии излучения 0,01 – 0,1 нм при расходимости менее 5 мрад и длительности импульсов 1 – 2 мкс. Средняя мощность излучения составляет 0,25 – 2 Вт при частоте следования 0,1 – 10 Гц, а в форсированном режиме – до 5 Вт и более при полном КПД, достигающем ~0,5 %. В УФ диапазоне 260 – 360 нм они обеспечивают непрерывно перестраиваемое излучение с пиковой мощностью порядка нескольких киловатт и средней мощностью несколько десятков милливатт при длительности импульсов около 1 мкс и частоте повторения 10 Гц. Эти источники могут найти применение в спектроскопии, медико-биологических исследованиях, фотодинамической терапии и т.п.

**Список литературы:** 1. *Molecular Fluorescence: Principles and Applications*, edited by B. Valner (Wiley-VCH, Weinheim, Germany, 2002). 2. *Gittins C.M., Shenoy S.U., Aldag H.R., Pacheco D.P., Miller M.F., Allen M.G.* Measurements of major species in a high pressure gas turbine combustion simulator using Raman scattering // 38<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences, Meeting & Exhibit, January 2000. Reno, NV: American Institute of Aeronautics and Astronautic. Paper No 2000-0772. P. 1-15. 3. *Науменко И.Г., Дзюбенко М.И., Пелипенко В.П., Шевченко В.В.* Эволюция пространственно-угловых характеристик лазеров на красителях с ламповой накачкой // Квант. электроника. 1993. Т.20, №2. С. 123-128. 4. *Дзюбенко М.И., Маслов В.В., Пелипенко В.П., Шевченко В.В.* Импульсно-периодические лазеры на красителях с ламповой накачкой // Квант. электроника. 1995. Т. 22, №5. С. 436-438. 5. *Пелипенко В.П., Дзюбенко М.И., Шевченко В.В.* Оптимизация ламповых систем накачки импульсных лазеров на растворах органических соединений // Электронная техника. Сер. Лазерная техника и оптоэлектроника. 1990. Вып. 3 (55). С. 44-48. 6. *Шевченко В.В.* Исследование основных характеристик излучения импульсных ламп при разрядах микросекундной длительности // Оптика и спектроскопия. 2000. Т.88, №2. С. 336-340. 7. *Дзюбенко М.И., Маслов В.В., Пелипенко В.П., Шевченко В.В.* Перестраиваемые импульсно-периодические лазеры на красителях с ламповой накачкой // Квант. электроника. 1998. Т.25, №12. С. 1091-1094. 8. *Дальченко П.Г., Дзюбенко М.И., Замковой А.С., Науменко И.Г., Шевченко В.В.* Формирование характеристик излучения лазеров на красителях в резонаторе со спектральным селектором // Прикладная электроника. 2005. Т.4, №3. С. 348-352. 9. *Летохов В.С.* Нелинейные селективные фотопроцессы в атомах и молекулах. М.: Наука, 1986. 408с. 10. *Сверхчувствительная лазерная спектроскопия* / Под ред. Д. Клайджера; пер с англ., под ред. В.С. Летохова. М.: Мир, 1986, 520с. 11. *Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В.* Прикладная нелинейная оптика: генераторы второй гармоники и параметрические генераторы света. М.: Радио и связь, 1982. 352с. 12. *Dzyubenko M.I., Kolpakov S.N., Pelipenko V.P., Shevchenko V.V.* Research of the Features of the Second Harmonic Generation by Pulse-Periodic Flashlamp-pumped Dye

Lasers // Telecommunications and Radio Engineering. 2002.V. 57, №10&11. P. 148-155. 13. *Копылов С.М., Лысой Б.Г., Серегин С.Л., Чередниченко О.Б.* Перестраиваемые лазеры на красителях и их применение. М.: Радио и связь, 1991. 236с. 14. *Сонин А.С., Василевская А.С.* Электрооптические кристаллы. М.: Атомиздат, 1971. 328 с. 15. *Дзюбенко М.И., Колтаков С.Н., Пелипенко В.П., Шевченко В.В.* Исследование особенностей генерации второй гармоники импульсно-периодическими лазерами на красителях с ламповой накачкой // Радиофизика и электроника. Харьков: Ин-т Радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины. 2001. Т.6, №3. С. 309-313. 16. *Дзюбенко М.И., Колтаков С.Н., Пелипенко В.П., Шевченко В.В.* Исследование генерации второй гармоники микросекундными импульсами излучения лазеров на красителях с ламповой накачкой // Тезисы докладов конференции «Лазеры. Измерения. Информация». (С.-Петербург, 6-7 июня 2001г.). С.-Петербург. 2001. С. 9-10. 17. *Дзюбенко М.И., Маслов В.В., Науменко И.Г., Пелипенко В.П.* Эффективная генерация в зеленой области на растворах красителей нового класса // Оптика и спектроскопия. 1980. Т49, №4. С. 764-767. 18. *Степанов Б.И., Бычков Н.Н., Никифоров В.Г.* и др..Новое поколение красителей спектрального диапазона 660 – 860 нм для лазеров с ламповой накачкой // Письма в ЖТФ.1988. Т.14, вып.7. С. 650-653. 19. *Дзюбенко М.И., Колтаков С.Н., Пелипенко В.П., Шевченко В.В.* Исследование импульсно-периодического источника излучения, перестраиваемого в ультрафиолетовом диапазоне спектра // Радиофизика и электроника. Харьков: Ин-т Радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины. 2002. Т.7, №2. С. 385-391.

*Институт радиофизики и электроники  
им. А.Я.Усикова НАН Украины*

*Поступила в редколлегию 09.08.2010*

## СИНТЕЗ И АНАЛИЗ МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ ЛИНЕЙНОГО ПРЕДСКАЗАНИЯ

### Введение

Для решения некоторых прикладных задач статистической радиотехники необходим синтез и анализ моделей сложных случайных процессов, состоящих из нескольких зависимых или независимых процессов. Известные модели линейного предсказания описывают сложные процессы интегрально, т.е. как процессы с многомодовым спектром. Такой подход недостаточно полно и точно описывает такие процессы. Поэтому необходимы исследования с целью создания новых конструктивных моделей линейного предсказания, позволяющих учитывать тонкую структуру сложных процессов.

Многие случайные процессы, исследуемые в статистической радиотехнике, сформированы в результате последовательного линейного или нелинейного инерционного преобразования порождающего процесса [1]. Параметры составляющих фильтров формирующего фильтра мультипликативных моделей [2] линейного предсказания могут рассчитываться по классическим [3] или обобщенным моделям линейного предсказания [4]. Мультипликативные процессы могут быть получены методом формирующего фильтра, на вход которого подается гауссов либо негауссов белый шум (БШ). Такие процессы будем называть истинными мультипликативными процессами линейного предсказания, т.к. известен порядок этих моделей и коэффициенты усиления формирующих фильтров. В работах [1, 5] показано, что для негауссовых процессов мультипликативную модель можно описывать одним разностным уравнением, учитывающим статистики второго и высших порядков. Параметры моделей рассчитываются по корреляционным и моментным функциям, путем анализа ошибок предсказания.

