

ЛЕНТОЧНО-ДИАГОНАЛЬНАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ МП ОЦЕНОК КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МАТРИЦ ГАУССОВЫХ ПОМЕХ В АЛГОРИТМАХ АДАПТАЦИИ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

Д.И. ЛЕХОВИЦКИЙ, Ю.И. АБРАМОВИЧ, Г.А. ЖУГА, Д.С. РАЧКОВ

Сопоставляется “энергетическое” быстродействие ряда алгоритмов адаптивной обработки когерентных сигналов на фоне гауссовых помех. Основное внимание уделяется относительно новому сочетанию двух способов регуляризации максимально правдоподобной (МП) оценки корреляционной матрицы (КМ) гауссовых векторов входных воздействий с дискретными и непрерывными энергетическими спектрами. Показывается целесообразность такого сочетания для повышения быстродействия и рациональные способы его практической реализации на основе решетчатых фильтров.

In the article, the “energy” speeds of a number of adaptive processing algorithms of coherent signals against the background of Gaussian clutter are compared. Main attention is paid to a relatively new combination of two ways for regularization of the maximum likelihood estimate (MLE) of the correlation matrix (CM) containing Gaussian vectors of inputs with discrete and continuous energy spectra. The expediency of such a combination for the speed increase, and efficient lattice-filter-based methods of its practical realization are shown.

ВВЕДЕНИЕ

История развития адаптивной пространственно-временной обработки сигналов на фоне помех – это история борьбы за увеличение ее быстродействия. Высокое быстродействие – необходимое условие эффективной работы адаптивной системы в реальных условиях малых интервалов стационарности входных воздействий. Оно весьма желательно и в практически возможных ситуациях стационарности на относительно больших временных интервалах, поскольку позволяет снизить требования к объему операций обработки в единицу времени.

За примерно полувековой период адаптивной обработки предложено много способов решения этой задачи, рассмотреть которые в рамках одной работы практически невозможно. Значительная часть из них развивает “базовые” методы, которые в момент их появления знаменовали начало принципиально нового этапа теории и техники адаптивной обработки. К ним можно отнести, в частности, методы, основанные на использовании:

- стохастических градиентных алгоритмов адаптации (корреляционных автокомпенсаторов (АК) помех) [1–8];

- максимально правдоподобных (МП) оценок корреляционных матриц (КМ) гауссовых помех [9];

- “диагонально регуляризованных” МП оценок КМ помех [10, 11];

- факторизованных представлений матриц, обратных оценочным КМ различного вида, и их ленточных аппроксимаций [12–15, 20, 24, 26–28].

Эти методы в той или иной мере исследованы в литературе, список которой далеко выходит за рамки приведенного в статье. Однако в большинстве работ они рассматривались отдельно и сравнивались между собой по различным критериям.

В [14] было высказано предположение о целесообразности совместного использования двух

последних методов, независимо подтвержденное и теоретически обоснованное затем в [15].

Цель данной статьи – количественно оценить эффективность такого объединения и обосновать рациональные способы его практической реализации.

Статья организована следующим образом. В п. 1 анализируются особенности переходных процессов в корреляционных АК. В п. 2 описываются структура рассматриваемых фильтров, алгоритмы их адаптивной настройки, “энергетический” критерий сравнения быстродействия [9] и модели входных воздействий, использованные в математических экспериментах. В п. 3 анализируются результаты экспериментов и показываются преимущества ленточной аппроксимации матрицы, обратной диагонально регуляризованной оценочной КМ. В п. 4 обсуждаются возможные варианты практической реализации соответствующих комбинированных алгоритмов адаптации и обосновывается целесообразность использования для этой цели адаптивных решетчатых фильтров (АРФ).

1. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В КОРРЕЛЯЦИОННЫХ АВТОКОМПЕНСАТОРАХ

А. На рис.1 приведена упрощенная схема одного из первых вариантов аналоговых одноступенчатых АК с выделенным основным (нерегулируемым) g -м, $g \in 1, M$ каналом и системой из $M-1$ параллельно включенных вспомогательных (регулируемых) каналов [1–8].

Помеха на его выходе

$$\varepsilon = \varepsilon(t) = y_g(t) + \mathbf{k}^*(t) \cdot \mathbf{y}_-(t) \quad (1)$$

образована суммой помехи $y_g(t)$ основного (g -го) канала приема и линейной комбинацией компонент $(M-1)$ -мерного вектора $\mathbf{y}_-(t) = \{y_\ell(t)\}_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq g}}^M$ помех вспомогательных каналов с $(M-1)$ -мерным вектором весов $\mathbf{k}(t)$. При обычно исполь-

зуемых в цепях корреляционной обратной связи (КОС) интегрирующих фильтров первого порядка этот вектор удовлетворяет системе дифференциальных уравнений [4 – 8]

$$T \cdot \frac{d\mathbf{k}(t)}{dt} + \mathbf{k}(t) = -\Gamma \cdot \mathbf{y}_-(t) \cdot \varepsilon^*(t), \quad \mathbf{k}(0) = \mathbf{k}_0, \quad (2)$$

где T – постоянная времени интеграторов (обычно одинаковая в каждом из них), $\Gamma = \text{diag}\{\varepsilon_i > 0\}_{i=1}^{M-1}$ – диагональная матрица коэффициентов усиления цепей КОС, а под производной от вектора понимается вектор производных от его элементов.

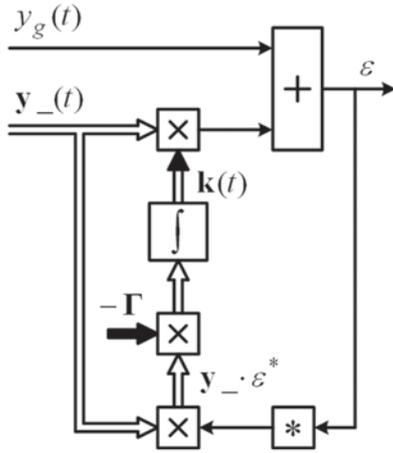


Рис. 1. Аналоговый одноступенчатый АК

Для среднего значения $\mathbf{r}(t) = \overline{\mathbf{k}(t)}$ вектора весов справедливо приближенное равенство

$$T \cdot \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} + \mathbf{r}(t) \approx -\Gamma \cdot \overline{\mathbf{y}_-(t) \cdot \varepsilon^*(t)}, \quad \mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0, \quad (3)$$

в силу которого в стационарной помеховой обстановке в установившемся режиме, когда $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r} = \text{const}$, $\overline{\mathbf{y}_-(t) \cdot \varepsilon^*(t)} \approx -\Gamma^{-1} \cdot \mathbf{r}$, и при усилениях $\varepsilon_i \rightarrow \infty$

$$\overline{\mathbf{y}_-(t) \cdot \varepsilon^*(t)} \approx 0. \quad (4)$$

Здесь и далее звездочка и черта сверху – символы эрмитового сопряжения и статистического усреднения соответственно.

Справедливость (4) означает, что в установившемся режиме помеха на выходе АК (рис. 1) некоррелирована с помехами вспомогательных каналов, вследствие чего ее мощность меньше, чем мощность помехи на выходе любого M -входного весового сумматора с вектором весов $\mathbf{w} = \{\omega_i\}_{i=1}^M \neq \mathbf{r}_M$ с g -м элементом $\omega_g = 1$. Тем самым АК представляет собой асимптотически (при $t \rightarrow \infty$) оптимальный компенсатор (подавитель) стационарной помехи.

Б. В типичных условиях помех, стационарных только на ограниченных временных интервалах, эффективность АК может быть недостаточной из-за особенностей установления переходных процессов. Эти особенности детально изучены в

литературе [4 – 8 и др.], поэтому здесь мы только проиллюстрируем их, используя решение приближенного уравнения (3) для среднего значения $\mathbf{r}(t)$ вектора весов АК.

В соответствии с (1) его можно переписать в виде

$$\begin{aligned} d\mathbf{r}(t)/dt &\approx \mathbf{A} \cdot \mathbf{r}(t) + \mathbf{b}, \\ \mathbf{A} &= -T^{-1} \cdot (\mathbf{I}_{M-1} + \Gamma \cdot \Phi_-) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{T}^*, \\ \mathbf{b} &= -T^{-1} \cdot \Gamma \cdot \mathbf{p}_g, \\ \mathbf{\Lambda} &= \text{diag}\{\lambda_i\}_{i=1}^{M-1}, \quad \mathbf{T} = \{\mathbf{t}_i\}_{i=1}^{M-1}, \\ \Phi_- &= \overline{\mathbf{y}_- \cdot \mathbf{y}_-^*}, \quad \mathbf{p}_g = \overline{\mathbf{y}_- \cdot \mathbf{y}_g^*}. \end{aligned} \quad (5)$$

где \mathbf{I}_v – единичная $v \times v$ матрица, $\mathbf{\Lambda}$ и \mathbf{T} – диагональная матрица собственных чисел (с.ч.) λ_i и унитарная матрица собственных векторов \mathbf{t}_i , $i \in 1, M-1$ матрицы \mathbf{A} .

При нулевом начальном значении ($\mathbf{r}(0) = \mathbf{0}$) решение [16, с.197] этой системы

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= \int_0^t \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-s)} ds \cdot \mathbf{b} = \mathbf{r} + \mathbf{r}_{\text{trans}}(t), \\ \mathbf{r} &= -\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}, \quad \mathbf{r}_{\text{trans}}(t) = -\mathbf{e}^{\mathbf{A}t} \cdot \mathbf{r} \end{aligned} \quad (6)$$

определяется матричной экспонентой, которая при действительной матрице усиления Γ допускает представление [16, с.218]

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}t} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{E}(t) \cdot \mathbf{T}^*, \quad \mathbf{E}(t) = \text{diag}\{\exp(\lambda_i \cdot t)\}_{i=1}^{M-1}. \quad (7)$$

Поскольку $\lambda_i < 0$, то при $t \rightarrow \infty$ $\mathbf{E}(t) \rightarrow \mathbf{0}$, $\mathbf{e}^{\mathbf{A}t} \rightarrow \mathbf{0}$, $\mathbf{r}_{\text{trans}}(t) \rightarrow \mathbf{0}$ и, следовательно, вектор весов $\mathbf{r}(t)$ стремится к своему установившемуся значению $\mathbf{r}(t) \rightarrow \mathbf{r}$, обеспечивающему выполнение равенств (4) при больших усилениях в цепях КОС ($\varepsilon_i \rightarrow \infty$). Поэтому длительность переходного процесса (быстродействие) АК определяется переходной составляющей вектора весов, в силу (6) – (7) равной

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\text{trans}}(t) &= \mathbf{T} \cdot \mathbf{E}(t) \cdot \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b} = \sum_{i=1}^{M-1} \frac{\phi_i}{\lambda_i} \cdot e^{\lambda_i(\mathbf{A})t} \cdot \mathbf{t}_i, \\ \phi &= \{\phi_i\}_{i=1}^{M-1} = \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{b}. \end{aligned} \quad (8)$$

Отсюда следует, что переходная составляющая вектора весов равна взвешенной сумме собственных векторов \mathbf{t}_i матрицы \mathbf{A} (5) с экспоненциальными весами, показатели степени которых пропорциональны с.ч. этой матрицы. В общем случае они зависят от свойств КМ Φ_- помех компенсационных каналов. В частности, в АК со скалярными матрицами усиления $\Gamma = \varepsilon \cdot \mathbf{I}$ в цепях КОС эти с.ч.

$$\lambda_i = -T^{-1} \cdot (1 + \varepsilon \cdot \mu_i), \quad i \in 1, M-1 \quad (9)$$

полностью определяются с.ч. μ_i КМ Φ_- помех компенсационных каналов. В условиях реальных помех эти с.ч. могут существенно различаться по величине. При этом в (8) наряду с “быстрыми” экспонентами (с большими по модулю с.ч.) будут входить и “медленные”, которые затягивают про-

цесс “обнуления” переходных компонент вектора весов и, тем самым, наступление установившегося режима.

