ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ В СИСТЕМАХ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

Кондратюк М.В.

Научные руководители: доц. Наумейко И.В., проф. Сова А.В.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
(61166, Харьков, пр. Ленина,14, каф. ПМ, тел. (057) 70-21-436)
E-mail: igor.naumejko@gmail.com, факс (057) 702-11-13

The paper describes the main mechanisms of transition to instability and chaos in the model of coexistence of two fairly numerous species in a closed range and algorithms for their numerical analysis that are necessary for solving the problem.

Объектом исследования является процесс динамики сосуществования видов «жертв» и «хищников» в среде их обитания с внешним воздействием; ***предметом*** исследования **–** модели типа Лотки–Вольтерра с возмущенной правой частью и численные методы их анализа.

Цель работы – системный анализ объекта и проведение численных экспериментов по исследованию и использованию особенностей и периодических процессов в эволюционных моделях.

Изучение существующих математических моделей даёт возможность найти оптимальные пути для построения новых модификаций исходных моделей, подходящих к данной ситуации развития конкуренции в экологии, технике и экономике. Модель Лотки-Вольтерра и её обобщения широко используется, например, в монографии [7] по биологии и диссертациях [8], работах по экологии [9, 10] и экономике [11], где, в частности, показано, что после незначительной модификации трофической функции, модель адекватно описывает взаимоотношение секторов производства и поставок.

Теория предсказывает, что при наличии определенных типов внешних воздействий со стороны среды на такую систему, её устойчивость может нарушаться, и движения приобретают квази-случайный вид [3, 4, 12].

Математическое описание и базовая модель объекта

Рассматривается в малом ареале (остров) экосистема из двух видов:

1) «жертвы» – в отсутствии хищников могут размножаться неограниченно;

2) «хищники» – размножение ограничено численностью жертв.

Численность тех и других достаточно велика, и меняется гладко во времени.

$$dx/dt = rx - \gamma_1 xy,$$
$$dy/dt = -sy + \gamma_2 xy, \qquad (1)$$

где r, s, γ_1, γ_2 – положительные постоянные; x – число особей жертв; y – число особей хищников.

Первоначальная автономная система (1) возбуждается малым, по сравнению с остальными параметрами, периодическим колебанием размножения одного или обоих видов этой экосистемы.

Обозначения и физический смысл переменных и параметров взяты из работы [3]. Пусть физические и биологические факторы вызывают периодическое изменение абсолютной и относительной скорости вымирания хищников

$$\begin{aligned} dx/dt &= rx - \gamma_1 xy, \\ dy/dt &= -S(t)y + \gamma_2 xy + n\cos\Omega t. \end{aligned} \qquad (4)$$

Здесь $S(t) = s(1 + \frac{n}{s}\cos\Omega t)$; Ω – частота периодических возмущений, близка к частоте предельного цикла без возмущений. Автономная система, соответствующая (4), при $n = 0$ имеет нетривиальное состояние равновесия.

На рисунке приведены результаты численного моделирования потери устойчивости предельного цикла. Изменения динамики очевидны, как в фазовом пространстве, так и на графике решений. Системное время Z_{n0}; Z_{n1} и Z_{n2} – численности видов.

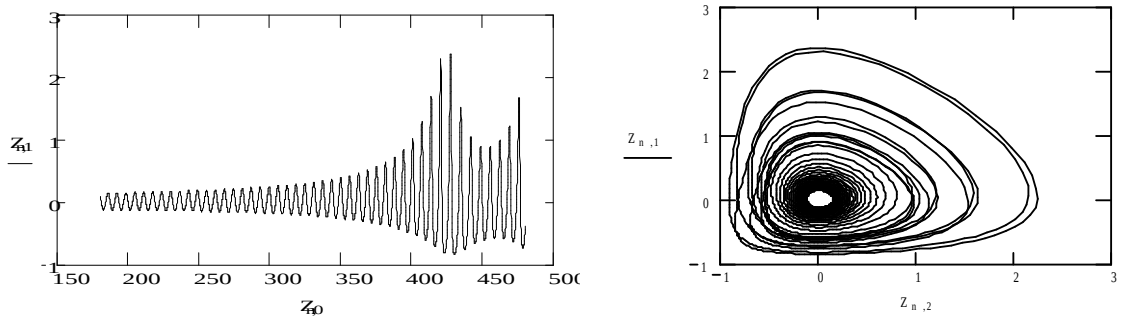

Рис. 1

Выводы

Показатели Ляпунова λ_1^*, λ_2^* могут иметь противоположные знаки и тогда сигнатура характеристических показателей решений имеет вид ”–”, ”0”, ”+”. Значит, бифуркация вносит, в силу нарушения симметрии характеристических показателей на полупериодах, несимметричность в структуру характеристических показателей, а с ней неустойчивость и ”уход” траектории на бесконечность.

1. *Вольтерра В.* Математическая теория борьбы за существование. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 288 с.

3. *Мартынюк А.А., Никитина Н.В.* Хаотическая потеря предельного цикла в задаче Вольтерра // Докл. АН Украины. 1996. №4. С. 1–7.

8. *Сорокин П.А.* Моделирование биологических популяций с использованием комплексных моделей, включающих в себя индивидуум-

ориентированные и аналитические компоненты : Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Долгопрудный, 2004. 153 с.

10. *Гусятников П.П.* Качественные и численные методы в задачах оптимального управления в моделях хищник-жертва и популяции леммингов. : Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, 2006. 101 с.

11. *Nasritdinov G., Dalimov R.T.* Limit cycle, trophic function and the dynamics of intersectoral interaction // Current Research J. of Economic Theory. 2010. №2(2). С. 32–40.