В статье найдены уравнения для вычисления параметров мультипликативных моделей, состоящих из моделей линейного предсказания одинакового ранга. Принципы построения предложенных моделей отличаются от классических тем, что формирующий фильтр для них представляется в виде последовательно соединенных фильтров АР, СС или АРСС с различными комбинациями классов моделей, рангов и порядков этих моделей. Рассмотрен пример построения присоединенной модели второго ранга  $AP_1(1) \times AP_2(2)$ . С помощью систем линейных и нелинейных уравнений рассчитаны параметры этих моделей.

### Мультипликативные процессы линейного предсказания

Некоторые гауссовы и негауссовы процессы в природе и технике получаются в результате последовательного преобразования фильтрами порождающего процесса [3]. Если для таких процессов выбрать в качестве порождающего процесса гауссов или негауссов БШ и полагать, что фильтры линейны и имеют рациональную передаточную функцию, то они описываются моделями линейного предсказания. Блок-схема формирователя этих мультипликативных процессов линейного предсказания с рациональной системной функцией  $H(z)$  представлена на рис. 1.



Рис. 1

Формирующие фильтры 1, 2, ..., k могут быть формирующими фильтрами АР, СС или АРСС. Параметры этих фильтров задаются либо, исходя из формы спектра выходного процесса  $x_t$ , либо вычисляются заранее как выборочные значения моделируемого реального

процесса. Если коэффициенты рассчитываются по обобщенным моделям линейного предсказания случайного процесса, то формирующие фильтры 1, 2, ..., k описываются моделями ОАР, ОСС, ОАРОСС.

Системная функция мультипликативного процесса АРСС равна произведению системных функций составляющих ее моделей

$$H(z) = H_1(z)H_2(z)...H_k(z).$$

Системная функция формирующего фильтра АРСС [6] равна произведению системных функций модели СС

$$H_{CC}(z) = 1 - \sum_{n=1}^q Q[n]z^{-n},$$

и модели АР

$$H_{AP}(z) = (1 - \sum_{i=1}^p \Phi[i]z^{-i})^{-1}, \quad (1)$$

т.е.

$$H(z) = H_{CC}(z)H_{AP}(z) = \frac{1 - \sum_{n=1}^q Q[n]z^{-n}}{1 - \sum_{i=1}^p \Phi[i]z^{-i}}, \quad (2)$$

где действие оператора сдвига  $z^{-k}$  определяется выражением  $z^{-k}x[t] = x[t-k]$ .

Чтобы получить выражения для расчета параметрических спектров мультипликативных процессов, необходимо сделать замену в (2)  $z \rightarrow e^{j2\pi fT}$ . Тогда выражение для оценки спектральной плотности мультипликативной модели записывается в виде

$$P(f) = |H(f)|^2 D_o = |H_1(f)|^2 |H_2(f)|^2 ... |H_k(f)|^2 D_o, \quad (3)$$

где  $D_o$  – дисперсия ошибки предсказания.

Возможны различные комбинации формирующих фильтров 1, 2, ..., k (рис. 1). Если в качестве второго фильтра использовать фильтр ОАР, то мультипликативную модель будем называть СС×ОАР, где знак умножения означает, что системная функция этой модели, получена перемножением системных функций моделей СС и ОАР. Заметим, что вид системных функций СС и АР и ОСС, ОАР совпадают. Однако значения параметров системных функций и порядок моделей у классических и обобщенных моделей могут отличаться. Следует также учитывать, что негауссов порождающий процесс, проходя через последовательность формирующих фильтров 1 и 2 (рис. 1) будет частично или даже полностью нормализоваться. Особенно это наблюдается при прохождении широкополосных процессов через узкополосные АР фильтры.

### Мультипликативная модель АР<sub>1</sub>(1)×АР<sub>2</sub>(2)

Для этой модели разностное уравнение выражается через системные функции следующим образом:

$$\Phi_1(z)\Phi_2(z)x[t] = a[t]. \quad (4)$$

Условие оптимальности мультипликативной модели АР состоит в статистической независимости  $a[t]$ . В случае модели АР второго ранга ошибки  $a[t]$  должны быть некоррелированными

$$a[t]a[t-j] = 0, \text{ при } j \neq 0. \quad (5)$$

Умножив правую и левую части уравнения (4) на  $x[t-j]$  и усреднив, получим уравнение

$$\Phi_1(z)\Phi_2(z)R[j] = 0, \quad (6)$$

при выводе которого было использовано свойство оптимальности (5). Из уравнения (6) получим систему уравнений для расчета параметров модели

$$\begin{aligned} R[1] &= (\Phi_2[1] + \Phi_1[1])R[0] - (\Phi_2[2] - \Phi_1[1]\Phi_2[1])R[1] - \Phi_1[1]\Phi_2[2]R[2], \\ R[2] &= (\Phi_2[1] + \Phi_1[1])R[1] - (\Phi_2[2] - \Phi_1[1]\Phi_2[1])R[0] - \Phi_1[1]\Phi_2[2]R[1], \\ R[3] &= (\Phi_2[1] + \Phi_1[1])R[2] - (\Phi_2[2] - \Phi_1[1]\Phi_2[1])R[1] - \Phi_1[1]\Phi_2[2]R[0]. \end{aligned} \quad (7)$$

Методом статистического моделирования была синтезирована модель  $AR_1(1) \times AR_2(2)$  истинного мультипликативного присоединенного процесса. Модель строилась с помощью двухзвенного формирующего фильтра, структура которого представлена на рис. 1, где первый фильтр формирует процесс  $AR_1(1)$  первого порядка, а второй фильтр уже формирует процесс  $x[t]$ , описываемый моделью  $AR_1(1) \times AR_2(2)$ . Выходной процесс  $AR_1(1) \times AR_2(2)$  состоял из модели  $AR_1(1)$  первого порядка с заданной частотой пика  $f_1 = 0$  и шириной полосы  $df_1 = 2$  и модели  $AR_2(2)$  второго порядка с параметрами спектра  $f_2 = 30$ ,  $df_2 = 3$ , при интервале дискретизации  $T=0,01$ . На вход формирующего фильтра подавался гауссов белый шум.

Для этой модели были получены теоретические и выборочные значения коэффициентов авторегрессии. Найденные теоретические значения параметров для модели  $AR_1(1)$  составляли:  $\Phi_1[1] = 0,8819$  и  $\Phi_2[1] = -0,5624$ ,  $\Phi_2[2] = -0,8282$  для  $AR_2(2)$  модели. Выборочные оценки коэффициентов модели равнялись:  $\Phi_1[1] = 0,8215$  и  $\Phi_2[1] = -0,5229$ ,  $\Phi_2[2] = -0,7864$ . Они были рассчитаны по выборочной функции корреляции из системы уравнений (7). Значения рассчитанных коэффициентов  $AR$  близки к истинным значениями исследуемого процесса. Формулу для параметрической оценки спектра (3) для модели  $AR_1(1) \times AR_2(2)$  можно записать в виде

$$P(f) = |H(f)|^2 D_a = |H_1(f)|^2 |H_2(f)|^2 D_a. \quad (8)$$

Используя формулу (3), с учетом (1), получим выражение для параметрической оценки спектра модели  $AR_1(1) \times AR_2(2)$  используя замену  $z \rightarrow e^{j2\pi fT}$ .