Это наглядно иллюстрируют показанные на рис. 2 результаты работы адаптивной системы СДЦ на основе АК в бортовой РЛС “Лиана” самолета дальнего радиолокационного обнаружения (СДРЛО) [17, 18]. В верхнем ряду здесь показаны осциллограммы тестового сигнала для настройки АК – радиоимпульса с фиксированной несущей частотой (а), и пассивных помех – отражений от моря (б) и суши (в) при выключенном, а в соответствующем нижнем ряду – при включенном АК.

Видно, что здесь протяженность некомпенсированной “кромки” помех от моря достигает примерно 30 км (б), от суши – не менее 60 км (в), тогда как для тестового сигнала она не превосходит 2 км (а).

Такое быстроедействие и его зависимость от характеристик помех были приемлемы в условиях СДРЛО [18]. Однако они не позволяли рассчитывать на эффективную работу АК (алгоритма (1), (2)) в более сложной и динамично меняющейся помеховой обстановке, достаточно характерной для наземных РЛС. Это стимулировало активный поиск в разных странах цифровых алгоритмов адаптации с существенно более высоким быстроедействием. Их анализу и сравнению посвящен остальной материал статьи.

2. СТРУКТУРА АНАЛИЗИРУЕМЫХ СИСТЕМ, АЛГОРИТМЫ АДАПТАЦИИ, КРИТЕРИИ СРАВНЕНИЯ, МОДЕЛИ ВХОДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

А. Рассматриваемые адаптивные фильтры имеют одинаковую структуру, показанную на рис. 3. В каждом из них формируется весовая сумма

$$\varepsilon = \hat{\mathbf{r}}^* \cdot \mathbf{u} = \sum_{i=1}^M \hat{r}_i^* \cdot u_i \quad (10)$$

компонент M – мерного входного вектора

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_\gamma = \left\{ u_i^{(\gamma)} \right\}_{i=1}^M = \mathbf{y} + \gamma \cdot \mathbf{s}, \quad \gamma = 0, 1 \quad (11a)$$

аддитивной смеси взаимно независимых векторов помехи $\mathbf{y} = \{ y_\ell \}_{\ell=1}^M \sim CN(0, \Phi)$ и, возможно (при $\gamma = 1$), полезного сигнала

$$\mathbf{s} = \{ s_i \}_{i=1}^M = \beta \cdot \mathbf{x}, \quad \beta \sim CN(0, \sigma_s^2), \quad (11b)$$

с вектором весов

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}. \quad (12)$$

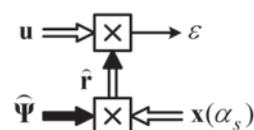


Рис. 3. Структура анализируемых адаптивных фильтров

Отличия между ними заключаются в выборе матрицы $\hat{\Psi} = \{ \hat{\omega}_{ij} \}_{i,j=1}^M$, используемой в качестве обратной для априори неизвестной КМ помех $\Phi = \mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^*$, которая преобразует опорный вектор полезного сигнала \mathbf{x} в весовой вектор (12).

Б. Ниже рассматриваются четыре разновидности этих матриц.

1⁰. Предложенная и исследованная в [9] матрица

$$\hat{\Psi} = \hat{\Psi}_1 = \hat{\Phi}^{-1}, \quad (13)$$

обратная выборочной КМ

$$\hat{\Phi} = \{ \varphi_{ij} \}_{i,j=1}^M = K^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^* = K^{-1} \cdot \sum_{i=1}^K \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^*, \quad (14)$$

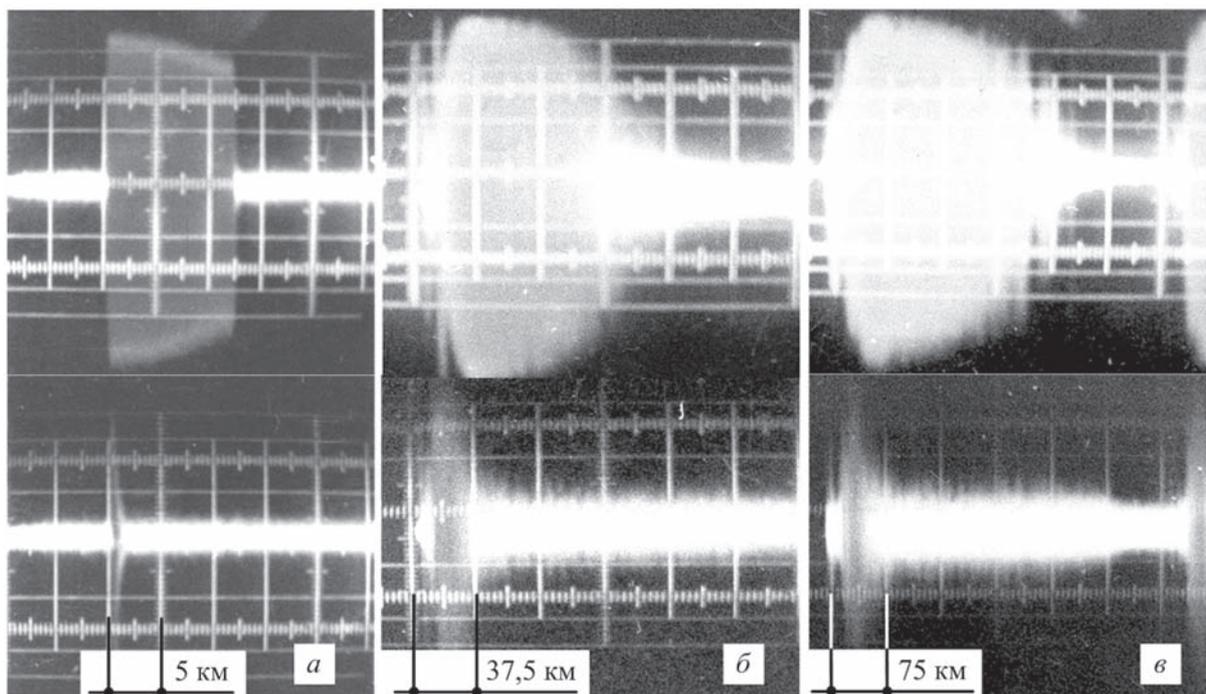


Рис. 2. Переходные процессы в АК при входном тестовом сигнале (а), отражениях от моря (б) и суши (в)

образованной $K \geq M$ взаимно независимыми векторами помехи со свойствами

$$\overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^*} = \begin{cases} \Phi, & i = j, \\ \mathbf{0}, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K. \quad (15)$$

КМ (14) при объеме выборки $K < M$ вырождена, поэтому процедура адаптации на основе обратной к ней матрицы (13) может начаться только после накопления $K \geq M$ обучающих векторов помехи (15).

2⁰. Аналогичная (13) матрица

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_2 = \widehat{\Phi}_{dc}^{-1}, \quad (16)$$

обратная **диагонально дополненной** (Diagonally Loaded [10, 19]) выборочной КМ

$$\widehat{\Phi}_{dc} = c \cdot \mathbf{I}_M + \widehat{\Phi}, \quad c > 0. \quad (17)$$

В отличие от (14), последняя невырождена при любых $K \geq 1$, поэтому процедура адаптации (16), (12), (10) на ее основе может начинаться уже с $K = 1$.

3⁰. Ленточная (*band*) эрмитова $M \times M$ матрица

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_3 = \widehat{\Psi}_b = \mathbf{H}_b^* \cdot \mathbf{H}_b = \mathbf{N}_b \cdot \mathbf{N}_b^* \quad (18)$$

с шириной ленты $z = 2 \cdot m - 1$, сомножители которой – ленточные **треугольные** $M \times M$ матрицы с шириной ленты $m \leq M$ (рис. 4).

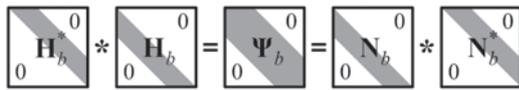


Рис. 4. Треугольные ленточные верхне-нижнее и нижне-верхнее разложения эрмитовой ленточной матрицы (18)

Нижняя (\mathbf{H}_b) и верхняя (\mathbf{N}_b^*) ленточные треугольные матрицы в (18) равны (рис. 5).

Здесь

$$\mathbf{a}_m^*(\ell) = \{a_i^{(m)}(\ell)\}_{i=1}^m = \mathbf{e}_1^{(m)*} \cdot \mathbf{N}^{(m)*}(\ell), \quad \ell \in 1, M+1-m, \\ \mathbf{b}_m^*(\ell) = \{b_i^{(m)}(\ell)\}_{i=1}^m = \mathbf{e}_m^{(m)*} \cdot \mathbf{H}^{(m)}(\ell), \quad m \leq M, \quad (19)$$

m -мерные первая и последняя (m -я) строки соответственно верхней треугольной матрицы $\mathbf{N}^{(m)*}(\ell)$ и нижней треугольной матрицы $\mathbf{H}^{(m)}(\ell)$ – треугольных сомножителей **Холецкого** эрмитовой $m \times m$ матрицы

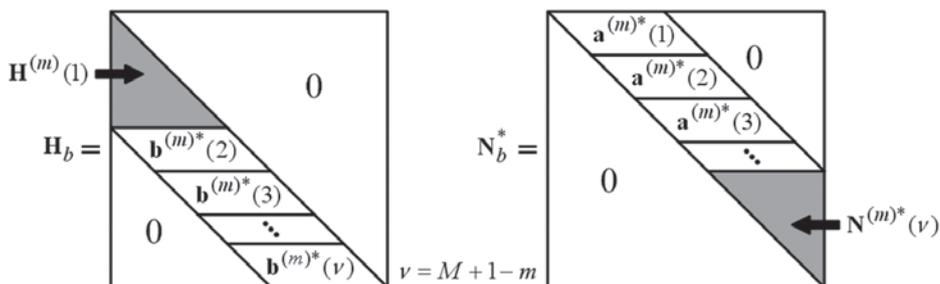


Рис. 5. Структура ленточных треугольных сомножителей матрицы (18)

$$\widehat{\Psi}^{(m)}(\ell) = \mathbf{H}^{(m)*}(\ell) \cdot \mathbf{H}^{(m)}(\ell) = \mathbf{N}^{(m)}(\ell) \cdot \mathbf{N}^{(m)*}(\ell) = \left(\widehat{\Phi}^{(m)}(\ell) \right)^{-1}, \quad (20)$$

обратной ℓ -й, $\ell \in 1, M+1-m$ главной $m \times m$ подматрице $\widehat{\Phi}^{(m)}(\ell) = \{\widehat{\phi}_{ij}\}_{i,j=\ell}^{m+\ell-1}$ выборочной КМ (14) (рис. 6), $\mathbf{e}_v^{(n)*}$ – v -я строка $n \times n$ матрицы \mathbf{I}_n .