$$P(f) = \frac{D_a}{|1 - \Phi_1[1]e^{-j2\pi fT}|^2 \left| 1 - \sum_{i=1}^2 \Phi_2[i]e^{-j2\pi fT} \right|^2}. \quad (9)$$

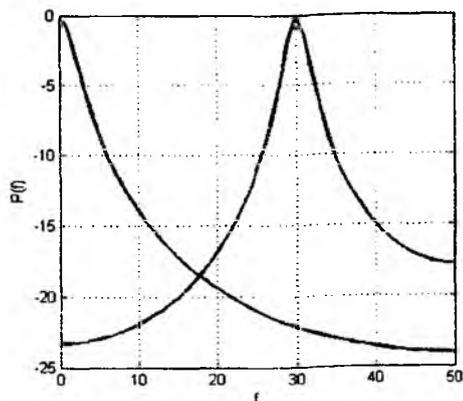


Рис. 2

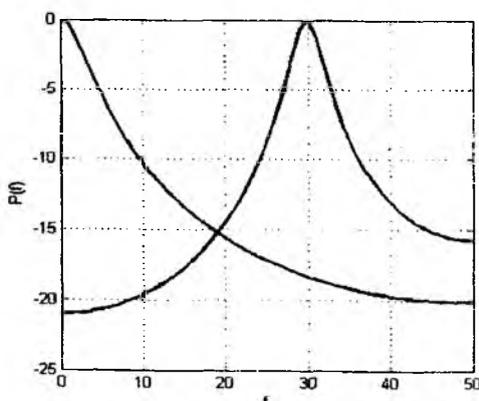


Рис. 3

С помощью выражения для оценки спектра мультипликативной модели (9) получены теоретические и выборочные значения спектральных оценок. Теоретические и выборочные параметрические оценки спектров составляющих процессов  $AP_1(1)$  и  $AP_2(2)$ , полученные с помощью известных формул [3, 6], показаны на графиках рис. 2 и 3.

По найденным теоретически и выборочным оценкам параметров моделей линейного предсказания рассчитаны параметрические оценки спектра мультипликативного процесса  $AP_1(1) \times AP_2(2)$  с помощью выражения (9). Графики спектров показаны на рис. 4 и 5.

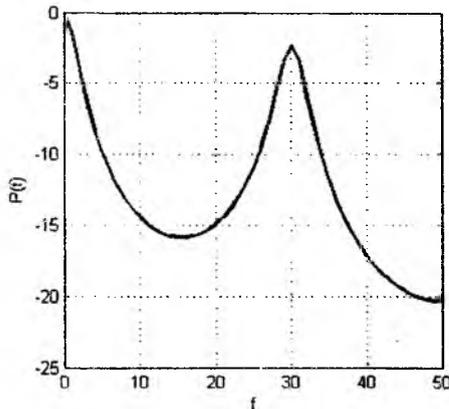


Рис. 4

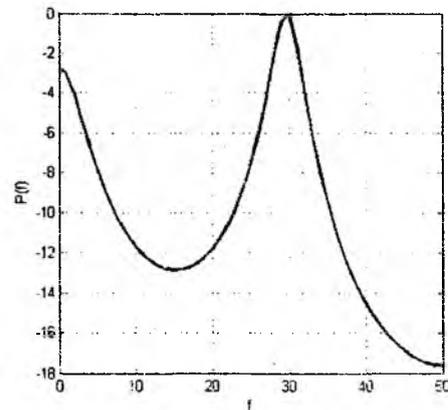


Рис. 5

Сравнение задаваемых спектров процессов и выборочных параметрических оценок спектров сгенерированных имитационных процессов показывает хорошее совпадение. Это подтверждает правильность предложенной теории мультипликативных моделей линейного предсказания. Применяя приведенную методику, можно синтезировать и другие мультипликативные модели линейного предсказания.

### Заключение

*Практическая значимость:* предложенные модели могут быть полезны для моделирования гауссовых и негауссовых сигналов и помех, для факторизации случайных сигналов и помех на основе концепции мультипликативности, а также спектрального анализа мультипликативных случайных процессов, при решении задач линейного прогнозирования.

*Научная новизна:* впервые получены уравнения для оценки параметров присоединенных моделей линейного предсказания одинакового ранга случайных процессов. Получила дальнейшее развитие теория линейного предсказания факторизуемых случайных процессов. Показано, что использование предложенной модели истинного мультипликативного процесса позволяет достаточно точно разложить исходный процесс на составляющие.

**Список литературы:** 1. Тихонов В. А., Кудрявцева Н. В. Присоединенные комбинированные модели линейного предсказания-обобщенного линейного предсказания негауссовых процессов // Радиотехника. 2008. №154. С. 152–155. 2. Тихонов В. А., Кудрявцева Н. В. Спектральный анализ присоединенных моделей линейного предсказания негауссовых процессов. 3. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Пер. с англ. М.: Мир, 1974. Вып. 1. 406 с. 4. Тихонов В.А. Обобщенная модель авторегрессии высших рангов негауссовых процессов // Радиоэлектроника и информатика. 2003. №4. С. 39–42. 5. Тихонов В. А., Дзита А. Г., Кудрявцева Н. В. Обобщенная модель авторегрессии высших рангов ошибок предсказания // Радиотехника. 2008. Вып. 153. С. 10–14. 6. Марпл.-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир. 1990. 584 с.

УДК 537.87

**Расчет импульсного излучения круглой диэлектрической стержневой антенны методом согласования мод во временной области / Н.Н. Колчигин, А.Ю. Бутрым, М.Н. Легенький // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 5 – 12.**

Рассматривается использование метода согласования мод во временной области для моделирования распространения импульсного сигнала в диэлектрической стержневой антенне. Получен модовый базис для круглого диэлектрического волновода и свободного пространства. Система интегро-дифференциальных эволюционных уравнений сводится к системе матричных дифференциальных уравнений с помощью метода моментов. Предложена численная схема решения этой системы FDTD методом. Для расчета излучения сигнала стержневой антенной на основе граничных условий предложена процедура согласования мод.

Ил. 6. Библиогр.: 6 назв.

УДК 537.87

**Розрахунок імпульсного випромінювання діелектричної стрижневої антени методом узгодження мод у часовій області / М.М. Колчигин, О.Ю. Бутрим, М.М. Легенький // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С. 5 – 12.**

Розглядається використання методу узгодження мод в часовій області для моделювання поширення імпульсного сигналу в діелектричній стрижневій антені. Отримано модовий базис для круглого діелектричного хвилеводу та вільного простору. Система інтегро-диференціальних еволюційних рівнянь зводиться до системи матричних диференціальних рівнянь за допомогою методу моментів. Запропоновано чисельну схему розв'язку цієї системи FDTD методом. Для розрахунку випромінювання сигналу стрижневою антеною на основі граничних умов запропоновано процедуру узгодження мод.

Ил. 6. Библиогр.: 6 назв.