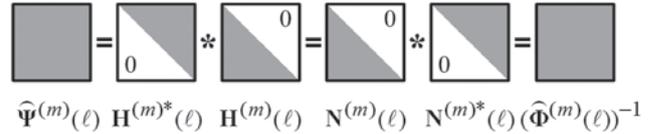


Рис. 6. Треугольные верхне-нижнее и нижне-верхнее разложения эрмитовой матрицы (20)

Эрмитова главная $m \times m$ подматрица $\widehat{\Phi}^{(m)}(\ell) = \{\widehat{\phi}_{ij}\}_{i,j=\ell}^{m+\ell-1}$ выборочной КМ (14) вырождена только при $K < m$, поэтому процедура адаптации на основе ленточной аппроксимации (18) обратной матрицы может начинаться уже при $K \geq m$. Эрмитова **невырожденная** $M \times M$ матрица, обратная (18), называется далее **ленточно** (*band*) регуляризованной.

4⁰. Эрмитова ленточная $M \times M$ матрица с шириной ленты $z = 2 \cdot m - 1$, $m \leq M$,

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}_4 = \widehat{\Psi}_{bd} = \mathbf{H}_{bd}^* \cdot \mathbf{H}_{bd} = \mathbf{N}_{bd} \cdot \mathbf{N}_{bd}^*, \quad (21)$$

построенная тем же способом, но по главным $m \times m$ подматрицам **диагонально** регуляризованной матрицы (17). Адаптация в этом случае может начинаться уже с выборки объема $K = 1$. **Невырожденная** матрица, обратная (21), называется далее **ленточно-диагонально** (*band-diagonal*) регуляризованной.

В. Быстродействие описанных алгоритмов ниже характеризуется введенной в [9] зависимостью случайной величины (**с.в.**)

$$\chi(K) = \frac{\widehat{\mu}(K)}{\mu} \in 0, 1, \\ \widehat{\mu}(K) = \frac{|\mathbf{x}^* \cdot \widehat{\mathbf{r}}(K)|^2}{\widehat{\mathbf{r}}^*(K) \cdot \Phi \cdot \widehat{\mathbf{r}}(K)}, \quad \mu = \mathbf{x}^* \cdot \Psi \cdot \mathbf{x} \quad (22)$$

от объема обучающей выборки K . Она имеет очевидный смысл потерь выходного отношения сигнал/(помеха+шум) (**ОСПШ**) $\widehat{\mu}(K)$ фильтра (рис. 3) по сравнению с его максимальным значением μ , которое в гипотетической ситуации

точно известной **КМ** помехи Φ обеспечивается оптимальным весовым вектором $\mathbf{r} = \Phi^{-1} \cdot \mathbf{x}$.

Г. Потери (22) рассчитываются для помех с **непрерывными** и **дискретными** спектрами $s(f)$, связанными с их **КМ** помех равенствами **Винера – Хинчина** [4]

$$\Phi = \left\{ \rho_{pq} \right\}_{p,q=1}^M = \int_{-1/2}^{1/2} s(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df, \quad (23)$$

$$\mathbf{x}(f) = \left\{ e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \ell} \right\}_{\ell=1}^M.$$

В обоих случаях рассматриваются помехи со спектрами и **КМ** вида

$$s(f) = 1 + \eta \cdot s_{norm}(f), \quad \Phi = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \rho, \quad (24)$$

в которых первые слагаемые – спектр и **КМ** некоррелированных собственных шумов M каналов приема с одинаковой (единичной) дисперсией (мощностью), η – относительная (по отношению к этим шумам) мощность внешней помехи, $s_{norm}(f)$ – ее спектр, нормированный условием

$$\int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) df = 1, \quad (25a)$$

$$\rho = \left\{ \rho_{pq} \right\}_{p,q=1}^M = \int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df, \quad (25b)$$

$$\rho_{pp} = 1 -$$

$M \times M$ матрица коэффициентов взаимной корреляции помех M приемных каналов.

Д. В первом случае внешние помехи аппроксимируются процессами **авторегрессии (АР)** целого порядка $p \geq 1$ [4, 20] с непрерывными спектрами вида

$$s_{norm}(f) = \frac{c_0}{\prod_{i=1}^p |1 - \beta_i \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}|^2}, \quad (26)$$

$$\beta_i = |\beta_i| \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_i}, \quad |\beta_i| < 1, \quad i \in 1, p,$$

где c_0 – константа, обеспечивающая нормировку (25a), β_i – параметры **АР** процесса.

В частности, **АР** процесс первого порядка ($p = 1$) имеет спектр

$$s_{norm}(f) = \frac{c_0}{|1 - \beta_1 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}|^2} \quad (27a)$$

и **экспоненциальную** корреляционную функцию (**ЭКФ**), для которой

$$\rho_{pq} = \rho_1^{|p-q|}, \quad \rho_1 = \beta_1, \quad (27b)$$

где ρ_1 – коэффициент корреляции помех двух смежных каналов приема.

Для **АР** процесса порядка $p \rightarrow \infty$ с равными действительными параметрами

$$s_{norm}(f) = e^{a \cdot \cos 2 \cdot \pi \cdot f} / I_0(a), \quad (28)$$

$$\rho_{pq} = I_{|p-q|}(a) / I_0(a),$$

где $I_\nu(x)$ – модифицированная функция **Бесселя** ν -го порядка, a – параметр, выбираемый по заданному значению ρ_1 . При относительно больших значениях $|\rho_1| \geq 0.98$ вместо (28) можно использовать более простую формулу

$$\rho_{pq} = \rho_1^{|p-q|}, \quad (29)$$

соответствующую помехе с **гауссовой** (колокольной) корреляционной функцией (**ГКФ**).

Е. Во втором случае используются помехи с нормированными спектрами

$$s_{norm}(f) = (1/h_\Sigma) \cdot \sum_{i=1}^n h_i \cdot \delta(f - f_i), \quad (30a)$$

$$h_\Sigma = \sum_{i=1}^n h_i, \quad f_i \in -1/2, 1/2,$$

и для которых, в силу (23), **КМ** (24) равна

$$\Phi = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{h} \cdot \mathbf{X}^*, \quad (30b)$$

$$\mathbf{X} = \left\{ \mathbf{x}(f_i) \right\}_{i=1}^n, \quad \mathbf{h} = \text{diag} \left\{ h_i / h_\Sigma \right\}_{i=1}^n,$$

и соответствует совокупности n комплексных гармоник с частотами (пространственными, временными) f_i и интенсивностями h_i , $i \in 1, n$.

Как в первом, так и во втором случаях рассматриваемые истинные **КМ** (23), (24), (28) – (30) являются эрмитовыми **теплицевыми** [16]. Как хорошо известно, такую структуру теоретически могут иметь **КМ** помех на выходах “регулярных” пространственно-временных каналов приема (линейных эквидистантных антенных решеток (**АР**) из идентичных элементов (модулей), систем междупериодной обработки (**МПО**) сигналов импульсных РЛС с постоянным интервалом зондирования и т.д.). В отличие от эрмитовых **КМ** общего вида, соответствующих произвольным системам каналов приема, теплицевы **КМ** полностью определяются элементами только одного (первого или последнего) столбца. Такое уменьшение числа априори неизвестных параметров теоретически позволяет повысить быстродействия адаптивной обработки в “регулярных” системах, что более подробно обсуждается в п. 4.3.

Ж. Ниже анализируются результаты сравнения эффективности алгоритмов (10), (12), $\mathbf{1}^0 - \mathbf{4}^0$ по критерию (22) в условиях **гауссовых** помех с **КМ** (24), (27), (29), (30b), полученные математическим моделированием. Используемые в нем гауссовы K -мерные обучающие выборки помех со свойствами (15) формировались путем известного преобразования

$$\mathbf{Y} = \left\{ \mathbf{y}_i \right\}_{i=1}^K = \mathbf{G} \cdot \mathbf{Z} \quad (31)$$

“корнем” \mathbf{G} заданной $M \times M$ **КМ** помех $\Phi = \mathbf{G} \cdot \mathbf{G}^*$ пакета

$$\mathbf{Z} = \left\{ \xi_i \right\}_{i=1}^K, \quad \xi_i \sim CN(0, \mathbf{I}_M),$$

$$\overline{\xi_i \cdot \xi_j^*} = \begin{cases} \mathbf{I}_M, & i = j, \\ \mathbf{0}, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K \quad (32)$$

взаимно независимых комплексных гауссовых M -мерных векторов белого шума ξ_i с нулевым вектором средних и единичной $\mathbf{KМ}$, генерируемых стандартным датчиком случайных чисел.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ АНАЛИЗ

Начнем с анализа эффективности адаптивной обработки (10), (12) на основе алгоритмов $1^0 - 4^0$ в условиях помех с непрерывными спектрами (27), (28).

А. На рис. 7, а показаны “энергетические” частотные характеристики (**ЧХ**) фильтра (рис. 3) – зависимости максимального **ОСПШ** μ (22) от нормированной (пространственной, временной) частоты f $M=50$ -элементной пачки полезного сигнала s (11б), (23) с $\sigma_s^2 = 1$. Они рассчитаны для **АР** помех порядков $p=1$ (27) и $p \rightarrow \infty$ (29) с $\eta = 50$ дБ и **КМ** (24), собственные числа (**с.ч.**) которых, упорядоченные по величине, показаны на рис. 7, б.

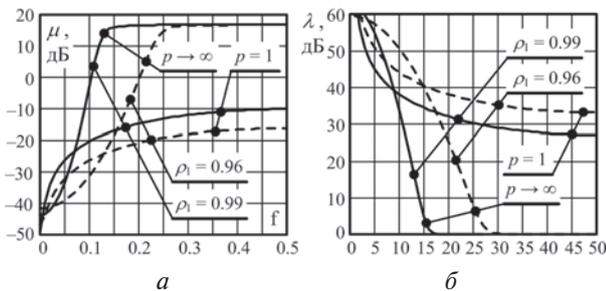


Рис. 7. “Энергетические” **ЧХ** фильтра рис. 3 (а) и спектры **с.ч.** **КМ** (24) модельных помех (б)

Графики наглядно иллюстрируют существенные различия потенциальных возможностей обработки сигналов на фоне помех с **ГКФ** ($p \rightarrow \infty$) и **ЭКФ** ($p=1$), порождаемые различиями спектров **с.ч.** их **КМ**, хорошо воспроизводящих форму энергетического спектра соответствующих помех.

Б. На рис. 8 показано поведение критерия (22) для оценок $1^0 - 4^0$.