UDC 537.87

**Calculation of dielectric rod antenna pulse radiation by mode matching method in time domain / N.N. Kolchigin, A. Yu. Butrym, M.N. Leguenkiy // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. № 162. P. 5 – 12.**

The method of mode matching in time domain for simulation of a pulse signal propagation in a dielectric circular rod antenna is considered. The mode basis for circular dielectric waveguide and free space are obtained. The system of integral-differential evolutionary equations for dielectric waveguide and free space are reduced to the system of matrix differential equations by the method of moments. Numerical scheme for these system solution by FDTD method is proposed. The field matching procedure based on the boundary conditions is proposed to calculate signal radiation by the rod antenna.

6 fig. Ref.: 6 items.

УДК 537.876.4

**Трёхмерное подповерхностное зондирование двумерными решетками из РЩА в режиме импульсного возбуждения / Д.Д. Иванченко, О.В. Казанский, Н.Н. Колчигин // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 13 – 19.**

Предложен метод проведения подповерхностного зондирования с помощью двумерных антенных решеток с импульсным возбуждением элементов. Показано, что за счет управления диаграммой направленности антенной системы можно провести полную пространственную селекцию исследуемой области. Это позволяет провести построение изображения с детализацией необходимых элементов подповерхностного объекта, а также получать изображения элементов, затененных при некоторых ракурсах. Разработан алгоритм обработки результатов измерения с целью выявления импульсных откликов для смежных областей для различных измерений.

Ил. 5. Библиогр.: 7 назв.

УДК 537.876.4

**Тривимірне підповерхневе зондування двовимірними решітками з РЩА в режимі імпульсного збудження** / Д.Д. Іванченко, О.В. Казанський, М.М. Колчигін // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип.162. С. 13 – 19.

Запропоновано метод проведення підповерхневого зондування за допомогою двовимірних антенних решіток з імпульсним збудженням елементів. Показано, що за рахунок керування діаграмою спрямованості антенної системи можна провести повну просторову селекцію досліджуваної області, побудувати зображення з деталізацією необхідних елементів підповерхневого об'єкту, а також отримати зображення елементів, що затінені при деяких ракурсах. Розроблено алгоритм обробки результатів вимірювання з метою визначення імпульсних відгуків для суміжних областей для різних вимірювань.

Л. 5. Бібліогр.: 7 назв.

UDC 537.876.4

**3D ground penetrate sounding by pulse excited two-dimensional TSA arrays** / D.D. Ivanchenko, O.V. Kazansky, N.N. Kolchiguin // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. № 162. P. 13 – 19.

The method of ground penetrating sensing measurements by two-dimensional pulse excited TSA array is offered. It is shown that it is possible to carry out a complete spatial selection of the studied region due to patterns steering. This makes it possible to construct an image with a high detailing of necessary elements of the penetrate object and to receive pictures of some elements shaded from some angles. An algorithm for measurement results processing is developed to reveal the pulse responses from contiguous facets of measurements.

5 fig. Ref.: 7 items.

УДК 530.1:537.86

**Корреляційні характеристики излучения фрактального сигнала линейным вибратором** / Ю.М. Пенкин, Л.Ю. Белогорцева // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С. 20 – 27.

Использована модель формирования временного сигнала фрактального типа в виде пакета гармонических колебаний, который определяется конечным фрагментом ряда в представлении обобщенных функций Вейерштрасса. Исследованы основные особенности излучения тонкого линейного симметричного вибратора при его возбуждении фрактальным сигналом рассматриваемого типа. Представлены корреляционные зависимости трансформации формы сигнала излучения в дальней зоне антенны.

УДК 530.1:537.86

**Корреляційні характеристики випромінювання фрактального сигналу лінійним вибратором** / Ю.М. Пенкин, Л.Ю. Белогорцева // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип.162. С. 20 – 27.

Використовано модель формування у часі сигналу фрактального типу у вигляді пакету гармонічних коливань, що визначається фрагментом суми доданків з представлення узагальнених функцій Вейерштрасса. Досліджено основні особливості випромінювання тонкого лінійного симетричного вибратора за умов його збудження фрактальним сигналом зазначеного типу. Представлено кореляційні залежності трансформації форми сигналу випромінювання у дальній зоні антени.

UDC 530.1:537.86

**Correlation characteristics of the radiation of fractal signal linear vibrator** / Yu.M. Penkin, L.Yu. Belogortseva // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. № 162. P. 20 – 27.

The model of the fractal type time signal formation in the form of a package of harmonic vibrations is used; this signal is determined by a final fragment in the representation of generalized Weierstrass functions. The main features of the radiation of a thin linear symmetric vibrator with its excitation fractal signal of the considered type. Correlation dependence of form transformation of radiation signal in the far field signal antenna are presented.

УДК 517.958:537.8

**Осесимметричное возбуждение нестационарным источником конуса с продольной щелью /**  
*А. В. Артюх, А. П. Блишун, В. А. Дорошенко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010*  
Вып. 162. С. 28 – 34.

Рассмотрена задача возбуждения электрическим радиальным импульсным диполем полубесконечного идеальнопроводящего кругового конуса с продольной щелью. С помощью интегрального преобразования Мелера – Фока и метода задачи Римана – Гильберта электродинамическая задача сведена к системе линейных алгебраических уравнений, решение которой получено как аналитически, так и численно. В случае узкой конической ленты приведено аналитическое решение, определен пространственный спектр задачи и структура поля. Проведен численный анализ распределения поля во временной области в зависимости от ширины щели и углов полуоткрытого конуса.

Ил. 3. Библиогр.: 6 назв.

УДК 517.958:537.8

**Осесиметричне збудження нестационарним джерелом конуса з поздовжньою щілиною /**  
*А. В. Артюх, О. П. Блишун, В. О. Дорошенко // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип.*  
162. С. 28 – 34.

Розглянуто задачу збудження електричним радіальним імпульсним диполем напівнескінченного ideally провідного кругового конуса з поздовжньою щілиною. За допомогою інтегрального перетворення Мелера – Фока та методу задачі Рімана – Гільберта електродинамічна задача зведена до системи лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язок якої отримано як аналітично, так і чисельно. У випадку вузької конічної стрічки наведено аналітичний розв'язок, визначено просторовий спектр задачі та структура поля. Проведено чисельний аналіз розподілу поля у часовій області в залежності від ширини щілини та кутів напіврозкриву конуса.

Ил. 3. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 517.958:537.8

**The axisymmetric nonstationary source launching of the cone with longitudinal slot /**  
*A. V. Artjukh, A. P. Blishun, V. A. Doroshenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdip. Mag. 2010 № 162. P. 28 – 34.*

The problem of the half-infinite idealconductive round cone with longitudinal slot launching by an electric radial impulse dipole is considered. The electrodynamic problem is reduced to the system of linear algebraic equations with the help of the Meler-Fock integral transform and the method of Riemann-Hilbert problem. The solution is obtained with the help of analytical and numerical methods. In the case of cone slot the analytical solution of the problem of spatial spectrum and the field structure are obtained. Numerical analysis of the field distribution in time domain depending on the slot width and cone angle is carried out.

3 fig. Ref.: 6 items.

УДК 621.317.619

**Характеристики коаксиального конусного СВЧ датчика для микродиагностики объектов /**  
*Ю.Е. Гордиенко, С.Ю. Ларкин, А.Л. Ищенко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010.*  
Вып.162. С. 35. – 40.

Рассматривается модель коаксиального конусного СВЧ датчика и устанавливаются зависимости его фундаментальных характеристик преобразования от геометрии конструктива и их взаимосвязи с рабочей добротностью, определяющей чувствительность датчика. В результате можно оценить оптимальные форму и размер острия конусного датчика для одновременного достижения высокой чувствительности при заданной разрешающей способности. Представлено сравнение с экспериментом на кремниевых пластинах в некоторых точках.

Ил. 5. Библиогр.: 10 назв.

УДК 621.317.799

**Характеристики коаксіального конусного НВЧ давача для мікродіагностики об'єктів /**  
*Ю.О. Гордієнко, С.Ю. Ларкін, А.Л. Іщенко// Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип.*  
162. С. 35 – 40.

Розглядається модель коаксіального конусного НВЧ давача та встановлюються залежності його фундаментальних характеристик перетворення від геометрії конструктиву та їх взаємозв'язок з робочою добротністю, яка визначає чутливість давача. В підсумку можливо оцінити оптимальні форму та розмір вістря конусного давача, для одночасного досягнення високої чутливості при заданій просторовій роздільній здатності. Представлено порівняння з експериментом на кремнієвих пластинах у деяких точках.

Іл. 5. Бібліогр.: 10 назв.

UDC 621.317.799

**Characteristics of coaxial conical microwave sensor for objects' microdiagnostics / Yu.Ye Gordienko, S.Yu. Larkin, A.L.Ishchenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdip. Mag. 2010. №162. P. 35 – 40.**

A model of coaxial conical microwave sensor is examined; its fundamental transformation characteristics dependence on to the construct's geometry and their relationship with the quality factor defining the sensor sensitivity are determined. As a result, the optimal shape and size of the tip cone sensor for the simultaneous achievement of high sensitivity at a given spatial resolution can be estimated. Comparison to the experiment on the silicon wafers in some points is presented.

5 fig. Ref.: 10 items.

УДК 621.385.6

**Моделирование процессов в электромагнитном поле при образовании плазменного шнура / Н.П. Стогний, Н.К. Сахненко, А.Г. Нерух // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 41 – 47.**

Теоретически исследуется двумерная задача преобразования электромагнитного поля в результате образования цилиндрического плазменного сгустка. Решение задачи получено аналитически в виде преобразования Лапласа. Обращение во временную область позволило оценить длительность переходного процесса и выявить особенности установившегося режима.

Показано, что изменение свойств в ограниченной области приводит к изменению пространственной структуры поля и восстановлению частоты поля к значению частоты источника. Обсуждаются возможности прохождения волны через плазменную область и образования области тени за объектом, а также установлено возбуждение поверхностных плазмонов.

Ил. 3. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.385.6

**Моделювання процесів в електромагнітному полі в результаті утворення плазменного шнура / Н.П. Стогний, Н.К. Сахненко, О.Г. Нерух // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С. 41 – 47.**

Теоретично досліджується двохвимірна задача перетворення електромагнітного поля в результаті утворення циліндричного плазменного згустку. Розв'язування задачі отримано аналітично у вигляді перетворення Лапласа. Перетворення в часову область дозволило оцінити тривалість перехідного процесу й виявити особливості режиму, який встановився.

Показано, що зміна властивостей в обмеженій області приводить до зміни просторової структури поля та відновлення частоти поля до значення частоти джерела. Обговорюються можливості проходження хвилі через плазменну область і утворення області з тінню за об'єктом, а також встановлено збудження поверхневих плазмонів.

Іл. 3. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 621.385.6

**Modeling of processes in electromagnetic field due to creation of plasma column / N.P. Stogniy, N.K. Sakhnenko, A.G. Nerukh // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdip. Mag. 2010. № 162. P. 41 – 47.**

The 2D problem of electromagnetic field evolution due to creation of cylindrical plasma inhomogeneity is theoretically investigated. The solution is obtained analytically in the Laplace transform domain. Inversion to the time domain has allowed us to estimate the duration of the transient period and analyze the features of the steady-state regime.

It is revealed that the variation in time of material properties in a bounded object results in the transformation of the field pattern and recovery of the field frequency to the frequency of initial wave. Possibilities of transmission of the wave through the plasma object and formation of the shadow region behind it are discussed. The excitation of the surface plasmons is also shown.

3 fig. Ref.: 6 items.

УДК 535.55

**Метаматериалы для ТГц и оптического диапазонов. Обзор современного состояния и выбор объектов исследований / В.И. Фесенко // Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып.162. С.48 – 56.**

Проведен обзор литературных источников посвященных искусственным композитным средам с отрицательным показателем преломления, которые используются для управления излучением ТГц и оптического диапазонов. На основании проведенного обзора определены проблемы требующие дальнейшего изучения и пути их решения.

Ил. 5. Библиогр.: 48 назв.

УДК 535.55

**Метаматеріали для ТГц та оптичного діапазонів. Огляд сучасного стану та вибір об'єктів дослідження / В.І. Фесенко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип.162. С. 48 – 56.**

Проведено огляд літературних джерел присвячених штучним композитним середовищам з від'ємним показником заломлення, що використовуються для керування випромінюванням ТГц та оптичного діапазонів. На основі проведеного огляду визначено проблеми, що потребують подальшого вивчення та шляхи їх вирішення.

Іл. 5. Бібліогр.: 48 назв.

UDC 535.55

**Metamaterials for THz and optical ranges. Review of the current state and choice of the investigated objects / V.I. Fesenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdip. Mag. 2010. №162. P. 48 – 56.**

The review of the literature sources on artificial composite media with a negative refractive index used for THz and optical ranges radiation control is presented. The problems calling for further investigation and the line of attack on the problem are defined.

5 fig. Ref.: 48 items.

УДК 621.396.669

**Оценка электронной температуры пробоя в воздушной среде / Н.С. Антоненко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 57 – 62.**

Рассмотрены основные макроскопические параметры предварительно созданной слабоионизованной плазмы. Рассмотренные параметры позволяют определить макроскопические характеристики ионизированной среды в волноводном тракте. Получено выражения для оценки электронной температуры пробоя в воздушной среде.

Библиогр.: 8 назв.

УДК 621.396.669

**Оцінка електронної температури пробую в повітряному середовищі / Н.С. Антоненко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С.57 – 62.**

Розглянуті основні макроскопічні параметри заздалегідь створеної слабоіонізованої плазми. Розглянуті параметри дозволяють визначити макроскопічні характеристики іонізованого середовища в хвилевідному тракті. Одержано вирази для оцінки електронної температури пробую в повітряному середовищі.

Бібліогр.: 8 назв.

UDC 621.396.669

**Estimation of the breakdown electron temperature in air medium / N.S. Antonenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdip. Mag. 2010. №162. P. 57 – 62.**

The main macroscopic parameters of previously created weakly ionized plasma are considered. These parameters make it possible to define the macroscopic characteristics of the ionized environment in the waveguide tract. The expressions for evaluation of the electron temperature of the breakdown in air are received.

Ref.: 8 items.