Параметры помех здесь те же, что и на рис. 7, частота полезного сигнала $f = 0.22$. Ширина ленты треугольных 50×50 матриц-сомножителей $m = 5$ (рис.4, 5). Кривые получены усреднением значений $\chi(K)$ (22) в $NA = 50$ независимых испытаниях. Нижним индексом в оценке 2^0 указано значения параметра регуляризации $K \cdot c$ в (17). Абсцисса точки пересечения кривых $1^0 - 4^0$ с горизонтальной штрих-пунктирной прямой на уровне -3 дБ указывает объем выборки K , которым обычно характеризуют быстродействие по критерию (22) адаптивной обработки (10), (12) на основе выбранных оценок обратной матрицы (ниже для краткости используется термин “быстродействие оценок”).

Анализ приведенных результатов позволяет сделать следующие выводы.

1. Оценка 1^0 , в условиях (15), (32) являющаяся максимально правдоподобной (**МП**) оценкой

КМ общего вида [4, 8–12], теоретически устраняет основной недостаток корреляционных **АК** – зависимость быстродействия адаптивной обработки от параметров помех (распределения **с.ч.** их **КМ**). Кривые 1^0 с ростом объема обучающей выборки K ведут себя одинаково на всех рис. 8, а–г, которые соответствуют **КМ** с существенно разными распределениями **с.ч.** (рис. 7, б). Это достоинство **МП** оценок было установлено еще в [9], где показано, что плотность распределения

$$p_\chi(x) = p_\chi(x, K) = \frac{x^{\delta+1} \cdot (1-x)^{M-2}}{B(\delta+2, M-1)}, \quad \delta = K - M, \quad (33)$$

$$B(n+1, m+1) = \frac{n! \cdot m!}{(n+m+1)!}$$

случайной величины (22) от **КМ** помех не зависит. Среднее значение потерь

$$\bar{\chi} = \frac{(\delta+2)}{(K+1)} = \frac{(K-M+2)}{(K+1)} < 1 \quad (34)$$

равно $2/(M+1)$ при “стартовом” значении $K = M$ (≈ 14 дБ при $M = 50$) и не превосходит 3 дБ ($\bar{\chi} \geq 0.5$) при объеме выборки $K \geq 2 \cdot M - 3$ (≈ 100 при $M = 50$), что полностью согласуется с поведением кривой 1^0 на рис. 8, а–г.

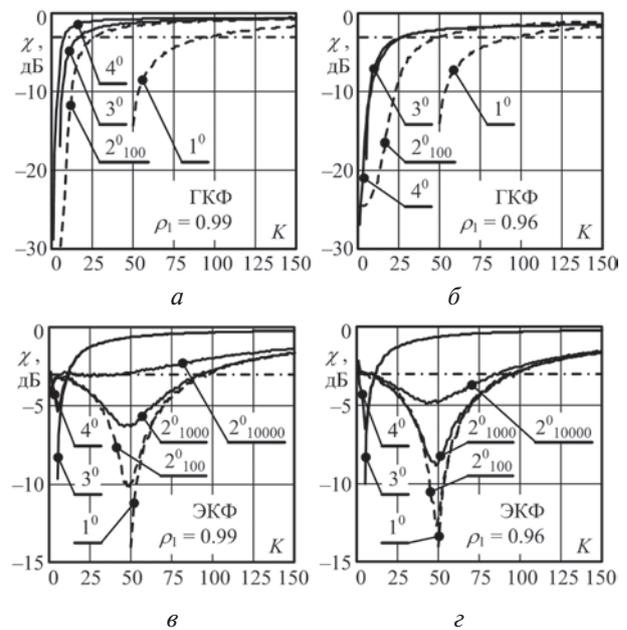


Рис. 8. “Энергетическое” быстродействие оценок $1^0 - 4^0$ ($\eta = 10^5$, $M = 50$, $f = 0.22$, $c = 100$, $m = 5$)

Для дальнейшего полезно привести еще одно объяснение этого результата.

Представим искомый весовой вектор (12) – (14) в виде $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{K} \cdot \tilde{\mathbf{r}}$ и рассмотрим процесс формирования последовательности опорных векторов

$$\tilde{\mathbf{r}} = \tilde{\mathbf{r}}_\ell = \mathbf{B}_\ell \cdot \mathbf{x}, \quad \mathbf{B}_\ell = \tilde{\Phi}_\ell^{-1},$$

$$\tilde{\Phi}_\ell = \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^* = \tilde{\Phi}_{\ell-1} + \mathbf{y}_\ell \cdot \mathbf{y}_\ell^*, \quad \ell \in M+1, K, \quad (35)$$

последний из которых (при $\ell = K$) пропорционален требуемому (12) при оценке 1^0 .

Используя формулы обращения суммы матриц [21], для матрицы \mathbf{B}_ℓ получим

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_\ell &= \mathbf{B}_{\ell-1} - \mathbf{v}_\ell \cdot \mathbf{g}_\ell^*, \quad \mathbf{g}_\ell = \mathbf{c}_\ell \cdot \mathbf{v}_\ell, \\ \mathbf{v}_\ell &= \mathbf{B}_{\ell-1} \cdot \mathbf{y}_\ell, \quad \mathbf{c}_\ell = 1 / (1 + \mathbf{y}_\ell^* \cdot \mathbf{v}_\ell), \end{aligned} \quad (36)$$

что позволяет представить ℓ -й опорный вектор (36) в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{r}}_\ell &= \tilde{\mathbf{r}}_{\ell-1} - d_\ell \cdot \mathbf{B}_{\ell-1} \cdot \mathbf{y}_\ell, \quad d_\ell = \mathbf{c}_\ell \cdot \eta_\ell, \\ \eta_\ell &= \mathbf{y}_\ell^* \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{\ell-1}, \quad \ell \in M+1, K. \end{aligned} \quad (37)$$

Построенная по (37) схема формирования векторов (35) показана на рис. 9.

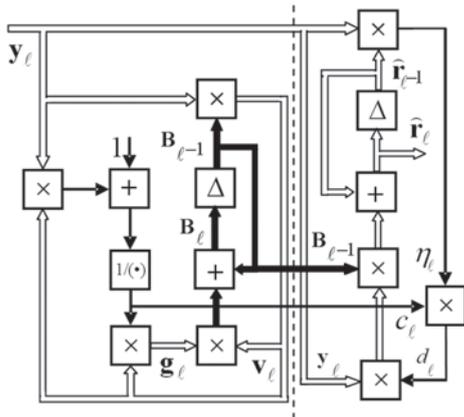


Рис. 9. Формирование весовых векторов (35) по (37)

Здесь справа от штриховой вертикальной линии расположен подобный АК (рис. 1) адаптивный весовой сумматор с цепями КОС. В нем, однако, в отличие от АК, матрица усиления цепей КОС не диагональная и, тем более, не скалярная матрица $\mathbf{\Gamma}$ (2), (9). Ее роль выполняет формируемая по (36) слева от штриховой вертикальной линии матрица \mathbf{B}_ℓ , обратная матрице $\hat{\Phi}_\ell$ (35), пропорциональной (несмещенной) МП оценке КМ помех. В связи с этим становится скалярной (пропорциональная единичной) матрица \mathbf{A} в (5), а ее собственные числа и определяемое ими быстроедействие схемы рис. 9 перестают зависеть от КМ помех [22, 23].

2. Основной недостаток оценки 1^0 заключается в невозможности начать процедуру адаптации на ее основе до набора обучающей выборки объема $K \geq M$, а для того, чтобы потери критерия (22) не превысили 3 дБ, требуются выборки примерно вдвое большего объема. В широком классе многоканальных ($M \gg 1$) систем обработки, работающих в динамично меняющейся помеховой обстановке, выборки такого объема могут быть недоступны, так что эффективная адаптация в таких условиях на основе этой оценки достижима только в относительно малоканальных системах пространственно-временной обработки.

3. Как видно из рис. 8, этот недостаток МП оценки 1^0 существенно ослабляется оценками $2^0 - 4^0$, построенными в соответствии с принципом “ожидаемого правдоподобия (expected-

likelihood (EL))” – конструктивной альтернативой принципу “максимального правдоподобия (maximum-likelihood (ML))” в условиях выборок малого объема [15, 19, 20, 24]. Сущность принципа EL оценивания заключается в том, что в качестве оценки $\hat{\Phi}$ априори неизвестной истинной КМ берется не матрица, максимизирующая нормированное отношение правдоподобия [19]

$$ОП(\hat{\Phi}, \mathbf{Y}) = \frac{\det(\hat{\Phi}^{-1} \cdot \hat{\Phi}) \cdot \exp\{M\}}{\exp\{tr(\hat{\Phi}^{-1} \cdot \hat{\Phi})\}}, \quad (38)$$

а матрица, приближающая значения (38) к тем, которые можно ожидать от значений $ОП(\Phi, \mathbf{Y})$, порождаемых истинной КМ Φ .

Замечательная особенность случайного $ОП(\Phi, \mathbf{Y})$ – зависимость его плотности распределения только от числа адаптивно управляемых каналов M и объема выборки $K \geq M$ при независимости от КМ помех (“сценария”). Действительно, используя (14), (31), (32), его можно переписать в виде

$$ОП(\Phi, \mathbf{Y}) = \frac{\det(1/K \cdot \sum_{i=1}^K \xi_i \cdot \xi_i^*) \exp\{M\}}{\exp\{tr(1/K \cdot \sum_{i=1}^K \xi_i \cdot \xi_i^*)\}}, \quad (39)$$

что и доказывает сделанное утверждение [19]. При небольших отношениях K/M значения (39) могут существенно отличаться от максимального значения

$$\max_{\hat{\Phi}} ОП(\hat{\Phi}, \mathbf{Y}) = ОП(\hat{\Phi}, \mathbf{Y}) = 1, \quad (40)$$

доставляемого МП оценкой $\hat{\Phi}$ (14) независимо от числа каналов M и объема выборки $K \geq M$.

Для иллюстрации этих различий на рис. 10 показаны плотности $p_{ОП}(x)$ (а) и функции $f_{ОП}(x)$ (б) распределения ОП (39) при $M=12$ и различном относительном размере выборки K/M , полученные по 10^6 независимых испытаний.

Видно, что при $K/M \leq 4$ значения ОП (39), генерируемые истинной КМ, с очень большой вероятностью значительно меньше максимального значения $ОП=1$, порождаемого ее МП оценкой (14). Так, при $K/M=3$ значения ОП (39) с вероятностью 0.95 не превосходят 0.15 при медиане $\approx 0,1$, а при $K/M=2$ с той же вероятностью они не больше 0.05 при медиане 0,0257. В связи с этим в условиях выборок относительно малого объема вполне естественен отказ от МП оценок $\hat{\Phi}$ (14) и переход к оценкам $\hat{\Phi} \neq \hat{\Phi}$, порождающим значения ОП (38), более близкие к значениям ОП (39), генерируемым истинной КМ [19].