УДК 620.1.08.001:621.317.1

**Оценка информационных способностей фазовых детекторов и путей их совершенствования на основе современной компонентной базы / А.Ю. Панченко, Н.И. Слипченко, Н.Н. Чернышов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С.63 – 66.**

Предложено использование информационных критериев оценки качества фазовых детекторов. Представлены исходные соотношения для количественной оценки потока информации, который могут передавать детекторы и измерители разности фаз. Анализируются принципиальные ограничения и основные технические факторы, снижающие объем полезной информации. На основании информационных критериев сформулированы требования к конструкциям и технология изготовления фазочувствительной РЭА.

Ил. 1. Библиогр.: 7 назв.

УДК 620.1.08.001:621.317.1

**Оцінка інформаційної здатності фазових детекторів і шляхів їх удосконалення на підставі сучасної компонентної бази / О.Ю. Панченко, М.І. Слипченко, М.М. Чернишов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С.63 – 66.**

Запропоновано використання інформаційних критеріїв оцінки якості фазових детекторів. Представлено вихідні співвідношення для кількісної оцінки потоку інформації, який спроможні передати детектори або вимірники різності фаз. Анализуються принципові обмеження і основні технічні фактори, що знижують об'єм корисної інформації. На підставі інформаційних критеріїв сформульовані вимоги до конструкцій та технології виготовлення фазочутливої РЕА.

Ил. 1. Библиогр.: 7 назв.

UDC 620.1.08.001:621.317.1

**Estimation of information capacity of phase detectors and ways of their perfection based on the modern component basis / A.Yu Panchenko, N.I. Slipchenko, N.N. Chernyshev // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. № 162. С.63 – 66.**

Application of the information criteria to the phase detectors quality estimation is suggested. The initial relations for qualitative estimation of the information flow which can be transmitted by the detectors and phase difference meters are presented. Radical limitations and the main technical factors decreasing the useful information volume are analyzed. Requirements on construction and technology of phase-sensitive REA manufacturing are stated on the information criteria basis.

1 fig. Ref.: 7 items.

УДК 621.396.6

**Расчет числа компонент спектра установившегося отклика нелинейной инерционной цепи на многочастотное полиамплитудное воздействие, содержащее постоянную составляющую / С. П. Гулин, А.С. Гулин / Радиотехника. Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. 2010. Вып.162. С.67 – 77.**

Предложена методика расчета числа компонент установившегося отклика конвергентной нелинейной инерционной цепи (НИЦ) на многочастотное воздействие, содержащее постоянную составляющую, при анализе режима на основе концепции управляемого динамического насыщения (КУДН) и функциональных рядов Вольтерры – Гаусса (ФРВГ) в частотной области. Методика позволяет определить полное множество решений, необходимое для анализа спектра установившегося режима НИЦ в условиях подобного воздействия, и учесть их при формировании системы уравнений математической модели НИЦ в обобщенной матричной форме.

Ил. 2. Табл. 3. Библиогр.:20 назв.

УДК 621.396.6

**Розрахунок числа компонент спектра усталеного відгуку нелінійного інерційного ланцюга на багаточастотну поліамплітудну дію, що містить постійну складову / С. П. Гулін, О. С. Гулін // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С.67 – 77.**

Запропоновано методику розрахунку числа компонент усталеного режиму конвергентного нелінійного інерційного ланцюга (НІЛ) на багаточастотну дію, що містить постійну складову, під час аналізу режиму на основі концепції керованого динамічного насичення (ККДН) і функціональних рядів Вольтерри – Гауса (ФРВГ) в частотній області. Методика дозволяє визначити повну множину рішень, що необхідна для аналізу спектра усталеного режиму НІЛ в умовах подібної дії, і врахувати її при формуванні і вирішенні системи рівнянь математичної моделі НІЛ в узагальненій матричній формі.

Іл. 2. Табл. 3. Бібліогр.:20 назв.

UDC 621.396.6

**Calculation of number components of spectrum of the set response of nonlinear inertia circuit to multifrequency polyamplitude influence, containing a permanent constituent / S. P. Gulin, A. S. Gulin / Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. №162. С.67 – 77.**

The method for calculation of number components of the set response of convergence nonlinear inertia circuit (NIC) to multifrequency influence, containing a permanent constituent, at the analysis of the mode based on the conception of the guided dynamic saturation (CGDS) and Volterra – Gauss functional series (VGFS) in a frequency area is offered. This method makes it possible to define the complete set of decisions, necessary for the analysis of spectrum of the NIC set mode under conditions of similar influence, and to take them into account when forming the set of equations for mathematical model of NIC in the generalized matrix form.

2 fig. Table. 3. Ref.: 20 items.

УДК 621.391

**Оценка координат астероида на дискретном изображении / В.Е Саваневич, А.Б. Брюховецкий, А. М. Кожухов, Е. Н. Диков // Радіотехніка: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 78 – 86.**

Разработан метод оценки положения астероида на дискретном изображении, учитывающий как факт оценки непрерывных параметров (координат астероидов) на дискретном изображении (совокупность потенциалов пикселей ПЗС-матрицы), так и то, что остаточные шумовые фотоны могут быть распределены по изображению объекта неравномерно. Путем экспериментальных исследований на натуральных данных подтверждена работоспособность метода, определены его предварительные точностные характеристики. Метод использован авторами в разрабатываемой системе оперативного автоматического обнаружения новых и сопровождения известных астероидов.

Ил. 2. Библиогр.: 11 назв.

УДК 621.391

**Оцінка координат астероїда на дискретному зображенні / В.Є Саваневич, О.Б. Брюховецький, О. М. Кожухов, Е. Н. Діков // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С. 78 – 86.**

Розроблений метод оцінок положення астероїда на дискретному зображенні, який враховує як факт оцінки безперервних параметрів (координат астероїда) на дискретному зображенні (сукупність потенціалів пікселів ПЗС-матриці) так й те, що залишкові фотони можуть бути розподілені по зображенню об'єкта нерівномірно. Шляхом експериментальних досліджень на натурних даних підтверджена працездатність метода, визначені його попередні точнісні характеристики. Метод використан авторами в розробляемій системі оперативного автоматичного виявлення нових та супроводу відомих астероїдів.

Іл. 2. Бібліогр.: 11 назв.

UDC 621.391

**Estimation of the asteroid coordinates on the discrete image / V. E. Savanevich, A. B. Bryukhovetskiy, A. M. Kozhukhov, E. N. Dikov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. №162. P. 78 – 86.**

The method is developed for estimation of an asteroid position on the discrete image taking into account both the fact of estimation of the continuous parameters (asteroids' coordinates) on the discrete image (population of potentials of CCD-matrix's pixels), and that residual noise photons can be distributed on an object image non-uniformly. Efficiency of the method, its preliminary precision characteristics are defined by experimental researches on the available natural data. The method is used by the authors in the developed system of automatic online detection of new asteroids and tracking of the known asteroids.

2 fig. Ref.: 11 items.

УДК 621.391

**Анализ ухудшения отношения сигнал/шум при синхронном детектировании с предварительной компенсацией фазового сдвига / И. С. Перекрестов, П. В. Иващенко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С.87 – 92.**

Проведен анализ влияния предварительной компенсации фазового сдвига на отношение сигнал/шум на выходе синхронного детектора. Показано, что это влияние пренебрежимо мало при достаточно узкополосной фильтрации оценки фазы.

Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.391

**Аналіз погіршення відношення сигнал/шум при синхронному детектуванні з попередньою компенсацією фазового зсуву / І. С. Перекрестов, П.В. Иващенко // Радиотехника: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип.162. С. 87 – 92.**

Здійснений аналіз впливу попередньої компенсації фазового зсуву на відношення сигнал/шум на виході синхронного детектора. Показано, що цим впливом можна знехтувати при достатньо вузько смуговій фільтрації оцінки фази.

Іл. 2. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 621.391

**Analysis of signal to noise ratio degradation at the synchronous detecting with preliminary compensation of phase shift / I. S. Perekrestov, P. V. Ivaschenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. №162. P. . 87 – 92.**

Influence of the preliminary compensation phase shift on the signal to noise ratio on the synchronous detector output is analyzed. It is shown that this influence is negligible for a sufficiently narrow-band filtering of phase estimation.

1 fig. Ref.: 5 items.

УДК 621.396.2

**Метод подавления преднамеренных помех в задачах пространственной фильтрации сигналов / Г.В. Майстренко, А.М. Рыбалко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 93 – 101.**

Описывается разработанный метод оптимальной пространственной фильтрации сигнала адаптивной АР по критерию максимума отношения мощности сигнала к мощности шума в условиях наличия помех, приходящих со случайных направлений. Предложенный метод учитывает априорную информацию о секторах прихода случайных помех в виде законов распределения. Эффективность метода была продемонстрирована на примере численного моделирования исследования линейной эквидистантной решетки с одной зоной прихода помехи и случайным равномерно распределенным направлением.

Ил. 8. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.396.2

**Метод подавлення навмисних перешкод у задачах просторової фільтрації сигналів / Г.В. Майстренко, О.М. Рыбалко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип.. 162. С. 93 – 101.**

Описується розроблений метод оптимальної просторової фільтрації сигналів адаптивної антенної ґратки за критерієм максимуму відносини потужності сигналу до потужності шуму в умовах наявності перешкод, що приходять із випадкових напрямків. Запропонований метод враховує апіорну інформацію про сектори приходу випадкових перешкод у вигляді законів розподілу. Ефективність методу була продемонстрована на прикладі чисельного моделювання дослідження лінійної еквідистантної ґратки з однією зоною приходу перешкоди й випадковим рівномірно розподіленим напрямком.

Іл. 8. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 621.396.2

**Method for suppression of intentional interference in the problems of signal spatial filtering** / G.V. Maistrenko, A.M. Rybalko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. №162. P. 93 – 101.

The developed method of optimal signal spatial filtering of the adaptive antenna array according to the criterion of maximum of the power signal to noise power in the presence of noise coming from random directions is describes. The proposed method takes into account a priori information about the sector accounts for random noise in the form of distribution laws. The effectiveness of the method was demonstrated by numerical simulation studies of a linear equidistant antenna array with one zone joining interference and random uniformly distributed direction.

8 fig. Ref.: 6 items.

УДК 621.317.733

**Двойные электрические мосты теоретической электротехники** / П.Ф. Лебедев, В.П. Дробышева / Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 102 – 107.

Рассмотрены свойства двойных мостов в условиях постоянных и гармонических токов и напряжений с учетом сопротивлений источника и нагрузки. Кроме характерных свойств этого вида линейных цепей выявлены новые: такие как деление токов, напряжений и мощностей в структуре моста, а также свойства Т – и П-образных структур преобразовывать значения напряжений в значения токов, и наоборот. Показана способность мостов этого типа осуществлять фильтрацию действительных и мнимых составляющих токов и напряжений.

Табл. 5. Ил. 4. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.317.733

**Подвійні електричні мости теоретичної електротехніки** / П.Ф. Лебедев, В.П. Дробышева / Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С. 102 – 107.

Розглянуто властивості подвійних мостів в умовах постійних та змінних струмів та напруг з урахуванням опорів джерела та напруги. Крім характерних для цього виду лінійних властивостей, виявлені нові: такі як поділ струмів, напруг та потужностей в структурі мосту, а також властивість Т- та П – подібних структур перетворювати значення напруг в значення струмів та навпаки. Показана властивість мостів цього типу виконувати фільтрацію дійсних та уявних складових струмів та напруг.

Табл. 5. Лл. 4. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 621.317.733

**Double electric bridges of the theoretical electrical engineering** / P. Lebedev, V. Drobysheva // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. №162. P. 102 – 107.

Properties of double bridges under conditions of constant and harmonious currents and pressure having regard to resistance of a source and loading are considered. Except for characteristic properties of linear circuits of this kind new ones are revealed: such as division of currents, pressure and capacities in the structure of the bridge, as well as properties Т – and П – type structures are figurative structures to transform values of pressure to currents and vicversa. Ability of bridges of this type to carry out a filtration of the valid and imaginary making currents and pressure is shown.

4 fig. Tab. 5. Ref.: 5 items.

УДК 621.38

**Нормализованные состояния и дескрипторные нейросетевые модели переходных режимов нелинейных цепей – II** / А.А. Руткас, Л.А. Власенко, А.Г. Руткас // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 108 – 115.

Исследуется дескрипторная дискретная система, которая является разностным аналогом дифференциально-алгебраических уравнений нелинейной цепи с произвольным числом индуктивностей, емкостей, нелинейных сопротивлений и проводимостей. Преобразованная к нормальной форме дискретная система моделируется дескрипторной нейронной сетью.

Ил. 3. Библиогр.: 12 назв.

УДК 621.38

**Нормалізовані стани та дескрипторні нейромережеві моделі перехідних режимів нелінійних кіл – II** / А.А. Руткас, Л.А. Власенко, А.Г. Руткас // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С. 108 – 115.

Досліджується дескрипторна дискретна система, що є різницеvim аналогом диференціально-алгебраїчних рівнянь нелінійного кола з довільною кількістю індуктивностей, ємностей, нелінійних опорів та провідностей. Перетворена до нормальної форми дискретна система моделюється дескрипторною нейронною мережею.

Іл. 3. Бібліогр.: 12 назв.

UDC 621.38

**Normalized states and descriptor neuronet models of transient regimes of nonlinear circuits – II** / А.А. Rutkas, L.A. Vlasenko, A.G. Rutkas // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. №162. P. 108 – 115.

The descriptor discrete system, which is a difference analog of differential algebraic equations of a nonlinear circuit with an arbitrary number of inductors, capacitors, nonlinear resistors and conductors, is investigated. The discrete system, transformed to a normal form, is modeled by the descriptor neural network.

3 fig. Ref.: 12 items.

УДК 004.054

**Обзор программ анализа и мониторинга сетевого трафика** / А.И. Костромицкий, В.С. Волотка // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 116 – 122.

Рассмотрены наиболее популярные в своем классе программные средства для анализа трафика (снифферы) и программы для мониторинга сетевого трафика. Проведен краткий обзор и сравнительный анализ возможностей, достоинств и недостатков указанных программных продуктов. Даны рекомендации по выбору того или иного программного продукта для решения определенных, в т.ч. специфических задач пользователей.

Табл. 2. Ил. 5.