Вариантами именно таких (не МП) оценок являются оценки $2^0 - 4^0$, предложенные из физических соображений в [10–14] задолго до разработки в [15, 19, 20, 24] принципа EL оценивания, давшего им убедительное теоретическое обоснование как способа согласования при доступном

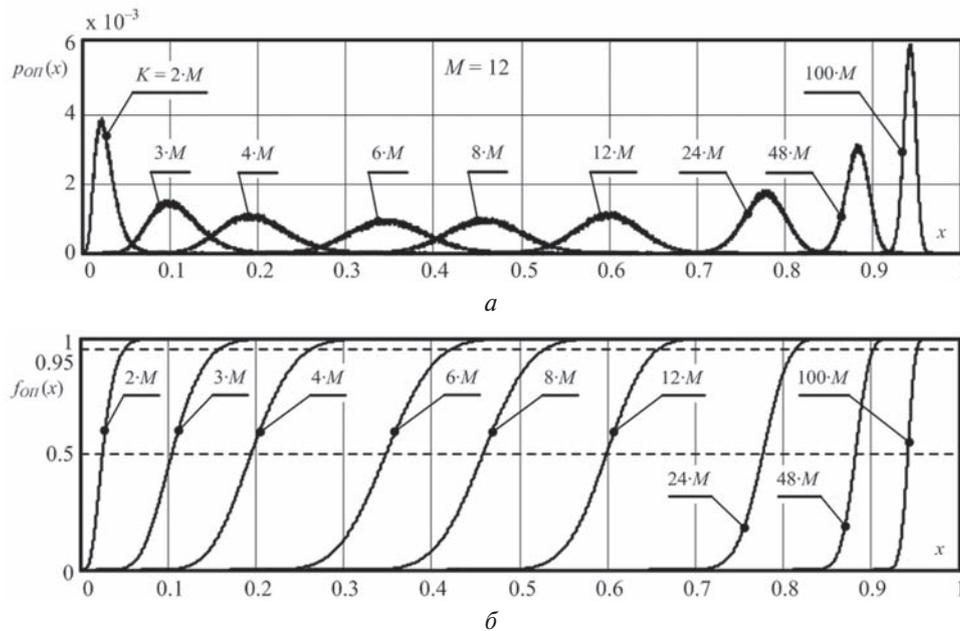


Рис. 10. Семейства плотностей (а) и функций (б) распределения ОП (39)

относительном размере выборки K/M статистического правдоподобия используемой оценки с истинной **КМ**.

4. Кривые 2^0 на рис. 8 получены для оценки

$$\begin{aligned} \hat{\Psi} &= \hat{\Psi}_{12} = \hat{\Phi}_{1dc}^{-1}, \\ \hat{\Phi}_{1dc} &= c/K \cdot \mathbf{I}_M + \hat{\Phi} = (c \cdot \mathbf{I}_M + \hat{\Phi})/K, \quad c > 0, \end{aligned} \quad (41)$$

в которой параметр регуляризации c/K обратно пропорционален объему выборки K . Такое задание отвечает принципу **ЕЛ** оценивания, в соответствии с которым при малом объеме выборки используемая оценка **КМ** может быть далека в смысле (38) от **МП** оценки (14), но с ростом объема выборки приближается к ней. Этот принцип позволяет оптимизировать параметр диагональной регуляризации c при имеющемся объеме обучающей выборки [15, 19, 24].

Необходимость в этом может возникать, поскольку в зависимости от **КМ** помех одно и то же значение c может по-разному влиять на поведение критерия (22). Так, при $c=100$ с ростом объема выборки потери для помех с **ГКФ** монотонно уменьшаются (рис. 8, а, б), тогда как для помех с **ЭКФ** на интервале $K \in 1, M$ они монотонно растут (рис. 8, в, г). Этот рост замедляется выбором значения $c > 100$.

5. Матрица (41) пропорциональна матрице $\hat{\Phi}_{1dc} = c \cdot \mathbf{I}_M + \hat{\Phi}$, допускающей рекуррентное представление, аналогичное (35). Поэтому адаптивный весовой вектор (12) на основе оценки (41) может формироваться схемой (рис. 9), которая в этом случае “запускается” начальным вектором $\mathbf{r}_{dc0} = c^{-1} \cdot \mathbf{x}$, существенно более простым, чем вектор $\mathbf{r}_0 = \hat{\Phi}_M^{-1} \cdot \mathbf{x}$, “запускающий” ее при выборе оценки $\mathbf{1}^0$.

6. Наблюдаемое на рис. 8 высокое быстродействие оценки $\mathbf{3}^0$ связано с тем, что использу-

емая в ней ленточная аппроксимация матрицы, обратной **КМ**, специфически оптимальна (максимально энтропийна) [26]. Вследствие этого в гипотетических условиях известной **КМ** интенсивных **АР** помех порядка p она обеспечивает практически потенциальную эффективность обработки при ширине ленты $m > p$ и малые потери даже при $m \ll p$ [25]. Это наглядно иллюстрируют расчетные семейства “энергетических” **ЧХ** фильтра рис. 3 в условиях помех с **ГКФ** ($p \rightarrow \infty$) при различных ширинах m ленты, показанные на рис. 11.

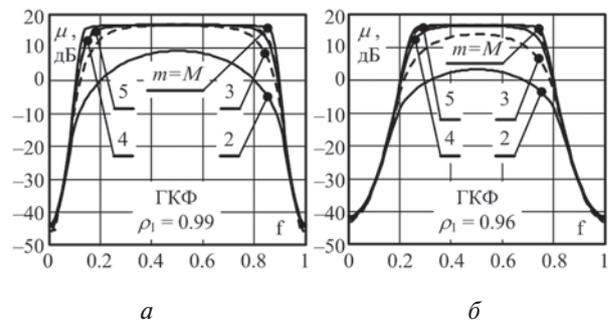


Рис. 11. Энергетические ЧХ фильтра рис. 3 при ленточной матрице (18) ($\eta = 10^5$, $M = 50$)

Видно, что уже при $m=4, 5 \ll M=50$ даже в условиях интенсивных **АР** помех порядка $p \rightarrow \infty$ потери **ОСПШ** невелики и будут еще меньше при меньшей интенсивности **АР** помех конечного порядка. В то же время уменьшение за счет ленточной регуляризации числа параметров, оцениваемых на этапе адаптации, может существенно снизить требования к объему обучающей выборки (повысить быстродействие) и одновременно упростить обработку.

В частности, в примерах рис. 8 ($M=50, m=5$) оценка $\mathbf{3}^0$ (ленточная регуляризация) по сравнению с оценкой $\mathbf{1}^0$ примерно в 4 раза увеличивает

быстродействие при **ГКФ** помех (рис. 8, а, б), и примерно в 8 раз – в помехах с **ЭКФ** (рис. 8, в, г) (выигрыши могут быть больше (меньше) при большем (меньшем) значении M). В обоих случаях она заметно эффективнее оценки 2^0 , что для помех с непрерывными спектрами было предсказано в [15]. Выигрыши могут дополнительно увеличиться при оптимизации ширины ленты в соответствии с **ЕЛ** принципом оценивания [24].

7. Оценка 4^0 (ленточно-диагональная регуляризация) объединяет достоинства оценок 2^0 , 3^0 – она никогда не хуже, но может быть и лучше, чем лучшая из них. Последний вывод справедлив и для помех с дискретными спектрами (30а) и **КМ** (30б), что наглядно иллюстрируется рис. 12.

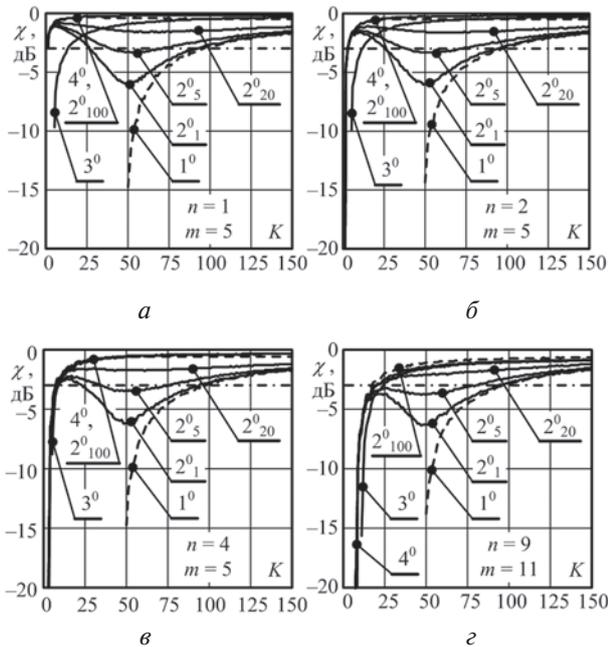


Рис. 12. “Энергетическое” быстродействие оценок $1^0 - 4^0$ ($\eta=10^5$, $M=50$, $c=100$, $m=5$)

Здесь показаны зависимости, аналогичные приведенным на рис. 8, но помеху образуют одна (а), две (б), четыре (в) и девять (г) комплексных гармоник с различными (пространственными,

временными) частотами в смеси с собственным шумом каналов приема. Полезный сигнал – когерентная $M=50$ – элементная пачка с частотой, отличной от частот мешающих гармоник. Нижним индексом в оценке 2^0 указано значения параметра регуляризации c в (41).

Видно, что оценка 1^0 в этом случае, как и следует из теории [9], не меняет быстродействия адаптивной обработки (10), (12) по критерию (22). В то же время диагонально регуляризованная оценка 2^0 с правильно заданным параметром регуляризации меняет его радикально – вход в зону “3 дБ потерь” обеспечивается выборкой объема $K=2 \cdot n$ [10, 11]. При этом, как было предсказано в [15], она обеспечивает более высокое быстродействие, чем оценка 3^0 при ширине ленты $m > n$. Но, как и в случае помех с непрерывным спектром, наиболее эффективна комбинированная оценка 4^0 , при $m > n$ обеспечивающая наилучший эффект даже при неоптимальном подборе параметра диагональной регуляризации.

Из-за отмеченных достоинств именно эта комбинированная оценка представляется наиболее целесообразной при решении широкого круга задач адаптивной пространственно-временной обработки сигналов. Ниже обосновываются рациональные способы ее практической реализации.

4. О РЕАЛИЗАЦИИ ЛЕНТОЧНОЙ И ЛЕНТОЧНО-ДИАГОНАЛЬНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

А. Возможны различные варианты фильтров с ленточными $M \times M$ матричными импульсными характеристиками (**МИХ**), на основе которых могут реализовываться ленточная и ленточно-диагональная регуляризация. На рис. 13 показаны примеры наиболее простых из них с ленточными треугольными **МИХ** порядка $M=6$ с шириной ленты $m=3$, очевидным образом обобщаемые на произвольные M и m .

Структуру **МИХ** этих (как и любых других) линейных фильтров легко определить, прослежи-

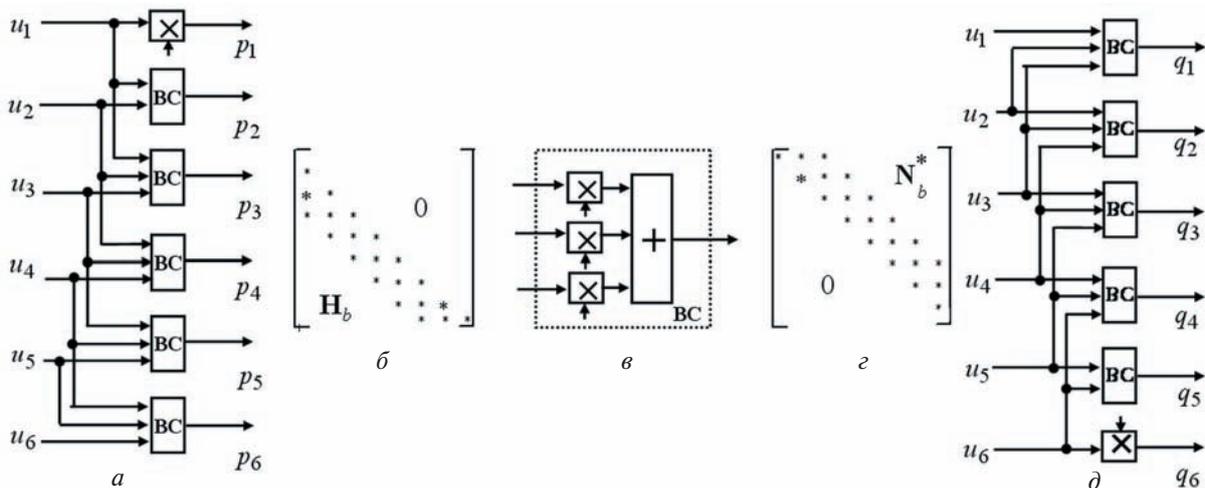


Рис. 13. Простейшие фильтры с ленточными треугольными **МИХ** ($M=6$, $m=3$)

вая количество и расположение компонент входного вектора $\mathbf{u} = \{u_k\}_{k=1}^M$, “участвующих в формировании” компонент выходного вектора.

Так, первая (p_1), вторая (p_2) компоненты вектора

$$\mathbf{p} = \{p_k\}_{k=1}^M = \mathbf{N}_b \cdot \mathbf{u} \quad (42)$$

на выходе фильтра (а) образованы соответственно первой (u_1) и первыми двумя (u_1, u_2) компонентами входного, а компоненты $p_k, k \in 3, M$, начиная с третьей, формируются в весовом сумматоре (ВС, ϵ) $m=3$ компонент – k -й (u_k) и $m-1=2$ “предшествующих” компонент u_{k-2} и u_{k-1} . Такое преобразование в (42) обеспечивается нижней треугольной ленточной МИХ \mathbf{N}_b с шириной ленты $m=3$ (б).

Точно так же нетрудно убедиться во взаимном соответствии фильтра рис. 13, д и его верхней треугольной ленточной МИХ \mathbf{N}_b^* с шириной ленты $m=3$ (з), преобразующих входной вектор $\mathbf{u} = \{u_k\}_{k=1}^M$ в вектор

$$\mathbf{q} = \{q_k\}_{k=1}^M = \mathbf{N}_b^* \cdot \mathbf{u}. \quad (43)$$

Б. Адаптивные фильтры со структурой рис. 13, а, д реализуют требуемую (18) ленточную аппроксимацию (рис. 4) эрмитовой матрицы, обратной КМ помех, если строки их МИХ (рис. 5), определяющие параметры ВС (ϵ), будут удовлетворять условиям (19), (20). Нетрудно показать, что нормированные соответствующим образом весовые векторы ($m-1$)-канальных корреляционных АК (п. 1.А) с последним ($g=m$) и первым ($g=1$) основным (нерегулируемым) каналом в установившемся режиме удовлетворят необходимым требованиям к весам ВС фильтров рис. 13, а и рис. 13, д соответственно. Такое решение относительно несложно, однако может быть практически неоправданным из-за недостатков одноступенчатых АК (п. 1.Б).

В роли ВС теоретически могут использоваться и существенно более быстродействующие схемы рис. 9. Недосток такого решения – неоп-

равданная сложность, быстро увеличивающаяся с ростом требуемой ширины ленты МИХ.

В. Более рациональны структуры фильтров, приведенные на рис. 14. Они состоят из $v = M + 1 - m$ показанных в штриховых треугольных рамках $m=3$ – входных фильтров с нижними (а) и верхними (б) треугольными $m \times m$ МИХ, каждый из которых строится из элементарных (двухвходовых) весовых сумматоров (ЭВС) с нормированным выходом (б), (з) [29–31, 4]. Фильтры с $m \times m$ нижними треугольными МИХ обозначены АК ПД 1 (АК с последовательной декорреляцией помех), а с верхними треугольными – АК ПД 2.

Условия (19), (20) здесь выполняются при равенстве коэффициента передачи регулируемого канала каждого ЭВС взятому со знаком минус коэффициенту корреляции помех на его входах с последующей нормировкой к единице мощности помех на их выходах. Ленту нижней треугольной $M \times M$ МИХ рис. 5, а при этом образуют $m \times m$ нижняя треугольная МИХ первого АК ПД 1 и последние строки МИХ остальных АК ПД 1, а ленту верхней треугольной $M \times M$ МИХ рис. 5, б – первые строки $m \times m$ верхних треугольных МИХ АК ПД 2 и полная $m \times m$ верхняя треугольная МИХ последнего (v -го) АК ПД 2.

Недостатками адаптивных аналогов фильтров рис. 14 в случае КМ общего вида можно считать различие параметров соответствующих ЭВС различных АК ПД. Оно неоправданно увеличивает объем вычислений на этапе их оценивания, а также сложность (или даже невозможность) в структуре этих АК ПД учесть возможную априорную информацию о специфике (в частности, теплицевости) КМ (п. 2.Е).

Г. Среди рассмотренных и ряда других известных разновидностей фильтров с ленточными треугольными или эрмитовыми МИХ практически наиболее приемлемы решетчатые фильтры (РФ) [4, 12 – 14, 32, 33], для рассматриваемого примера ($M=6, m=3$) показанные на рис. 15 [13, 14].

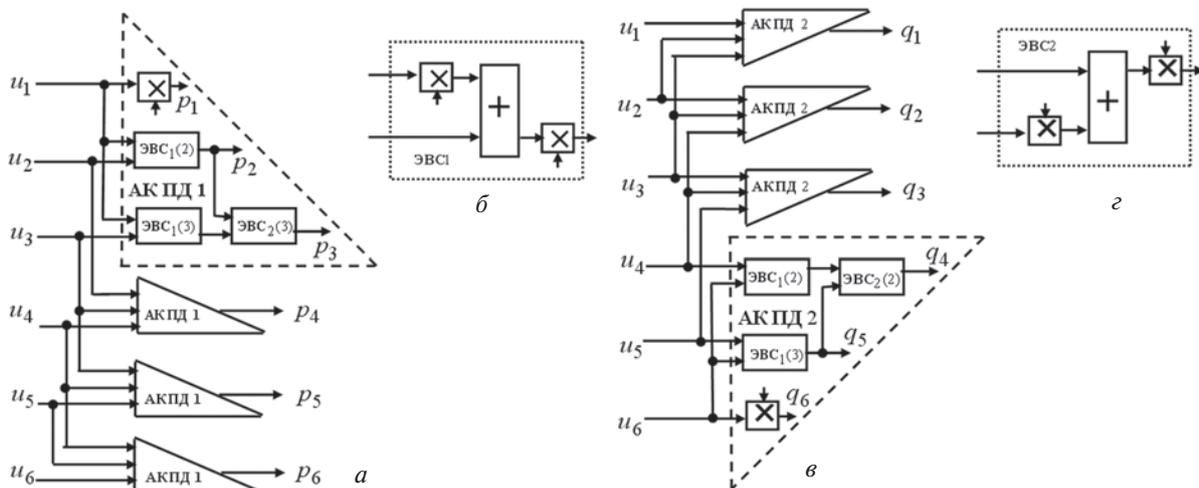


Рис. 14. Фильтры с ленточными нижней (а) и верхней (в) треугольными МИХ

Они строятся из набора нормирующих множителей $s_i(\ell)$, $\ell \in 1, M$ в первой (последней) ступени первого (δ) (второго (\mathcal{J})) **РФ** и “нормированных элементарных решетчатых фильтров (**ЭРФ**)” – двухвходовых весовых сумматоров с перекрестными связями (a), (z) в последующих ступенях, число которых уменьшается (увеличивается) на единицу от ступени к ступени этих **РФ**. Проследивая расположение компонент входного вектора, формирующих компоненты выходного, нетрудно убедиться, что первый **РФ** (δ) имеет $2 \cdot M \times M$ **МИХ** W_{1b} (δ), состоящую из $M \times M$ нижней (H_b) и верхней (N_b^*) ленточных треугольных матриц с шириной ленты $m=3$, равной числу его ступеней. Аналогичным образом легко показать, что при комплексно сопряженных параметрах **ЭРФ** (a) и (z) второй **РФ** (\mathcal{J}) имеет $M \times 2 \cdot M$ **МИХ** W_{1b}^* (δ), состоящую из $M \times M$ верхней (H_b^*) и нижней (N_b) ленточных треугольных матриц с шириной ленты $m=3$, равной числу его ступеней. В этом случае соединение выходов первого **РФ** (δ) с одноименными входами второго (\mathcal{J}) образует **РФ** с **эрмитовой** $M \times M$ ленточной **МИХ** $\Psi_b = W_{1b}^* \cdot W_{1b}$ (e) с шириной ленты $z=2 \cdot m-1$.

Условия (19), (20) здесь выполняются, если параметры **ЭРФ** (рис. 15, a)

$$\beta_i(\ell) = \alpha_i^*(\ell), \quad s_i(\ell) = c_i(\ell) = (1 - |\alpha_i(\ell)|^2)^{-1/2}, \quad (44)$$

$$i \in 2, m; \quad \ell \in 1, M+1-i$$

равны взятой со знаком минус оценке коэффициента корреляции помех на их входах и множителям, нормирующим к единице выходные мощности помех.

Д. Взаимосвязи (44) приводят к тому, что порождающий их **РФ** (рис. 15, a) более “экономичен”, чем внешне более простой фильтр (рис. 14, a) с той же **МИХ**. Но наиболее важное преимущество **РФ** заключается в “наследовании” его параметрами структурных особенностей исходной **КМ** [12–14].

Так, **перссимметрия КМ** (симметрия относительно побочной диагонали) порождает априорное равенство параметров **ЭРФ** i -й ($i \in 2, m$) ступени

$$s_i(\ell) = s_1(M+1-\ell), \quad \ell \in 1, M,$$

$$\alpha_i(\ell) = \alpha_i(M_i+1-\ell), \quad i \in 2, m; \quad (45)$$

$$\ell \in 1, M_i; \quad M_i = M+1-i,$$

симметрично относительно ее центрального **ЭРФ**.

Следствием теплицевости **КМ** являются равенства

$$s_i(\ell) = s_1(1) = s_1, \quad \ell \in 1, N;$$

$$\alpha_i(\ell) = \alpha_i(1) = \alpha_i, \quad s_i(\ell) = s_i(1) = s_i, \quad i \in 2, N, \quad (46)$$

означающие одинаковость параметров всех **ЭРФ** каждой ступени **РФ**.

Если, кроме того, теплица **КМ** является **КМ** дискретного процесса авторегрессии порядка $p < M$, то **РФ** “укорачивается”:

$$\alpha_i = 0, \quad s_i = 1 \quad \text{для всех } i > p+1. \quad (47)$$

Отмеченное “наследование” (разновидности которого далеко не исчерпываются приведенными примерами) позволяет достаточно просто использовать априорную информацию о специфике структуры реально неизвестной **КМ** за счет простой модификации “базовых” алгоритмов их адаптивной **настройки**, синтезированных для **КМ** общего вида (без явно выраженной специфики) [14]. Эта модификация сводится к усреднению оценок априори равных параметров, полученных по “базовым” алгоритмам. Эффект такого учета иллюстрируется ниже.