УДК 004.054

**Огляд програм аналізу та моніторингу мережевого трафіка** / А.І. Костромицький, В.С. Волотка // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С. 116 – 122.

Розглянуті найбільш популярні у своєму класі програмні засоби для аналізу трафіка (сніфери) і програми для моніторингу мережевого трафіка. Проведений короткий огляд і порівняльний аналіз можливостей, достоїнств і недоліків зазначених програмних продуктів. Дані рекомендації з вибору того або іншого програмного продукту для розв'язку певних, у т.ч. специфічних задач користувачів.

Табл. 2. Іл. 5.

UDC 004.054

**Review of the programs for analysis and monitoring of the network traffic** / А.І. Kostromitsky, V.S. Volotka // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. №162. P. 116 – 122.

The software, the most popular in the class, for analysis of the traffic (sniffers) and program for monitoring the network traffic are considered. The brief review and comparative analysis of opportunities, advan-

tages and lacks of the specified software is carried out. The recommendations are given for the choice of this or that software for decision-making, including the specific tasks of the users.

Tab. 2. 5 fig.

УДК 004.7:519.2

**Исследование работы протоколов семейства тср при критических режимах функционирования сети** // *А.В. Карпукhin, Л.О. Кириченко, Т.А. Радивилова* // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 123 – 130.

Проведено имитационное моделирование работы сети при самоподобном трафике и наличии узкого места в системе. Проведен сравнительный анализ разновидностей протоколов семейства TCP (Reno, Vegas, HSTCP, BIC, CUBIC) и проанализированы различные алгоритмы работы данных протоколов. Даны рекомендации по использованию данных протоколов в телекоммуникационных сетях. Данная работа выполнена при поддержке ДФФД (грант Ф25.1/027 «Аналіз поведінки інформаційних систем з великою нелінійністю: синергетичний підхід»).

Ил. 3. Библиогр.: 9 назв.

УДК 004.7:519.2

**Дослідження роботи протоколів сімейства TCP при критичних режимах функціонування мережі** / *О.В. Карпукhin, Л.О. Кіриченко, Т.А. Радівілова* // Радиотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С. 123 – 130.

Проведено імітаційне моделювання роботи мережі при самоподібної трафіку і наявності вузького місця в системі. Проведено порівняльний аналіз різновидів протоколів сімейства TCP (Reno, Vegas, HSTCP, BIC, CUBIC) і проаналізовано різні алгоритми роботи даних протоколів. Дано рекомендації з використання даних протоколів в телекомунікаційних мережах. Дана робота виконана за підтримки ДФФД (грант Ф25.1/027 «Аналіз поведінки інформаційних систем з великою нелінійністю: синергетичний підхід»).

Ил. 3. Библиогр.: 9 назв.

UDC 004.7:519.2

**Investigation of the TCP protocols family for critical modes of operation networks** / *O. Karpukhin, L. Kirichenko, T. Radivilova* // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. №162. P. 123 – 130.

Simulation of the network with the self-similar traffic and the presence of a bottleneck in the system is carried out. The comparative analysis of the TCP protocols family types (Reno, Vegas, HSTCP, BIC, CUBIC) is performed and various algorithms for data protocols are analyzed. Recommendations on the use of these protocols in telecommunications networks are given. This work was supported by DFFD (Grant F25.1/027 «Analysis of behavior of information systems with large nonlinearity: synergistic approach").

3fig. Ref.: 9 items.

УДК 621.373.826

**Перестраиваемые импульсно-периодические лазеры на красителях с ламповой накачкой видимого и УФ диапазонов спектра** / *М. И. Дзюбенко, С. Н. Колпаков, В. П. Пелипенко, В. В. Шевченко* // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2010. Вып. 162. С. 131 – 139.

Исследованы спектрально-энергетические характеристики излучения лазеров на красителях с ламповой накачкой и генерация их второй гармоники. В результате были разработаны и изготовлены импульсно-периодические источники видимого и УФ излучения, перестраиваемые в диапазонах 435 – 720 нм и 260 – 360 нм. Их средняя мощность излучения составляет несколько ватт в видимом диапазоне и несколько десятков милливатт в УФ диапазоне.

Ил. 2. Табл. 1. Библиогр.: 19 назв.

УДК 621.373.826

**Імпульсно-періодичні лазери на барвниках з ламповою накачкою видимого та УФ діапазонів спектру, що перестроюються / М.І. Дзюбенко, С.М. Колпаков, В.П. Пелипенко, В.В. Шевченко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип. 162. С. 131 – 139.**

Досліджені спектрально-енергетичні характеристики випромінювання лазерів на барвниках з ламповою накачкою та генерація їх другої гармоніки. В результаті були розроблені та виготовлені імпульсно-періодичні джерела видимого та УФ випромінювання, які перестроювались в діапазонах 435 – 720 нм і 260-360нм. Їх середня потужність випромінювання становила декілька Ватт у видимому діапазоні та декілька десятків міліват у УФ діапазоні.

Табл. 1. Іл. 2. Бібліогр.: 19.

UDC 621.373.826

**Tunable periodically pulsed flashlamp- pumped dye lasers to the visible and UV spectral region / М.І. Dzyubenko, S.N. Kolpakov, V.P. Pelipenko, V.V. Shevchenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. №162. P. 131 – 139.**

Spectroscopic-energy radiation characteristics of flashlamp- pumped dye lasers and their the second harmonic generation are investigated. The pulse-periodic tunable sources of the visible and UV radiation are developed for 435-720nm and 260-360nm spectral range. Their average power of radiation makes several watts in visible range and several tens of milliwatts in an UV range.

1 tab. 2. fig. Ref.: 19 items.

**УДК 621.391: 519.246.8**

**Синтез и анализ мультипликативных процессов линейного предсказания / В.А. Тихонов, Н.В. Кудрявцева // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип.162. С. 140 – 143.**

Рассмотрен синтез новых мультипликативных моделей линейного предсказания на примере модели  $AP_1(1) \times AP_2(2)$ . Показаны принципы построения мультипликативных моделей для анализа случайных процессов. Найдены выражения для параметрических оценок спектров мультипликативных процессов.

Бібліогр.: 6 назв.

**УДК 621.391: 519.246.8**

**Синтез та аналіз мультипликативних процесів лінійного передбачення / В.А. Тихонов, Н.В. Кудрявцева // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2010. Вип.162. С. 140 – 143.**

Розглянуто синтез нових мультипликативних моделей лінійного передбачення на прикладі моделі  $AP_1(1) \times AP_2(2)$ . Показані принципи побудови мультипликативних моделей для аналізу випадкових процесів. Наведено вирази для параметричних оцінок спектрів мультипликативних процесів.

Бібліогр.: 6 назв.

**UDC 621.391: 519.246.8**

**Synthes and analysis of multiplicative linear prediction processes / V.A. Tykhonov, N.V. Kudryavceva // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2010. №162. P. 140 – 143.**

The synthesis of new multiplicative linear prediction models is examined by the example of  $AP_1(1) \times AP_2(2)$  model. Some methods of construction multiplicative models are shown for analysis of stochastic processes. The expressions for parametric spectral estimations of multiplicative processes are derived.

Ref.: 6 items.