Е. В условиях (15) **МП** оценка перссимметричной **КМ** равна [34]

$$\hat{\Phi}_\Pi = K^{-1} A_\Pi, \quad A_\Pi = 1/2 \cdot Y_\Pi \cdot Y_\Pi^*, \quad (48)$$

$$Y = \{ Y, \Pi, Y^- \},$$

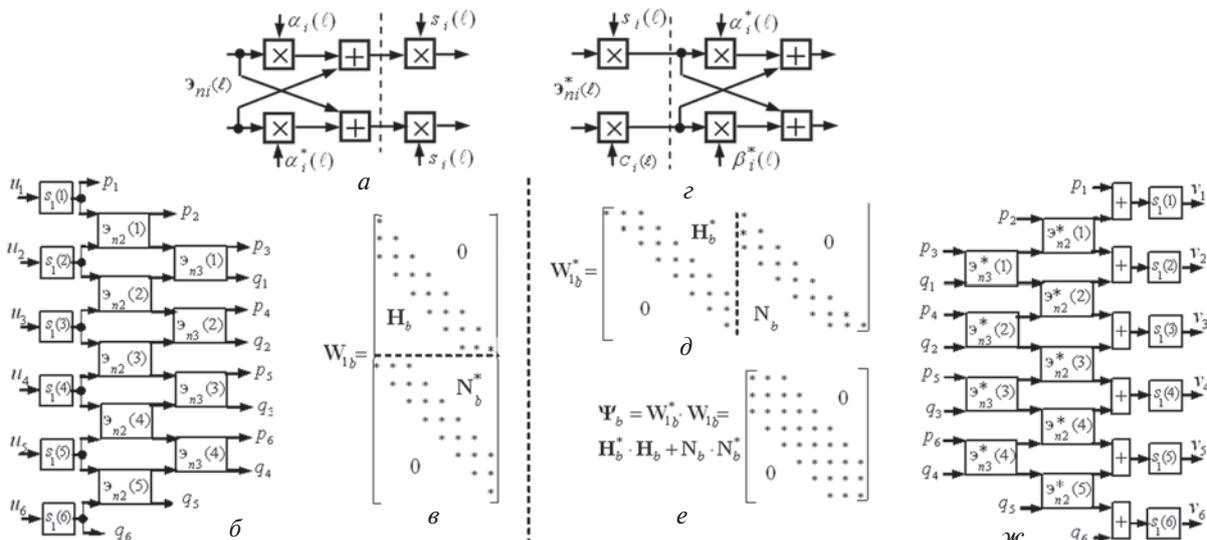


Рис. 15. **РФ** с ленточными треугольными и эрмитовыми **МИХ**

где Π – симметричная ортогональная $M \times M$ матрица перестановок [21] с единицами на побочной диагонали, (\sim) – символ комплексного сопряжения. Как показано в [36], в этом случае потери **ОСПШ** (22) оценки 1^0 имеют то же β -распределение $p_\chi(x, K)$ (33), что и на основе оценки (14), но со средним

$$\overline{\chi_\Pi} = (2 \cdot K_\Pi - M + 2) / (2 \cdot K_\Pi + 1) < 1, \quad (49)$$

совпадающим с (34) при выборке объема $K_\Pi = K/2$. Тем самым в системах с центральной симметрией каналов приема (с персимметричными **КМ**) [34–38] переход от оценок (14) к (48) удваивает быстродействие оценки 1^0 , оцениваемое по среднему значению случайных потерь **ОСПШ** (22). Однако при $K_\Pi = K/2$ дисперсия этих потерь вдвое больше дисперсии распределения (33). В связи с этим оценки (14), (48) более корректно сравнивать по “интегральному” критерию [38]

$$P(K) = \int_{\nu_{\text{пор}}}^1 p_\chi(x, K) dx, \quad (50)$$

характеризующему зависимость от объема выборки K вероятности P того, что потери χ не превысят допустимого уровня $\nu_{\text{пор}}$. Эти зависимости показаны на рис. 16 для оценки (14) (сплошные кривые) и оценки (48) при $K_\Pi = K/2$ (штриховые кривые) для $\nu_{\text{пор}} = 0.5$ (–3дБ), 0.631 (–2дБ), 0.794 (–1дБ) и значениях $M = 8, 16$.

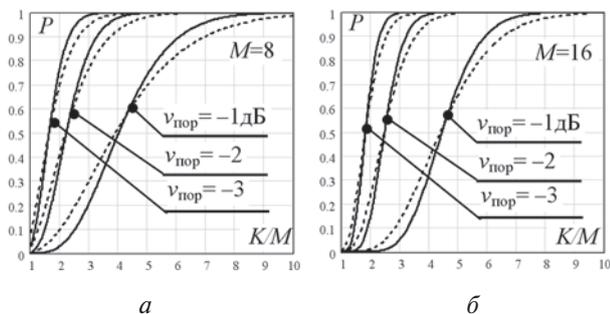


Рис. 16. Быстродействие оценок (14) и (48) по “интегральному” критерию (50)

Видно, что оценка (48) при любых $\nu_{\text{пор}}$ уже по выборке “половинного” объема $K = K/2$ обеспечивает примерно ту же вероятность $P(K)$, что и оценка (14) по выборке удвоенного объема $K \geq M$. Несколько более высокая эффективность оценки (48) при “малых” $P(K) \leq 0.5$ и оценки (14) – при “больших” $P(K) > 0.5$ обусловлены отмеченным отличием дисперсий при равенстве средних значений потерь (22). Видно также, что для любых $\nu_{\text{пор}}$ вероятность (50) весьма слабо зависит от абсолютного значения M , а определяется отношением K/M .

Ж. На рис. 17, а, б показаны полученные моделированием зависимости, аналогичные зависимостям рис. 8, а, б, а на рис. 17, в, г – аналогичные зависимостям рис. 12, а, б, но для оценок $1^0 - 4^0$ на основе **МП** оценки (48) персимметричной **КМ**.

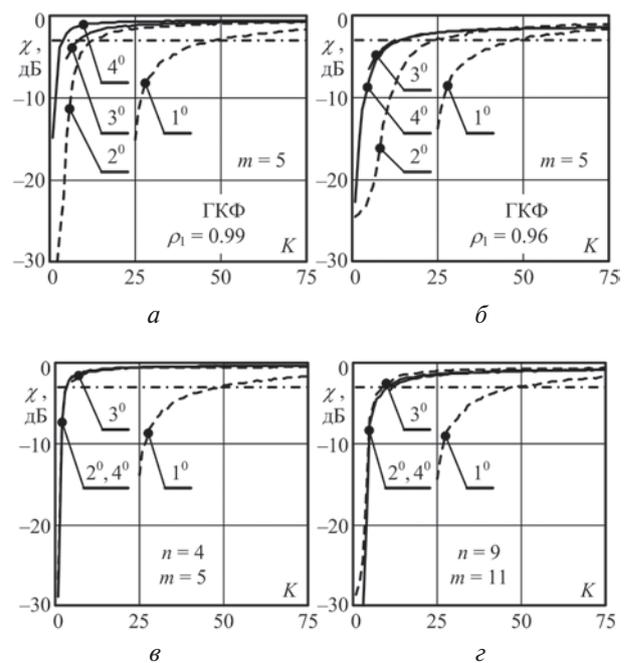


Рис. 17. Быстродействие оценок $1^0 - 4^0$ на основе (48)

Из их сравнения с соответствующими результатами рис. 8 и рис. 12 следует, что переход в центрально-симметричных системах приема от (14) к (48) практически удваивает быстродействие оценок $1^0 - 4^0$ как для помех с непрерывными (рис. 17, а, б), так и с дискретными (рис. 17, в, г) спектрами, **не меняя** соотношений между ними, описанных в выводах № 3–7 п.3.Б. Формальная причина этого – увеличенное число степеней свободы распределения оценки (48) [37] по сравнению с распределением оценки (14) [9]. Физическая основа – примерно вдвое меньшее число параметров, определяющих персимметричную **КМ** по сравнению с **КМ** общего вида, вследствие чего каждый из них оценивается по выборке Y_Π (48) примерно вдвое большего объема [35, 37].

З. Рис. 18, а, б иллюстрирует эффективность адаптивной обработки в тех же условиях, что и на рис. 17 а, б, но на основе M – входных **АРФ** (рис. 15) с ленточными **МИХ**, настроенных с учетом теплицевости **КМ** помех (п. 2.Е). Штриховые горизонтальные прямые указывают максимальное значение **ОСПШ** μ в гипотетических условиях известной **КМ** (знаменатель формулы (22)), сплошные кривые – зависимости от объема обучающей выборки K оценочного **ОСПШ** $\hat{\mu}$ (числитель (22)) адаптивных фильтров различного порядка M .

Видно, что в этом случае обеспечивается высокое быстродействие адаптивной обработки, увеличивающееся с ростом числа каналов M . Так, в приведенных примерах уже при единственной обучающей выборке ($K=1$) потери не превосходят 10 дБ при $M=5$, 3 дБ – при $M=10$, и пренебрежимо малы при $M \geq 30$.

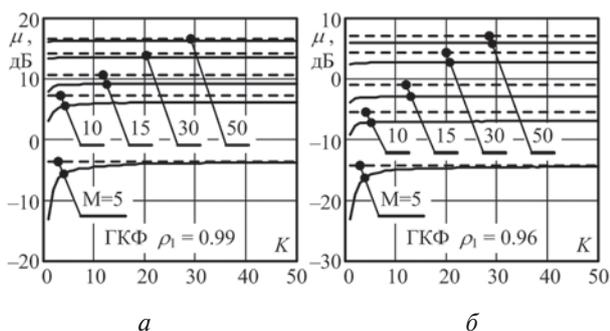


Рис. 18. Быстродействие оценки Z^0 в условиях теплицевых КМ помех

Причиной этого является использование в качестве единственного параметра всех ЭРФ каждой ступени среднего значения оценок параметров всех ЭРФ этой ступени, полученных по “базовым” алгоритмам для КМ общего вида [14], возможное в силу их априорного равенства (46) в условиях теплицевых КМ. Такое (междуканальное) усреднение аналогично (но не эквивалентно) предусматриваемому МП оценкой (14) (временному) усреднению K выборочных матриц ранга 1 с равными КМ (первое условие в (15)). Из-за невыполнения в общем случае второго условия в (15) эффект междуканального усреднения (накопления) оценок меньше, чем временного (14), однако, дополняя временное, оно увеличивает быстродействие, и тем сильнее, чем выше его вклад (значение M). При больших M (в примерах рис. 18 – при $M \geq 30$) этот вклад столь велик, что даже позволяет отказаться от временного накопления (использовать единственную обучающую выборку ($K = 1$)).

Рассмотренный “косвенный” способ учета теплицевости КМ за счет накоплению априори равных параметров ЭРФ $m < M$ ступеней АРФ, который может рассматриваться как первый шаг рекуррентной процедуры [39] в сочетании с выбором ширины ленты в соответствии с ЕЛ принципом, весьма эффективен и в то же время существенно проще целого ряда других способов решения этой задачи [40 – 42].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сопоставлено быстродействие различных алгоритмов адаптивной пространственно-временной обработки когерентных сигналов на фоне гауссовых помех. Показано, что важный резерв его повышения связан с ленточной аппроксимацией матрицы, обратной диагонально регуляризованной максимально правдоподобной оценке корреляционной матрицы помех, параметры которой (ширина ленты и скалярный множитель диагональной регуляризации) выбираются в соответствии с принципом “ожидаемого правдоподобия”. Обоснована возможность, целесообразность и преимущества практической реализации предложенного способа повышения быстродействия на основе универсальных адаптивных решетчатых фильтров (АРФ).

Авторы с удовольствием посвящают эту работу Юбилею выдающегося ученого, замечательного человека, наставника и друга Якова Соломоновича Шифрина, желают ему здоровья, многих лет плодотворной жизни, удовлетворения от сделанного и достигнутого, вдохновенного общения с желанными и близкими людьми и полного комплекта давно заслуженной адмиральской формы.

Литература

- [1] А. с. № 296267. Способ автоматической регулировки амплитуды и фазы компенсирующего сигнала в радиоприемных устройствах с подавлением коррелированных помех двухканальным компенсационным методом / Я.Д. Ширман, С.И. Красногоров (СССР). – № 296267; заявл. 27.01.62; опубл. 1988, Бюл. изобретений № 2.
- [2] А. с. № 324956. Способ компенсации коррелированных помех и автоматической ориентации нулей диаграммы направленности на источники помех // Я.Д. Ширман, С.И. Красногоров (СССР). – № 324956; заявл. 02.03.63; опубл. 1988, Бюл. изобретений № 33.
- [3] Ширман Я. Д. Первые отечественные исследования адаптации антенных систем к мешающим воздействиям / Я. Д. Ширман [и др.] // Радиотехника. – 1989. – № 11.
- [4] Ширман Я.Д., Багдасарян С.Т., Маляренко А.С., Леховицкий Д.И., Лещенко С.П., Лосев Ю.И., Николаев А.И., Горшков С.А., Москвитин С.В., Орленко В.М. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. / Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с., ил.
- [5] Widrow B., Mantey P.E., Griffiths L.J., Goode B.B. Adaptive antenna systems // Proc. IEEE. – Vol. 55, Dec. 1967. – P. 2143.
- [6] Howells P. Explorations on fixed and adaptive resolution at GE and SURC // IEEE Trans. – 1976. – Vol. AP-24, № 4.
- [7] Уидроу Б. Адаптивная обработка сигналов / Уидроу Б., Стирнз С.; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
- [8] Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. / Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
- [9] I.S. Reed, J.D. Mallett and L.E. Brennan. Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays // IEEE Transactions on Aerospace Electronic System. – November, 1974. – Vol. AES-10. – PP. 853–863.
- [10] Абрамович Ю.И. Регуляризованный метод адаптивной оптимизации по критерию максимума отношения сигнал/помеха / Ю.И. Абрамович // Радиотехника и электроника. – М., 1981. – Т. 26, № 3. – С. 543–551.
- [11] Абрамович Ю.И., Неврев А.И. Анализ эффективности адаптивной максимизации отношения сигнал/помеха, использующей обращение оценки корреляционной матрицы // Радиотехника и электроника, 1981. – Т. 26, № 12. – С. 2558–2566.
- [12] Леховицкий Д.И., Зарицкий В.И., Раков И.Д., Свердлов Б.Г., Ратынский М.В. Методы адаптивной решетчатой фильтрации в задачах пространственно-временной обработки сигналов // Препринт 8610. – М.: РТИ АН СССР, 1987. – 30 с.

- [13] Леховицкий Д.И. Обобщенный алгоритм Левинсона и универсальные решетчатые фильтры. // Изв. Вузов. Радиофизика. – 1992. – Т. 35, №9–10. – С. 790–808.
- [14] Леховицкий Д.И., Милованов С.Б., Раков И.Д., Свердлов Б.Г. Универсальные адаптивные решетчатые фильтры. Ч.2. Адаптация при заданном корне из оценочной корреляционной матрицы. // Изв. Вузов. Радиофизика. – 1992. – Т. 35. – №11–12. – С. 969–991.
- [15] Y. Abramovich, N. Spencer, and B. Johnson. Band-inverse TVAR covariance matrix estimation for adaptive detection / IEEE Trans. Aero. Elect. Sys., submitted 11 Dec 2006 + 15, Aug 2007, accepted 24 Sep 2008.
- [16] Беллман Р. Введение в теорию матриц. / Пер. с англ. – М.: Наука, 1976. – 351 с.
- [17] Ширман Я.Д., Манжос В.Н., Леховицкий Д.И. Этапы развития и проблемы теории и техники разрешения радиолокационных сигналов // М.: Радиотехника. – 1997. – № 1. – С. 31–42.
- [18] Литвинов В.В. Первые разработки корреляционных автокомпенсаторов пассивных помех (1964–74 гг.) и проблематика СДЦ при низкой частоте посылок в обзорных РЛС // Х.: Прикладная радиоэлектроника. – 2009. – Т. 8, № 4. – С. 461–468.
- [19] Y.I. Abramovich, N.K. Spenser, A.Y. Gorokhov. A Modified GLRT and AMF Framework for Diagonally Loaded and Fast Maximum-Likelihood Adaptive Detectors // IEEE Trans. on Aerospace and Electr. Syst. – Vol. 43, №3. – Jul 2007. – PP. 1017–1051.
- [20] Y. Abramovich, N. Spencer, M. Turley. Time-varying autoregressive (TVAR) models for multiple radar observations // IEEE Trans. Sig. Proc. – Vol. 55, № 4, PP. 1298–1311, Apr. 2007.
- [21] Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука, 1984.
- [22] Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. – М.: Наука, 1968.
- [23] Кокин В.Н., Темеров А.В., Фединин В.В. Использование текущей оценки обратной корреляционной матрицы помех в адаптивном обнаружителе // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т.25, №7. – С. 1540–1542.
- [24] Y. Abramovich, N. Spencer, and M. Turley. Order estimation and discrimination between stationary and time-varying autoregressive (TVAR) models // IEEE Trans. Sig. Proc. Vol. 55, № 6. – PP. 2861–2876, Jun. 2007.
- [25] Леховицкий Д.И., Табачников М.И., Шипицын С.И. Выбор порядка линейного фильтра предсказания для стационарных случайных процессов с гауссовской корреляционной функцией. – М.: Радиотехника. – 1990. – № 4. – С. 44 – 48.
- [26] H. Dym and I. Gohberg. Extensions of bandmatrices with band inverses // Linear Algebra Appl. – Vol. 36, PP. 1–24, Mar. 1981.
- [27] Леховицкий Д.И., Полишко С.В., Жуга Г.А. О стратегии использования МП оценок КМ в многоканальных системах адаптивной обработки сигналов на фоне помех. Материалы I международной научной конференции «Глобальные информационные системы. Проблемы и тенденции развития», Харьков–Туапсе, 3–6. 10. 2006.
- [28] D. Lekhovytsky, Y. Abramovich. Adaptive lattice filters for band-inverse (TVAR) covariance matrix approximations: theory and practical applications. – IRS – 2009, Hamburg, Germany, 09–11 September 2009, Proceedings, p.p. 535–539.
- [29] Гираудон С. Патент США № 3876847, МКИ 325/367 от 8.04.1975.
- [30] Лексаченко В.А., Шаталов А.А. Синтез многомерного “выбеливающего” фильтра по методу Грама–Шмидта // Радиотехника и электроника. – 1976. – №1.
- [31] Полов К.П. Адаптивный компенсатор помех // Радиотехника. – 1979. – Т. 34, №1. – С. 19–24.
- [32] Lev-Ari H., Kailath T. Schur and Levinson algorithms for non-stationary processes // Proc. IEEE Int. Conf. Acoust, Speech and Signal Process (Atlanta, CA, March 1981). – PP.860–864.
- [33] Адаптивные фильтры: Пер. с англ./Под ред. К.Ф.Н. Коуэна и П.М. Гранта. – М.: Мир, 1988. – 392 с., ил.
- [34] Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing. // IEEE Trans. Aerosp. And Electr. Syst. – 1980. – v.16. – № 1. – p.124–127.
- [35] Абрамович Ю.И., Горохов А.Ю. К оценке скорости сходимости адаптивных фильтров компенсации помех с персимметрической корреляционной матрицей // Радиотехника и электроника. – 1993. – Т. 38, № 1. – С. 101–111.
- [36] Кошевой В.М., Радионов В.В. Эффективность адаптивных фильтров с центральной симметрией приемных каналов // Радиотехника и электроника. – 1994. – №11. – С. 1779–1788.
- [37] Леховицкий Д.И. К теории адаптивной обработки сигналов в системах с центральной симметрией каналов приема // Х.: Радиотехника. – 1996. – №100. – С. 140–158.
- [38] Леховицкий Д.И., Атаманский Д.В., Кириллов И.Г., Зарицкий В.И. Сравнение эффективности адаптивной обработки в произвольных и центрально-симметричных ФАР // М.: Антенны. – 2000. – Вып.1 (44). С. 99–103.
- [39] Берг Дж.П., Люнбергер Д.Г., Венгер Д.Л. Оценивание ковариационных матриц с заданной структурой // ТИИЭР. – Т. 70, № 9. – 1982. – С. 63–77.
- [40] Miller M.I., Fuhrmann D.R., O’Sullivan J.A., and Snyder D.L. Maximum-likelihood methods for Toeplitz covariance estimation and radar imaging. In S. Haykin, editor, Advances in Spectrum Analysis and Array Processing, volume II, pages 145–172. Prentice-Hall, 1991.
- [41] Nicolls F. and G. de Jager. Maximum likelihood estimation of Toeplitz-block-Toeplitz covariances in the presence of subspace interference. International Conference on Pattern Recognition, CPR1998, Brisbane, Australia, 1998.
- [42] Hongbin Li, Stoica P., Jian Li. Computationally Efficient Maximum Likelihood Estimation of Structured Covariance Matrices // IEEE Transactions on Signal Processing. – Vol. 47. – PP. 1314–1322. Prentice-Hall, 1999.

Поступила в редколлегию 5.03.2010



Леховицкий Давид Исаакович, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник научно-исследовательского центра Харьковского Национального университета радиозлектроники. Область научных интересов: адаптивная пространственно-временная обработка сигналов на фоне помех в информационных системах различного назначения.



Абрамович Юрий Иосифович, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Australian Defence Science and Technology Organisation (DSTO), Аделаида, Австралия. Область научных интересов: обработка сигналов (в частности – адаптивная пространственно-временная обработка, диаграммообразование, обнаружение сигналов, оценка параметров) и их применение в радиолокации, связи и радиозлектронной борьбе.



Жуга Геннадий Александрович, кандидат технических наук, научный сотрудник Харьковского Национального университета радиозлектроники. Область научных интересов: унифицированные процессоры и системы адаптивной обработки сигналов на фоне помех.



Рачков Дмитрий Сергеевич, аспирант Харьковского Национального университета радиозлектроники. Область научных интересов: унифицированные процессоры и системы адаптивной обработки сигналов на фоне помех.